

Tadeusz KWATER
Uniwersytet Rzeszowski

ESTYMACJA STANU OBIEKTU OPISANEGO RÓWNANIAMI RÓŻNICZKOWYMI CZĄSTKOWYMI TYPU HIPERBOLICZNEGO Z ZASTOSOWANIEM SZTUCZNYCH SIECI NEURONOWYCH

W artykule przedstawiono zagadnienia związane z matematycznym modelowaniem zanieczyszczeń organicznych w rzece oraz zagadnienie estymacji stanu rzeki. Zaprezentowane modele bazują na zwyczajnych równaniach różniczkowych, które rozszerza się do równań różniczkowych cząstkowych, opisujących zjawisko transportu i dyfuzji. Nie zmniejszając dokładności rozważań i wykorzystując naturalną specyfikę rzeki, uzyskano opis zjawiska transportu w postaci zbioru równań różniczkowych zwyczajnych z dyskretnymi pomiarami. Zagadnienie estymacji dla takiego opisu, przy podejściu filtru Kalmana, sprowadza się do etapu filtracji i predykcji. Rozwiązanie uzyskano, stosując narzędzie wspomagające w postaci sztucznych sieci neuronowych. Rezultaty badań symulacyjnych potwierdzają możliwość stosowania zaproponowanego systemu monitorującego stan rzeki długiej, funkcjonującego w oparciu o sztuczne sieci neuronowe. System taki realizowałby monitoring, a także sterowanie napowietrzaniem rzeki dla zapewnienia jej warunków ekologicznych.

1. Matematyczne modele zanieczyszczonej rzeki

Modele matematyczne zanieczyszczonej rzeki mogą przyjmować różne postacie – zależnie od celu, do którego mają być zastosowane. Stan zanieczyszczonej rzeki może być zilustrowany modelem reaktora chemicznego z ciągłym mieszaniem, do którego ciągle następuje dopływ i wypływ. Budowanie modelu powinno być oparte na fundamentalnych zjawiskach biologicznych, chemicznych i fizycznych, które rządzą opisywanym obiektem. Często przyjmuje się, że dobrymi wskaźnikami ogólnego stanu sanitarnego środowiska wodnego są: stężenie rozpuszczonego tlenu (RT) i biochemiczne zapotrzebowanie na tlen (BZT), które przede wszystkim charakteryzuje zużycie RT w rzekach. Są to podstawowe wskaźniki określające degradację jakości wody. Podstawą uzyskania modelu matematycznego jest założenie, że bilans tlenowy między stężeniami RT-BZT jest rezultatem napowietrzania wody i zużycia RT w procesie utleniania związków i odbywa się zgodnie z równaniem kinetyki reakcji fizyczno-

-chemicznej pierwszego rzędu. Dla stałej objętości zanieczyszczonej wody równania przyjmują następującą postać odpowiednio dla BZT i RT [2, 7]:

$$\frac{d}{dt}x_1 = -k_1x_1, \quad \frac{d}{dt}x_2 = -k_2x_1 + k_3(x_{2N} - x_2) + a \quad (1)$$

gdzie: x_1 [mg/l] – stężenie zanieczyszczeń organicznych wyrażone wielkością biochemicznego zapotrzebowania na tlen (BZT),
 x_2 [mg/l] – stężenie rozpuszczonego tlenu (RT),
 x_{2N} [mg/l] – zawartość tlenu w wodzie przy pełnym nasyceniu w danej temperaturze,
 t [doba] – czas,
 k_1 [doba⁻¹] – współczynnik szybkości reakcji,
 k_2 [doba⁻¹] – współczynnik szybkości zmniejszania się RT spowodowanego obecnością BZT,
 k_3 [doba⁻¹] – współczynnik szybkości pobierania tlenu z atmosfery,
 a [mg/l*doba] – intensywność dostarczania tlenu z procesu fotosyntezy lub pobierania go z wody przez osady dennie.

Współczynniki k_1 , k_2 , k_3 zależą głównie od temperatury, a ich wartości wahają się w granicach od 0.1 do 0.4 dla k_1 , k_2 oraz od 0.2 do 1.0 dla k_3 . Podobną zależność wykazuje x_{2N} i przyjmuje wartości od 14.6 do 9.2 mg/l, odpowiednio w temperaturze 0 i 20°C. W celu łatwiejszej interpretacji wizualnej zanieczyszczeń wody zamiast RT bywa stosowany jego deficyt, określany jako różnica pomiędzy aktualną zawartością tlenu a stanem nasycenia.

Adaptacja procesu zmian BZT-RT dla rzeki winna uwzględniać mechanizmy transportu, tj. adwekcji i dyfuzji. Formalny zapis tych wymagań jest możliwy, gdy zostanie wykorzystane twierdzenie Gaussa-Ostrogradskiego. Zatem ogólnie model matematyczny sprowadza się do następującej postaci [8, 10]:

$$\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} - \text{div}(\mathbf{V}\mathbf{x} - D \text{ grad } \mathbf{x}) + \boldsymbol{\delta} - \mathbf{A}\mathbf{x} = 0 \quad (2)$$

gdzie: \mathbf{x} – reprezentuje wektor stanu (BZT, RT),
 $\boldsymbol{\delta}$ – gęstość źródła wewnętrznego, która określa intensywność wytwarzania lub pochłaniania przenoszonych czynników,
 D – współczynnik dyfuzji w środowisku izotropowym,
 \mathbf{V} – macierz prędkości strumienia,
 \mathbf{A} – macierz współczynników reakcji BZT-RT,
 div – operator dywergencji,
 grad (gradient) – wektorowy operator różniczkowy (innym oznaczeniem gradientu jest operator nabra – ∇).

Równanie (2) opisuje trójwymiarowy przypadek transportu adwekcyjno-dyfuzyjnego w czasie. Proces ten należy rozumieć jako przenoszenie substancji rozpuszczonej w wodzie oraz rozprzestrzenianie się jej (wskaźników BZT i RT) w kierunku zmniejszającej się koncentracji. W praktyce bardzo rzadko dysponuje się znajomością trójwymiarowego pola prędkości, a ponadto w rzekach i zbiornikach głębokości są bardzo małe w porównaniu z pozostałymi wymiarami. Wskutek tego wymieszanie w pionie następuje względnie szybko, co można przyjąć za jego rozkład wyrównany. Przyjmując dodatkowo stały przekrój poprzeczny rzeki w ograniczonych przedziałach długości, otrzymuje się z równania (2) najprostszą formę opisu transportu adwekcyjno-dyfuzyjnego w postaci:

$$\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} - \left(D \frac{\partial^2 \mathbf{x}}{\partial z_1^2} + D \frac{\partial^2 \mathbf{x}}{\partial z_2^2} \right) + \mathbf{V} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial z_1} + \mathbf{A} \mathbf{x} + \boldsymbol{\delta} = 0 \quad (3)$$

gdzie: z_1, z_2 – współrzędne długości i szerokości.

Równanie (3) należy do równań typu parabolicznego i często jest stosowane do badania schematów numerycznych używanych do rozwiązywania równań migracji zanieczyszczeń, uzupełnione o warunki początkowo-brzegowe typu Dirichleta lub Neumanna.

Dla pewnych wartości prędkości \mathbf{V} wpływ efektu dyfuzji staje się niewielki, równanie (3) staje się równaniem typu hiperbolicznego. Ponadto, zakładając umowny podział rzeki na odcinki, otrzymuje się dla i -tego odcinka równania modelu matematycznego zanieczyszczonej rzeki w postaci [6]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{x}_i(z, t) + \mathbf{V}_i(z) \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{x}_i(z, t) = \mathbf{A}_i(z) \mathbf{x}_i(z, t) + \mathbf{w}_{ri}(z, t) \quad (4a)$$

z warunkami granicznymi:

$$\text{W.B.: } \mathbf{x}_i(0, t) = \mathbf{M}_i \mathbf{x}_{i-1}(1, t) + \mathbf{w}_{bi}(t) + \mathbf{R}_{bi} u_{bi}(t)$$

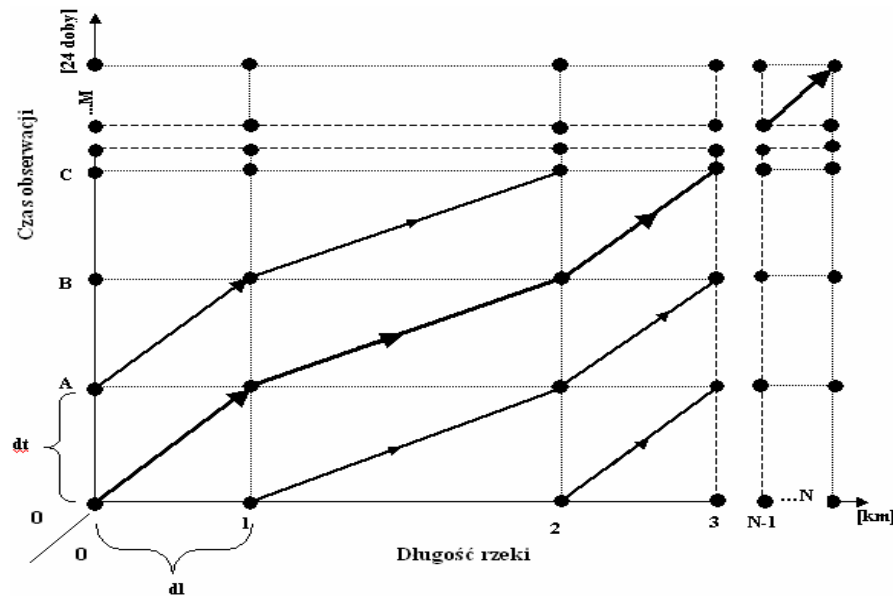
$$\text{W.P.: } \mathbf{x}_i(z, t_0) = \mathbf{x}_{i0}(z), \quad i = 1, \dots, N \quad (4b)$$

Powiązanie między odcinkami rzeki (4a) występuje w warunku brzegowym (4b), gdzie na stan \mathbf{x}_i wpływa tylko stan z końca poprzedniego odcinka. Zależności (4a, b) dla $i = 1, \dots, N$ stanowią zbiorczy model całej rzeki. W warunku brzegowym występuje także sterowanie u_b , które oddziałuje tylko na współrzędną wektora stanu x_2 i jest zlokalizowane tylko na początku odcinka.

Podejście „wzdłuż charakterystyk”, pomiary

Rozważmy podejście, w którym proces reakcji BZT-RT będzie obserwowany np. z swobodnie przemieszczającej się łodzi. Obserwacja dotyczy tylko

objętości wody wokół łodzi. W domenie przestrzenno-czasowej sprowadza się to do rozważań wzdłuż linii wyznaczonych prędkości przepływu. W przypadku stałej prędkości będą to proste nachylone do osi długości pod stałym kątem (rys. 1.). Tak określone linie, zwane charakterystykami, pokrywają całą domenę rozwiązań, wzdłuż których równania różniczkowe cząstkowe stają się zwyczajnymi równaniami różniczkowymi, a interpretacja powoduje, że opis poszczególnych odcinków rzeki sprowadza się do rozważań dużej liczby charakterystyk [6, 8].



Rys. 1. Charakterystyki w obszarze przestrzenno-czasowym

W i -tym odcinku charakterystyki zdefiniowane są zależnościami:

$$\frac{d}{dt} z_i(t) = v_i(z_i(t)) \quad (5)$$

Początek charakterystyki będzie wyznaczony na osi długości lub osi czasu, co będzie zależało od przyjętego obszaru rozważań, tj. długości rzeki i czasu obserwacji.

Realizacja pomiarów

Pomiaru stanu zanieczyszczeń rzeki dokonuje się w stacjach pomiarowych zlokalizowanych wzdłuż jej długości. Przyjmijmy, że w stacjach dokonuje się ciągłych pomiarów, ale liczba stacji jest ograniczona. Ponadto wiadomo z praktyki, że pomiar BZT wymaga długiej obsługi laboratoryjnej, od 5 do 20 dni, co

powoduje obarczenie go dużym opóźnieniem czasowym. Stąd do celów sterowania staje się bezużyteczny. Dlatego korzysta się tylko z pomiarów RT, które przeprowadza się natychmiastowo. Otrzymane w stacjach pomiary są ciągłe w czasie, natomiast dla interpretacji charakterystyk stają się dyskretne. Określa to moment napotkania charakterystyki i stacji pomiarowej. Postać równania pomiarowego jest następująca [1, 6]:

$$\mathbf{y}(t_k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t_k) + \mathbf{v}_p(t_k) \quad (6)$$

gdzie macierz $\mathbf{C} = [0 \ 1]$, wektor stanu $\mathbf{x}(t_k) = \text{col}[x_1(t_k), x_2(t_k)]$ i zakłócenie pomiarowe $\mathbf{v}_p(t_k)$ są określone w dyskretnym momencie t_k .

Zatem dysponujemy pomiarami „na charakterystykach” i stanem zanieczyszczonej rzeki, opisanymi równaniami cząstkowymi typu transportowego (4), który da się opisać równaniami różniczkowymi zwyczajnymi, przyjmującymi postać:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \mathbf{x}(z_i(t), t) &= \mathbf{A}(z_i(t)) \mathbf{x}(z_i(t), t) + \mathbf{D}\mathbf{w}_r(z_i(t), t) \\ \text{W.P.: } \mathbf{x}(z_i(t_0), t_0) &= \mathbf{x}_0(z_{i0}) \quad i = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (7)$$

gdzie: \mathbf{D} – macierz,

\mathbf{w}_r – sygnał szumu zakłócającego.

Przy takim podejściu warunki brzegowe w (4b) znikają, gdyż charakterystyka $z_i(t)$ może objąć cały obiekt – rzekę. W punktach granicznych mogą wystąpić nagłe zmiany wektora stanu \mathbf{x} . Zakłócenia obiektowe \mathbf{w}_r są niezależnym nieskorelowanym sygnałem o rozkładzie gaussowskim i o zerowych wartościach średnich. Dla tak określonego obiektu, opisanego równaniami (7) oraz pomiarami (6), sformułujemy problem estymacji.

2. Estymacja stanu zanieczyszczeń rzeki

Zagadnienie estymacji dla układu opisanego równaniami (7) i (6) polega na znalezieniu estymaty $\hat{\mathbf{x}}(t)$ aktualnego stanu, dla którego spełniony jest warunek minimalizujący odległość między wektorem $\mathbf{x}(t)$ a jego estymatą $\hat{\mathbf{x}}(t)$. Rozwiązanie tak postawionego problemu sprowadza się do dwóch faz, tj. filtracji i predykcji. Przez filtrację rozumiane są operacje generowania estymat w chwili t_k na podstawie wyników pomiarów wykonanych w tym momencie i poprzednio. Natomiast w predykcji chodzi o uzyskanie estymaty na przyszłość do chwili pomiaru. Równania predykcji i filtracji otrzymuje się wprost z równania filtru Kalmana oraz równań pomiaru, uwzględniając ich nieciągłość poprzez przyjęcie $\mathbf{V}_p \cdot (t \neq t_k) = \infty$ [9]. (\mathbf{V}_p jest macierzą kowariancji zakłócenia pomiarowego z równania (6)). Brak pomiaru można bowiem utożsamiać z przypadkiem po-

miaru zakłóconego szumem o nieskończonej kowariancji. W fazach filtracji i predykcji słuszne są następujące zależności [1, 6]:

1. Filtracja – obowiązuje dla momentów dokonywania pomiarów t_k

$$\hat{\mathbf{x}}(t_k/t_k) = \hat{\mathbf{x}}(t_k/t_{k-1}) + \mathbf{K}_F(t_k)[\mathbf{y}(t_k) - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(t_k/t_{k-1})] \quad (8a)$$

$$\hat{\mathbf{x}}(t_0/t_{-1}) = \bar{\mathbf{x}}_0$$

$$\mathbf{P}(t_k/t_k) = \mathbf{P}(t_k/t_{k-1}) - \mathbf{K}_F(t_k)\mathbf{C}\mathbf{P}(t_k/t_{k-1}), \quad \mathbf{P}(t_0/t_{-1}) = \mathbf{P}_0 \quad (8b)$$

$$\mathbf{K}_F(t_k) = \mathbf{P}(t_k/t_{k-1}) - \mathbf{C}^T[\mathbf{C}\mathbf{P}(t_k/t_{k-1})\mathbf{C}^T + \mathbf{V}_p(t_k)]^{-1} \quad (8c)$$

gdzie: $\hat{\mathbf{x}}(t_k/t_k)$ – estymata w chwili t_k otrzymana na podstawie pomiarów $\mathbf{y}(t_0), \dots, \mathbf{y}(t_k)$,

$\mathbf{P}(t_k/t_k)$ – kowariancja błędu estymacji,

$\mathbf{K}_F(t_k)$ – współczynnik wzmocnienia filtru.

2. Predykcja – obowiązuje dla $t_k + 1 > t > t_k$

$$\frac{d}{dt}\hat{\mathbf{x}}(t/t_k) = \mathbf{A}(t_k)\hat{\mathbf{x}}(t/t_k), \quad \hat{\mathbf{x}}(t_k/t_k) \quad (9a)$$

$$\frac{d}{dt}\mathbf{P}(t/t_k) = \mathbf{P}(t/t_k)\mathbf{A}(t_k)^T + \mathbf{A}(t_k)\mathbf{P}(t/t_k) + \mathbf{W}_r, \quad \mathbf{P}(t_k/t_k) \quad (9b)$$

gdzie: $\hat{\mathbf{x}}(t_k/t_k)$, $\mathbf{P}(t/t_k)$ – odpowiednio estymata i kowariancja błędu estymacji prognozowana dla $t > t_k$,

\mathbf{W}_r – kowariancja zakłóceń \mathbf{w}_r .

Osobliwością estymat wyznaczonych z równań (8) i (9) jest nieciągłość w chwilach otrzymywania pomiarów. Spowodowane jest to dostarczaniem najnowszych informacji o obiekcie w postaci pomiarów $\mathbf{y}(t_k)$. Wartość estymaty $\hat{\mathbf{x}}(t_k/t_k)$ jest „poprawiana” nowym pomiarem ze wzmocnieniem $\mathbf{K}_F(t_k)$ w stosunku do wartości estymaty otrzymanej z poprzednich obliczeń. Wielkość tej „poprawki” oczywiście zależy od różnicy między aktualnym pomiarem a dotychczas określoną wartością estymaty (sprzed momentu pomiaru). Należy podkreślić, że niekiedy może wystąpić sytuacja, gdzie dla dużej różnicy między pomiarem a estymatą „poprawka” będzie niewielka. Wynika to ostatecznie z małej wartości współczynnika wzmocnienia filtru $\mathbf{K}_F(t_k)$. Łatwo zauważyć (zob. zależność (8c)), że jego wartość zdecydowanie zależy od jakości pomiarów. Dla słabych pomiarów, tzn. obarczonych dużym błędem pomiarowym,

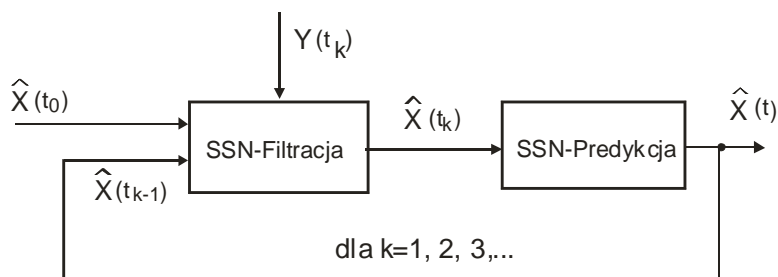
wartość kowariancji błędu pomiarowego $V_p(t_k)$ (wzór (8b)) przyjmuje duże wartości, a więc wzmocnienie filtru $K_F(t_k)$ jest małe. Jest to uzasadnione tym, że pomiary o intensywnych zakłóceniach należy traktować z pewną ostrożnością. Natomiast sygnały pomiarów realizowane za pomocą dokładnych przyrządów zawierają wiarygodne informacje o obiekcie, dlatego należy uważać, że zawarta w nich informacja jest istotna. Stanowi to „przełożenie” wartości kowariancji błędu pomiarów $V_p \cdot (t_k)$, stąd jej wartości są małe, a wzmocnienie filtru $K_F(t_k)$ duże.

W czasie gdy nie ma informacji o obiekcie, tzn. między momentami pomiarowymi, estymata $\hat{x}(t/t_k)$ spełnia równanie (9a) z warunkiem początkowym określonym przez moment pomiaru, czyli wyznaczonym w procesie filtracji. W tym okresie kowariancja błędu estymacji ma najczęściej tendencję do wzrostu, co wynika z różnicy między wektorem stanu a jego estymatą, spowodowanej zakłóceniami. W chwili dokonania pomiaru wprowadza się poprawkę uaktualniającą estymatę stanu. Powoduje to nieciągłość estymat. Istotnym problemem związanym z takim sposobem estymacji jest dokładność otrzymywanych estymat. Czynnikiem wpływającym m.in. na błędy estymacji są zmiany prędkości przepływu wody w rzece (pochylenie charakterystyk na rys. 1.). Prowadzić to może do sytuacji, że otrzyma się estymaty stanu innej charakterystyki. Poza tym jakość estymat zależy, podobnie jak w standardowym filtrze Kalmana, od długości okresu próbkowania.

Sztuczne sieci neuronowe w procesie estymacji

Proces estymacji filtrem Kalmana wymaga znajomości cech charakterystycznych stochastycznych procesów wymuszeń, jakimi są zakłócenia oddziałujące na system i pomiary. Znajomość tego jest związana zwykle z dużymi nakładami pracy i nie zawsze prowadzi do zadowalających wyników. Dlatego alternatywnym rozwiązaniem wydają się być sztuczne sieci neuronowe, które mogłyby zdecydowanie wspomóc realizację procesu filtracji. Do badań symulacyjnych przyjęto sztuczne sieci neuronowe jednokierunkowe (Feedforward) oraz odmiany uczenia oparte na algorytmie uczenia wstecznej propagacji (Backpropagation). Ze względu na złożoność zagadnień wynikających z zestawienia pomiarów dyskretnych i ciągłego obiektu trudno jest znaleźć jedną taką strukturę sieci neuronowej, generującą estymaty o zadowalającej jakości. Dlatego zagadnienie estymacji podzielono na filtrację i predykcję, projektując oddzielne sieci neuronowe [3, 11]. Oczywiście sieci te wzajemnie współpracują zgodnie z algorytmem estymacji wykorzystującej procesy filtracji i predykcji (rys. 2.).

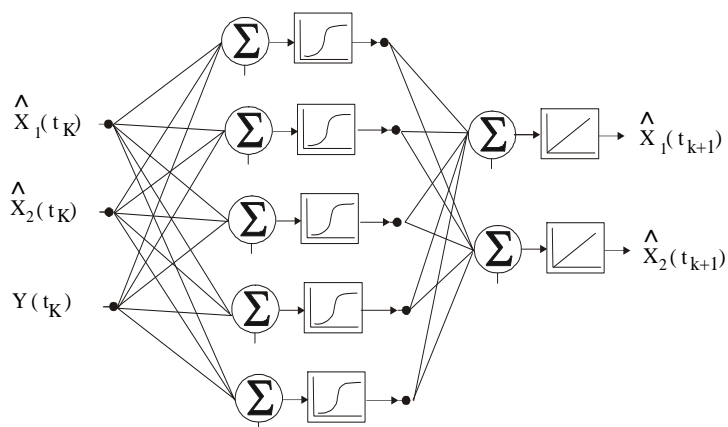
W algorytmie estymacji proces predykcji występuje na przemian z procesem filtracji i generuje estymaty ciągłe w czasie, startując z wartości początkowych otrzymanych z filtracji.



Rys. 2. Schemat połączeń sieci neuronowych realizujących estymację

Sztuczne sieci neuronowe w procesie filtracji i predykcji

Przyjęto, że struktura sieci neuronowej dla procesu filtracji wynika z natury funkcjonowania tego procesu. Na wyjściu otrzymuje się w tym przypadku estymatę stanu dla BZT i RT w dyskretnych chwilach pomiarowych. Sygnałami wejściowymi są wartości estymat stanu wyznaczone przed momentami pomiarów oraz sygnał pomiarowy. Zatem liczba receptorów w warstwie wejściowej sieci neuronowej wynosi 3 (dwie współrzędne stanu i pomiar), a warstwa wyjściowa zawiera 2 neurony generujące estymaty dla chwil pomiarowych. Liczba neuronów w warstwie ukrytej jest wynikiem badań eksperymentalnych i wymaga pewnego doświadczenia (rys. 3.). Funkcja przejścia dla neuronów w warstwie ukrytej jest sigmoidalna, w warstwie wyjściowej zaś jest liniowa dla zapewnienia nieograniczenia wartości sygnałów wyjściowych otrzymanych z sieci. Należy podkreślić, że taka architektura sieci odpowiada jednej charakterystyce, jednej realizacji procesu filtracji. Jednak w celu otrzymania estymat stanu dla wielu charakterystyk należy na wejście sieci podać aktualny pomiar i odpowiadające wartości estymat związane z daną charakterystyką.



Rys. 3. Sieć neuronowa generująca estymaty w procesie filtracji

Jakość estymat otrzymanych w procesie filtracji czy predykcji istotnie zależy od procesu uczenia sieci. Istotny wpływ mają także wartości sygnałów uczących oraz czas trwania procesu uczenia. Oczywiście jest, że niedokładnie nauczona sieć (duży błąd uczenia sieci – SSE) zdolna jest generować estymaty obciążone względnie dużymi błędami.

Proces predykcji w systemie monitorowania rzeki musi ściśle współpracować z filtracją i dostarczać informacji o stanie rzeki pomiędzy pomiarami. Rezultat końcowy filtracji stanowi warunek początkowy dla predykcji. Przyjęto następującą architekturę sieci: w warstwie wyjściowej jest dwa, a w ukrytej trzy neurony.

3. Badania symulacyjne

Do badań symulacyjnych przyjęto hipotetyczną rzekę o następujących parametrach:

- długość 720 km,
- średnia prędkość przepływu $v = 24$ km/dobę,
- trzy duże boczne dopływy, przy czym pierwszy jest zlokalizowany na początku, a pozostałe w odległościach 400 i 530 km, oraz wiele bardzo małych dopływów z zanieczyszczeniami biochemicznymi, rozmieszczonych wzdłuż jej długości,
- współczynniki szybkości reakcji BZT i RT: $k_1 = 0.2$ mg/s*1, $k_2 = 0.185$ mg/s*1, $k_3 = 0.71$ mg/s*1.

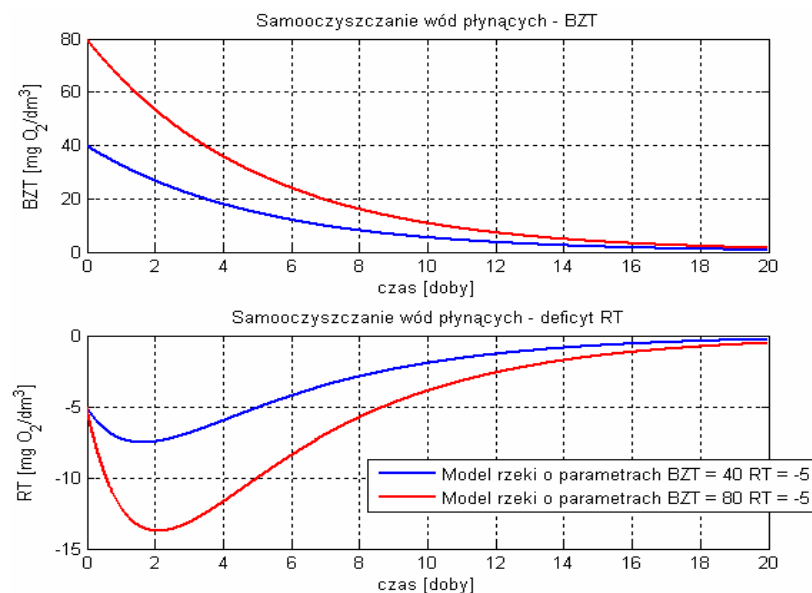
Dla takiej rzeki rozważana partia wody pokonywała jej odległość od początku do końca w ciągu jednego miesiąca. Podobnymi parametrami charakteryzują się rzeki w Polsce, np. Wisła lub Odra.

W badaniach rozważano stan zanieczyszczeń rzeki jednego i wielu odcinków dla różnych warunków początkowych oraz gdy do rzeki dopływają zanieczyszczenia traktowane w modelu jako zakłócenia losowe.

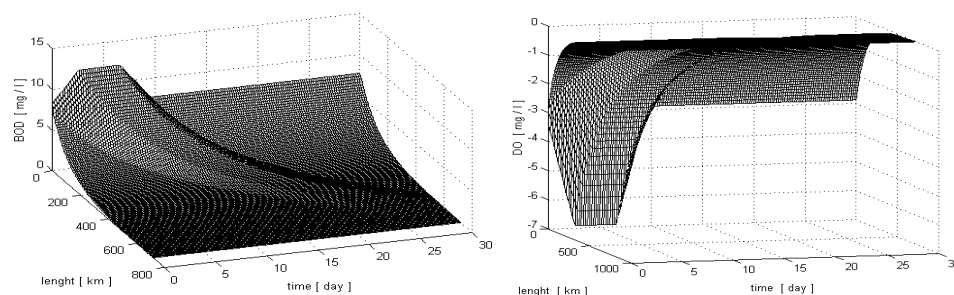
Symulacje modelu

Symulacje wykonano, bazując na podejściu „wzdłuż charakterystyk”. Równania opisujące stan rzeki dane są wzorem (7). Rozwiązania ich dokonano metodą Rungego-Kutty 4-go rzędu [4, 5]. Uzyskano następujące rezultaty prezentowane na zamieszczonych rysunkach. Jak łatwo zauważyć, rozważana rzeka ma zdolność do samooczyszczania, tzn. zanieczyszczenia w postaci BZT i deficytu RT zmniejszają się w miarę upływu czasu. Interesująca sytuacja wystąpi, gdy obserwuje się rzekę, do której dopływają zanieczyszczenia BZT osiągające wartości stężenia kilkudziesięciu mg/l, natomiast w rzece występuje zerowy deficyt tlenowy (wartość RT jest równa zero). Te sytuacje przedstawiają przebiegi BZT i RT na rys. 4. Okazuje się, że dopiero po kilku dniach wystąpi w wodzie największy deficyt tlenowy. Oznacza to, że w rzece pojawiają się najniebezpieczniejsze warunki ekologiczne dopiero po kilkudziesięciu kilometrach od dopływu

zanieczyszczeń. Przypadek, gdy na wejściu rzeki wskaźniki BZT i RT nie są stałe, przedstawia rys. 5.



Rys. 4. Rozkład BZT i RT dla różnych warunków początkowych



Rys. 5. Rozkład BZT i RT dla zmiennych warunków początkowych

Tutaj stężenie zanieczyszczeń wzrasta od pewnej wartości, następnie utrzymuje swą wartość, a potem maleje. Może to przedstawiać chwilową awarię w oczyszczalni ścieków, ewentualnie efekt wystąpienia lokalnych opadów deszczu. W rozważanym obszarze (czas obserwacji i długości rzeki) „grzbiet” BZT i RT zmniejsza się “na przekątnej”, zgodnie z przebiegiem charakterystyk.

Symulacja filtracji i predykcji Sztucznymi Sieciami Neuronowymi

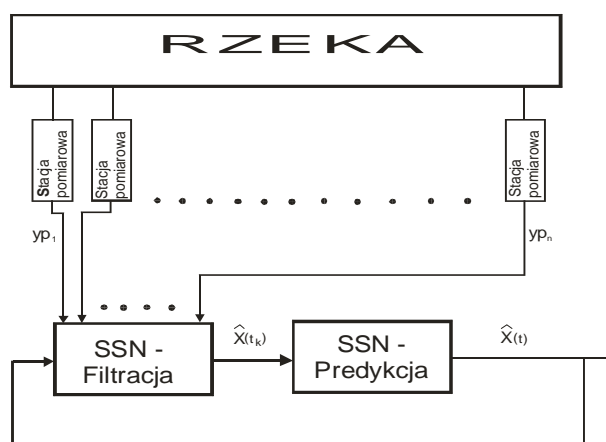
W wyniku eksperymentalnego doboru neuronów w warstwie ukrytej uzyskano poprawnie przybliżony stan rzeki dla pięciu neuronów. Na jakość estyma-

cji stanu zanieczyszczeń rzeki istotny wpływ ma architektura sztucznej sieci neuronowej, a także długość okresu próbkowania, tzn. czas pomiędzy kolejnymi pomiarami dla jednej charakterystyki. Dla rzeki jest to odległość pomiędzy kolejnymi stacjami pomiarowymi rozmieszczonymi wzdłuż rozważanego odcinka rzeki. W naszym rozważanym przypadku czas ten wynosi 1 lub 2 doby, co odpowiada odległości na rzece 24 i 48 kilometrów. Wydłużenie czasu pomiędzy pomiarami powoduje pogorszenie jakości estymacji.

Zadanie realizowane w etapie predykcji polegało na uzyskaniu estymat ciągłych w czasie wskaźników BZT i RT między kolejnymi chwilami pomiarowymi, z warunkami początkowymi otrzymanymi z etapu filtracji.

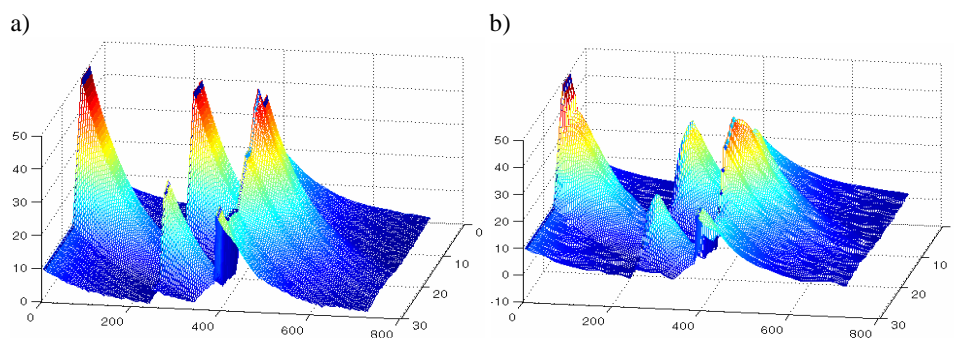
Symulacja układu monitorującego zanieczyszczenie rzeki

W celu zaprojektowania układu monitorującego zaproponowano rozważanie równań różniczkowych zwyczajnych wraz z ich koordynacją, tzn. należy dla danej charakterystyki „przyporządkować” odpowiadające jej pomiary (rys. 6.). Takie podejście stwarza możliwość uzyskania przestrzenno-czasowego obrazu zanieczyszczeń rzeki. Układ monitorujący na podstawie pomiarów oraz wartości wygenerowanych przez sieci neuronowe w procesie estymacji jest w stanie określić aktualne wartości wskaźników zanieczyszczeń rzeki w dowolnym punkcie obszaru rozważań, a nawet przewidzieć ich zmiany z przyjętym wyprzedzeniem czasowym. Poprawność działania zaproponowanego systemu była testowana z wykorzystaniem rozwiązań otrzymanych z modelu matematycznego. Eksperymenty przeprowadzono dla wielu przypadków pojawiania się zanieczyszczeń w rzece. Badano, czy układ monitorujący jest w stanie wygenerować poprawny obraz zmian zanieczyszczeń rzeki.



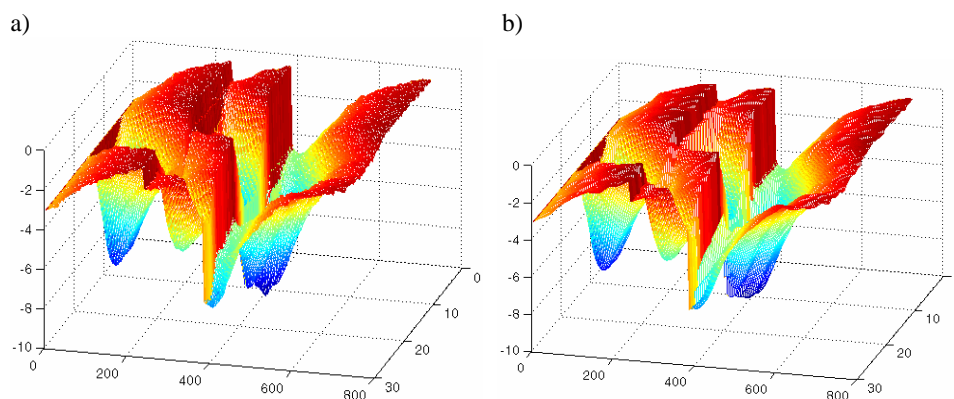
Rys. 6. Układ monitorujący poziom zanieczyszczeń w rzece

Na rysunkach 7a i 8a przedstawiono zamodelowaną “wędrówkę” zanieczyszczeń z trzech dopływów. Jeżeli odległość pomiędzy dopływami jest względnie mała, to powoduje nakładanie się (sumowanie) zanieczyszczeń. W przedstawionej sytuacji widać wyraźnie, że występuje stały dopływ zanieczyszczeń na początku rzeki oraz w okolicach 250. i 400. kilometra długości rzeki. Ponadto, w tych obszarach w czasie około 10. doby pojawiają się kolejne większe dopływy zanieczyszczeń. W miarę upływu czasu, dzięki zdolności rzeki do samooczyszczania, wartość tych zanieczyszczeń ciągle maleje.



Rys. 7. Obraz wskaźnika BZT w rzece uzyskany: a) z modelu, b) z układu monitorującego

Porównując rysunki 7a i 8a z rysunkami 7b i 8b, jednoznacznie można stwierdzić, że układ monitoringu poprawnie estymuje zamodelowany stan zanieczyszczeń w rzece. Oczywiście jest, że pojawienie się dużego zanieczyszczenia (BZT) powoduje wzrost deficytu tlenu (RT). Maksymalny poziom tego deficytu występuje z kilkudniowym (2, 3 dni) opóźnieniem w stosunku do pojawienia się zanieczyszczenia BZT. Szczególnie przydatny jest obraz rozkładu deficytu RT, gdyż bezpośrednio na jego podstawie można określić stan zagrożenia dla życia biologicznego w rzece, zarówno w określonym miejscu, jak i czasie.



Rys. 8. Obraz wskaźnika RT w rzece uzyskany: a) z modelu, b) z układu monitorującego

Na bazie obrazów przestrzenno-czasowych istnieje możliwość wykonania analizy rozkładu wskaźników zanieczyszczeń w rzece wzdłuż długości dla dowolnej chwili czasowej lub dla określonej współrzędnej długości w dowolnym czasie. Takie rozkłady można uzyskać, dokonując „przekrojów poprzecznych” wzdłuż osi czasu albo długości. Pozwala to dokładnie określić zanieczyszczenia graniczne lub krytyczne pod względem ekologicznym.

Literatura

1. Anderson B.D.O., Moore J.B., *Filtracja optymalna*, PWN, Warszawa 1984.
2. *Annual Book of ASTM Standard*. Section 11. Water and Environmental Technology 1995, Vol. 11.01, Water (I), Vol. 11.02, Water (II), ASTM, Philadelphia, USA.
3. Bishop C.M., *Neural Networks for Pattern Recognition*, Oxford University Press, 1999.
4. Dahlquist G., Björck A., *Metody numeryczne*, PWN, Warszawa 1993.
5. Hairer E., Norsett S.P., Wanner G., *Solving Ordinary Differential Equations: Nonstiff problems*, Springer, 2 ed., 2000.
6. Кватер Т., *Нейромережні інформаційні технології контролю та діагностики динамічних об'єктів у умовах невизначеності*, Львів 2005.
7. Kwiatkowski T., Pękala R., Krutys P., *Modelowanie numeryczne zjawisk w przepływach zanieczyszczonych z uwzględnieniem dyfuzji*, „Modelowanie i Symulacja” MiS-5, Kościelisko 2008.
8. Szymkiewicz R., *Modelowanie matematyczne przepływów w rzekach i kanałach*, PWN, Warszawa 2000.
9. Welch G., Bishop G., *An Introduction to the Kalman Filter*, Department of Computer Science, University of North Carolina At Chapel Hill, 2006.
10. Zarzycki R., *Wymiana ciepła i ruch masy w inżynierii środowiska*, WNT, Warszawa 2005.
11. Żurada J., Barski M., Jędruch W., *Sztuczne sieci neuronowe*, PWN, Warszawa 1996.

ESTIMATION OF THE STATE OBJECTS DESCRIBED PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS OF HYPERBOLIC TYPE WITH THE USE OF ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS

Summary

In the article the mathematical modeling of organic pollutants in the river and the problem of state estimating of rivers quality was considered. The presented models are based on ordinary differential equations, which extends to partial differential equations with the phenomenon of transport and diffusion. The considered cases concerned on of transport phenomena using the natural characteristics of the river without loss of the accuracy description. The mathematical model was obtained as a set of ordinary differential equations with discrete measurements. The problem of estimation for such a description, using the approach Kalman filter lead to the two stages ie. filtering and prediction. The solution was obtained using a support tool in the form of

artificial neural networks. The results of simulation confirm the possibility of applying the proposed system to monitoring the quality states of a long river, realized due to using the artificial neural networks. Such a system would further the monitoring and controlling of aeration of the river to ensure its ecological conditions.

Złożono w redakcji w lipcu 2011 r.

Autor:

*Dr hab. inż. Tadeusz Kwater, prof. UR, Uniwersytet Rzeszowski, 35-959 Rzeszów,
e-mail: tkwater@univ.rzeszow.pl*