

Roman CZYBA  
Grzegorz SZAFRAŃSKI  
Politechnika Śląska

## ZASTOSOWANIE METODY KONTRAKCJI DYNAMICZNEJ W STEROWANIU BEZZAŁOGOWYM OBIEKTEM LATAJĄCYM TYPU QUADROTOR

W artykule przedstawiono syntezę podukładu stabilizacji i regulacji położenia kątownego platformy latającej VTOL (ang. *Vertical Take Off and Landing*) typu quadrotor. Głównym celem pracy jest zastosowanie metody kontrakcji dynamicznej DCM (ang. *Dynamic Contraction Method*) do sterowania bezzałogowym obiektem latającym oraz sprawdzenie realizowalności takiego sterowania na obiekcie rzeczywistym. W pracy przedstawiono model dynamiki quadrotora, a następnie omówiono zastosowane prawo sterowania. W kolejnej części przedstawiono strukturę układu regulacji oraz omówiono budowę stanowiska testowego. Zaprezentowano wyniki przeprowadzonych doświadczeń, które wykonano w układzie zamkniętym z zaprojektowanym układem sterowania.

### Wstęp

W ostatnich latach intensywnie prowadzone są badania nad bezzałogowymi, autonomicznymi obiektami latającymi, zarówno w zastosowaniach cywilnych, jak i militarnych. Bardzo ważną cechą systemów bezzałogowych jest możliwość prowadzenia działań w niedostępnym lub trudno dostępnym terenie bez potrzeby narażania ludzi. Do podstawowych zadań aparatów należą m.in.: inspekcja stanu technicznego obiektów naziemnych, prowadzenie działań zapewniających lub poprawiających bezpieczeństwo publiczne (np. w trakcie imprez masowych, wydarzeń sportowych, demonstracji), monitoring zagrożeń żywiołowych czy intensywności ruchu ulicznego w aglomeracjach miejskich.

Niezawodność tego typu systemów w dużej mierze zależy od zastosowanego układu sterowania [1, 3, 4]. Od kilkunastu lat sterowanie odporne (ang. *Robust Control*) jest przedmiotem dużego zainteresowania naukowców praktyków oraz producentów wyposażenia systemów automatyki. Wspólną cechą tych poszukiwań jest dążenie do uzyskania „sterowania krzepkiego”, czyli odpornego na fluktuacje parametrów obiektu regulacji, a także minimalizującego wpływ zakłóceń zewnętrznych.

W niniejszej pracy obiektem regulacji jest platforma latająca typu quadrotor. Do syntezy regulatora zastosowano metodę kontrakcji dynamicznej (ang. *Dynamic Contraction Method*) [5]. Pozwala ona na kształtowanie pożądanego przebiegu wyjść dla obiektów nieliniowych i niestacjonarnych, przy założeniu, że informacja o zmieniających się parametrach układu i zewnętrznych zakłóceniach jest niekompletna. Niniejszy artykuł jest kontynuacją prac prowadzonych nad sterowaniem DCM dla modelu samolotu [2]. Kolejnym krokiem, a zarazem głównym celem artykułu jest implementacja algorytmu sterowania DCM na rzeczywistym obiekcie i sprawdzenie jego realizowalności w czasie rzeczywistym, a także ocena właściwości uzyskanych rozwiązań.

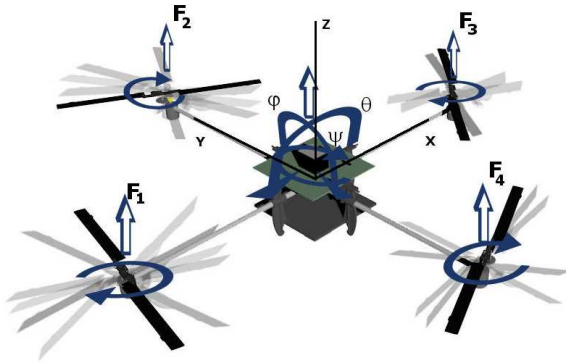
## 1. Model matematyczny obiektu regulacji

Platforma latająca składa się z ramy wykonanej z rurek z włókna węglowego oraz czterech identycznych jednostek napędowych (rys. 1.). Zmiana prędkości obrotowej poszczególnych silników powoduje zmianę siły ciągu, a w konsekwencji generuje ruch rotacyjny i translacyjny platformy. Z punktu widzenia automatyki quadrotor jest obiektem o sześciu stopniach swobody, czterech sygnałach wejściowych i trzech sygnałach wyjściowych. Do opisu przyjmuje się wektor stanu, wektor wyjścia i wektor sterowań:

$$X = [\phi, \dot{\phi}, \theta, \dot{\theta}, \psi, \dot{\psi}, x, \dot{x}, y, \dot{y}, z, \dot{z}]^T \quad (1)$$

$$Y = [\phi, \theta, \psi]^T \quad (2)$$

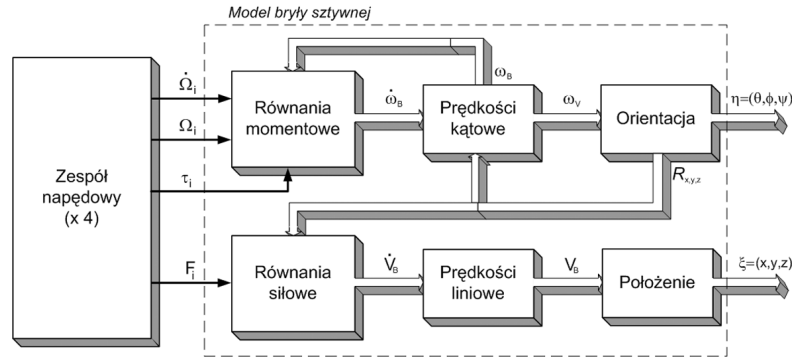
$$U = [u_1, u_2, u_3, u_4]^T \quad (3)$$



Rys. 1. Platforma latająca – quadrotor

gdzie:  $\phi, \theta, \psi$  – kąty Eulera odpowiednio przechylenia, pochylenia, odchylenia,  $x, y, z$  – przemieszczenia liniowe wzdłuż poszczególnych osi,  $u_i$  – sygnał sterujący silnika  $i$ ,  $i$  – numer silnika,  $i = 1, 2, 3, 4$ .

Model matematyczny obiektu latającego wyprowadzono na podstawie formalizmu Eulera–Lagrange’a [1]. Dynamikę obiektu przedstawiono za pomocą schematu blokowego (rys. 2.), w którym można wyróżnić model bryły sztywnej oraz cztery identyczne jednostki napędowe.



Rys. 2. Schemat blokowy obiektu regulacji

## 2. Prawo sterowania

Projektowany układ sterowania składa się z dwóch bloków funkcjonalnych (rys. 3.). Pierwszy, główny podukład zaprojektowano według metody kontrakcji dynamicznej [5], natomiast drugi realizuje algorytm sterowania platformą latającą oraz zapewnia rozprzęganie torów regulacji w stanie ustalonym. Podczas syntezy regulatora DCM rozważany jest nieliniowy, niestacjonarny układ MIMO opisany równaniami:

$$\bar{x}^{(1)}(t) = \bar{h}(\bar{x}(t), \bar{u}(t), t), \quad (4)$$

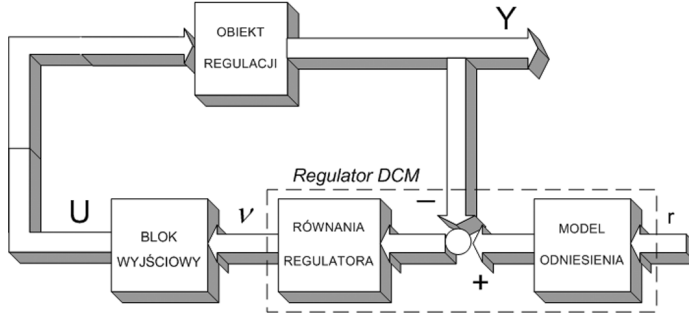
$$\bar{y}(t) = \bar{g}(t, \bar{x}(t)) \quad (5)$$

gdzie:  $\bar{h}(\bar{x}(t), \bar{u}(t), t)$  i  $\bar{g}(t, \bar{x}(t))$  – funkcje różniczkowalne,  $\bar{x}(t)$  –  $n$ -wymiarowy wektor stanu,  $\bar{u}(t)$  –  $p$ -wymiarowy wektor sterowania,  $\bar{y}(t)$  –  $p$ -wymiarowy wektor wyjścia.

Każdy element  $y_i(t)$  można zróżniczkować  $m_i$  razy, aż do pojawienia się w wyrażeniu sygnału sterującego  $u(t)$ . Otrzymuje się następujące równanie:

$$\bar{y}^{(m)}(t) = \bar{f}(t, \bar{x}(t)) + B(t, \bar{x}(t))\bar{u}(t) \quad (6)$$

gdzie:  $\bar{y}^{(m)}(t) = [y_1^{(m_1)}, y_2^{(m_2)}, \dots, y_p^{(m_p)}]^T$  oraz  $|\bar{f}_i(t, \bar{x})| \leq \bar{f}_i^{\max}$ ,  $i = 1, 2, \dots, p$ . Wartość  $m_i$  określa względny rząd układu (4) i (5) w odniesieniu do wyjścia  $y_i(t)$ .



Rys. 3. Schemat blokowy układu sterowania

Istotną właściwością proponowanego podejścia jest to, że układ realizuje sterowanie zgodne z modelem odniesienia. Zakłada się, że model odniesienia dla przejściowego przebiegu  $\bar{y}(t)$  jest dany w postaci układu równań różniczkowych:

$$\left. \begin{aligned} y_{1M}^{(m_1)}(t) &= F_{1M}(\bar{y}_{1M}(t), r_1(t)) \\ y_{iM}^{(m_i)}(t) &= F_{iM}(\bar{y}_{iM}(t), r_i(t)) \\ y_{pM}^{(m_p)}(t) &= F_{pM}(\bar{y}_{pM}(t), r_p(t)) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

gdzie:  $F_{iM}$  – pożądana dynamika sygnału  $y_i(t)$ ,  $\bar{y}_{iM}(t) = [y_{iM}, y_{iM}^{(1)}, \dots, y_{iM}^{(m_i-1)}]^T$ ,  $r_i(t)$  – wartość zadana. W punkcie równowagi zachodzi warunek:  $y_i = r_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, p$ .

Zadanie sterowania polega na tym, aby

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\bar{y}_M(t) - \bar{y}(t)) = 0 \quad (8)$$

Ponadto przejściowe przebiegi  $\bar{y}(t)$  powinny spełniać układ równań (7) oraz być niezależne od zewnętrznych zakłóceń lub możliwych zmian parametrów w równaniach (4) i (5).

Oznacza się

$$\bar{\Delta}^F = \bar{F}_M(\bar{y}(t), \bar{r}(t)) - \bar{y}^{(m)}(t) \quad (9)$$

Równanie (7) definiujące pożądaną dynamikę jest spełnione, gdy:

$$\bar{\Delta}^F(\bar{x}(t), \bar{y}(t), \bar{r}(t), \bar{u}(t), t) = 0 \quad (10)$$

Pierwiastek równania (10) jest rozwiązaniem przedstawionego zagadnienia sterowania. Wyrażenie to jest jednocześnie warunkiem niewrażliwości wyjścia układu na wpływ zewnętrznych zakłóceń i zmian parametrów układu. Rozwiązanie równania (10) jest uzyskiwane bezpośrednio na obiekcie jako stabilny punkt równowagi równania (11). Poszukiwane sterowanie będzie zatem realizowane następującym różniczkowym równaniem:

$$\mu^q \bar{v}^{(q)} + \sum_{i=1}^{q-1} \mu^i d_i \bar{v}^{(i)} = k \bar{\Delta}^F, \quad \bar{v}(0) = \bar{v}_0 \quad (11)$$

gdzie:  $i = 1, 2, \dots, p$ ,  $\bar{v}(t)$  – sygnał wewnętrzny regulatora,  $k$  – wzmacnienie,  $\bar{v}(t) = [\bar{v}^T, \bar{v}^{(1)T}, \dots, \bar{v}^{(q-1)T}]^T$ ,  $\mu, d_{q-1}, \dots, d_1$  – macierze diagonalne.

Istotą metody kontrakcji dynamicznej (DCM) jest separacja czasowa. Zakłada się, że istnieje wystarczająca separacja skal czasowych reprezentowana przez mały parametr  $\mu > 0$ , pomiędzy szybkim i wolnym modem w układzie zamkniętym.

### 3. Projektowanie układu sterowania

Kształtowanie pożądaných właściwości dynamicznych obiektu, poprzez wprowadzenie modelu odniesienia wielkości regulowanych, umożliwia stosowaną w pracy metodę kontrakcji dynamicznej. Zastosowanie sterowania oparte go na tej metodzie ma na celu uzyskanie przebiegów przejściowych pomiędzy stanami ustalonymi o żądanych właściwościach dynamicznych. Ponadto wymagane jest, aby przebiegi były wzajemnie niezależne oraz niezależne od zmian parametrów obiektu regulacji i zakłóceń zewnętrznych.

Podstawowym zagadnieniem w sterowaniu przestrzennym quadrotora jest zapewnienie stabilizacji kątowej we wszystkich trzech płaszczyznach. Zadanie sterowania jest zatem sformułowane jako problem śledzenia kątów Eulera:

$$\left. \begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} [\phi_0(t) - \phi(t)] &= 0 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} [\theta_0(t) - \theta(t)] &= 0 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} [\psi_0(t) - \psi(t)] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

gdzie  $\phi_0(t), \theta_0(t), \psi_0(t)$  są wartościami zadanymi rozważanych zmiennych.

Sygnałami sterującymi są wejścia poszczególnych silników  $u_1, u_2, u_3, u_4$ . W zamkniętym układzie regulacji istnieje następująca zależność:

$$\dim(\bar{y}) \neq \dim(\bar{u}) \quad (13)$$

Z tego względu w układzie sterowania zastosowano dwa zasadnicze bloki: regulator diagonalny 3-kanalowy, w którym zaimplementowano algorytm DCM oraz blok wyjściowy pełniący funkcję układu miksującego sygnały z regulatorów DCM.

### Regulator DCM

Na podstawie równań ruchu quadrotora oraz zależności (6) określono względne rzędy układu w poszczególnych torach regulacji:

$$\begin{bmatrix} \phi^{(2)} \\ \theta^{(2)} \\ \psi^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_\phi \\ f_\theta \\ f_\psi \end{bmatrix} + B \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} \quad (14)$$

Na podstawie zależności (14) można przyjąć, że pożądana dynamika przebiegów wielkości regulowanych jest opisana za pomocą układu wzajemnie niezależnych równań różniczkowych:

$$\left. \begin{aligned} \tau_\phi^2 \phi^{(2)} &= -2\tau_\phi \alpha_\phi \phi^{(1)} - \phi + \phi_0 \\ \tau_\theta^2 \theta^{(2)} &= -2\tau_\theta \alpha_\theta \theta^{(1)} - \theta + \theta_0 \\ \tau_\psi^2 \psi^{(2)} &= -2\tau_\psi \alpha_\psi \psi^{(1)} - \psi + \psi_0 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

gdzie:  $\tau_i$  – okres drgań swobodnych,  $\alpha_i$  – współczynnik tłumienia,  $i = \phi, \theta, \psi$ .

Korzystając ze zdeterminowanej dynamiki modelu odniesienia (15) oraz równania (11), można określić równania regulatora dla poszczególnych kanałów sterowania:

$$\left. \begin{aligned} \mu_\phi^2 v_\phi^{(2)} + 2d_{\phi,1} \mu_\phi v_\phi^{(1)} + d_{\phi,0} v_\phi &= k_\phi \left( -\tau_\phi^2 \phi^{(2)} - 2\alpha_\phi \tau_\phi \phi^{(1)} - \phi + \phi_0 \right) \\ \mu_\theta^2 v_\theta^{(2)} + 2d_{\theta,1} \mu_\theta v_\theta^{(1)} + d_{\theta,0} v_\theta &= k_\theta \left( -\tau_\theta^2 \theta^{(2)} - 2\alpha_\theta \tau_\theta \theta^{(1)} - \theta + \theta_0 \right) \\ \mu_\psi^2 v_\psi^{(2)} + 2d_{\psi,1} \mu_\psi v_\psi^{(1)} + d_{\psi,0} v_\psi &= k_\psi \left( -\tau_\psi^2 \psi^{(2)} - 2\alpha_\psi \tau_\psi \psi^{(1)} - \psi + \psi_0 \right) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Przyjmując  $d_{i,0} = 0$  ( $i = \phi, \theta, \psi$ ), uzyskuje się układ astatyczny. Dostrajanie wartości parametrów regulatorów DCM zrealizowano na zasadzie szybkiego prototypowania sterowników w trybie on-line w czasie rzeczywistym, w symulacji sprzętowej HiL (ang. *Hardware in the Loop*).

### Blok wyjściowy

Głównym zadaniem bloku wyjściowego jest realizacja algorytmu sterowania platformą latającą oraz rozprężanie torów regulacji w stanie ustalonym. W bloku następuje miksowanie sygnałów sterujących z regulatorów DCM:

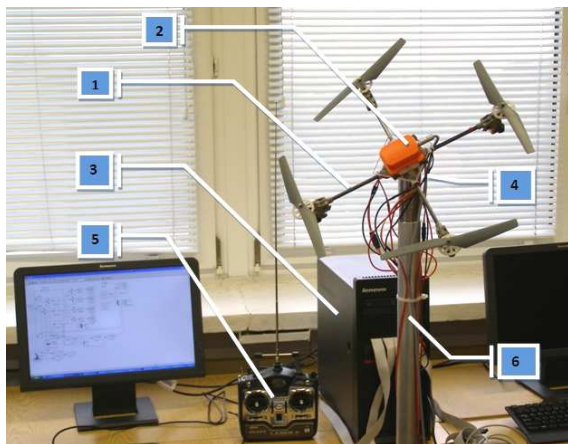
$$\left. \begin{aligned} u_1 &= u_{th} + v_\theta + v_\psi \\ u_2 &= u_{th} + v_\phi - v_\psi \\ u_3 &= u_{th} - v_\theta + v_\psi \\ u_4 &= u_{th} - v_\phi - v_\psi \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

gdzie:  $u_i$  – sygnał sterujący podawany na  $i$ -ty silnik,  $u_{th}$  – sygnał sterujący zadawany jednocześnie na wszystkie silniki,  $v_\phi$  – sygnał sterujący z regulatora kąta przechylenia  $\phi$ ,  $v_\theta$  – sygnał sterujący z regulatora kąta pochylenia  $\theta$ ,  $v_\psi$  – sygnał sterujący z regulatora kąta odchylenia  $\psi$ .

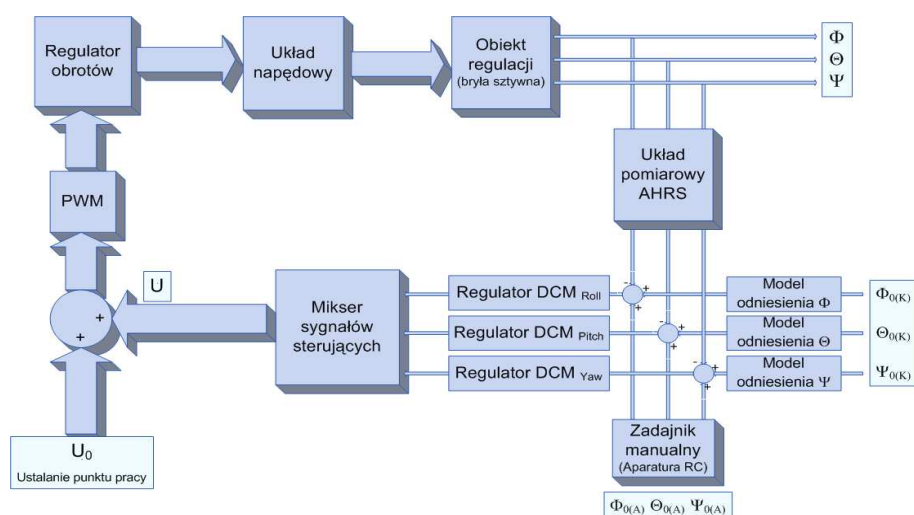
## 4. Realizacja układu sterowania i stanowisko testowe

W celu przeprowadzenia wstępnych eksperymentów zbudowano stanowisko testowe (rys. 4.). Umożliwiło ono dostrojenie parametrów regulatorów bez zagrożenia zniszczenia quadrotora. Stanowisko składa się z: platformy latającej (1), układu pomiarowego orientacji przestrzennej AHRS (ang. *Attitude and Heading Reference System*) (2), komputera PC wraz z kartą I/O (3), układu zasilania (4), nadajnika RC (5), statywu (6). Zastosowane oprogramowanie Matlab/Simulink wraz z Real-Time Workshop i pakietem RT-CON tworzą zintegrowane środowisko typu CADCS (ang. *Computer Aided Design of Control Systems*), które pozwala na łatwą implementację układu sterowania, wychodząc ze schematu blokowego. W rozwiązaniu docelowym planowana jest realizacja

sterownika na systemie mikroprocesorowym opartym na 32-bitowym mikrokontrolerze z rodziny PowerPC MPC555. Strukturę układu sterowania dla podukładu stabilizacji położenia kąowego platformy latającej przedstawiono na rys. 5.



Rys. 4. Stanowisko testowe



Rys. 5. Implementacja układu sterowania

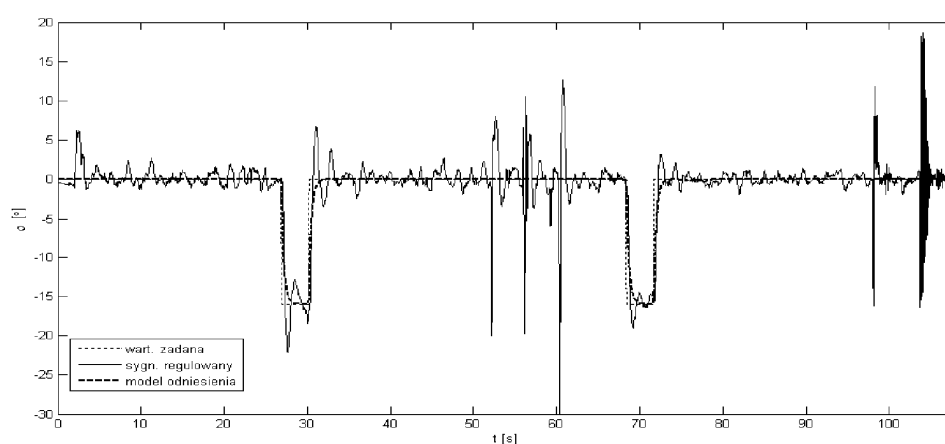
## 5. Wyniki doświadczeń

W pierwszej fazie testy quadrotora przeprowadzono na statywie, podczas których badano wpływ wartości parametrów układu sterowania i zakłóceń ze-

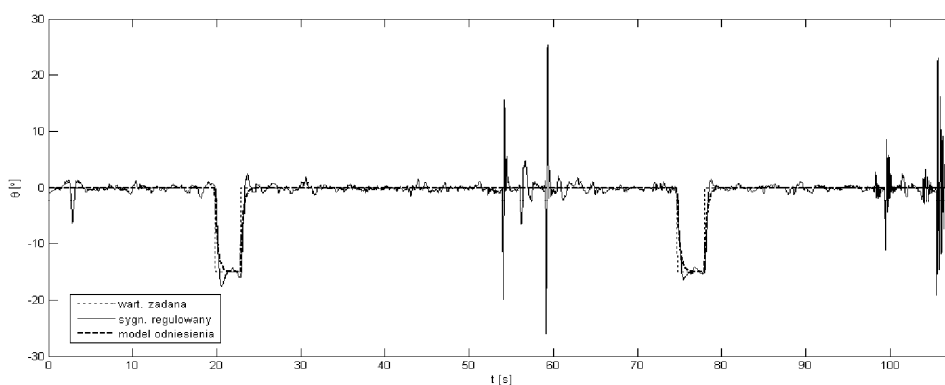


wewnętrznych ( $t \in (50, 65)$  s,  $t \in (95, 105)$  s) oraz obserwację reakcji na zmianę wartości zadanej.

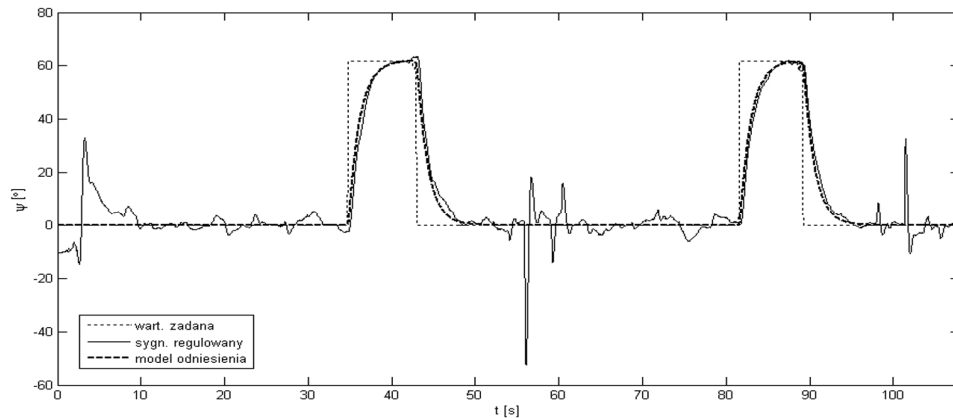
W stabilizacji quadrotora istotną rolę odgrywa dynamika w osiach  $x$  i  $y$ . Dlatego modele odniesienia dla torów sterowania  $\phi$  i  $\theta$  dobrano tak, aby ich dynamika była znacznie szybsza od toru  $\psi$ . Głównym celem testów było sprawdzenie realizowalności w czasie rzeczywistym zaproponowanego algorytmu sterowania oraz ocena właściwości uzyskanych rozwiązań (rys. 6-8.). Po dostrojeniu układu sterowania podczas testów na statywie przeprowadzono pierwsze próby w locie. Eksperymenty przeprowadzono w pomieszczeniu zamkniętym bez konieczności ponownego dostrajania regulatora. Aby wyeliminować przewodowe połączenie PC z quadrotorem, które było źródłem dużych zakłóceń oraz ograniczało zasięg jego działań, przewiduje się przeniesienie zaprojektowanego układu sterowania na platformę latającą.



Rys. 6. Przebieg kąta przechylenia  $\phi$  [deg]



Rys. 7. Przebieg kąta pochylenia  $\theta$  [deg]



Rys. 8. Przebieg kąta odchylenia  $\psi$  [deg]

## 6. Wnioski końcowe

Głównym celem pracy było zastosowanie metody DCM w syntezie podukładu stabilizacji i regulacji położenia kąowego platformy latającej typu quadrotor oraz sprawdzenie realizowalności w czasie rzeczywistym zaproponowanego algorytmu sterowania. Algorytm regulacji DCM został obszernie omówiony przez jego autora V.D. Yurkevicha dla hipotetycznych obiektów nieliniowych i niestacjonarnych [5]. Był on również stosowany do sterowania ruchem przestrzennym modelem samolotu [2], ale w niniejszej pracy po raz pierwszy został zastosowany do sterowania obiektem rzeczywistym. Na podstawie przeprowadzonych testów można stwierdzić, że zaprojektowany układ sterowania wykazuje właściwości „sterowania krzepkiego”, czyli w znacznym stopniu odpornego na zmiany parametrów obiektu regulacji i minimalizującego wpływ zakłóceń zewnętrznych.

*Praca naukowa finansowana ze środków na naukę w latach 2010÷2012 jako projekt rozwojowy Nr OR 00011811.*

## Literatura

- [1] Castillo P., Lozano R., Dzul A.E.: Modelling and control of mini-flying machines, Springer-Verlag, London 2005.
- [2] Czyba R., Błachuta M.: Dynamic contraction method approach to robust longitudinal flight control under aircraft parameters variations, Proc. of the AIAA Guidance, Navigation and Control Conference, USA 2003.
- [3] Tayebi A., McGilvray S.: Attitude stabilization of a VTOL quadrotor aircraft, IEEE Trans. on Control Systems Technology, vol. 14, no 3, 2006, s. 562÷571.

- [4] Valavanis K.P.: Advances in unmanned aerial vehicles, Springer-Verlag, The Netherlands 2007.
- [5] Yurkevich V.D.: Design of nonlinear control systems with the highest derivative in feedback, World Scientific Publishing, 2004.

## **APPLICATION OF DYNAMIC CONTRACTION METHOD FOR UNMANNED AERIAL VEHICLE TYPE QUADROTOR CONTROL**

### **A b s t r a c t**

The problem of attitude stabilization and robust regulation of an indoor unmanned aerial vehicle, known as a quadrotor, is considered. This paper presents the design of continuous-time controller based on Dynamic Contraction Method. The control task is formulated as a tracking problem of Euler angles, where desired output transients are accomplished in spite of incomplete information about varying parameters of the system and external disturbances. The resulting controller is a combination of a low-order linear dynamical system and a subsystem which accomplishes an algorithm of quadrotor control. The experiment results for tracking a reference signal are presented, and confirm the effectiveness of the proposed method and theoretical expectations.

*Złożono w Oficynie Wydawniczej w sierpniu 2011 r.*