

ZESZYTY NAUKOWE
POLITECHNIKI RZESZOWSKIEJ

FOLIA SCIENTIARUM
UNIVERSITATIS TECHNICAЕ RESOVIENSIS

NR 276

BUDOWNICTWO I INŻYNIERIA ŚRODOWISKA

Kwartalnik

zeszyt **58**

nr 3/2011/II



WYDZIAŁ
**BUDOWNICTWA
I INŻYNIERII ŚRODOWISKA**
POLITECHNIKI RZESZOWSKIEJ

Wydano za zgodą Rektora

Redaktor naczelny
Wydawnictw Politechniki Rzeszowskiej
prof. dr hab. inż. Feliks STACHOWICZ

Komitet Redakcyjny

Władysław FILAR
Roman PETRUS
Grzegorz PROKOPSKI
Jarosław SĘP
Jan STANKIEWICZ
Zbigniew ŚWIDER

Redaktor serii

Grzegorz PROKOPSKI

Redaktor naukowy

Aleksander KOZŁOWSKI

Opiniodawcy

Andrzej AJDUKIEWICZ, Andrzej M. BRANDT, Marian GIŻEJOWSKI,
Józef GŁOMB, Zbigniew JANOWSKI, Stanisław KAJFASZ, Oleg KAPLIŃSKI,
Tadeusz KASPROWICZ, Piotr KLEMM, Michał KNAUFF, Piotr KONDERLA,
Aleksander KOZŁOWSKI, Jan KUBIK, Andrzej ŁAPKO, Cezary MADRYAS,
Jan MAŁOLEPSZY, Zygmunt MEYER, Wojciech RADOMSKI, Zbigniew SIKORA,
Jacek ŚLIWIŃSKI, Zenon WASZCZYSZYN, Krzysztof WILDE,
Szczepan WOLIŃSKI, Witold WOŁOWICKI, Leonard ZIEMIAŃSKI, Jerzy ZIÓŁKO

Redaktorzy zeszytu

Zdzisław PISAREK
Grzegorz RYBICKI

p-ISSN 0209-2646

Wersja drukowana kwartalnika jest wersją pierwotną

Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej
ul. W. Pola 2, 35-959 Rzeszów

Nakład 500 + 50 egz. Ark. wyd. 36,63. Ark. druk. 26,75. Papier offset. kl. III 70g B1.
Oddano do druku w lipcu 2011 r. Wydrukowano w lipcu 2011 r.
Drukarnia Oficyny Wydawniczej, ul. W. Pola 2, 35-959 Rzeszów
Zam. nr 60/11

SPIS TREŚCI

GEOTECHNIKA

Adam BALAWEJDER, Wojciech KOZŁOWSKI, Andrzej SUROWIECKI: Stateczność nasypu wzmocnionego ścianą gabionową w warunkach napływu wody powodziowej.....	9
Jerzy BAUER, Janusz KOZUBAL, Wojciech PUŁA, Marek WYJADŁOWSKI: Probabilistyczna ocena przemieszczeń głowicy pala poddanego obciążeniom poziomym	17
Mirosław BUKOWSKI, Grzegorz BARTNIK: Geotechniczna ocena gruntów poddanych spełzywaniu na przykładzie skarpy wiślanej	25
Wojciech GOSK: Analiza procesów deformacyjno – naprężeniowych w bryle gruntowej badanej płytą dynamiczną ZFG 01	31
Anna JUZWA, Joanna BZÓWKA: Zastosowanie kolumn fundamentowych w budownictwie drogowym.....	39
Maciej KUMOR, Szymon TOPOLIŃSKI: Badanie wybranych geotechnicznych zależności materiałowych kompozytu cement - torf.....	47
Marzena LENDO – SIWICKA, Anna ŁADA, Kazimierz GARBULEWSKI: Projektowanie budowli według Eurokodu 7 z uwzględnieniem warunków hydraulicznych.....	55
Jerzy SEKOWSKI, Krzysztof STERNIK: Analiza stateczności skarpy tymczasowego wykopu w sąsiedztwie istniejącej zabudowy.....	63
Dariusz SOBALA, Wojciech TOMAKA: Nośność żelbetowych pali prefabrykowanych na podstawie badań w warunkach gruntowych Podkarpacia	71
Małgorzata SUPERCZYŃSKA, Rafał KUSZYK, Monika MITEW - CZAJEWSKA: Ocena parametrów mechanicznych ilów płoceńskich na potrzeby budowy tuneli II linii metra w Warszawie	79
Andrzej SUROWIECKI, Wojciech KOZŁOWSKI: Badania cech wytrzymałościowych fizycznego modelu gabionu.....	87
Krzysztof WILK: Badania odkształcalności gruntów madowych.....	93
Anna WYSOWSKA, Marcin HERING: Wyznaczenie zawartości wolnych przestrzeni za pomocą metody georadarowej.....	101

KONSTRUKCJE BETONOWE

Lidia BUDA - OŻÓG, Przemysław WOJTOWICZ: Ocena stopnia uszkodzenia obciążonych belek żelbetowych na podstawie charakterystyk dynamicznych.....	111
Barbara GOSZCZYŃSKA, Grzegorz ŚWIT, Wiesław TRAMPCZYŃSKI, Aleksandra KRAMPIKOWSKA, Justyna BRYŁA, Paweł TWORZEWSKI: Weryfikacja doświadczalna identyfikacji i lokalizacji zarysowania betonu przy zastosowaniu metody emisji akustycznej.....	119
Krzysztof GROMYSZ: Model tarcia wewnętrznego w poziomym zespoleniu żelbetowych płyt dwuwarstwowych.....	127

Tomasz KASPRZAK, Piotr KONDERLA, Kazimierz MYŚLECKI: Fizycznie nieliniowa analiza żelbetowej powłoki chłodni kominowej.....	135
Jacek KORENTZ: Metoda obliczania ugięcia belek żelbetowych wzmocnionych materiałem kompozytowym.....	143
Radosław KUPCZYK: Badania wpływu zarysowania na nośność zakotwień strzemion.....	151
Krystyna NAGRODZKA – GODYCKA, Małgorzata SIKORSKA: Eksperymentalne badanie efektywności sprężania monolitycznych i prefabrykowanych wsporników o średniej smukłości ścinania	159
Aleksandr SMOKTUNOVIĆ, David SMOKTUNOVIĆ, Robert GRYGO, Andrzej ŁAPKO: Efektywność zbrojenia prętami i włóknem rozproszonym w belkach żelbetowych	167
Tadeusz URBAN, Marek SITNICKI, Jerzy TARKA: Wzmacnianie na przebicie płyt żelbetowych z błędnie usytuowanym zbrojeniem głównym.....	175
Adam URYZAJ: Wpływ wilgotności betonu na naprężenia przyczepności do stali zbrojeniowej.....	183

KONSTRUKCJE METALOWE

Wioleta BARCEWICZ, Marian GIŻEJOWSKI: Analiza deformacji blach czołowych w węzłach stalowych i zespolonych z wykorzystaniem fotogrametrii cyfrowej.....	193
Roman BIJAK: Ogólny przypadek zwichrzenia belek o dwuteowym przekroju bisymetrycznym podpartych widelkowo.....	201
Paweł BŁAŻEJEWSKI, Jakub MARCINOWSKI: Modyfikacje konstrukcyjne zadaszania stadionu redukujące drgania o charakterze rezonansowym	209
Monika CHABLASZEK, Zbigniew KOWAL: Nośność kratownicy Misesa z prętów obarczonych wstępnym wygięciem	217
Marcin CHYBIŃSKI, Andrzej GARSTECKI: Racjonalny układ żeber i otworów w środniku blachownic stalowych	225
Piotr IWICKI, Marcin KRAJEWSKI: Analiza numeryczna i badania doświadczalne kratownicy ze stężeniami.....	233
Agnieszka JABŁOŃSKA - KRYSIEWICZ: Analiza numeryczna i eksperymentalna stalowych węzłów ze śrubami sprężonymi	241
Zbigniew KOWAL, Rafał PIOTROWSKI, Andrzej SZYCHOWSKI: Sztywność połączenia struktur prętowych o oczkach kwadratowych	249
Aleksander KOZŁOWSKI, Jan ŁAGUNA: O zdolności do obrotu doczołowych węzłów konstrukcji stalowych.....	257
Piotr LEWANDOWSKI, Elżbieta URBAŃSKA - GALEWSKA: Wpływ warunków brzegowych na naprężenia stalowych okładzin kasetonowych.....	265
Mariusz MAŚLAK, Marcin ŁUKACZ: Normowa ocena nośności stalowych belek z falistym środnikiem uogólniona na przypadek pożaru	271
Anna PALISSON SOKÓŁ, Leopold SOKÓŁ: Wymiarowanie blach fałdowych stosowanych w płytach zespolonych stalowo - betonowych	279

Zdzisław PISAREK: Mechaniczny model węzła zespolonego obciążonego momentem dodatnim	291
Marcin SKWAREK, Jacek HULIMKA: Wybrane problemy wyznaczania obciążenia wiatrem wież kratowych w ujęciu norm PN - EN.....	299
Andrzej SZYCHOWSKI: Miejscowa utrata stateczności ściskanej półki cienkościennego kształtownika giętego	307
Lucjan ŚLĘCZKA: Zastosowanie metody składnikowej do oceny charakterystyki węzłów obciążonych cyklicznie	315
Andrzej WOJNAR: Wpływ rzeczywistej charakterystyki węzłów na dobór przekrojów w stalowych ramach przechyłowych.....	323

MECHANIKA MATERIAŁÓW I KONSTRUKCJI

Ewa BŁAZIK – BOROWA, Aleksander ROBAK, Michał PIENKO: Analiza numeryczna konstrukcji rusztowania modułowego o nietypowym kształcie	333
Sławomir CZARNECKI: Algorytm wyprowadzania dyskretnej postaci równania prac wirtualnych w systemie MAPLE dla dowolnego elementu skończonego	341
Barbara KALETA, Bartosz RÓŻYCKI: Zagadnienie własne belki na stochastycznym, dwuwarstwowym podłożu gruntowym	349
Krzysztof KOZIOŁ, Krzysztof STYPUŁA: Odpowiedź masztu z odciągami na wybrane obciążenia wyjątkowe	357
Eliza KUMAŃSKA, Paweł KOSSAKOWSKI: Podkrytyczny wzrost pęknięcia zmęczeniowego stali St3S oraz stuletniej stali mostowej	365
Arkadiusz KWIECIEŃ, Piotr KUBOŃ, Bogusław ZAJĄC: Weryfikacja doświadczalna hipersprężystego modelu polimeru na przykładzie badań złącza podatnego	373
Arkadiusz KWIECIEŃ, Paweł LATUS: Wpływ miary odkształcenia rozciąganego polimeru na parametry modelu reologicznego	381
Roman LEWANDOWSKI, Aleksandra BARTKOWIAK: Wyznaczanie charakterystyk dynamicznych ram z lepkosprężystymi tłumikami drgań.....	389
Edward MACIĄG, Filip PACHLA, Tadeusz TATARA: Analityczno-doświadczalna analiza odpowiedzi dynamicznej budynku ramowo-murowego na skutek wyburzenia komina	397
Piotr MIKA: Modelowanie konstrukcji powłokowej z uwzględnieniem procesu rozwoju uszkodzeń	405
Maciej PIEKARSKI: Ruszty z belek wzajemnie podpierających się jako konstrukcje wsporcze stropów.....	413
Krzysztof WILDE, Magdalena RUCKA: Eksperymentalna analiza modalna konstrukcji stadionu w Zielonej Górze.....	421

GEOTECHNIKA

Adam BALAWEJDER¹
Wojciech KOZŁOWSKI²
Andrzej SUROWIECKI³
Uniwersytet Przyrodniczy we Wrocławiu
Politechnika Opolska
Uniwersytet Przyrodniczy we Wrocławiu

STATECZNOŚĆ NASYPU WZMOCNIONEGO ŚCIANĄ GABIONOWĄ W WARUNKACH NAPORU WODY POWODZIOWEJ

STRESZCZENIE

Celem artykułu jest przedstawienie wybranych elementów analizy stateczności nasypu komunikacyjnego skarpy zabudowaną jednostronnie ścianą gabionową, poddanego naporowi wody w sytuacji kryzysowej, którą może być np. powódź. Piętrzenie wody występuje na skarpie niezabudowanej ścianą gabionową. Nasyp nie jest obciążony na koronie. Przyjmując przypadek piętrzenia wody powodziowej na wysokości korony nasypu, opracowano: dyskretyzację obszaru filtracji, rozkład prędkości i siatkę hydrodynamiczną oraz określono powierzchnie poślizgu.

Słowa kluczowe: nasyp, ściana gabionowa, powódź

1 WPROWADZENIE

Przedmiotem badań jest nasyp ziemny ze skarpy podpartą ścianą wykonaną z elementów gabionowych. Tego typu konstrukcje oporowe należą do stosunkowo tanich, trwałych i nieskomplikowanych w montażu stabilizacji skarp nasypów i przekopów drogowych i kolejowych [4, 6, 8, 12]. W Polsce technologię tę rozpowszechniono po 1990 roku, szczególnie na wybrzeżu. Natomiast na Dolnym Śląsku obserwuje się przyspieszenie tempa rozwoju zastosowań po powodzi 1997 roku [11, 12]. W zakresie wymiarowania, analizy stateczności, modelowania, uogólnień teoretycznych, badań doświadczalnych i poligonowych, dotyczących ścian gabionowych ukazała się znaczna liczba publikacji [3, 5-7, 13], jednak niewiele z nich uwzględnia sytuacje kryzysowe, na przykład napór wody powodziowej [11].

¹ adam.balawejder@up.wroc.pl
² w.kozlowski@po.opole.pl
³ andrzej.surowiecki@up.wroc.pl

2 CHARAKTERYSTYKA OBIEKTU I SPOSÓB WYKONANIA BADAŃ

Analizowane jest (głównie w aspekcie stateczności) zachowanie się nasypu ze skarpią zabudowaną jednostronnie ścianą gabionową, poddanego naporowi wody w sytuacji kryzysowej, którą może być np. powódź. Piętrzenie wody występuje na skarpię niezabudowanej ścianą gabionową. Nasyp nie jest obciążony na koronie. Przyjmując przypadek piętrzenia wody powodziowej na wysokości korony nasypu, opracowano: dyskretyzację obszaru filtracji, rozkład prędkości i siatkę hydrodynamiczną oraz określono powierzchnie poślizgu. Obliczono także wartości współczynników stateczności i parametry geometryczne wyznaczonych powierzchni poślizgu. Parametrem zmiennym jest konfiguracja ściany. Powierzchnie poślizgu wyznaczono dla najmniejszej wartości współczynnika stateczności obliczonego metodą Felleniusa i Bishopa. Zastosowano autorskie oprogramowanie [1, 2] oraz wiedzę zawartą w podręcznikach [9, 10].

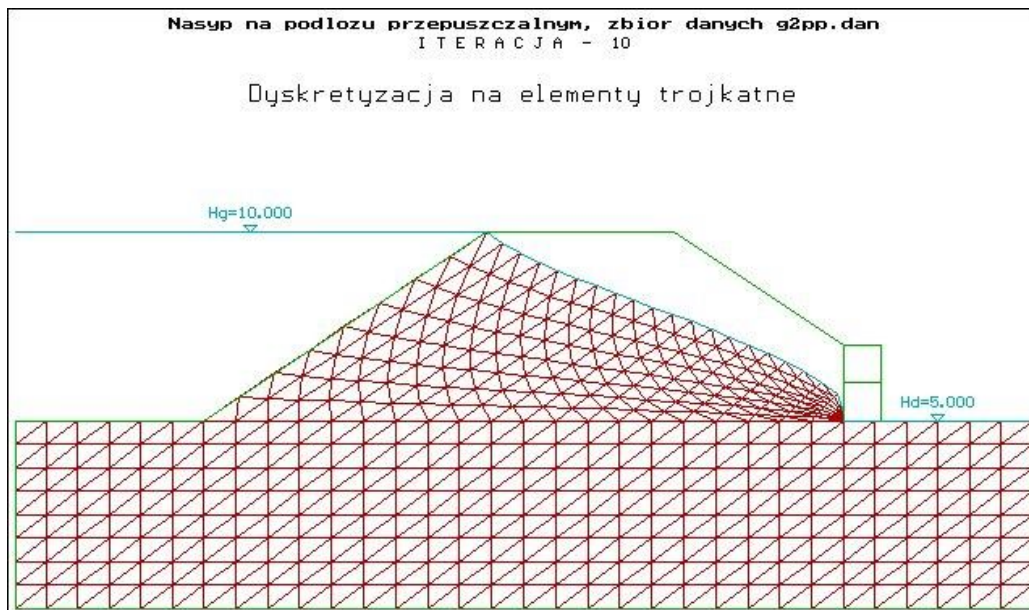
Założenia do obliczeń sformułowano następująco: jednorodny nasyp, zlokalizowany na podłożu odkształcalnym o parametrach identycznych jak nasyp. Obliczenia numeryczne prowadzono uwzględniając warstwę podłoża nasypu do głębokości $H_p = 5,0$ m. Wysokość nasypu ponad jego poziomem posadowienia wynosi $H_n = 5,0$ m; wysokość poziomu wody piętrzącej, równa poziomowi korony nasypu oznaczono jako $H_g = 10,0$ m. Szerokość korony nasypu $B = 5,0$ m; nachylenie skarp 1:1,5; ciężar objętościowy ośrodka gruntowego $\gamma = 17,0$ kN/m³.

Pionowa ściana złożona z koszy gabionowych została skonstruowana w trzech wariantach, różniących się liczbą gabionów: 2 gabiony w jednym rzędzie (wariant I), 3 (wariant II) oraz 4 (wariant III).

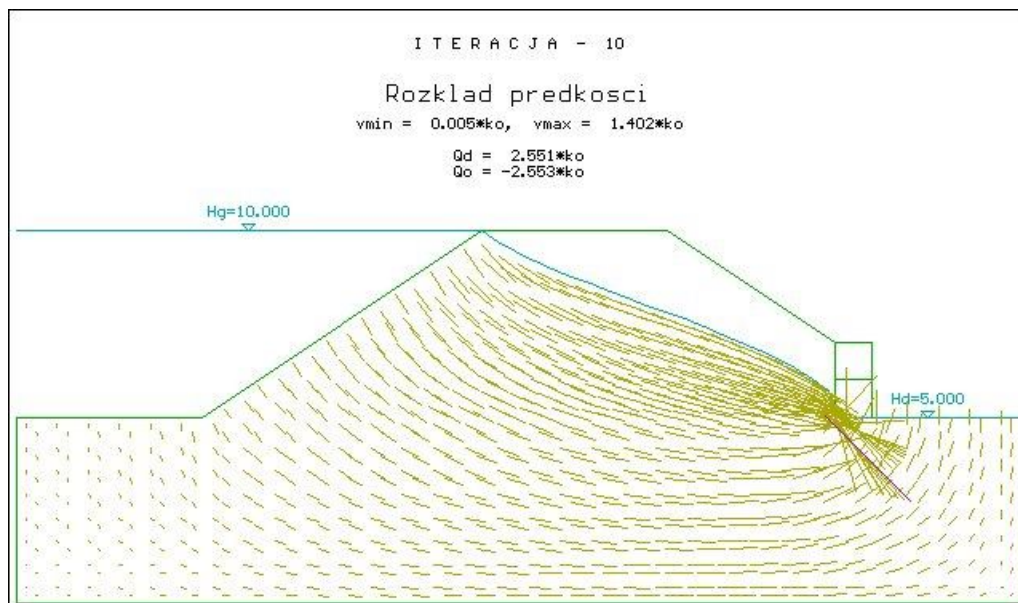
3 REZULTATY ANALIZY STATECZNOŚCI

Stosując program FILTR [2] wyznaczono pole filtracji w nasypie przy piętrzeniu wody na poziomie równym wysokości nasypu. Dyskretyzację obszaru filtracji, rozkład prędkości i siatkę hydrodynamiczną przy maksymalnym poziomie piętrzenia w nasypie $H_g = 10,0$ m dla schematu stanowiącego wariant I pokazano na rysunkach 1, 2 i 3. Rysunki 4 i 5 ilustrują powierzchnie poślizgu o najmniejszym współczynniku stateczności wyznaczone metodą Felleniusa i Bishopa dla ściany złożonej z dwóch warstw gabionów [11]. Natomiast w tabelach 1 i 2 zestawiono wartości współczynników stateczności i parametry geometryczne wyznaczonych powierzchni poślizgu dla wszystkich trzech wariantów konstrukcji ściany gabionowej. W pierwszych wierszach tablic w celu porównania podano wyniki dla nasypu konwencjonalnego (ze skarpią bez stabilizującej ściany gabionowej) przy maksymalnym piętrzeniu wody.

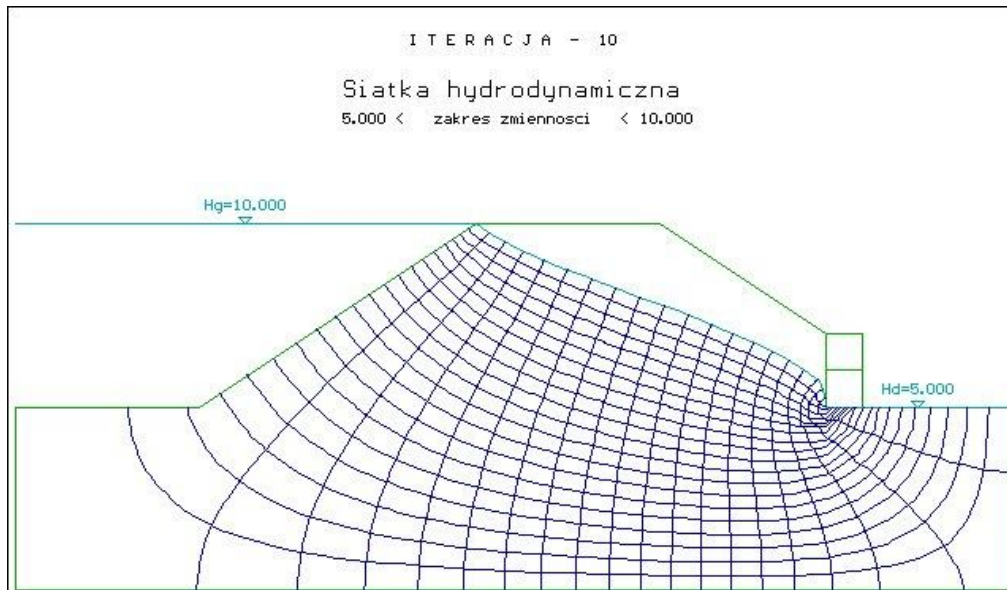
Rysunek 6 przedstawia zbiorcze zestawienie wyników obliczeń. Dla wszystkich wyznaczonych powierzchni poślizgu wartości współczynników stateczności są większe od wartości dopuszczalnych, co wskazuje, że stateczność ogólna analizowanych konstrukcji ścian gabionowych przy maksymalnym piętrzeniu wody jest zapewniona.



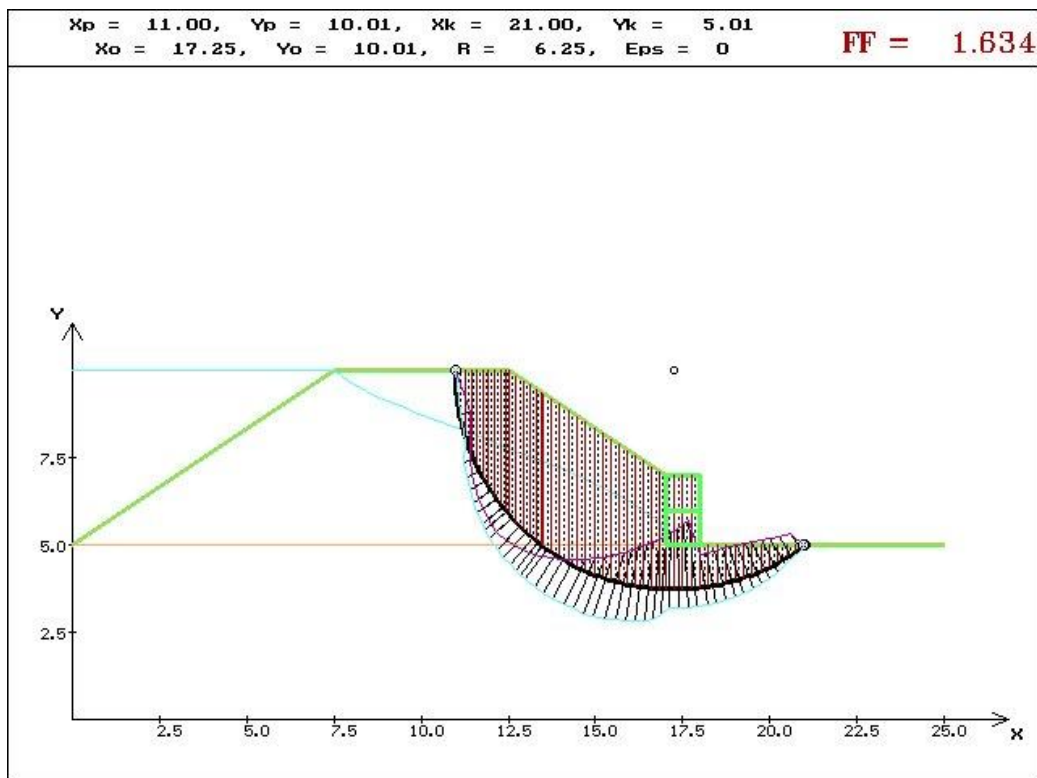
Rys. 1. Dyskretyzacja obszaru filtracji przy maksymalnym poziomie piętrzenia w nasypie ze skarpą zabudowaną ścianą gabionową złożoną z dwóch warstw [11]



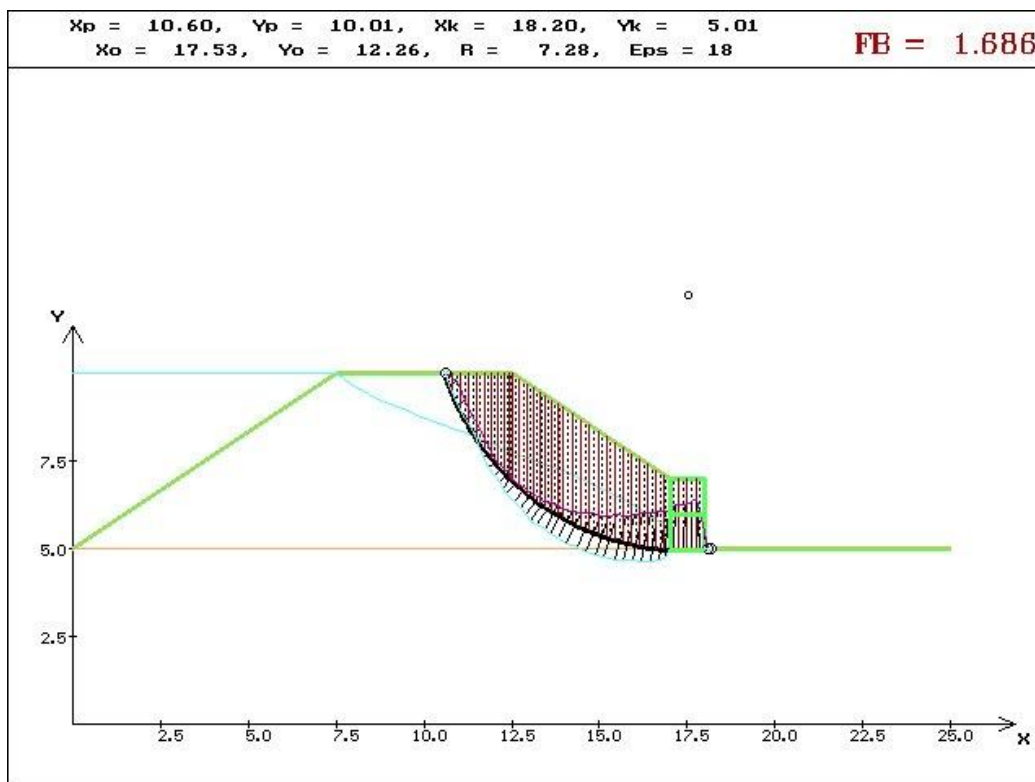
Rys. 2. Rozkład prędkości przy maksymalnym poziomie piętrzenia w nasypie ze skarpą zabudowaną ścianą gabionową złożoną z dwóch warstw [11]



Rys. 3. Siatka hydrodynamiczna przy maksymalnym poziomie piętrzenia w nasypie ze skarpą zabudowaną ścianą gabionową złożoną z dwóch warstw [11]



Rys. 4. Powierzchnia poślizgu o najmniejszym współczynniku stateczności obliczonym metodą Felleniusa w nasypie zabudowanym ścianą gabionową złożoną z dwóch warstw przy maksymalnym piętrzeniu [11]



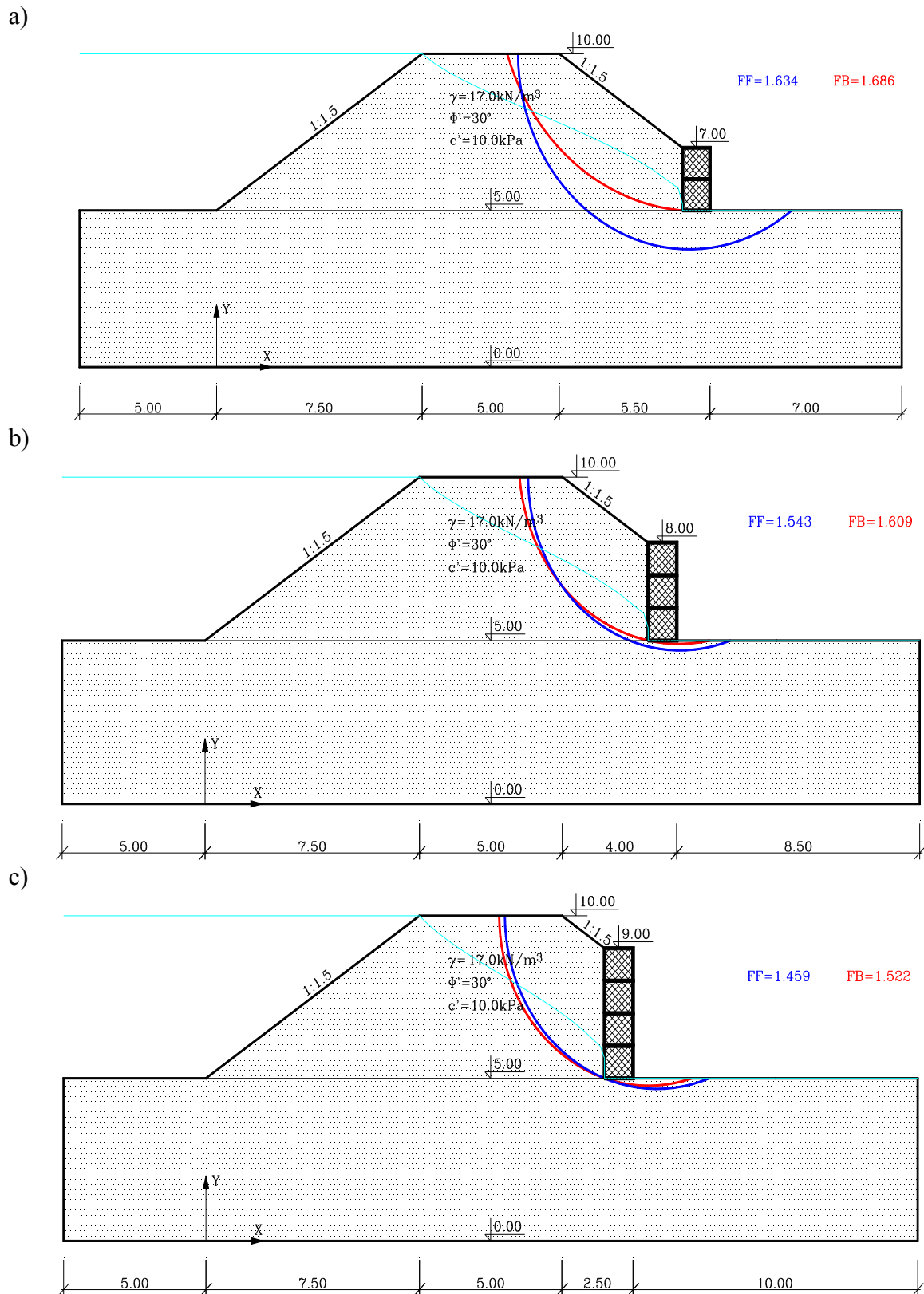
Rys. 5. Powierzchnia poślizgu o najmniejszym współczynniku stateczności obliczonym metodą Bishopa w nasypie zabudowanym ścianą gabionową złożoną z dwóch warstw przy maksymalnym piętrzeniu [11]

Tab. 1. Zestawienie parametrów dotyczących powierzchni poślizgu o najmniejszym współczynniku stateczności obliczonym metodą Felleniusa, dla skarpy nasypu zabudowanej ścianą gabionową, przy maksymalnym piętrzeniu wody [11]

Liczba gabionów ustawionych na sobie	Współczynnik stateczności FF	Współrzędne punktów charakterystycznych kołowych powierzchni poślizgu						Promień powierzchni poślizgu R [m]
		Początek		Koniec		Środek		
		Xp[m]	Yp[m]	Xk[m]	Yk[m]	Xo[m]	Yo[m]	
0	1.564	10.9	10.0	20.9	5.0	17.823	11.356	7.052
2	1.634	11.0	10.0	21.0	5.0	17.250	10.010	6.250
3	1.543	11.3	10.0	18.4	5.0	16.611	10.010	5.311
4	1.459	10.5	10.0	17.7	5.0	15.836	10.010	5.336

Tab. 2. Zestawienie parametrów dotyczących powierzchni poślizgu o najmniejszym współczynniku stateczności obliczonym metodą Bishopa, dla skarpy nasypu zabudowanej ścianą gabionową, przy maksymalnym piętrzeniu wody [11]

Liczba gabionów ustawionych na sobie	Współczynnik stateczności FB	Współrzędne punktów charakterystycznych kołowych powierzchni poślizgu						Promień powierzchni poślizgu R [m]
		Początek		Koniec		Środek		
		Xp[m]	Yp[m]	Xk[m]	Yk[m]	Xo[m]	Yo[m]	
0	1.605	10.9	10.0	20.1	5.0	18.137	12.361	7.609
2	1.686	10.6	10.0	18.2	5.0	17.525	12.260	7.281
3	1.609	11.0	10.0	17.7	5.0	16.580	10.498	5.601
4	1.522	10.3	10.0	17.1	5.0	15.538	10.010	5.238



Rys. 6. Powierzchnie poślizgu o najmniejszym współczynniku stateczności przy maksymalnym poziomie piętrzenia dla ściany gabionowej: b) złożonej z trzech warstw gabionów, c) wykonanej z czterech warstw gabionów [11]

Z rysunku 6 wynika, że krzywa poślizgu oszacowana wg teorii Felleniusa penetruje głębiej w podłoże nasypu, natomiast obejmuje zasięgiem krótszą strefę korony nasypu. Analizując dostrzeżone zjawisko w kategoriach wyteżenia nasypu jako konstrukcji, stwierdza się w teorii Felleniusa koncentrację wymagań odnośnie nośności podłoża. Różnice charakteryzujące przebieg krzywej poślizgu według jednej i drugiej teorii są najbardziej widoczne w przypadku ściany oporowej złożonej z najmniejszej liczby gabionów.

4 PODSUMOWANIE

Potwierdzono przydatność autorskiego programu numerycznego FILTR [2] do wyznaczenia pola filtracji w nasypie przy piętrzeniu wody na poziomie równym wysokości nasypu.

Analiza stateczności ma charakter porównawczy: wartości współczynników stateczności obliczonych metodą Felleniusa FF i Bishopa FB oraz parametry geometryczne wyznaczonych powierzchni poślizgu porównywano z wielkościami analogicznie obliczonymi dla nasypu konwencjonalnego (bez ściany oporowej) przy maksymalnym piętrzeniu wody. Na podstawie zbiorczego zestawienia rezultatów obliczeń stwierdzono we wszystkich typach nasypu ze ścianą gabionową spełnienie stateczności ogólnej przy maksymalnym piętrzeniu wody (wartości współczynników: $FF > 1,45-1,56$ oraz $FB > 1,52-1,60$). Wartości współczynników stateczności zależą od konfiguracji ściany gabionowej.

Przyjęty w rozpatrywanym przykładzie układ geometryczny ściany gabionowej nie zapewnia powiększenia wartości współczynnika stateczności. Stwierdzenie powyższe może wzbudzić dyskusję na temat jakości analizowanych modeli nasypu podpartego ścianą gabionową. Mając świadomość, że wprowadzeniu obciążenia naziomu (badane modele nie były poddawane działaniu zewnętrznego obciążenia eksploatacyjnego) wartości współczynników stateczności ulegną redukcji, należy oczekiwać zbliżenia tych wartości do granicy bezpieczeństwa. Jak wiadomo, zadaniem ściany oporowej jest powiększenie wartości współczynników stateczności, więc problem jest umiejscowiony w modelach. Skonstruowane modele charakteryzują się jednakowym pochyleniem obu skarp (1:1,5), natomiast szerokość skarpy analizowanej jest niejednakowa i kształtuje się:

- w modelu bez ściany gabionowej 7,5 m;
- w modelach ze ścianą gabionową złożoną z dwóch, trzech i czterech modułów kolejno: 5,5 m; 4,0 m oraz 2,5 m.

Gdyby pozostawiono jednakową szerokość skarpy 7,5 m, wtedy automatycznie pochylenie skarpy w modelach byłoby bardziej łagodniejsze niż 1:1,5 i ulegałoby zmniejszeniu w funkcji wysokości ściany gabionowej. W takiej aranżacji modeli, tendencja zmian wartości współczynników stateczności (powiększenie) byłaby generowana zmianą pochylenia skarpy. Konkludując należy podkreślić podstawowy charakter badań i konieczność ich kontynuacji na odpowiednio zmodyfikowanych modelach.

PIŚMIENNICTWO

- [1] Balawejder A.: Program SZMFiB-Stateczność zboczy metodą Felleniusa i Bishopa. Uniwersytet Przyrodniczy we Wrocławiu, Wrocław 2007.
- [2] Balawejder A.: Program FILTR-Filtracja ustalona w nasypach ziemnych piętrzących wodę. Uniwersytet Przyrodniczy we Wrocławiu, Wrocław 2008.
- [3] Clayton C.R.J., Milititsky J., Woods R.J.: Earth Pressure and Earth Retaining Structures. Blackie Academic & Professional. An Im Print of Chapman & Hall. London-New York, 1996.

- [4] Gabiony MACCAFERRI. Officine MACCAFERRI S.P.A. Polibeton Sp.z o.o., ul. Jagiellońska 79, Warszawa 2003.
- [5] GGU Gabion: Calculation of Gabion Walls. Geotechnical Computation. Civilserve DP for Civil Engineering, Braunschweig, Germany, August 2001.
- [6] Jarominiak A.: Lekkie konstrukcje oporowe, WKiŁ, Warszawa 2003.
- [7] Kozłowski W., Surowiecki A.: Numerical simulation of deformations of gabion-retaining wall segment. Proc. Int. Scientific Conf. "Riesenie krizovych situacii v specifickom prostredii". Zilinska Univerzita v Ziline, Zilina 23-24.6.2004, s.573-579.
- [8] Kuc M.: Wybrane przykłady zastosowania konstrukcji gabionowych. Inżynieria i Budownictwo, nr 11, 1996, s. 634-637.
- [9] Strzelecki T.: Proces przepływu filtracyjnego przez ośrodki niejednorodne. DWE, Wrocław 1996.
- [10] Strzelecki T., Kostecki S., Żak S.: Modelowanie przepływów przez ośrodki porowate. DWE, Wrocław 2008.
- [11] Surowiecki A., Balawejder A., Kozłowski W.: Badanie możliwości wzmacniania nasypów kolejowych przy zastosowaniu zbrojenia gruntu, lekkich konstrukcji oporowych i maty komórkowej. Raport serii SPR nr 6, Projekt bad. MNiI nr 5 T07E 06024, Politechnika Wrocławska, Wrocław 2006.
- [12] Surowiecki A.: O projektowaniu konstrukcji gabionowych w budownictwie komunikacyjnym. Drogownictwo, SITK, Rok LVI, Nr 3, 2001, s. 81-86.
- [13] Thorburn S., Smith J. M.: Major gabion wall failure. In: failures in Earthworks. Thomas Telford, London 1985, pp. 279-293.

STABILITY OF GABION RETAINING WALL REINFORCING EMBANKMENT IN THE CONDITION OF FLOOD WATER PRESSURE

Summary

The subject of the article concerns the stability of transport earth structures and with the so-called light retaining structures. The behavior of the embankment with gabion wall built slope was analyzed, adopting an example of unilateral water pressure in case of flooding. The final results of stability calculations made by Fellenius and Bishop in the form of slide surface with the lowest coefficient have been quoted. Next, assuming a case of the maximum level of floodwater impoundment the following was done: discretization of filtration area, velocity and hydrodynamic grid and the course of the slide surface. The configuration of the wall is a variable parameter.

Jerzy BAUER¹
Janusz KOZUBAL²
Wojciech PUŁA³
Marek WYJADŁOWSKI⁴
Politechnika Wrocławska

PROBABILISTYCZNA OCENA PRZEMIESZCZEŃ GŁOWICY PAŁA PODDANEGO OBCIĄŻENIOM POZIOMYM

STRESZCZENIE

Przedstawiono probabilistyczną analizę przemieszczeń głowicy pała poddanego obciążeniu siłą losową. Celem pracy jest określenie długości pała, która z zadaniem prawdopodobieństwem zapewnia nieprzekroczenie dopuszczalnego przemieszczenia poziomego głowicy. Ponadto zaprezentowano koncepcję kalibracji cząstkowych współczynników bezpieczeństwa, które mogą uprościć obliczenia na etapie projektowania. Metoda składa się z trzech segmentów numerycznych – modelowania trójwymiarowego metodą elementów skończonych, algorytmu znajdowania powierzchni odpowiedzi oraz obliczeń wskaźników niezawodności.

Słowa kluczowe: Pał fundamentowy, przemieszczenie głowicy, metoda elementów skończonych, powierzchnia odpowiedzi, wskaźnik niezawodności.

1 WPROWADZENIE

Jednym z istotniejszych kryteriów prawidłowej pracy pała fundamentowego poddanego obciążeniom poziomym jest ograniczenie przemieszczenia poziomego jego głowicy do wartości dopuszczalnej. Kryterium to przy projektowaniu pali często okazuje się istotniejsze niż kryteria nośności bocznej lub maksymalnego momentu zginającego. O przemieszczeniach poziomych decydują parametry gruntu, mające losowy charakter, a także losowe obciążenia. Stąd podejście probabilistyczne do problemu można uznać za właściwe. Obszerny przegląd metod obliczeniowych pali poddanych obciążeniom bocznym podano w monografiach, np. Reesego i Van Impe [1]. Jak już wspomniano, oprócz przypadków pali sztywnych,

¹ jbauer@wp.pl

² januszkozubal@gmail.com

³ Wojciech.Pula@pwr.wroc.pl

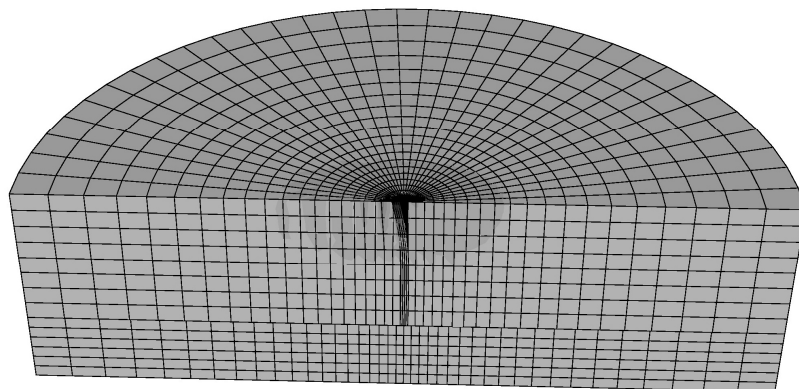
⁴ Marek.Wyjadlowski@pwr.wroc.pl

decydujące znaczenie dla prawidłowego funkcjonowania pala w całości konstrukcji ma nieprzekroczenie dopuszczalnego przemieszczenia poziomego głowicy pala oraz utrzymanie momentów zginających w odpowiednich wartościach granicznych. Kompleksową analizę probabilistyczną tych zagadnień przeprowadzono w pracy Tandjirii i współautorów [2], gdzie zadanie traktowane było jako płaskie. Modelowanie odporu podłoża przeprowadzono w niej metodą *p-y curves*. W pracy Haldara i Sivakumar Babu [3] własności gruntu otaczającego pal charakteryzowano za pomocą nie-gaussowskich pól losowych, według propozycji Fentona i Griffithsa [4]. Analiza dotyczyła płaskiego stanu odkształcenia. Obliczenia numeryczne przeprowadzono metodą różnic skończonych, zaś do estymacji probabilistycznej wykorzystano metodę symulacji Monte Carlo.

W prezentowanej tu pracy autorzy proponują analizę probabilistyczną opartą na trójwymiarowym modelu nieliniowo sprężystym. Celem badań jest ocena ryzyka przekroczenia dopuszczalnych przemieszczeń w głowicy pala i taki dobór jego długości, aby wskaźniki niezawodności odpowiadające prawdopodobieństwu przekroczenia utrzymać na poziomach wynikających z sugestii podanych w normie ISO [5].

2 OPIS MODELU NUMERYCZNEGO

Pojedynczy pal jest modelowany w przestrzeni trójwymiarowej za pomocą programu ABAQUS 6.9-1. W modelowaniu uwzględniono symetrię obciążeń i warunków brzegowych poprzez płaszczyznę symetrii. Stąd model składa się z dwóch identycznych półcyldrów (Rys. 1). Długość pala L , w zależności od rozpatrywanego przykładu, przyjmuje trzy wartości



Rys. 1. Schemat zastosowany w obliczeniach numerycznych

$L = \{4.0, 8.0, 12.0\}$ m, zaś jego średnica we wszystkich rozpatrywanych sytuacjach wynosiła $D = 0.50$ m. Szerokość modelu wynosi 40.0 m, miąższość warstwy, w której znajduje się pal odpowiada jego długości tj. $\{4.0, 8.0, 12.0\}$, natomiast miąższość warstwy pod podstawą pala wynosi 4.0 m. Grunt modelowano jako materiał liniowo sprężysty. Obliczenia przemieszczeń głowicy pala przeprowadzono dla następujących modułów Young'a $E = \{10, 20, 30, 40, 50\}$ MPa oraz stałego współczynnika Poissona $\nu = 0,30$. Przyjęto, że moduł Young'a materiału pala wynosi $E_b = 35$ GPa.

Kontakt pomiędzy poboczną i podstawą pala a gruntem jest typu Coulomba-Mohra z tarcieniem i spójnością. Współczynnik tarcia f , równy tangensowi kąta tarcia wewnętrznego, przyjęto jako $f = 0,3$. Warstwie w kontakcie nadano również sztywność opisaną współczynnikami $K_{nn} = K_{ss} = K_{tt} = 30$ MPa, natomiast rozdzielenie powierzchni następuje przy przekroczeniu wartości spójności $c = 20$ kPa.

Obliczenia wykonano w pięciu krokach w systemie ABAQUS STANDARD (STATIC GENERAL), z wyłączoną nieliniowością geometryczną. Obciążenia przykładano do głowicy

pala na wysokości powierzchni terenu kolejno o wartościach $F = \{40, 55, 70, 85, 100\}$ kN. Siły były przykładane w poziomej płaszczyźnie głowicy pala jako obciążenie równomiernie rozłożone wzdłuż brzegu głowicy. Warunki brzegowe zdefiniowano na przemieszczeniach, uwzględniając powierzchnię symetrii oraz niezbędne ograniczenia na poboczniczy modelu i jego podstawie. Do modelowania wszystkich warstw gruntu zastosowano elementy typu C3D8R, natomiast do modelowania pala - elementy C3D8. Wymiary elementów dobrano w taki sposób, aby umożliwić szybkie obliczenia dla kontaktu, węzły sąsiadujących z sobą części modelu i wielkość elementów są więc wzajemnie odpowiadające. Model składa się z około 7500 elementów skończonych. Nie zastosowano elementów nieskończonych, na brzegach modelu, o czym zdecydowały wstępne obliczenia sprawdzające wartość naprężeń i odkształceń elementów na granicy modelu przed i za siłą. Łącznie do uzyskania powierzchni odpowiedzi wykonano 75 cykli obliczeniowych. Model i rezultat obliczeń w programie ABAQUS zapisany jest w formacie bazy danych.

Obliczenia wykonano w programie ABAQUS 6.9-1, na podstawie grantu realizowanego we Wrocławskim Centrum Sieciowo Superkomputerowym.

3 KONSTRUKCJA POWIERZCHNI ODPOWIEDZI

Podstawowym problemem w ramach tego stadium jest pytanie, jakie jest prawdopodobieństwo, że przemieszczenie głowicy pala przekroczy określoną z góry wartość dopuszczalną u_{max} . Wartość ta może być określona przez przepisy normowe, albo też wynikać z wymagań konstrukcyjnych lub eksploatacyjnych. Załóżmy, że przemieszczenie poziome głowicy pala $U(X_1, X_2, \dots, X_N) = U(\mathbf{X})$ zależy (w sposób niejawny) od N parametrów losowych, takich jak parametry podłoża, obciążenia czy parametry geometryczne. Wówczas prawdopodobieństwo przekroczenia wartości dopuszczalnej, rozumiane tu jako prawdopodobieństwo awarii można zapisać jako:

$$p_F = P(U(X_1, X_2, \dots, X_N) > u_{max}) \quad (1)$$

Funkcję U w równaniu (1) nazywamy funkcją stanu granicznego. W analizowanym tu zagadnieniu jawna postać funkcji U najczęściej nie jest znana. Wartości tej funkcji otrzymywane są z procedur numerycznych, w przypadku prezentowanego studium - metodą elementów skończonych. Aby uzyskać jawną postać funkcji U zastosowano metodę powierzchni odpowiedzi (*The response surface method*), stosowaną w rozlicznych dziedzinach nauki, [6]. Ogólnie mówiąc polega ona na aproksymowaniu zależności znanej jedynie pewnych punktach dziedziny przez odpowiednio dobraną znaną funkcję. W przypadku obliczeń numerycznych chodzi o określenie relacji pomiędzy parametrami modelu x_1, x_2, \dots, x_n , wprowadzonymi jako dane wejściowe, a wartościami otrzymanymi na "wyjściu" $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Dla potrzeb analizy niezawodności konstrukcji inżynierskich metodę tę zaadaptowano w latach osiemdziesiątych [7]. Aby uprościć obliczenia niezawodnościowe stosuje się możliwie nieskomplikowane funkcje, np. wielomiany drugiego stopnia [8], a do aproksymacji – metody regresyjne. Dla potrzeb obliczeń prawdopodobieństwa awarii, szczególnie dogodna okazuje się aproksymacja wokół punktu obliczeniowego, będącego podstawowym elementem metody FORM [9], gdyż otoczenie tego punktu ma największy wpływ na wartość prawdopodobieństwa awarii. W ramach tej pracy, jako metodę aproksymacyjną autorzy zastosowali regresję nieliniową. Szukaną postać funkcji $U(\mathbf{X})$ w ogólnym przypadku opisuje model regresji nieliniowej:

$$E(U) = f(\mathbf{X}, \mathbf{B}) + err \quad (2)$$

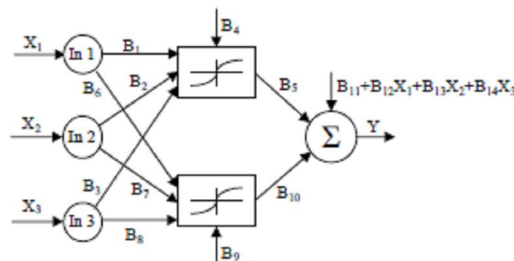
gdzie $E(U)$ oznacza wartość oczekiwaną funkcji U , X jest wektorem N zmiennych niezależnych, B jest wektorem k szukanych parametrów modelu f regresji, a err jest zmienną losową opisującą błąd estymacji funkcji U . Wyznaczenie wartości wektora parametrów B dokonuje się w procesie minimalizacji sumy Ψ kwadratów różnic wielkości danych funkcji U_i i przewidywanych \hat{U}_i :

$$\Psi = \sum_{i=1}^N (U_i - \hat{U}_i)^2 \quad (3)$$

dla zestawu n danych: (U_i, X_{il}) , $i=1,2 \dots N$, $l=1,2 \dots k$. Zmienna losowa err błędu estymacji posiada zerową wartość oczekiwaną i odchylenie standardowe równe wyrażeniu:

$$s_{err} = \sqrt{\frac{\Psi_{min}}{n-k}} \quad (4)$$

Do przeprowadzenia obliczeń w ramach niniejszej pracy użyto programu NLIN 2 opartego o kompromis Marquardta [10], pozwalający wybrać pośredni, optymalny kierunek przyrostu wektora parametrów znacznie przyspieszający zbieżność procesu iteracyjnego. Algorytm konstruowania powierzchni odpowiedzi w oparciu o aproksymacje wokół punktu obliczeniowego i regresję nieliniową dla potrzeb analizy przemieszczeń fundamentów zaproponowano w pracy [11]. W połączeniu z opisanym niżej aproksymatorem sieci neuronowej będzie on stosowany w przedstawionych dalej obliczeniach. Użyto klasycznej trójwarstwowej sieci neuronowej z funkcją aktywacji neuronów w postaci tangensa hiperbolicznego. Sieć neuronowa jest uniwersalnym aproksymatorem. Każdą funkcję ciągłą można w przybliżeniu przedstawić za jej pomocą z zadaną dokładnością, co wynika z twierdzenia Kołmogorowa [12]. Osiągnięta duża dokładność aproksymacji pozwala wykonywać obliczenia probabilistyczne z zastosowaniem jednej powierzchni odpowiedzi bez potrzeby jej poprawiania w otoczeniu punktu obliczeniowego. Tym samym unika się tworzenia powierzchni odpowiedzi z niefizycznymi gałęziami [13]. W przedstawianych obliczeniach zostanie użyta sieć neuronowa, której budowa jest przedstawiona na Rys.2. W warstwie wejściowej posiada ona trzy wejścia odpowiadające trzem zmiennym niezależnym. Warstwa ukryta posiada dwa neurony połączone równoległe, a w warstwie sumacyjnej jest umieszczone równanie płaszczyzny. W konsekwencji sieć neuronowa o takiej architekturze tworzy powierzchnię odpowiedzi w postaci:



Rys. 2 Struktura zastosowanej sieci neuronowej. Sieć neuronowa posiada trzy warstwy z dwoma neuronami w warstwie ukrytej

$$Y = B_5 \tanh(B_1 X_1 + B_2 X_2 + B_3 X_3 + B_4) + B_{10} \tanh(B_6 X_1 + B_7 X_2 + B_8 X_3 + B_9) + B_{11} + B_{12} X_1 + B_{13} X_2 + B_{14} X_3 \quad (5)$$

Posiada ona czternaście wag $\mathbf{B} = (B_1, \dots, B_{14})$. Wartości wag, na podstawie wyników obliczeń numerycznych dla modelu przedstawionego w sekcji 2, zostały wyznaczone za pomocą algorytmu Marquarda [10] i wyniki są zamieszczone w (Tab. 1).

Tab. 1 Wyznaczone wartości wag sieci neuronowej

Wagi sieci neuronowej	Wartość
B ₁	.850000E-02
B ₂	-.710000E-02
B ₃	-.641000E-01
B ₄	-.717100E+00
B ₅	.233600E+01
B ₆	-.700000E-02
B ₇	.292000E+01
B ₈	.293000E-01
B ₉	-.115890E+02
B ₁₀	-.436100E+00
B ₁₁	.323300E+01
B ₁₂	.850000E-02
B ₁₃	.200000E-03
B ₁₄	-.740000E-02
σ _ε	.347107E-01

Ostatni wiersz zawiera standardowe odchylenie błędu aproksymacji wyrażone w centymetrach. Powierzchnia odpowiedzi (5) z wartościami wag z powyższej tablicy była użyta w dalszych obliczeniach probabilistycznych.

4 OBLICZENIA WSKAŹNIKÓW NIEZAWODNOŚCI I CZĄSTKOWYCH WSPÓLCZYNNIKÓW BEZPIECZEŃSTWA

Rozważany poniżej problem z zakresu teorii niezawodności konstrukcji będzie zawierał dwie zmienne losowe: siłę losową o rozkładzie lognormalnym, wartości oczekiwanej 60 kN i odchyleniu standardowym 3 kN oraz moduł Younga o rozkładzie lognormalnym, wartości oczekiwanej 50 MPa i współczynnika zmienności z zakresu 5-20%. Przyjmuje się, że głowica pała nie powinna wykazywać większej wartości przemieszczenia poziomego niż 1 cm. Przekroczenie tej wartości jest uważane za stan awarii konstrukcji. Problem zaprojektowania długości pała obciążonego siłą losową i zagłębionego w podłożu z losowym modułem Younga, sprowadza się do spełnienia warunku stanu granicznego z odpowiednio niskim prawdopodobieństwem awarii. Sugerowane dopuszczalne prawdopodobieństwa awarii, wyrażane za pomocą wskaźnika niezawodności, podaje norma ISO [5]. Wartości wskaźników niezawodności dla stanów granicznych użyteczności, rekomendowanych przez normę ISO (Tab. 2), zależą od skutków awarii i kosztów zapewnienia bezpiecznej pracy konstrukcji. W ramach obliczeń projektowych wykorzystujących stany graniczne nośności stosuje się współczynniki materiałowe (cząstkowe współczynniki bezpieczeństwa) w celu zapewnienia odpowiednio niskiego prawdopodobieństwa awarii. W stanach granicznych użyteczności cząstkowe współczynniki nie są stosowane. Autorzy niniejszej pracy chcą pokazać, że takie współczynniki mogą być wykalibrowane i zastosowane, aby uzyskać odpowiednio małe prawdopodobieństwo przekroczenia dopuszczalnych przemieszczeń poziomych głowicy pała.

Tab. 2 Rekomendowane wartości indeksów niezawodności β w stanach granicznych użyteczności

Koszty zapewnienia bezpieczeństwa	Konsekwencje awarii			
	Małe	Zauważalne	Umiarkowane	Duże
Wysokie	0.0	1.5	2.3	3.1 (C)
Średnie	1.3	2,3	3.1	3.8 (C)
Niskie	2.3	3.1	3.8	4.3 (C)

C – mogą mieć zastosowanie w stanach granicznych nośności

Projektant określający potrzebną długości pala dla zadanego prawdopodobieństwa awarii nie będzie przeprowadzał analiz probabilistycznych, a będzie postępował w sposób klasyczny realizując następujące czynności:

- o rozpoznanie geotechniczne podłoża z wyznaczeniem wartości oczekiwanej modułu Younga $E(E)$ i jego współczynnika zmienności v_E ,
- o wyznaczenie wartości obliczeniowej E_{ob} modułu Younga z zależności $E_{ob}=E(E)/\gamma_m(\beta, v_E)$, przy czym γ_m jest funkcją wskaźnika β oraz wsp. zmienności v_E ,
- o dla otrzymanej wartości modułu E_{ob} , wyznaczy długość pala, przy której przemieszczenie poziome głowicy jest równe 1 cm. Ten krok obliczeń może wykonać, na przykład, za pomocą posiadanego programu MES.

Kalibrację współczynników materiałowych powinno się przeprowadzać na podstawie odpowiedniej liczby wyników obciążeń próbnych. Niestety, obecnie autorzy nie dysponują wystarczającą liczbą wyników, dlatego też potrzebne przemieszczenia poziome głowicy pali dla różnych wartości sił, długości pali i wartości modułów sprężystości uzyskano numerycznie za pomocą programu metody MES. W tym celu przygotowano trzy nieliniowe modele 3D opisane w sekcji 2. Nieliniowość fizyczną powoduje warunek na kontakcie powierzchnia pala-grunt, kontakt przenosi naprężenia rozciągające o wartości nie większej niż 20 kPa, a poślizg następuje po przekroczeniu wytrzymałości na ścinanie opisanej warunkiem Coulomba-Mohra. Poniżej przedstawiono procedurę prowadzącą do określenia takiej długości pala, aby zachowany został założony poziom wskaźnika niezawodności β odpowiadający w sposób jednoznaczny poziomowi prawdopodobieństwa awarii (1), według znanej zależności:

$$p_F = \Phi_0(-\beta) \quad (6)$$

gdzie Φ_0 jest dystrybuantą standardowego rozkładu normalnego. Procedura ta umożliwia jednocześnie wyznaczenie wartości funkcji współczynników materiałowych $\gamma_m(\beta, v_E)$, dla przyjętych z tablicy 2 wartości wskaźników niezawodności β i założonych współczynników zmienności v_E modułu Younga podłoża. Procedurę tę definiują następujące kroki:

- Dla pali o trzech długościach 4, 8 i 12 m przygotowano trzy modele 3D metody elementów skończonych.
- Obciążając kolejno pale siłami 40, 55, 70, 85 i 100, dla pięciu wartości modułów Younga 10, 20, 30, 40 i 50 uzyskano 25 wartości przemieszczeń poziomych głowicy pali dla każdego z trzech modeli MES. Zestaw przemieszczeń uzupełniono o 5 danych uzyskanych dla pala o długości 12m obciążonego siłą 115 kN.
- Wykorzystując modę opisana w sekcji 3, na podstawie 75 uzyskanych przemieszczeń przygotowano powierzchnie odpowiedzi z dwoma zmiennymi losowymi (siła obciążająca, moduł Younga) i długością pali H jako parametrem.

- Zmieniając H w procedurze programu realizującego obliczenia prawdopodobieństw awarii i wskaźników niezawodności według metody FORM i SORM [9], uzyskiwano wartość współczynnika niezawodności β rekomendowaną w (Tab. 2).
- Wyniki obliczeń probabilistycznych zawierają, dla kolejnych wartości β , współrzędne punktu obliczeniowego (według metody FORM, [9]).
- Dzieląc wartość oczekiwaną modułu Younga przez współrzędną punktu obliczeniowego związaną z tym modułem otrzymuje się poszukiwany współczynnik materiałowy $\gamma_m(\beta, \nu_E)$, rozumiany jako cząstkowy współczynnik bezpieczeństwa.

Dla sprawdzenia czy uzyskane współczynniki materiałowe zagwarantują odpowiednio niskie prawdopodobieństwo awarii można wykonać probabilistyczne obliczenia dla innej średnicy pali i innej wartości oczekiwanej modułu sprężystości podłoża. Stosując przedstawioną procedurę kalibracji otrzymano wyniki częściowych współczynników bezpieczeństwa zestawione w (Tab. 3).

Tab. 3 Uzyskane współczynniki materiałowe dla danych $D = 0.50$ m, $E = 50$ MPa, $F = 60$ kN, $\sigma_F = 3$ kN

β	$\sigma_E = 5.0$ MPa			$\sigma_E = 7.5$ MPa			$\sigma_E = 10$ MPa		
	H	E^*	γ_m	H	E^*	γ_m	H	E^*	γ_m
1.3	3.77	44.1806	1.132	3.81	41.4489	1.206	3.87	38.0876	1.313
1.5	3.79	43.3364	1.154	3.84	40.0598	1.248	3.90	36.7315	1.361
2.3	3.85	40.9792	1.220	3.94	35.9197	1.392	4.03	31.7319	1.576
3.1	3.93	38.2865	1.306	4.05	32.3377	1.546	4.20	27.4562	1.821
3.8	4.00	36.3806	1.374	4.16	29.7857	1.679	4.53	24.3624	2.052
4.3	4.05	35.2762	1.417	4.28	28.0661	1.782	B.W.	B.W.	B.W.

W powyższej tabeli za pomocą B.W. oznaczono wartości, których nie można otrzymać ze względu na za małą średnicę pala a w konsekwencji za małą jego sztywność.

5 WNIOSKI

Przedstawiona procedura pozwala na taki dobór długości pala, aby prawdopodobieństwo, że poziome przemieszczenie głowicy pala przekroczy dopuszczalna wartość, było utrzymane na wcześniej założonym poziomie (wskaźnik niezawodności β będzie odpowiednio duży). Jest to zgodne z sugestiami normy ISO 2394. Procedura umożliwia także obliczenie współczynników materiałowych (cząstkowych współczynników bezpieczeństwa). Wyznaczenie współczynników materiałowych powinno być w zasadzie przeprowadzone na podstawie dużej liczby obciążeń próbnych, w których mierzono by przemieszczenia głowicy pali dla zadanych obciążeń poziomych głowicy pali w różnych rodzajach gruntu. Nie dysponując wynikami badań in situ w przedstawionym opracowaniu użyto wyników symulacji numerycznych 3D obciążeń próbnych. Jako alternatywną metodę symulacji badań in situ można zastosować podejście klasyczne np. metodę p-y curves.

W przedstawionej procedurze jako powierzchnie odpowiedzi zastosowano aproksymator stosowany w sieciach neuronowych, bazujący na funkcji tangens hiperboliczny. Funkcję aproksymującą uzyskaną za pomocą sieci neuronowej wykorzystano aby uniknąć pojawienia się potencjalnych „fałszywych gałęzi” powierzchni odpowiedzi. Fałszywe gałęzie odpowiedzi występują często w przypadku stosowania funkcji aproksymujących w postaci wielomianu.

Wyznaczenia wartości współczynników materiałowych o uniwersalnym zastosowaniu jest trudne, gdyż przemieszczenia głowicy pala zależą od indywidualnych warunków geotechnicznych wokół pala oraz jego średnicy, sztywności i długości. Możliwe jest

natomiast oszacowanie wartości współczynników materiałowych dla pali o różnych średnicach posadowionych w tych samych warunkach geotechnicznych.

Należy podkreślić, że jak dotąd w analizie stanów granicznych użyteczności fundamentów nie jest praktykowane stosowanie cząstkowych współczynników bezpieczeństwa. Zdaniem autorów w pewnych sytuacjach, jak np. przy obliczeniach pali obciążonych siłami poziomymi, współczynniki cząstkowe mogą być użyteczne w celu zaprojektowania pala według zasad teorii niezawodności na określony poziom prawdopodobieństwa awarii.

PIŚMIENNICTWO

- [1] Reese L.C., Van Impe W.F.: *Single Piles and Pile Groups Under Lateral Loading*. Balkema, Rotterdam, 2001.
- [2] Tandjiria V, Teh C.I., Low B.K.: Reliability analysis of laterally loaded piles using response surface methods. *Structural Safety*, vol. 22, nr 4/2000, s. 335–355.
- [3] Haldar S, Sivakumar, Babu. G.L.S.: Effect of soil spatial variability on the response of laterally loaded pile on undrained clay. *Computers and Geotechnics*, vol. 35/2008, s. 537–547.
- [4] Fenton G.A., Griffiths D.V.: Bearing capacity prediction of spatially random $c - \phi$ soils. *Canadian Geotechnical Journal*, vol. 40, nr 1/2003, s. 545.
- [5] ISO 2394. General principles on reliability of structures. International Standard, 2000.
- [6] Box, G.P., Draper, N.R.: *Empirical Model-Building and Response Surface*. J. Wiley & Sons, New York, 1996.
- [7] Rackwitz R.: Response surfaces in structural reliability. *Berichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke*, heft 67, LKI, Technische Universität München, 1982.
- [8] Bucher, C.G., Bourgund, U.: A fast and efficient response surface approach for structural reliability problems. *Structural Safety*, 7/1990, s. 57-66.
- [9] Hohenbichler M, Gollwitzer S, Kruse W, Rackwitz R.: New light on first and second-order reliability methods. *Structural Safety*, 4/1987, s. 267–284.
- [10] Marquardt D. W.: Least-squares estimation of non-linear parameters computer code, NLIN2, Distribution No. 309401, IBM Share Library, August 1966.
- [11] Bauer J., Puła W.: Reliability with respects to settlement limit-states of shallow foundation on linearly-deformable subsoil. *Computers & Geotechnics*; vol. 25, nr 3-4/2000, s. 281–308.
- [12] Hecht-Nielson R., *Neurocomputing*. Amsterdam: Addison Wesley, 1991m
- [13] Bauer J., Puła W., Neural network supported response surface method with respect to reliability computations in geotechnics. *Studia Geotechnica et Mechanica* , 22, No. 3-4, 2000, 103-115.

PROBABILISTIC ASSESSMENT OF PILE HEAD DISPLACEMENTS UNDER LATERAL LOAD

Summary

The method of probabilistic analysis of laterally loaded piles displacement has been presented. The aim of the method is to determine pile's geometry in such a way that guarantee that displacement of pile's head not exceed an allowable threshold with specified level of probability. The method additionally offers finding material partial safety factors of elastic subsoil interacting with the pile. The method consists of three numerical parts, which are three-dimensional finite element modelling, algorithm of creating of a response surface and reliability computations.

Mirosław BUKOWSKI¹
Grzegorz BARTNIK²
Instytut Dróg i Mostów
Politechnika Warszawska

GEOTECHNICZNA OCENA GRUNTÓW PODDANYCH SPEŁZYWANIU NA PRZYKŁADZIE SKARPY WIŚLANEJ

STRESZCZENIE

Analizując stateczność zbocze możemy zauważyć, że zachowuje ono globalną stateczność (głębsze powierzchnie poślizgu), podczas gdy przypowierzchniowe warstwy stoku podlegają cyklicznemu spełzywaniu. W artykule przedstawiono podstawy teoretyczne obliczania stateczności zbocza poddanego procesowi pełzania, wzięto pod uwagę także grunty poddane dynamicznemu działaniu wód podziemnych. Omówiono stateczność zbocza przy spełzywaniu w świetle zasad granicznego stanu naprężeń, korzystając z metody zastosowanej przez Terzagiego do oceny nośności pionowej podłoża. Przedstawiono krótki przykład obliczeniowy.

Słowa kluczowe: pełzanie, zbocze, deluwia, koluwia,

1 WSTĘP

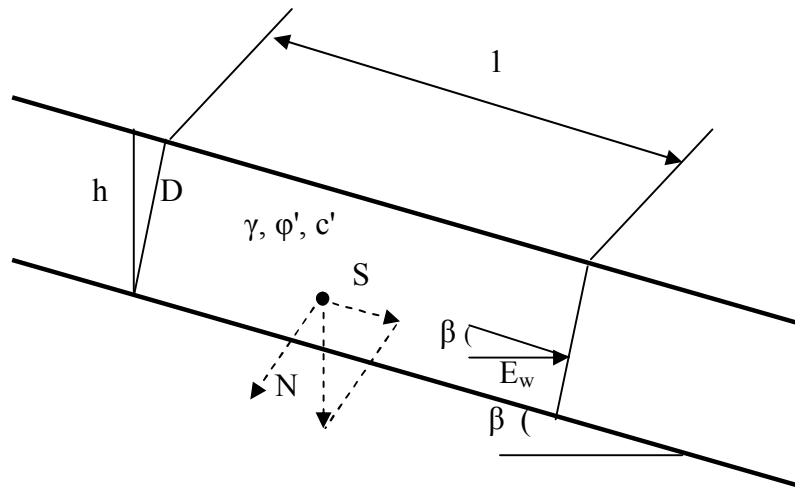
Spełzywanie zalicza się do powierzchniowych ruchów masowych według Książkiewicza [1]. Najczęściej zbocze zachowuje globalną stateczność (głębsze powierzchnie poślizgu), natomiast przypowierzchniowe warstwy stoku podlegają cyklicznemu spełzywaniu. Przez cykliczność należy tu rozumieć powtarzalny proces nawilżania i osuszania gruntu przez wody opadowe. Głębokość wpływu zmian atmosferycznych jest stała co preferuje ewolucyjny proces kształtowania się płaskich powierzchni pełzania. Widocznym i znanym efektem wieloletniego spełzywania przypowierzchniowych warstw jest charakterystyczne wygięcie pni drzew. Proces spełzywania należy traktować jako potencjalny obszar zsuwu w przypadku zwiększenia intensywności i długotrwałości opadów. Dla skarp, szczególnie zagospodarowanych (ogrody, ścieżki spacerowe, tarasy widokowe) spełzywanie stanowi źródło narastających szkód.

¹ m.bukowski@il.pw.edu.pl

² g.bartnik@il.pw.edu.pl

2 ANALIZA

Dla zbocza z gruntu spoistego o jednolitym skłonie i płaskiej powierzchni pełzania (Rys. 1) współczynnik stateczności zbocza F przy braku filtracji wody można wyrazić [2]



Rys. 1. Schemat obliczeniowy

$$F = \frac{h\gamma\omega s^2\beta\text{tg}\varphi' + c'}{0,5h\gamma \sin 2\beta} \quad (1)$$

gdzie γ, φ', c' oznaczają odpowiednio ciężar objętościowy oraz efektywne parametry wytrzymałościowe. Warstwy przypowierzchniowe w wyniku:

- wysychania i nasiąkania wodą opadową;
 - oddziaływania naprężeń rozciągających w procesie parcia czynnego;
 - w wyniku oddziaływania naprężeń ścinających kierunku równoległy do skłonu zbocza stają się dominującym w procesie filtracji;
 - uwarunkowań genetycznych utworów zboczowych – deluwia, koluwia;
- stają się uprzywilejowane dla filtracji wody opadowej wzdłuż skłonu. W takich warunkach współczynnik stateczności zbocza określa się

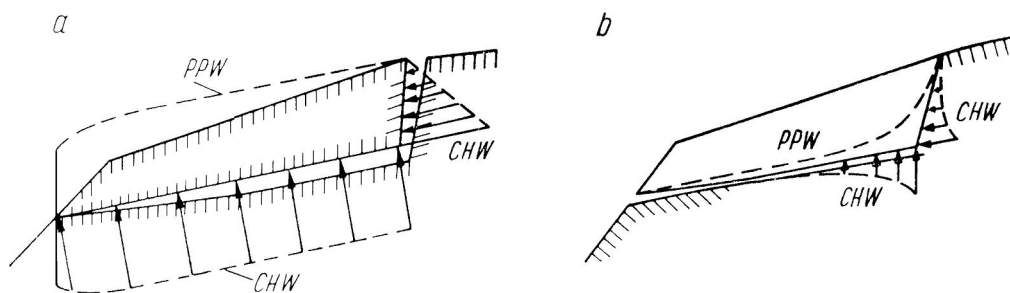
$$F = \frac{h\gamma'\omega s^2\beta\text{tg}\varphi' + c'}{0,5h\gamma' \sin 2\beta} \quad (2)$$

gdzie γ' oznacza ciężar objętościowy gruntu w warunkach wyporu wody; pozostałe oznaczenia podano na Rys. 1. Ze wzoru (2) wynika, że ciśnienie sphywowe wody obniża wartość F w stosunku do (1) prawie dwukrotnie. Stabilizacja nachylenia skłonu zbocza następuje w otoczeniu równowagi granicznej na ogół przy zachowaniu warunku $\beta \geq \varphi'$. Proces pełzania zbocza zachodzi według Kisiela [3], gdy zmobilizowany kąt oporu ścinania v spełnia warunek

$$v_\infty < v < \varphi', \quad (3)$$

gdzie: φ' – doraźna wartość efektywnego kąta tarcia wewnętrznego, v_∞ – długotrwała wartość kąta oporu ścinania.

Wartość u_∞ można uznać za próg pełzania i odpowiada on poziomowi wytrzymałości określonej przez rezydualne parametry wytrzymałości φ_r i c_r [2]. Zbliżone pojęcia progów pełzania można znaleźć również w pracach [4], [5]. Tak więc do określenia współczynnika pewności przy pełzaniu należy we wzorach (1) lub (2) przyjąć wartości parametrów wytrzymałościowych na poziomie rezydualnym. Parametry rezydualne można określić laboratoryjnie. Poziom ich wartości przeciętnie układu się na poziomie $\varphi_r \approx 0,78\varphi'$, $c_r \approx 0,5c'$ (por. Wysokiński [6]). Trudniejszy problem występuje przy ustaleniu zależności parametrów wytrzymałościowych w zagadnieniach niestacjonarnych (funkcja pełzania). W tym celu zachodzi konieczność połączenia obserwacji terenowych z badaniami laboratoryjnymi. Przykładowo dla skarpy w kopalni ilów glącitektonicznie zaburzonych [7] zmianę spójności w czasie (odprężenie) opisywano funkcją stosowaną w modelu reologicznym M/V [3]. Na ogół wystarcza określenie współczynnika stateczności przy pełzaniu. Obserwacje terenowe wskazują, że wpływ wody oprócz wyporu i ciśnienia sphywowego ujawnia się w formie ciśnienia hydrostatycznego co ilustruje Rys. 2 zaczerpnięta z pracy [2].



Rys. 2. Schemat rozkładu ciśnień hydrostatycznych; PPW – poziom piezometryczny wody szczelinowej, CHW – ciśnienie hydrostatyczne wody.

Powyższe zjawisko można wystąpić np. w skałach fliszowych. Współczynnik pewności w warunkach obecności ciśnień hydrostatycznych wyraża się

$$F = \frac{(h\gamma' \cos^2 \beta - u) \operatorname{tg} \varphi' + c'}{h\gamma' \sin 2\beta} \quad (4)$$

gdzie u jest ciśnieniem hydrostatycznym wody liczoną od powierzchni terenu; pozostałe oznaczenia są zgodne z poprzednimi.

Wzór (4) wskazuje, jak łatwo ciśnienie hydrostatyczne może naruszyć delikatną równowagę zbocza. Prawdopodobieństwo wystąpienia ciśnienia hydrostatycznego ocenia się na podstawie dokumentacji geotechnicznej; najlepszym wskaźnikiem mogą być połowe pomiary ciśnienia porowego. Wypadkową, poziomą siłę oddziaływania na konstrukcję zabezpieczającą spełzywanie można obliczyć ze wzoru (na jednostkę powierzchni w płaszczyźnie skłonu, Rys. 1) bez filtracji wody

$$E_w = (\gamma_r 0,5 h \gamma' \sin 2\beta - h \gamma' \cos 2\beta \operatorname{tg} \varphi_r - c_r) \cos \beta \quad (5)$$

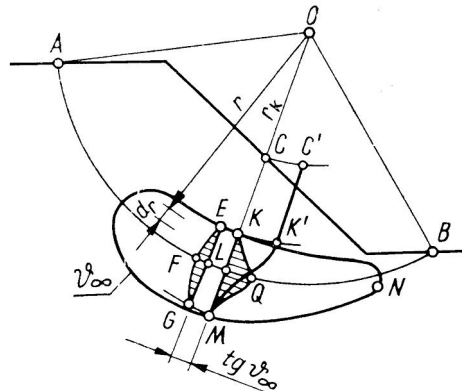
z filtracją

$$E_w = (\gamma_r 0,5 h \gamma' \sin 2\beta - h \gamma' \cos 2\beta \operatorname{tg} \varphi_r - c_r) \cos \beta \quad (6)$$

gdzie γ_r jest współczynnikiem przeciążenia (1,1÷1,2); pozostałe oznaczenia są zgodne z poprzednimi.

Dla łamanych powierzchni spełzania wzory na parcie E_w można znaleźć w pracy [8]. Konstrukcje przenoszące siły E_w mogą być wielorakie: ruszty palowe, geokraty, przypory, drenaż. Rodzaj wzmocnień powinien odpowiadać konkretnemu zagadnieniu geotechnicznemu; przegląd niektórych stosowanych przedsięwzięć zawierają prace np. [9], [10].

Spełzanie jako faza wstępna osuwiska nie zawsze ma miejsce po płaszczyźnie. Nagromadzone deluwia i koluwia u podnóża zbocza stwarzają warunki do wystąpienia pełzania wgłębnego w strefie podnóża. Kisiel [3] na przykładzie cylindrycznej powierzchni pełzania lokalizuje obszar pełzania w dolnej strefie zbocza (Rys. 3)

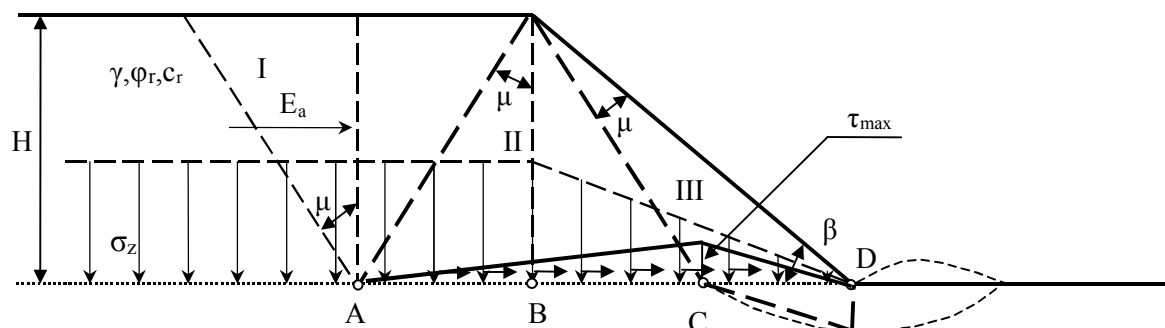


Rys. 3. Obszar pełzania wgłębnego w zboczu [3]; EFG – część wykresu gdzie $tg\alpha < tg\alpha_{\infty}$, KQM – wykres

$$\text{gradientów prędkości pełzania } u_p \text{ równy } \frac{du_p}{dr}.$$

Określenie obszaru pełzania jest możliwe przy znajomości sprężystego pola naprężeń co dla skarpy jest zagadnieniem numerycznym (MES). Zwykle zagadnienia stateczności skarp wymagają szybkich analiz bez dokładnej znajomości warunków geotechnicznych. Jest to kwestia czasu i możliwości finansowych Inwestora. Wydaje się słuszne zamiast określenia sprężystego pola naprężeń poszukiwać rozwiązania na podstawie stanu granicznego według Sokołowskiego [11].

Ścisłe stosowanie zasad granicznego stanu naprężeń również nie prowadzi do praktycznych rozwiązań [12]. Biorąc przykład z metody zastosowanej przez Terzagiego do oceny nośności pionowej podłoża można w obszarze zbocza wydzielić strefy naprężeń (Rys. 4).



Rys. 4. Schemat obliczeniowy pełzania wgłębnego w zboczu; I – strefa Rankinea, II – strefa przejściowa, III – strefa odporu.

Zasięg stref naprężeń określa kąt $\mu = 45^\circ - \varphi_m/2$, gdzie $\operatorname{tg}\varphi_m = \frac{\operatorname{tg}\varphi_r}{F}$, F - współczynnik pewności. Rozkład naprężeń ścinających τ na obszarze AD można przyjąć liniowy (Rys. 4) lub nieliniowy. Przyjęcie rozkładu naprężeń ścinających pozwala określić wartość ich spiętrzenia (τ_{\max}) w punkcie C. Wartość τ_{\max} oblicza się z warunku równowagi

$$E_a = \int_A^D \tau dx \quad (7)$$

gdzie E_a jest globalną wartością parcia czynnego w zboczu według parametrów zmobilizowanych $c_m = \frac{c_r}{F}$ i $\operatorname{tg}\varphi_m = \frac{\operatorname{tg}\varphi_r}{F}$.

Wypadkową parcia określają parametry gruntu oraz ewentualnie parcie wody (por. Rys. 2). O stateczności zbocza przy spełzywaniu decyduje stan naprężeń w strefie odporu na obszarze CD (Rys.4). Powyższy warunek można sprawdzić w punkcie C, co przy liniowym rozkładzie naprężeń τ dotyczy obszaru odporu CD

$$F = \frac{\tau_{fc}}{\tau_{\max}} \quad (8)$$

gdzie $\tau_{fc} = \sigma_z \operatorname{tg}\varphi_m + c_m$.

Naprężenia pionowe σ_z na obszarze BD (Rys. 4) rozkładają się liniowo proporcjonalnie do lokalnej wysokości zbocza. Równanie (8) ze względu na F jest uwikłane, ale rachunki nie są uciążliwe. W przypadku gruntu w zboczu lub podłożu charakteryzującego się niskim kątem tarcia wewnętrznego ($\varphi_r \leq 15^\circ$) należy dodatkowo sprawdzić warunek wypierania podłoża na obszarze CD (Rys. 4) przy obciążeniu ukośnym ($\frac{\tau}{\sigma_z}$). Rozstrzygającym

o stateczności jest warunek bardziej wymagający (ścięcie lub wypieranie). Rejon punktu C jest jądrem pełzania (ścięcia) co potwierdza sugestię Kisiela zawartą na Rys. 3.

3 PRZYKŁAD ZABEZPIECZENIA SPEŁZYWANIA NA ODCINKU SKARPY WIŚLANEJ

Na omawianym odcinku skarpy istnieją schody stanowiące zejście ze skarpy, dodatkowo stanowią one połączenie ze ścieżkami spacerowymi usytuowanymi w poprzek stoku. Półki ścieżek stanowią jednocześnie zabezpieczenie od sufozji powierzchniowej. Z uwagi na proces spełzowania podjęto decyzję stabilizacji warstwy przypowierzchniowej. Przypowierzchniowe warstwy gruntu budują utwory deluwialne i koluwalne wykształcone jako piaski gliniaste i gliny piaszczyste.

Globalna stateczność skarpy nie budzi zastrzeżeń; brak jest ciśnienia hydrostatycznego. Parametry geometryczne skarpy: wysokość $H \approx 14,0$ m, kąt nachylenia skłonu $\beta \approx 30^\circ$. Wyprowadzone parametry warstw przypowierzchniowych: $\gamma = 20,0$ kN/m³, $\varphi_r = 15^\circ$, $c_r = 10$ kPa. Głębokość h_0 powierzchni pełzania ustalono na podstawie zmienności stopnia plastyczności, wyników sondowania oraz analiz teoretycznych. Wyniki wskazują, że głębokość h_0 oscyluje wokół wartości 2,0 m. Określono również głębokość mikroszczelin wynikających z rozciągań dla stanu nawodnienia oraz filtracji wody

$$h_0 = \frac{2c_r}{\gamma} \operatorname{tg}\left(45 + \frac{\varphi_r}{2}\right) \quad (9)$$

$$h_o = \frac{2c_r}{\gamma' + \gamma_w \sin \beta} \operatorname{tg}\left(45 + \frac{\varphi_r}{2}\right) \quad (10)$$

gdzie γ_w jest ciężarem objętościowym wody, pozostałe są zgodne z poprzednimi. Ze wzoru (8) uzyskano $h_o=2,6\text{m}$ z (9) $h_o=1,73\text{m}$. Wartość współczynnika stateczności ze wzoru (1) dla $h_o=1,7\text{ m}$ wynosi 1,12, ze wzoru (2) $F=0,90$. Ostatecznie przyjęto głębokość pełzania $h_o \approx 2,0\text{ m}$ równoległe do skłonu. Uwzględniając, że na skarpę nie można wprowadzać ciężkiego sprzętu jako wzmocnienie powierzchniowe skarpy zaprojektowano palisadę z mikropali o średnicy $D=0,18\text{ m}$ zbrojonych profilem HEB 100. Mikropale będą rozmieszczone wzdłuż ścieżek spacerowych w rozstawie osiowym 2,5 i 4,0 m i zwieńczone oczepem żelbetowym.

PIŚMIENNICTWO

- [1] Lenczewska E., Łowkis A., Zdrojewska N.: Zarys geologii z elementami geologii inżynierskiej i hydrogeologii. Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 1992.
- [2] Wiłun Z.: Zarys geotechniki. Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa, 1987.
- [3] Kisiel I., Dmitruk S., Lysik B.: Zarys reologii gruntów. T2, Arkady, 1969.
- [4] Miesčan C.R.: Eksperimentalnaja reologia gliniastych gruntov. Niedra, Moskva, 1985.
- [5] Wiałov S.S.: Reologičeskije osnovy miechaniki gruntov. Wyższa Szkoła, Moskva, 1978.
- [6] Wysokoński L.: Posadowienie obiektów budowlanych w sąsiedztwie skarp i zboczy. Instrukcja ITB 304, Warszawa, 1991.
- [7] Augustyniak E., Bukowski M.: Ocena stateczności skarpy kopalni odkrywkowych w funkcji czasu. Technika Poszukiwań Geologicznych, nr 3, 1978, str. 19-21.
- [8] Szachunjan G.M.: Żeleznodorożnyj put, Transport, Moskva, 1987.
- [9] Trojnar K.: Zagrożenia budowli drogowych osuwiskami i sposoby ich eliminacji. Materiały Konferencyjne. Problematyka osuwisk w budownictwie komunikacyjnym, SITK, Oddział w Krakowie, 2009, s.379-394.
- [10] Szydło A., Stidger-Szydło E.: Jak zmniejszyć ryzyko występowania osuwisk skarp drogowych. Materiały Konferencyjne. Problematyka osuwisk w budownictwie komunikacyjnym, SITK, Oddział w Krakowie, 2009, s.354-376.
- [11] Sokołowski W.W.: Statika szpučei sredy. Gosudarstriennoje Izdatielstvo Literatury po Stroitelstvu, Moskva, 1960.
- [12] Fiedorov I.W.: Metody rasčeta ustoičivosti skłonov i otkosov. Gosudarstriennoje Izdatielstvo Literatury po Stroitelstvu, Moskva, 1962.

GEOTECHNICAL ESTIMATION OF SOIL SUBJECTED CREEP DEFORMATION ON EXAMPLE THE VISTULA SLOPE

Summary

Analyzing slope stability it can be noticed that the slope global stability is maintained (deeper areas of the slip surface), while the surface layers of the slope are subject to cyclical creep. The paper presents theoretical bases of calculating slope stability affected by creep deformation, also soils subjected to the dynamic effect of underground waters were taken into consideration. Slope stability was discussed under creep process in the light of the rules of the border condition of stresses, using the method used by Terzaghi to evaluate the vertical bearing capacity of soils. A brief computational example was presented

Wojciech GOSK¹
Politechnika Białostocka

ANALIZA PROCESÓW DEFORMACYJNO - NAPRĘŻENIOWYCH W BRYLE GRUNTOWEJ BADANEJ PŁYTĄ DYNAMICZNĄ ZFG-01

STRESZCZENIE

W pracy opisano analizę zachowania bryły gruntu piaszczystego poddanej badaniu za pomocą lekkiej płyty dynamicznej ZFG-01. Przeprowadzono identyfikację dynamicznego modułu sztywności podłoża gruntowego w oparciu o profil przyspieszeń zarejestrowany podczas testu udarowego. Założono, że nieliniowość ośrodka będzie wyrażona zmienną w czasie wartością dynamicznego modułu sztywności. Identyfikacja została przeprowadzona z uwagi na proces na podstawie autorskiego programu obliczeniowego umożliwiającego opis falowy zachowania się walcowej bryły gruntu.

Słowa kluczowe: lekka płyta dynamiczna, obciążenie udarowe, identyfikacja, moduł sztywności podłoża gruntowego

1 WSTĘP

Modelowanie zagadnienia dynamicznego ośrodka gruntowego wymaga założenia modelu geometrycznego jak również przyjęcia stosownego prawa fizycznego. W modelowaniu geometrycznym jest możliwe ujęcie ośrodka gruntowego jako półprzestrzeni ograniczonej płaszczyzną brzegową. Zazwyczaj uwzględnia się możliwie największą, ale skończoną objętość gruntu. Modelem geometrycznym staje się więc bryła, dla której wymaga się przypisania odpowiednich warunków brzegowych. W problemach dynamiki, w których grunt musi być modelowany jako ośrodek wałki, reagujący inercyjnie, wprowadzenie warunków brzegowych może mieć konsekwencje na konstruowane rozwiązanie analizowanego problemu z uwagi na generację efektów odbicia. Z kolei modelowanie właściwości fizycznych ośrodka jest zadaniem skomplikowanym, ponieważ stajemy przed problemem wyboru rzędu dokładności tego modelowania. Musimy bowiem mieć świadomość, że ustalenie cech fizycznych gruntu zwykle nie jest problemem samym w sobie, a jest tylko jednym z etapów modelowania pewnego, szerszego problemu, do rozwiązania którego dążymy. Skala problemu docelowego wymaga rozważenia zasadności rzędu dokładności modelowania fizycznego. Prawie zawsze należy ją rozważać w połączeniu

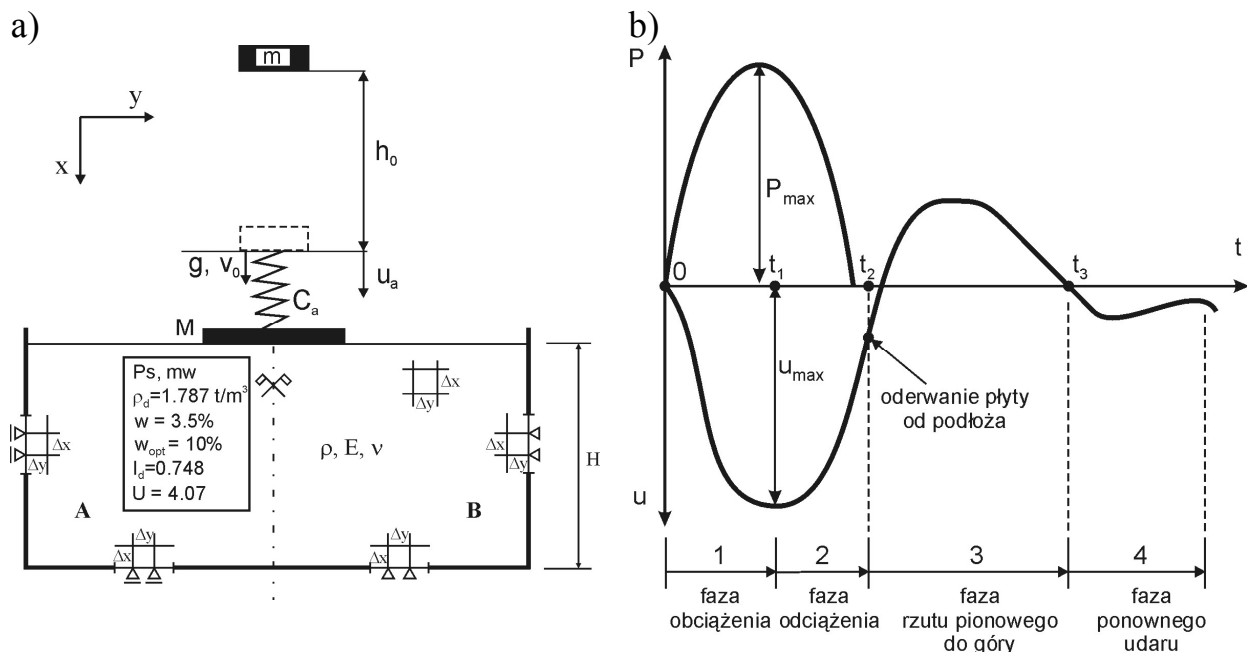
¹ w.gosk@pb.edu.pl

z modelowaniem geometrycznym ośrodka gruntowego, przestrzennie rozciągniętego.

Przedmiotem rozważań zawartych w pracy jest analiza zachowania ograniczonej bryły gruntu piaszczystego poddanej działaniu obciążenia udarowego. Zakłada się, że grunt jest ośrodkiem charakteryzującym się nieliniowymi związkami fizykalnymi w całym zakresie odkształcenia. Zasadniczym parametrem definiującym tę nieliniowość jest moduł sztywności gruntu, zmieniający swoją wartość w procesie odkształcenia. W pracy zostanie przeprowadzona identyfikacja modułu sztywności podłoża gruntowego. Efektem tej identyfikacji będzie również prognoza procesów zachodzących wewnątrz bryły gruntu poddanej obciążeniu udarowemu.

2 BAZA DOSWIADCZALNA ANALIZY I MODEL OŚRODKA GRUNTOWEGO

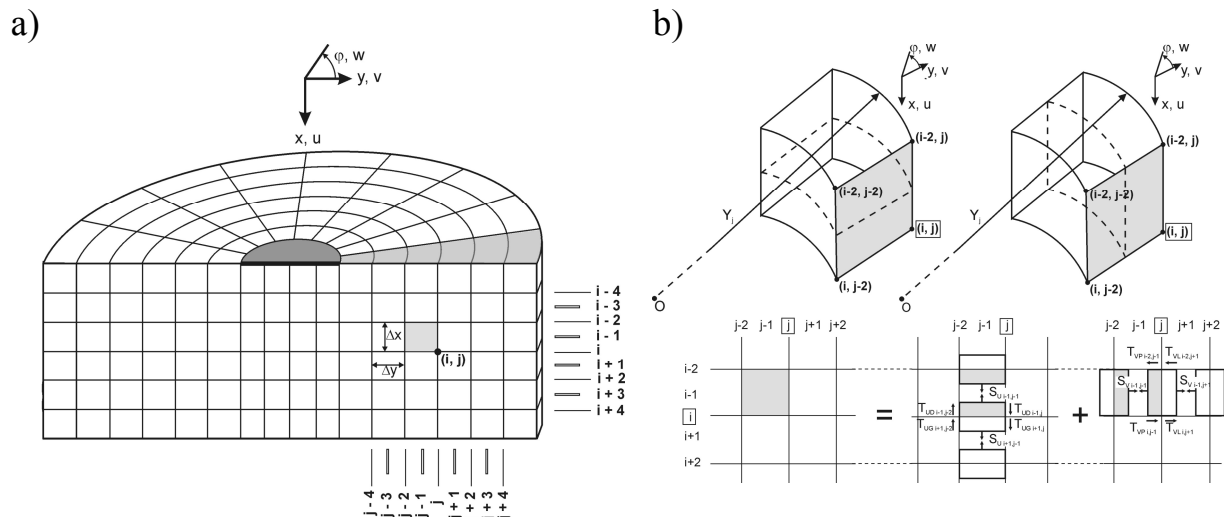
Identyfikacja modułu sztywności podłoża gruntowego zostanie przeprowadzona w oparciu o wyniki badań przeprowadzonych na bryle gruntu o wymiarach 1,30 m x 1,30 m x 0,70 m, umieszczonej w sztywnej skrzyni drewnianej, [1]. Schemat stanowiska badawczego, parametry badanego gruntu oraz pewne elementy modelowania numerycznego przedstawiono na rysunku. 1 a.



Rys.1.a) Schemat stanowiska badawczego. Warunki brzegowe do analizy numerycznej b) Charakter zmienności w czasie przemieszczenia płyty i siły udaru

Podczas badania płyta naciskowa o masie M poddawana jest udarowi masy m za pośrednictwem amortyzatora o sztywności C_a . Amplituda naprężenia uzyskiwanego pod płytą naciskową wynosi $\sigma_{max} \approx 100 \text{ kPa}$. Rejestracja wyników polega na zapisie wartości przyspieszeń a następnie prędkości i przemieszczenia płyty naciskowej z krokiem próbkowania $TP = \Delta t^{exp} = 56 \mu\text{s}$. Podczas realizacji pracy [1] wykonano osiem kolejnych prób dynamicznych. Zarejestrowane wyniki maksymalnej amplitudy przemieszczenia wynosiły kolejno $u_{d,max} : \{1,279; 0,757; 0,685; 0,650; 0,622; 0,594; 0,583; 0,587\} \cdot 10^{-3} \text{ m}$. Wyniki te wskazują na zagęszczanie się gruntu i stabilizację amplitudy począwszy od udaru nr 6. Typowy przebieg zmienności w czasie przemieszczenia płyty naciskowej i siły udaru przedstawiono na rysunku 1b.

Doświadczenie stanowiące podstawę do identyfikacji w niniejszej pracy narzuca potrzebę modelowania problemu osiowo-symetrycznego. Płyta naciskowa przekazująca energię uderu na grunt jest kołowa. Dla potrzeb identyfikacji stworzono program obliczeniowy oparty na algorytmie MRS przedstawionym w pracy [2]. Program zawiera również moduł umożliwiający realizację obciążenia zgodnie z modelem dynamicznym używanego przyrządu. Schemat modelu z uwidocznieniem osobliwości dyskretyzacji według [2] przedstawiono na rysunku 2.



Rys.2.Sposób dyskretyzacji modelu numerycznego: a) schemat ogólny, b) szczegół dyskretyzacji

3 ZAŁOŻENIA DO ANALIZY

Poszukiwanie zmiennego modułu sztywności określającego ogólną nieliniowość fizyczną gruntu może być zrealizowane na podstawie ogólnej formy związków fizykalnych teorii hiposprężystości. W teorii tej przyjmuje się, że związki fizykalne wyrażają zależności pomiędzy prędkościami naprężeń i prędkościami odkształceń. Numeryczne zastosowanie takich związków w procedurach wykorzystujących dyskretyzację w czasie z małym krokiem w naturalny sposób pozwala ująć ewolucję nieliniowej reakcji odkształceniowo-naprężeniowej poprzez zastąpienie prędkości przyrostami. Jeżeli odpowiednie moduły sztywności ośrodka uzmiennimy względem odkształceń całkowitych, to uzyskamy nieliniowe prawo fizykalne. Takie podejście do betonu w jedno- i dwuosowym stanie naprężenia zastosowano w pracy [3]. Wykazano poprzez konfrontację z wynikami doświadczeń poprawność takiego ujęcia związku fizycznego. W pracach [4] oraz [5] nieliniową, przyrostową formę praw zmian postaci i objętości betonu ustalono dla przestrzennego stanu naprężeń i odkształceń,

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_i &= 2G(\varepsilon_i) \dot{\varepsilon}_i, \\ \dot{\sigma}_{sr} &= 3K(\varepsilon_{sr}) \dot{\varepsilon}_{sr}. \end{aligned} \quad (1)$$

gdzie $G(\varepsilon_i)$ i $K(\varepsilon_{sr})$ są odpowiednio zmiennymi modułami ścinania i zmian objętości. Dostrzegano, że zastosowanie związków o takiej postaci ogranicza się do opisu procesów obciążenia monotonicznego, dla których zmienne parametry mechaniczne można ustalić na podstawie dostępnych doświadczeń.

W implementacji numerycznej prawo prędkościowe (1) będzie w niniejszej pracy wykorzystywane w formie przyrostowej. Dysponując odpowiednimi wynikami doświadczeń i stosując właściwą procedurę identyfikacyjną, jest możliwe ustalenie związków

hiposprężystości dla gruntu jako ośrodka fizycznie nieliniowego. Pokażemy, że jest możliwa ocena charakteru tej nieliniowości, bez wprowadzania ograniczenia procesów tylko do ścieżki obciążenia, w tym do określenia jej tylko jako gałąź stateczna, $E_d > 0$. Tym samym cechy nieliniowości fizycznej gruntu będą odzwierciedlone w pełniejszy sposób. Zostaną ujęte niestateczne odcinki zależności $\sigma_i - \varepsilon_i$ czy $\sigma_{sr} - \varepsilon_{sr}$.

Do identyfikacji metodą „stycznych” wykorzystane zostaną zmodyfikowane związki (1). Modyfikacja jest konieczna i wynika z „jednopunktowych” danych doświadczalnych dla przestrzennej próbki gruntu, w której generuje się niejednorodny stan naprężenia i odkształcenia. Przyjmijmy więc następującą formę związków fizycznych:

$$\begin{aligned}\Delta\sigma_i &= 2G(u_d^{\text{eksp}}(t))\Delta\varepsilon_i, \\ \Delta\sigma_{sr} &= 3K(u_d^{\text{eksp}}(t))\Delta\varepsilon_{sr}.\end{aligned}\quad (2)$$

Za podstawę identyfikacji nieliniowych właściwości gruntu przyjmijmy następujące relacje modułów ścinania i zmian objętości względem modułu sztywności gruntu i współczynnika Poissona:

$$\begin{aligned}G(u_d^{\text{eksp}}(t)) &= \frac{E(t)}{2(1-\nu)}, \\ K(u_d^{\text{eksp}}(t)) &= \frac{E(t)}{3(1-2\nu)}.\end{aligned}\quad (3)$$

W zależnościach (3) uzmiennienie modułu sztywności względem czasu jawnie wyraża wpływ procesu obciążenia albo odciążenia na tą wielkość mechaniczną. Wartość współczynnika Poissona przyjęto jako stałą ($\nu = 0,3$).

4 IDENTYFIKACJA MODUŁU SZTYWNOŚCI

4.1 Kryterium identyfikacji

W pomierzonych eksperymentalnie wartościach przyspieszeń zawarta jest historia ruchu płyty naciskowej z pewnego krótkiego okresu czasu. Stwierdzono, że wprowadzając kryterium zgodności przyspieszeń numerycznych i eksperymentalnych, odniesione do kolejnej chwili próbkowania $k \cdot TP$, $k = 1, 2, 3, \dots, \text{ok. } 300$,

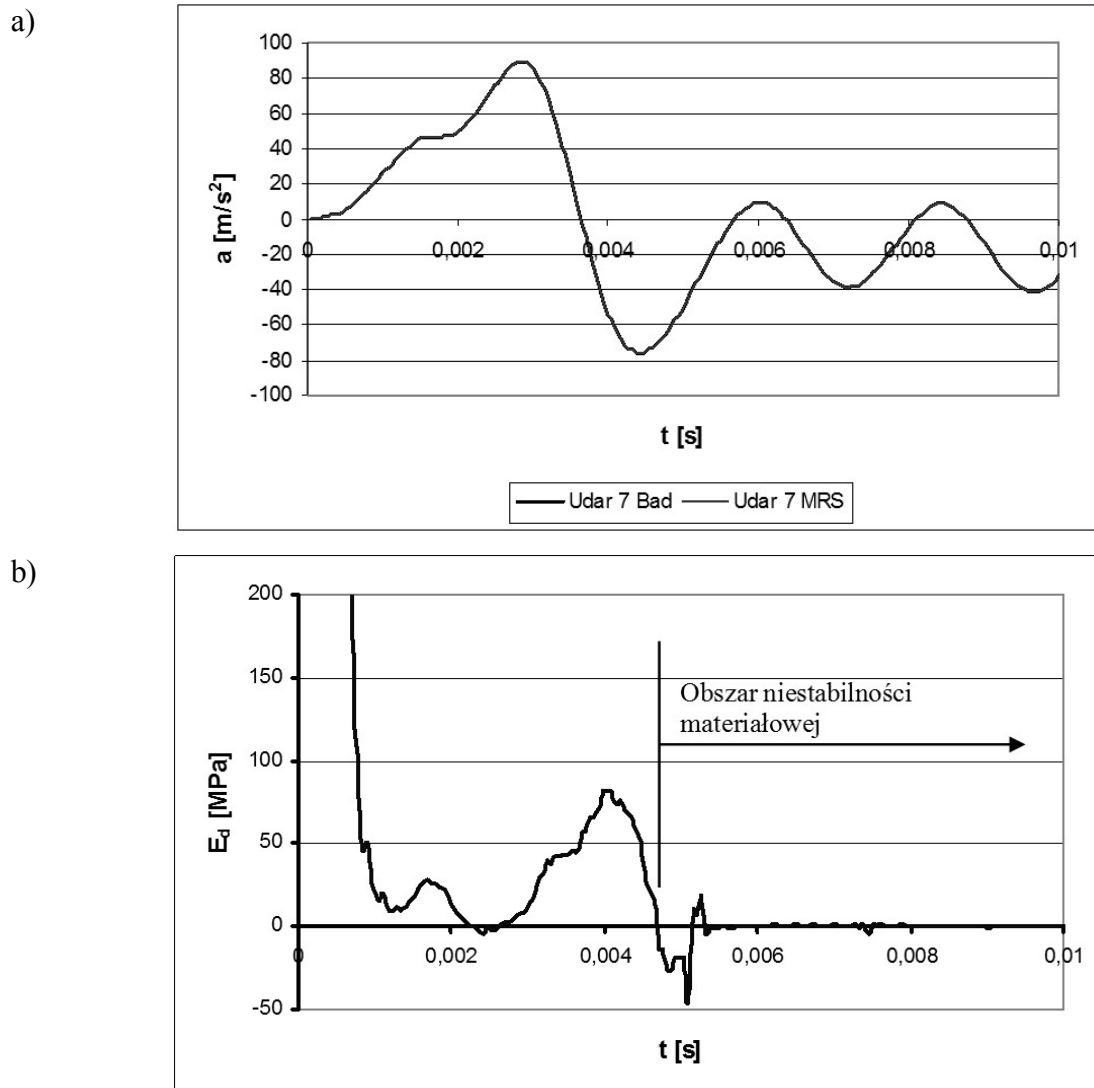
$$F(k \cdot TP) = \left| \frac{\ddot{u}_k^{\text{num}} - \ddot{u}_k^{\text{eksp}}}{\ddot{u}_k^{\text{eksp}}} \right| = \inf \quad (4)$$

jest możliwe jednoczesne uzyskanie zgodności na prędkości przemieszczeń i przemieszczenia. Nie stosowano określonej, ustalonej wartości różnicy przyspieszeń koniecznej do spełnienia kryterium (4). O spełnieniu tego kryterium decydowała dokładność iterowania modułu dynamicznej sztywności E_d , np. 0,1 MPa albo 0,01 MPa. Wartościom tym odpowiadają względne różnice przyspieszeń według (4) zdecydowanie poniżej 0,01%. Potrzeba tak znacznego podniesienia dokładności iterowania wynika z wyznaczania numerycznego wartości, które w okresie $t \gg 0,5t_1$ wahają się nieznacznie wokół wartości równej zero.

W programie komputerowym procedury iteracyjne celem wyznaczenia E_d ograniczają się do okresu równego krokowi próbkowania TP. Było więc możliwe wyznaczenie funkcji zmienności modułu sztywności E_d , przedziałami stałej. Z dalej przedstawionych rezultatów wynika, że zbiór danych doświadczalnych na przyspieszenia zawierał najpełniejszą informację o sposobie deformowania się gruntu jako ośrodka fizycznie nieliniowego.

4.2 Wyniki identyfikacji metodą „stycznych” w dziedzinie przyspieszeń

Naturę wyników numerycznych uzyskanych metodą „stycznych” w dziedzinie przyspieszeń w przypadku próby udarowej nr 7 ilustrują wykresy zamieszczone na rysunku 3.



Rys. 3. Wyniki z próby udarowej nr 7 i prognozy numerycznej: a) wykres przyspieszeń doświadczalnych i numerycznych, b) wyznaczona zmienność modułu sztywności w czasie

Zostały one wyznaczone przyjmując dokładność iteracji modułu sztywności równą 0,01 MPa. Stwierdza się, że istnieje możliwość idealnego odtworzenia programem MRS przebiegu przyspieszeń płyty naciskowej. Do chwili $t = 0,004648\text{s}$, która jest w przybliżeniu równa $0,5t_1$ wyniki identyfikacji wskazują, że E_d jest funkcją zasadniczo o rzędnych dodatnich. Wyjątek stanowi krótki okres po chwili $t = 0,0022\text{s}$, w którym wartości modułów przyjmują przejściowo małe wartości ujemne, patrz rys. 3.b. Oznacza to, że rozwiązanie

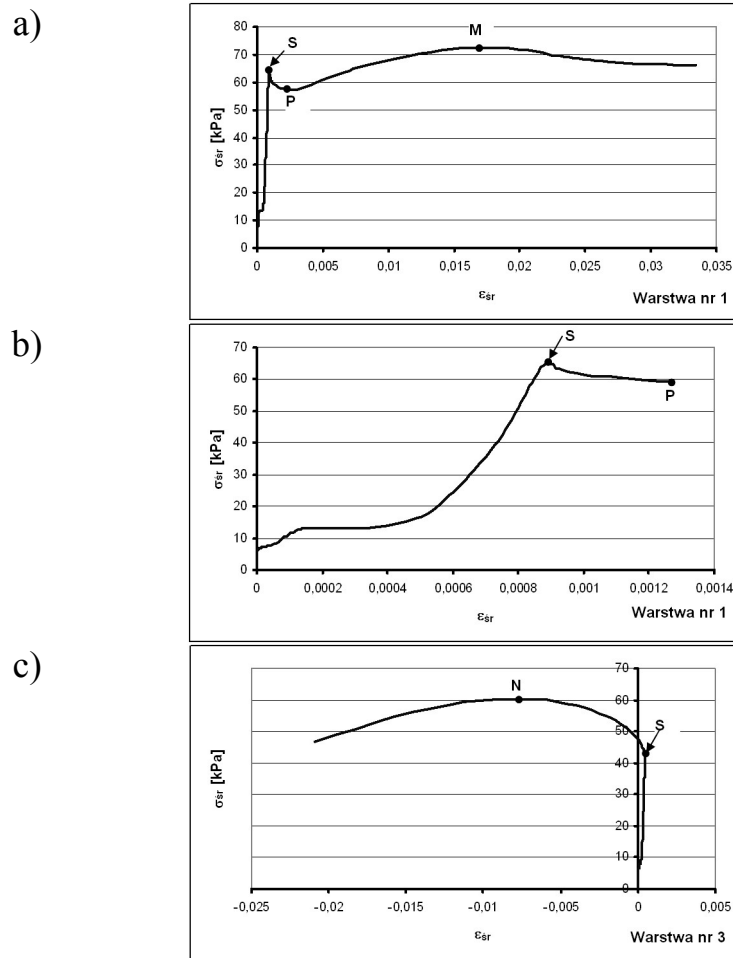
problemu propagacji falowej doznaje jakościowej zmiany. Dla $E_d > 0$ rozwiązanie mogło być poszukiwane metodą Fouriera rozdzielania zmiennych w bazie funkcji trygonometrycznych, a więc funkcji o wartościach ograniczonych. Po zmianie znaku E_d na ujemny rozwiązania należy poszukiwać w bazie funkcji hiperbolicznych. Ze swej natury nie są one ograniczone i rozwiązanie może wносить silną intensyfikację efektów odkształceniowo-naprężeniowych w ośrodku. W konsekwencji może to prowadzić w analizie numerycznej nawet do spotęgowanych efektów przemieszczeniowych, [6].

Ta krótkotrwała, przejściowa ujemna wartość E_d , skutkująca zmianą natury procesu deformacji, nie wpłynęła jakościowo na rozwiązanie numeryczne MRS. W następnym przedziale czasu $t > 0,5t_1$, wymóg spełnienia kryterium identyfikacji (4) powtórnie prowadzi do ujemnych modułów sztywności E_d , początkowo o znacznych wartościach. Powoduje to inicjację pewnych nieregularności procesu deformacji i naprężania modelowanego ośrodka gruntowego. Nieregularności te cechują się silnie niemonotonicznym rozkładem przestrzennym przemieszczeń i utrzymują się do końca analizy - chwili t_2 oderwania płyty naciskowej od gruntu. Nie powodują one jednak utraty stabilności procedury numerycznej opracowanej na podstawie algorytmu różnicowego.

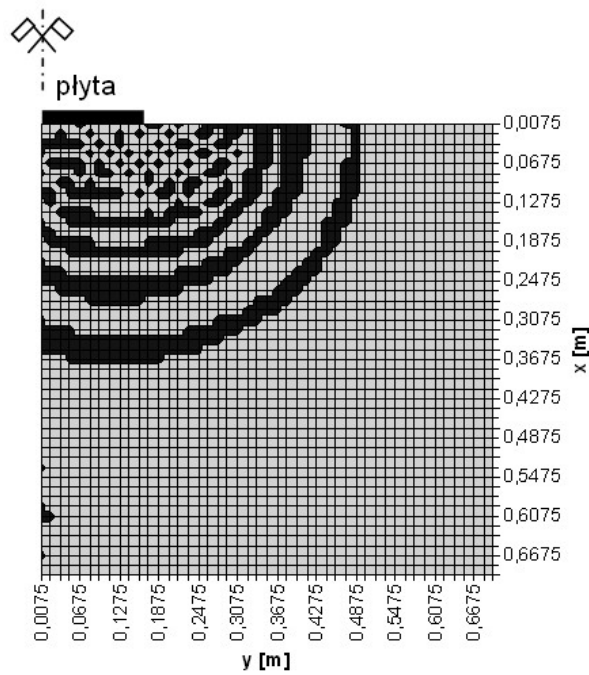
Podczas analiz numerycznych prowadzonych w celu identyfikacji modułu sztywności podłoża gruntowego śledzono ewolucję w czasie prawa zmiany objętości $\sigma_{sr} - \varepsilon_{sr}$ w węzłach na osi symetrii bryły. W ewolucji tej stwierdzono przemienne okresy statecznej reakcji dylatacyjnej ośrodka i reakcji niestatecznej, także wystąpienie stanu gwałtownej zmiany natury deformacji ze statecznej na przejściowo niestateczną – punkt S. Niestateczne okresy występowały albo w procesach zagęszczania gruntu, albo w procesach jego rozluźniania.

Krzywa $\sigma_{sr} - \varepsilon_{sr}$ na rysunku 4.a przedstawia zachowanie gruntu modelowane numerycznie w warstwie idealnie przylegającej do płyty naciskowej. W punkcie S kończy się reakcja ośrodka stateczna w sensie fizycznym. Jej dokładniejszy przebieg jest podany na rysunku 4.b Gałąź wykresu $\sigma_{sr} - \varepsilon_{sr}$ w analizowanej warstwie, rozpoczynająca się stanem S, może być w przybliżeniu interpretowana jako odpowiadająca quasi-plastycznemu płynięciu gruntu. Płynięcie to realizuje się początkowo w fazie niestatecznej, którą kończy stan P. Dalsze płynięcie odbywa się na ścieżce statecznej do osiągnięcia stanu naprężeń szczytowych – stan M. Następnie rozwija się płynięcie plastyczne ponownie w warunkach osłabienia.

W omówionym wyżej przypadku deformacji objętościowej warstwy pod płytą naciskową stwierdzono, że w całym zakresie odkształcenia postępuje monotoniczna zmiana objętości typu „zagęszczenie”, $\dot{\varepsilon}_{sr} > 0$. Inne typy procesów deformacji objętościowej są stwierdzane w warstwach położonych niżej. Przykładowa krzywa podana na rysunkach 4.c dotyczy warstwy nr 3 po głębokości. W warstwie trzeciej zagęszczenie realizuje się do osiągnięcia stanu S. Następnie ośrodek wykazuje rozluźnienie o narastającej intensywności. Powyższe wyniki numeryczne, uzyskane na podstawie bardzo dokładnej procedury identyfikacyjnej, za którą należy uznać metodę „styczną” w dziedzinie przyspieszeń, świadczą o występowaniu w procesie deformacji przemiannych okresów statecznego i niestatecznego zagęszczania albo rozluźniania się ośrodka pod wpływem analizowanego obciążenia udarowego. Przykładowe obszary rozluźnienia gruntu ($\dot{\varepsilon}_{sr} < 0$) zarejestrowane w chwili czasowej $TP = 96$ przedstawiono na rysunku 5. Obszary te wyznaczono przyjmując za podstawę lokalne wartości $\dot{\varepsilon}_{sr}$.



Rys. 4. Zależności $\sigma_{sr} - \epsilon_{sr}$ w kolejnych warstwach po głębokości na osi uderu: a, b) warstwa 1, c) warstwa 3



Rys. 5. Rozkład przestrzenny stref rozluźnienia gruntu (obszary ciemniejsze) dla chwili czasowej TP = 96

Rozluźnienia tworzą się początkowo w obszarze przyległym do niecki przemieszczeń, którą wywołuje przemieszczająca się płyta naciskowa. Następnie obszary rozluźnień układają się w postaci niespójnych, zdeformowanych warstw kulistych, które sięgają głębokości rzędu średnicy płyty naciskowej. Układ tych warstw po chwili $t = 96TP$ nie ulega zasadniczej zmianie.

5 PODSUMOWANIE

W analizie numerycznej stwierdzono, że po wystąpieniu ujemnej amplitudy przyspieszenia o znacznej wartości (około $-7,5g$) rozwinęły się w analizowanej próbie procesy dynamicznego rozluźniania ($\dot{\epsilon}_{sr} < 0$) i zagęszczania się ($\dot{\epsilon}_{sr} > 0$) gruntu. Mogą one mieć charakter procesu statecznego albo niestatecznego w sensie postulatu Druckera. Oznacza to, że niestateczność niekoniecznie musi się wiązać z pojęciem „gałęzi opadającej”. Można więc analizować stateczne bądź niestateczne rozluźnianie i zagęszczanie. Obydwa wymienione procesy były możliwe do uchwycenia, ponieważ w teoretycznym opisie zachowania dynamicznego bryły gruntu uwzględniono ściśliwość ośrodka.

PIŚMIENNICTWO

- [1] Sulewska M. J.: Moduły odkształcenia gruntu niespoistego wyznaczone metodą dynamiczną. Rozprawa doktorska. Białystok, 1993.
- [2] Szcześniak Z.: Modelowanie zachowania dynamicznego konstrukcji podziemnych w warunkach działania powietrznej fali uderzeniowej. Wydawnictwo WAT, Warszawa, 1999.
- [3] Coon M. D., Evans R. J.: Incremental constitutive laws and their associated failure criteria with application to plain concrete. Int. J. of Solids and Struct., vol. 8, 1972.
- [4] Kupfer H. B., Gerstle K.H.: Behaviour of concrete under biaxial stress. J. Engng. Mech. Div., ASCE, vol. 99, nr EM 4, 1973, s. 853-867.
- [5] Palaniswamy R., Shah S. P.: Fracture and stress-strain relationship of concrete under triaxial compression. Journal of the Struct. Div., ASCE, vol. 100, nr ST 5, 1974, s 901-915.
- [6] Bąk G.: Efekty utraty stabilności procesu odkształcania przekrojów żelbetowych. Zeszyty Naukowe Politechniki Białostockiej. Budownictwo, Z.32, 2008, s.21-34.

ANALYSIS OF STRESS-STRAIN PROCESSES IN SOIL SOLID TESTED BY MEANS OF LIGHT DROP TESTER ZFG-01

Summary

The paper presents an analysis of the behavior of sandy soil solid tested by means of ZFG-01 light drop tester. The dynamic stiffness modulus of the ground was identified on the basis of recorded acceleration during impact test. It was assumed that nonlinearity of the ground was described by time-dependent values of the dynamic stiffness modulus. The identification was carried out by an original calculation program which enabled the description of wave propagation in cylindrical soil solid.

Pracę wykonano w Politechnice Białostockiej w ramach realizacji pracy statutowej nr WBiłŚ/5/2010 finansowanej ze środków MNiSW w latach 2010-2013.

Anna JUZWA¹
Joanna BZÓWKA²
Politechnika Śląska

ZASTOSOWANIE KOLUMN FUNDAMENTOWYCH W BUDOWNICTWIE DROGOWYM

STRESZCZENIE

W artykule, na przykładzie odcinka autostrady A1 od Węzła Sośnica do Węzła Bełk, przedstawiono zastosowanie kolumn fundamentowych, jako wzmocnienia podłoża gruntowego pod nasypami drogowymi. Scharakteryzowano kolumny kamienne wbijane, kolumny DSM oraz iniekcyjne. Potwierdzono konieczność stosowania kolumn fundamentowych w posadowieniu obiektów infrastruktury drogowej.

Słowa kluczowe: budownictwo drogowe, wzmocnianie słabego podłoża gruntowego, kolumny kamienne wbijane, kolumny DSM, kolumny iniekcyjne

1 WPROWADZENIE

Budowa dróg i autostrad w Polsce wymusza niejednokrotnie stosowanie różnorodnych technik wzmocniania słabego podłoża gruntowego. Do najczęściej i najchętniej stosowanych technik zaliczamy kolumny fundamentowe, w tym w szczególności kolumny kamienne wbijane, kolumny DSM oraz kolumny iniekcyjne. Potwierdzeniem faktu, że kolumny fundamentowe w budownictwie drogowym znajdują zastosowanie niech będzie przykład budowy odcinka autostrady A1 od Węzła Sośnica do Węzła Bełk (por. rys. 1).

Czynnikiem, który zdecydował o konieczności wzmocnienia podłoża gruntowego pod nasypami na przedmiotowym odcinku autostrady A1, były niekorzystne warunki gruntowo-wodne, oraz, w niektórych przypadkach, znaczna wysokość nasypu autostradowego.

Parametry projektowe odcinka autostrady A1 są następujące:

- prędkość projektowa $V_p = 120$ km/h
- kategoria ruchu KR6 (ruch bardzo ciężki)
- obciążenie 115 kN/oś.

¹ am_juzwa@interia.pl

² Joanna.Bzowka@polsl.pl



Rys. 1 Lokalizacja odcinka autostrady A1 od Węzła Sośnica do Węzła Bełk

2 CHARAKTERYSTYKA PODŁOŻA GRUNTOWEGO

W celu rozpoznania podłoża gruntowego na odcinku projektowanej autostrady A1, wykonano geologiczne otwory badawcze. Łącznie odwiercono 923 otwory o głębokości od 3,0 do 20,5 m, co daje ponad 6800 mb długości odwiertów.

Otwory wiercono zgodnie z technologią ustaloną w projekcie prac geologicznych, tj. systemem obrotowym bez użycia płuczki wiertniczej („na sucho”), wiertnicami mechanicznymi. Część otworów nierurowanych (otworów o głębokości < 5,0 m) ze względu na brak możliwości dostępu w terenie, odwiercono ręcznie. Zastosowano sondy penetracyjne.

W trakcie wierceń pobierano następujące próbki gruntu:

- o naturalnym uziarnieniu (NU) do skrzynek – co 1,0 m i z każdej charakterystycznej warstwy o miąższości mniejszej od 1,0 m,
- naturalnej wilgotności (NW) do hermetycznych pojemników plastikowych lub worków foliowych z każdej warstwy o makroskopowo innym uziarnieniu lub konsystencji,
- o nienaruszonej strukturze (NNS) do cylindrów z gruntów organicznych.

Pobierano także próbki wody gruntowej do analizy pod kątem agresywności wobec betonu, opróbowując pierwszy napotkany wierceniem poziom wód gruntowych. Jedynie w przypadku obiektów o projektowanym posadowieniu na palach opróbowywano poziomy głębsze. Wszystkie próbki gruntu i wody na bieżąco przekazywane były do laboratorium.

Pomiary w otworach obejmowały stabilizację zwierciadła wody gruntowej. Pomiar głębokości zwierciadła wykonywano po nawierceniu każdej warstwy wodonośnej notując wyniki w odstępach jednonominutowych. W wybranych otworach przeprowadzano stabilizację dobową. Po wykonaniu niezbędnych prac i badań otwory likwidowano urobkiem z odtworzeniem profilu geologicznego.

Dla ustalenia stopnia zagęszczenia gruntów niespoistych w miejscach ustalonych przez nadzór geologiczny wykonano sondowanie gruntu sondą ciężką (SC) i lekką (SL).

W sumie wykonano sondowania w 19 punktach terenu, łącznie 160 mb sondowań.

Dla oceny gruntów występujących w podłożu projektowanej inwestycji przyjęto następujące kryteria:

- a) nośności (wg PN-81/B-03020)
- b) wysadzinowości (wg PN-S-02205)
- c) przydatności do wbudowania w nasypy (wg PN-S-02205)
- d) urabialności (wg KNR-2-01).

Stwierdzono, że najsłabszym ogniwem w dokumentowanym podłożu są grunty nasypowe, grunty organiczne oraz miękkoplastyczne i plastyczne grunty spoiste, które nie nadają się do bezpośredniego posadowienia konstrukcji autostrady.

3 WYBRANE METODY WZMACNIANIA PODŁOŻA GRUNTOWEGO W BUDOWNICTWIE DROGOWYM

W wyniku analizy warunków geologicznych w rejonie projektowanej trasy wskazano na konieczność wzmocnienia istniejącego podłoża na kilkunastu odcinkach autostrady A1.

O potrzebie wykonania wzmocnień zadecydowały przede wszystkim znaczne obciążenie podłoża wysokimi nasypami, a także obecność w podłożu słabych i silnie odkształcalnych gruntów organicznych (namuły, torfy) oraz gruntów spoistych w stanie plastycznym i miękkoplastycznym.

Zaprojektowano wzmocnienie podłoża w następujących technologiach:

- kolumny kamienne, wykonane metodą wymiany dynamicznej (wbijanie), polegającej na dynamicznym formowaniu nośnych kolumn z kruszywa kamiennego za pomocą ciężkich ubijaków zrzucanych z wysokości kilkunastu metrów (rys. 2). Wymiana tworzy kolumny o bardzo dużej nośności i sztywności, konsolidacja skutkuje zmniejszeniem porów i wzmocnieniem gruntu wokół kolumny. Bezpośrednio po ulepszeniu podłoża można przystąpić do formowania docelowego nasypu, co oznacza ogromny zysk na czasie,
- kolumny DSM, wykonane metodą mieszania wglębnego gruntu (Deep Soil Mixing), polegającej na wymieszaniu cząstek gruntu z materiałami wiążącymi, co w wyniku reakcji chemicznej powoduje powstanie kamiennej struktury o formie kolumny (rys. 3). Technologię tę zastosowano do posadowienia wiaduktów nowobudowanego odcinka autostrady A1,
- kolumny wykonane techniką iniekcji strumieniowej (jet grouting), polegającej na wysokociśnieniowym wtłaczaniu w masyw gruntowy strumienia iniektu, który przecina i rozdrabnia masyw, tworząc po związaniu bryłę tzw. cementogruntu (rys. 4). Wykonanie takich kolumn nie wywołuje wstrząsów w otoczeniu. Kolumny odznaczają się wysoką nośnością wynikającą z dobrej współpracy z otaczającym gruntem. Wykonuje się je bardzo szybko. Sprzęt jest lekki i może być sytuowany blisko istniejących konstrukcji. Kolumny iniekcyjne mogą być wykonywane do dużej głębokości.

W przypadku wzmocnienia podłoża gruntowego pod nasypami drogowymi za pomocą kolumn kamiennych wbijanych i kolumn iniekcyjnych, istotny element konstrukcji wzmocnienia stanowią geomaterace rozpostarte na głowicach kolumn. Geomaterac jest strukturą kompozytową, zbudowaną z kruszywa łamanego lub żużla wielkopieczowego o uziarnieniu 0/63, zamkniętą w powłoce z geosiatek. Nad częścią układów kolumn pokrycie zredukowano do pojedynczych geosiatek.

3.1 Kolumny kamienne

Do wykonania kolumn kamiennych wbijanych konieczne jest stosowanie różnoziarnistego materiału grubookruchowego o uziarnieniu $30 \div 120$ mm i o trwałej strukturze. Preferowane są materiały ostrokrawędziste, np. rumosz z kamieniołomów, niesort ze zwirowni, żużel wielkopiecowy lub gruz budowlany. Materiały pochodzenia przemysłowego powinny posiadać niezbędne badania, które potwierdzają ich przydatność do wbudowania w podłoże gruntowe, tj. nie wpływają niekorzystnie na środowisko naturalne, nie wchodzi w reakcję z wodą i nie ulegają zjawisku „lasowania się”.

Dla odcinka autostrady A1 od Węzła Sośnica do Węzła Bełk zaprojektowano kolumny kamienne wbijane o średnicy 800 mm, długości od 2,0 do 7,1 m i rozstawie w siatce trójkątnej o długościach boków od 2,6x3,0 m do 3,5x6,0 m. Wysokość nasypu wynosiła od 2,95 do 13,95 m.

Ze względu na zmianę warunków gruntowo-wodnych, stwierdzoną kontrolnymi badaniami sondą statyczną, na niektórych odcinkach projektowanej autostrady podjęto decyzję o zmianie parametrów wykonywania kolumn kamiennych. Słabe grunty (luźne piaski drobne, grunty spoiste w stanie miękkoplastycznym, grunty organiczne) występowały na większym obszarze i na większych głębokościach niż założono w pierwotnym projekcie wzmocnienia. Z tego właśnie powodu, wykonawca robót w porozumieniu z projektantem podjął decyzję o zwiększeniu średnic i długości kolumn. Wykonane odkrywki wybranych kolumn umożliwiły pomiar rzeczywistych średnic i długości kolumn kamiennych. Na tej podstawie zdecydowano o zwiększeniu rozstawu kolumn kamiennych do 4,0x4,0 m, a do obliczeń statycznych przyjęto zweryfikowaną średnicę kolumn 1,7 m.



Rys. 2. Maszyna do wbijania kolumn kamiennych i odkrywki kolumn kamiennych (Fot. własne)

Potwierdzeniem prawidłowego wykonania wzmocnienia podłoża gruntowego za pomocą kolumn kamiennych wbijanych było przeprowadzenie próbných obciążeń,

a następnie ich odsłonięcie, na odcinku, gdzie wysokość nasypu miała wynosić 9,0 m. Wyniki badań próbnego obciążenia potwierdziły prawidłowość wykonania wzmocnienia, natomiast rzeczywista średnia średnica odsłanianych kolumn wyniosła 1,62 m, a ich długość 2,5 m.

3.2 Kolumny DSM

Kolumny DSM są formowane w podłożu gruntowym w czasie mieszania miejscowego gruntu ze spoiwem, najczęściej z wapnem i/lub cementem, niekiedy z mieszanką cementowo-piaskową (por. [7], [8]).

Parametry kolumn DSM według [6] i informacji wykonawców są następujące: średnica kolumn $0,6\div 1,2$ m, długość do 10,0 m (maksymalnie do 20,0 m), pochylenie kolumn do 10° , zagłębienie podstawy kolumn w gruncie nośnym wynosi co najmniej $0,5\div 1,0$ m.

Na przedmiotowym odcinku autostrady A1 zaprojektowano kolumny DSM jako posadowienie obiektów inżynierskich, takich jak: mosty i wiadukty autostradowe oraz drogowe, przejście dla zwierząt.

Projektowe średnice kolumn DSM wynoszą 60 i 80 cm, łączna długość kolumn wynosi ok. 15 km. Zaprojektowano kolumny DSM o rozstawie w przedziale od $1,0\times 1,2$ m do $1,2\times 1,3$ m (dla $\Phi 800$ mm) oraz od $1,5\times 1,5$ m do $1,7\times 1,7$ m (dla $\Phi 600$ mm). Długość kolumn DSM mieści się w przedziale od 3,5 do 7,0 m.



Rys. 3. Maszyna do wglębnego mieszania gruntu, wykonane „świeże” kolumny DSM i odkrywka kolumny DSM (Fot. własne)

3.3 Kolumny iniekcyjne

Technikę iniekcji strumieniowej definiuje się, jako technologię przemieszczania/mieszania, która wykorzystuje narzędzia wyposażone w jeden lub więcej wysokociśnieniowych strumieni dla erozji/cięcia gruntów podczas mieszania ich in situ z zaczynem cementowym. Tworzy się wówczas kolumna gruntowo-cementowa lub ściana gruntowo-cementowa (wg [1], [2]).

Iniekcja strumieniowa jest obecnie stosowana w różnych rodzajach gruntów budujących podłoże, np. w gruntach aluwialnych, spoiстых, piaskach i żwirach oraz innych materiałach.

Przebieg iniekcji strumieniowej został opisany m. in. w pracach [2], [3] i [4].

Technika iniekcji strumieniowej charakteryzuje się licznymi zaletami. Można wykonywać bryły cementoguntu w dowolnej formie geometrycznej. Przede wszystkim formuje się kolumny iniekcyjne, ściany iniekcyjne, ekrany uszczelniające, płyty iniekcyjne oraz sklepienia iniekcyjne (por. [2], [5]).

Dla odcinka autostrady A1 od Węzła Sośnica do Węzła Bełk zaprojektowano kolumny wykonywane w technologii iniekcji strumieniowej, o projektowanej średnicy 800 mm i zmiennej długości od 1,0 do 18,0 m. Wysokość nasypu wynosiła od 5,15 do 15,55 m. Przykładowo, dla wysokości nasypu 5,15 m długość kolumn iniekcyjnych wynosiła 10,0 m, dla wysokości nasypu 9,60 m długość zaprojektowanych kolumn iniekcyjnych wahała się w granicach 1,0÷5,0 m, natomiast dla maksymalnej wysokości nasypu 15,55 m, długość kolumn wyniosła 10,0 m. Rozstaw kolumn iniekcyjnych mieści się w przedziale od 1,8x1,8 m do 3,0x3,0 m.



Rys. 4. Maszyna do wykonywania kolumn iniekcyjnych i odkrywki kolumn iniekcyjnych (Fot. własne)

W celu sprawdzenia wytrzymałości cementogruntu pobrano z kolumn iniekcyjnych normowe próbki, jak dla badań betonu. Średnie wytrzymałości na jednoosiowe ściskanie uzyskane dla każdej serii próbek po 28 dniach od daty wykonania kolumn wynosiły w zależności od rodzaju gruntu od 7,5 do 19,9 MPa. Niezależnie od powyższych badań były formowane próbki ze świeżego cementogruntu, otrzymanego z wypływającej z otworu mieszanki gruntu z iniektem. Próbki te poddano badaniom na ściskanie. Uzyskane wyniki potraktowano jako kontrolne w stosunku do próbek z wyciętych rdzeni. Średnie wartości wytrzymałości na jednoosiowe ściskanie próbek wynosiły od 7,8 do 21,9 MPa.

4 PODSUMOWANIE

Omówione metody znajdują szerokie zastosowanie w dzisiejszym budownictwie komunikacyjnym z uwagi na to, że często lokalizuje się trasę drogową na gruntach słabych lub projektuje się bardzo wysokie nasypy.

Przytoczony przykład wzmocnienia podłoża pod nasypy i obiekty inżynierskie odcinka autostrady A1 dowodzi faktu zasadniczego znaczenia rozwiązań geoinżynierskich w procesie projektowania budownictwa komunikacyjnego.

Dla przyjęcia poprawnych rozwiązań niezbędne jest dokładne rozpoznanie podłoża gruntowego. Duża różnorodność warunków gruntowo-wodnych powoduje jednak, że dysponując nawet najlepiej wykonaną dokumentacją geologiczną wykonawca robót musi kontrolować na bieżąco rodzaj i stan gruntów podłoża oraz być gotowym do ewentualnej zmiany rozwiązań.

Prawidłowo wykonane wzmocnienie zapewnia bezpieczne i trwałe posadowienie obiektów budownictwa komunikacyjnego.

PIŚMIENNICTWO

- [1] Bruce D.A.: Glossary of grouting technology, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, December 2005, Vol. 131, No. 12, 1534-1542.
- [2] Bzówka J.: Współpraca kolumn wykonywanych techniką iniekcji strumieniowej z podłożem gruntowych. Monografia, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2009.
- [3] Jarominiak A.: Lekkie konstrukcje oporowe, Wyd. Komunikacji i Łączności, Wyd. III poprawione i uzupełnione, Warszawa 1999.
- [4] Langbehn W.K.: The jet grouting method: applications in slope stabilization and landslide repair, Master of Engineering Report, Dept. of Civil Engineering, Univ. of California, Berkeley, May 12, 1986, p.72.
- [5] Pisarczyk S.: Geoinżynieria. Metody modyfikacji podłoża gruntowego, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2005.
- [6] Stilger-Szydło E.: Posadowienia budowli infrastruktury transportu lądowego, Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław 2005.
- [7] Topolnicki M.: Wzmacnianie i uszczelnianie gruntu metodą wgłębnego mieszania na mokro (DSM), XXIV Ogólnopolskie Warsztaty Pracy Projektanta Konstrukcji: Naprawy i wzmocnienia konstrukcji budowlanych, Wisła 2009.
- [8] Wytyczne wzmacniania podłoża gruntowego w budownictwie drogowym, Generalna Dyrekcja Dróg Publicznych, Warszawa 2002.

APPLICATION OF FOUNDATIONS COLUMNS IN ROAD ENGINEERING

Summary

In the paper application of foundations columns in road engineering are presented. The columns application for subsoil improvement for embankment foundations is shown using the example of a new part of A1 motorway from Sośnica to Bełk junction. The driven stone columns, DSM and jet grouting columns are described to confirm the necessity of using these types of columns for road structures foundations.

Maciej Kordian KUMOR¹
Szymon TOPOLIŃSKI²
Katedra Geotechniki
Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska
Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy im. Jana i Jędrzeja Śniadeckich w Bydgoszczy

BADANIE WYBRANYCH GEOTECHNICZNYCH ZALEŻNOŚCI MATERIAŁOWYCH KOMPOZYTU CEMENT – TORF

STRESZCZENIE

Artykuł przedstawia wyniki i analizę wstępnych badań wytrzymałości na jednoosiowe ściskanie zróżnicowanych kompozytów cement - torf, formowanych metodą mieszania. Badania prowadzone były w warunkach laboratoryjnych na próbkach sześciennych i cylindrycznych. Sposób formowania próbek przyjęto opierając się o wytyczne metody fińskiej oraz zastosowano własną metodykę wynikającą z rozpoznania problemu we wcześniejszych badaniach prowadzonych w Katedrze Geotechniki UTP w Bydgoszczy. Na obecnym etapie badań wykazano skuteczność stosowania cementu w odpowiednich proporcjach jako stabilizatora gruntów organicznych a szczególnie torfów.

Słowa kluczowe: stabilizacja, grunty słabe, grunty organiczne, DSM, DMM

1 WPROWADZENIE

Posadawianie obiektów inżynierskich w trudnych warunkach, szczególnie na gruntach słabych, staje się aktualną koniecznością poszukiwań badawczych w geoinżynierii. Za grunty słabe uważa się przede wszystkim młode, nieskonsolidowane utwory organiczne.

Dotychczasowe podejście inżynierskie do rozwiązywania problemów podłoża słabonośnych, czyli np. zastosowanie posadowień głębokich na palach lub całkowitej wymianie gruntu jest nie zawsze ekonomicznie nieuzasadnione oraz wiąże się bardzo często z negatywnym wpływem na środowisko naturalne, np.; powstające wielkoobszarowe zmiany kierunku przepływu wód podziemnych i osiadania wielkogabarytowe.

Przykładem negatywnego oddziaływania na otoczenie całkowitej sektorowej wymiany gruntu organicznego (torfu) jest zniszczenie w 2009 roku podczas realizacji, konstrukcji odcinka drogi ekspresowej S5, rys. 1, [1].

¹ mkkumor@utp.edu.pl

² szymon.topolinski@utp.edu.pl



Rys. 1. Przykład naruszenia nośności podłoża konstrukcji drogi S5 po pełnej wymianie organicznego gruntu (torfu), [1].

Struktura i właściwości fizyczne gruntów organicznych, które powstają w środowisku wodnym, znacznie różnią się od gruntów mineralnych. Spowodowane jest to znacznym udziałem substancji organicznej, która charakteryzuje się wysoką hydrofilnością, małym stopniem zdiagenezowania, niestabilnością składu chemicznego oraz zwykle wysoką wilgotnością i koloidalnością fazy ciekłej. Im większy jest udział substancji organicznej w gruncie tym niższa jest wytrzymałość na ścinanie, zwiększa się ściśliwość i odkształcalność, co prowadzi zawsze do nieprzewidywalnych, długotrwałych i znacznymi osiadań podłoża [2].

Alternatywą dla dotychczasowego podejścia do rozwiązania problemów nośności słabych podłoży organicznych są metody bezpośredniej modyfikacji właściwości podłoża gruntowego w warunkach in situ. Do takich metod należy, między innymi coraz powszechniej stosowana, metoda głębokiego mieszania gruntu DSM (z ang. Deep Soil Mixing) lub DMM (z ang. Deep Mixing Method). Jest ona skutecznym inżynierskim sposobem objętościowego wzmocnienia słabonośnego podłoża zbudowanego z gruntów organicznych. Znajduje szerokie zastosowanie w inżynierii lądowej, ze względu na prostotę wykonania i niski koszt realizacji w stosunku do innych metod modyfikacji podłoża. Daje również możliwość wykorzystania odpadów przemysłowych takich jak popioły lotne czy żużel wielkopiecowy.

Warunkiem efektywnej, z punktu widzenia inżynierii materiałowej, stabilizacji jest odpowiednie zaprojektowanie składników kompozytu spoiwo-grunt organiczny, szczególnie w odniesieniu do rodzaju i zawartości spoiwa. Skład i dobór odpowiedniego spoiwa powinny

wynikać z analizy wyników możliwie pełnego rozpoznania geotechnicznego terenu, oceny warunków wodno-gruntowych oraz specjalistycznych badań gruntu stanowiącego nośny szkielet mineralny kompozytu.

W artykule autorzy przedstawiają weryfikowany i wdrażany program badań będący częścią rozprawy doktorskiej oraz wstępne wyniki badań wytrzymałościowych z podsumowaniem.

2 BADANIA LABORATORYJNE

Niezbędnym etapem do prawidłowego zaprojektowania stabilizacji podłoża organicznego są badania testowe wytrzymałości kompozytu grunt-spoivo w warunkach laboratoryjnych. Badania te przysparzają wielu trudności już na etapie określania właściwości fizycznych i mechanicznych naturalnego gruntu organicznego ze względu na dużą zmienność litologiczno-facjalną (genetyczną). Brak jest również ustalonych dla metody bezpośredniego mieszania np.: DSM, standardów badań kompozytu grunt-cement w warunkach laboratoryjnych. Zwykle stosowane są oryginalne, autorskie metody nawiązujące do wytycznych i norm dotyczących oceny wytrzymałości betonu.

Poniżej zestawiono realizowany etap na podstawie przyjętego program badań oraz zasadnicze założenia oceny właściwości mechanicznych kompozytu.

2.1 Program badań

Zasadniczym celem naukowym badań jest ocena praktycznej skuteczności stosowania cementu do wzmocniania gruntów słabonośnych o różnej zawartości substancji organicznej. Bazą odniesienia jest typowy torf jako podstawowy składnik kompozytu o zawartości substancji organicznej $I_{om}=83,64\%$ i wilgotności naturalnej $w_n=323,13-419,72\%$. Gęstość objętościowa jest zmienna w zależności od miejsca pobrania i wynosi $\rho=1,01-1,09 \text{ g/cm}^3$. Torf do analiz pobrano z kopalni torfu w miejscowości Nowe Dąbie w okolicach Bydgoszczy.

Jako podstawowe spoivo wybrano cement, który jest najczęściej stosowanym spoivem hydraulicznym stosowanym do wzmocnienia gruntów organicznych. Jak pokazują wyniki badań, cement z granulowanym żużlem wielkopieczowym, jak i sam cement, daje najlepszy efekt wzmocnienia wysokoorganicznych gruntów słabonośnych [3]. Dla stabilizacji gruntów kwaśnych o odczynie $\text{pH}<5$ i zawierających siarczany $\text{SO}_4 > 1\%$ zaleca się stosowanie cementu hutniczego (CEM III) [4]. Według innych źródeł najlepszy efekt wzmocnienia gruntu organicznego uzyskał cement portlandzki żużłowy (CEM II) [5].

Ze względu na trudności w określeniu gęstości objętościowej po dodaniu piasku kwarcowego nie ma możliwości ścisłego obliczenia masy dodawanego spoiva na metr sześcienny wzmocnianego gruntu. Ilość dodawanego cementu określono w odniesieniu do masy gruntu suchego (stosunek m_c/m_s). Dodatkowo w każdym przypadku obliczano rzeczywisty wskaźnik w/c, będący podstawowym parametrem przy projektowaniu mieszanek betonowych.

Docelowo zaprojektowano co najmniej 23 zróżnicowane receptury kompozytu o zmiennej zawartości substancji organicznej $I_{om}=10-80\%$ i założonym stosunku $m_c/m_s = 0,75-2,75$ (Tab. 1). Zawartość substancji organicznej w realizowanych badaniach jest zmniejszana poprzez dodawanie określonej ilości obojętnego chemicznie piasku kwarcowego SiO_2 .

Tablica 1. Uproszczony zakres badań wytrzymałości kompozytów dla przyjętych zmiennych niezależnych

Receptura			m_c/m_s				
			0,75	1,25	1,75	2,25	2,75
Zawartość substancji organicznej I_{om}	[%]	10	KOMPOZYT 1 w/c_1		KOMPOZYT 2 w/c_2		KOMPOZYT 3 w/c_3
		20	KOMPOZYT 4 w/c_4	KOMPOZYT 5 w/c_5	KOMPOZYT 6 w/c_6	KOMPOZYT 7 w/c_7	KOMPOZYT 8 w/c_8
		40	KOMPOZYT 9 w/c_9	KOMPOZYT 10 w/c_{10}	KOMPOZYT 11 w/c_{11}	KOMPOZYT 12 w/c_{12}	KOMPOZYT 13 w/c_{13}
		60	KOMPOZYT 14 w/c_{14}	KOMPOZYT 15 w/c_{15}	KOMPOZYT 16 w/c_{16}	KOMPOZYT 17 w/c_{17}	KOMPOZYT 18 w/c_{18}
		80	KOMPOZYT 19 w/c_{19}	KOMPOZYT 20 w/c_{20}	KOMPOZYT 21 w/c_{21}	KOMPOZYT 22 w/c_{22}	KOMPOZYT 23 w/c_{23}

Celem obecnego etapu badań jest ocena skuteczności stosowania cementu w stabilizacji gruntów organicznych poprzez określenie wytrzymałości kompozytów na jednoosiowe ściskanie. W tym układzie modelu badań zmienną zależną jest naprężenie niszczące σ , natomiast stosunek m_c/m_s , wskaźnik w/c oraz zawartość substancji organicznej I_{om} , są zmiennymi niezależnymi wg wzoru (1).

$$\sigma = f(m_c/m_s; w/c; I_{om}) \quad (1)$$

Do badań zasadniczych używane są próbki o formie sześciiennej 150x150x150 mm jak cylindrycznej $\Phi 71$ mm. Wytrzymałość badana jest po 7 i 28 dniach dojrzewania w komorze klimatycznej lub wodzie w zależności od przyjętej metody.

2.2 Założenia przyjętej metodyki badań

Wstępne założenia teoretyczne:

- grunt organiczny stabilizuje się metodą na sucho cementem portlandzkim popiołowym klasy 32,5R-CEM II/B- V,
- proporcje mieszanki oparto o wymagania metod wglębnego mieszania gruntu na sucho [6], wskaźnik w/c dla betonu [7] oraz kryterium ekonomiczności,
- przyjęto, iż w warunkach rzeczywistych kompozyty pracować będą na jednoosiowe ściskanie, zatem w warunkach laboratoryjnych badania wytrzymałościowe przeprowadzono w stanie jednoosiowego ściskania.

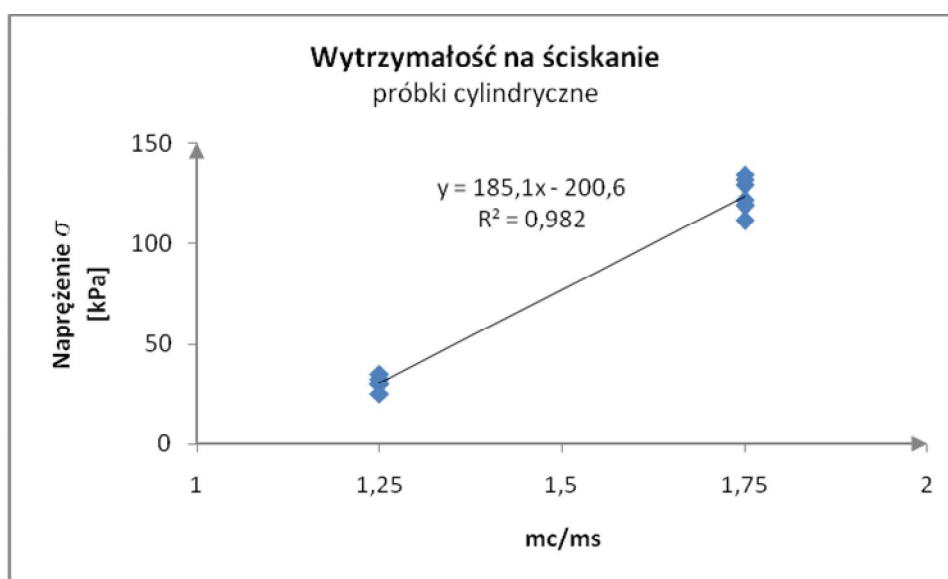
Założenia odnośnie do obszaru oznaczoneści i punktów zmiennych niezależnych w przyjętym polu badań:

- ilość dodawanego cementu zgodnie z założeniami technicznymi metod mieszania gruntu na sucho oraz własnej metodyki badań, obliczona na zasadzie wyznaczenia stosunku m_c/m_s ,
- 23 zróżnicowane receptury kompozytu,

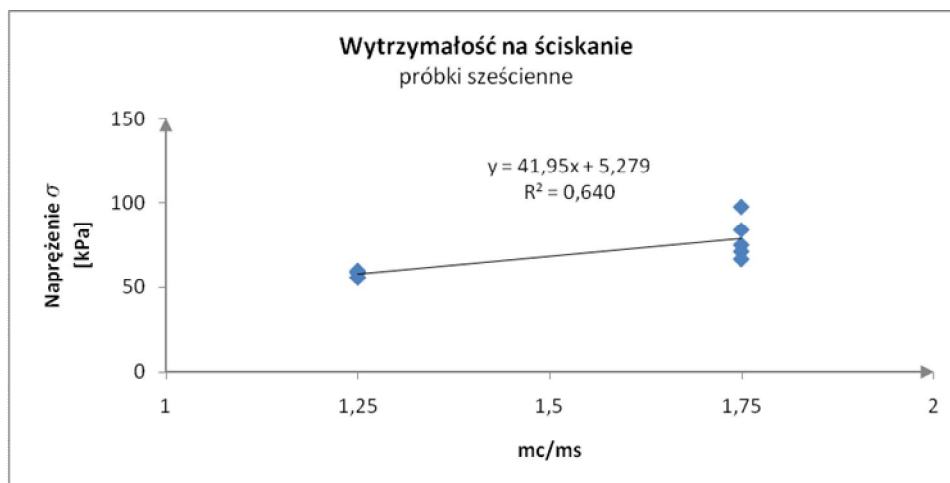
- ponad 300 próbek, tj. po 14 dla każdego kompozytu, w tym 7 sześciennych 150x150x150 mm i 7 cylindrycznych $\Phi 71$ mm,
- wilgotności gruntu $w_n > 60\%$ zgodnie z wymaganiami metod wglębnego mieszania gruntu na sucho [6],
- próbki cylindryczne formuje i składa się w oparciu o metodę fińską [3, 8], natomiast próbki sześciennie wg własnej metodyki badań,
- próbki zagęszcza się statycznie warstwami naprężeniem normalnym 18kPa,
- próbki dojrzewają pod stałym obciążeniem odpowiadającym naprężeniu normalnemu 18 kPa,
- badanie wytrzymałościowe na maszynie wytrzymałościowej ZD10/90, I kl. dokładności,
- czas badania wytrzymałości próbek - po 7 i 28 dniach.

3 WYNIKI BADAŃ WYTRZYMAŁOŚCIOWYCH

Próbki zaprojektowanego kompozytu poddano badaniu wytrzymałości na jednoosiowe ściskanie. Ściskanie przeprowadzono na maszynie wytrzymałościowej ZD10/90, I kl. dokładności po 7 dniach dojrzewania. Głównym celem analizowanego etapu badań było określenie wartości naprężeń niszczących σ . Na tym etapie badań zaprojektowano 2 receptury kompozytu dla $I_{om} = 40\%$ i $m_c/m_s = 1,25$ (kompozyt 10) oraz $I_{om} = 40\%$ i $m_c/m_s = 1,75$ (kompozyt 11). Wskaźnik w/c odpowiednio dla tych receptur wynosił 1,42 i 1,01. Dla zobrazowanie współzależności analizowanych zmiennych pokazano wykresy rozrzutu z krzywymi regresji. (Rys. 2 i 3).



Rys. 2. Wytrzymałość na jednoosiowe ściskanie próbek cylindrycznych kompozytu 10 i 11.



Rys. 3. Wytrzymałość na ściskanie próbek sześciennych kompozytu 10 i 11.

Ze względu na czas dojrzewania (7dni) można przyjąć, że otrzymane wartości wytrzymałości na ściskanie będą stanowiły około 70% wartości końcowych, podobnie jak dla betonu. Jednak jak pokazują badania pilotażowe wytrzymałości po 28 dniach może jej wartość wzrosnąć nawet o ok. 100%. Zagadnienie to jest dość nieoczekiwane w ujęciu zakresu wzrostu i wymaga dalszej analizy badawczej dla pozostałych receptur.

Dzięki analizie statystycznej i niskiemu odchyleniu standardowemu (SD) oraz niewielkim rozrzutom wyników w populacji próbek dla jednej mieszanki ograniczono się do 5 replikacji. Wykonanie większej liczby powtórzeń jest kłopotliwe ze względu na czasochłonność procedury formowania i dojrzewania. Jest to dopuszczalne w świetle wyników analizy statystycznej przy założeniu rozkładu normalnego zmiennej zależnej, co potwierdzają wyniki badań testowych badań rozkładu ścisłości dla przyjętego poziomu istotności [9].

Wyznaczono współczynnik korelacji Pearsona dla próbek sześciennych $r=0,04$ oraz cylindrycznych $r=0,51$. W związku z czym dla próbek sześciennych na tym etapie badań nie istnieje znacząca korelacja, co nie wyklucza jej istnienia w sensie statystycznym, w całej próbie, jednak wymaga to dalszych badań porównawczych. Dla próbek cylindrycznych natomiast otrzymany współczynnik korelacji na średnim poziomie pokazuje już na tym etapie, że wyniki dobrze są ze sobą skorelowane i istnieje związek statystyczny.

Zmienność badanych parametrów przedstawiono w postaci statystyk opisowych: średniej arytmetycznej M oraz odchylenia standardowego SD (Tab. 2), współczynnika korelacji Pearsona (r).

Tablica 2. Analiza statystyczna wyników dla badanych kompozytów 10 i 11.

Rodzaj mieszanki/ próbki	KOMPOZYT 10 $m_c/m_s=1,25$		KOMPOZYT 11 $m_c/m_s=1,75$	
	sześciennie	cylindryczne	sześciennie	cylindryczne
Naprężenie niszczące σ [kPa]	59,47	30,31	97,47	128,81
	55,56	35,36	83,92	121,24
	55,64	30,31	74,59	118,71
	58,74	32,83	70,86	118,71

	59,21	25,26	66,67	111,13
				133,87
				131,34
M	57,72	30,81	78,70	123,40
SD	1,96	3,74	12,27	8,18

4 PODSUMOWANIE I WNIOSKI

Celem przedstawionego etapu badań była ocena skuteczności stosowania cementu w stabilizacji gruntów organicznych poprzez określenie wytrzymałości kompozytów na jednoosiowe ściskanie dla próbek sześciennych i cylindrycznych. Do badań zasadniczych używano próbek o formie sześcienniej 150x150x150 mm i cylindrycznej o średnicy $\Phi 71$ mm.

Badano 2 receptury kompozytu dla $I_{om} = 40\%$ i $m_c/m_s = 1,25$ (kompozyt 10) oraz $I_{om} = 40\%$ i $m_c/m_s = 1,75$ (kompozyt 11). Wskaźnik w/c odpowiednio dla tych receptur był stały i wynosił 1,42 i 1,01.

Przedstawione wyniki i analiza badań wytrzymałości na jednoosiowe ściskanie zróżnicowanych kompozytów grunt organiczny/cement, formowanych metodą mieszania na sucho, pozwalają stwierdzić, że:

- Przyjęty czas dojrzewania (7dni) wskazujący np.: w cemencie otrzymanie wartości wytrzymałości na ściskanie wynoszące około 70% wartości końcowych, w przypadku kompozytu cement – torf, po 28 dniach wartość wytrzymałości może wzrosnąć nawet o ok. 100%. Zagadnienie to jest dość nieoczekiwane w ujęciu zakresu wzrostu i wymaga dalszej analizy badawczej dla pozostałych receptur.
- W dalszych badaniach kompozytów można uniknąć czasochłonnych badań na dużej populacji, $N \gg 5$, na co wskazuje analiza statystyczna (odchylenie standardowe oraz niewielki rozrzut wyników wokół wartości średniej w testowanej populacji dla próbek jednej mieszanki).
- Wyznaczony współczynnik korelacji Pearsona dla próbek sześciennych $r = 0,04$ oraz cylindrycznych $r = 0,51$, informuje, że dla próbek sześciennych na tym etapie badań, nie istnieje istotna korelacja, co nie wyklucza jej istnienia w sensie statystycznym, w całej próbie, jednak wymaga to dalszych badań porównawczych. Dla próbek cylindrycznych natomiast otrzymany współczynnik korelacji na średnim poziomie istotności pokazuje już na tym etapie, że wyniki dobrze są ze sobą skorelowane i istnieje związek statystyczny, którego należy poszukiwać.

W prezentowanych wynikach obecnego etapu badania właściwości geotechnicznych materiału kompozytowego cement – torf, zastosowano własną metodykę wynikającą z rozpoznania problemu we wcześniejszych badaniach prowadzonych w Katedrze Geotechniki UTP w Bydgoszczy. Wyniki badań potwierdzają poprawność przyjętej metody badań oraz skuteczność stosowania cementu w odpowiednich proporcjach jako stabilizatora gruntów organicznych a szczególnie torfów. Dalsze prace badawcze realizowane będą w szerokim zakresie zmian parametrów funkcji $\sigma = f(m_c/m_s; w/c; I_{om})$, w celu sformalizowania zależności umożliwiających projektowanie wytrzymałości kompozytów cement – grunt organiczny na podstawie podstawowych danych geotechnicznych.

PIŚMIENNICTWO

- [1] Kumor M. K., z zespołem: Opinia geotechniczna, węzeł drogowy S5. Materiały autorskie niepublikowane. P. I. G. Bydgoszcz, 2010.
- [2] Myślińska E.: Grunty organiczne i laboratoryjne metody ich badania. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2001.
- [3] Axelsson K., Johansson S. E., Andersson R.: Stabilization of Organic Soils by Cement and Pozzolanic Reactions- feasibility study. Swedish Deep Stabilization Research Centre, Report 3, Stockholm, 2000.
- [4] Pisarczyk S.: Grunty nasypowe. Właściwości geotechniczne i metody ich badania, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 2004
- [5] Leśniewska A.: Rozprawa doktorska, Wytrzymałościowe i technologiczne aspekty wzmacniania gruntu metodą wglębnego mieszania na mokro. Politechnika Gdańska, Wydział Inżynierii Lądowej i Środowiska, Gdańsk, 2007
- [6] Topolnicki M.: In situ Soil Mixing,. Rozdział 9 w książce "Ground Improvement", Red. Mosley M., Kirch K., Spoon Press, Londyn i Nowy Jork, 2004, s. 331-428.
- [7] Jamroży Z.: Beton i jego technologie. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2005.
- [8] Pousette K., J., Macsik J., Jacobsson A.: Peat soil Samples in laboratory - Experiences from manufacturing and testing, Proceedings of the International Conference of Dry Mix Methods for Deep Soil Stabilization. Rotterdam, 1999.
- [9] Kumor M. K.: Rozprawa doktorska, Ściśliwość iłóv plioceńskich w zmiennych warunkach zamarzania, Politechnika Poznańska, Wydział Budownictwa Lądowego, Poznań-Bydgoszcz, 1981.

**THE RESEARCH OF SOME GEOTECHNICAL CEMENT - PEAT
COMPPOSITE MATERIAL RELATIONS****Summary**

The article presents the results of preliminary research and analysis of uniaxial compressive strength test of different cement - peat composites formed by mixing method. The research was conducted in the laboratory on cubic and cylindrical samples. The sample forming method was taken on the basis of the Finnish method guidelines and the author's original methodology resulting from previous studies conducted in the Geotechnical Department of UTP in Bydgoszcz. At this stage the study has shown the efficacy of cement in the proper proportions as an organic soil stabilizer.

Marzena LENDO-SIWICKA¹

Anna ŁADA²

Kazimierz GARBULEWSKI³

SGGW, Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska, Katedra Geoinżynierii

PROJEKTOWANIE BUDOWLI WEDŁUG EUROKODU 7 Z UWZGLĘDNIENIEM WARUNKÓW HYDRAULICZNYCH

STRESZCZENIE

W artykule przedstawiono zasady sprawdzania stanów granicznych projektowanych budowli według Eurokodu 7 z uwzględnieniem oddziaływań wynikających z obecności lub przepływu w podłożu wody podziemnej. Wymagania normowe zastosowano do obliczeń projektowych budynku podpiwniczonego sprawdzając możliwość zniszczenia hydraulicznego przez wyparcie (UPL) i budowli hydrotechnicznej - jazu, sprawdzając możliwość zniszczenia hydraulicznego przez unoszenie cząstek gruntu, prowadzące do przebicia (HYD). Wyniki obliczeń wykorzystano do opracowania wniosków przydatnych w praktyce projektowania geotechnicznego budowli według Eurokodu 7.

Słowa kluczowe: projektowanie, Eurokod 7, stany graniczne, zniszczenie hydrauliczne

1 WSTĘP

Projektowanie geotechniczne według Eurokodu 7 polega na wykazaniu w sposób nie budzący wątpliwości, że nie zostanie osiągnięty żaden stan graniczny nośności i użyteczności projektowanej budowli, które należy odnosić do trwałych, wyjątkowych i sejsmicznych sytuacji obliczeniowych. W przypadku projektowania budowli inżynierskich, w których podłożu występuje lub przepływa woda podziemna, jej oddziaływanie na budowlę, prowadzące do stanów granicznych nazywanych ogólnie zniszczeniem hydraulicznym, powinno być sprawdzone obliczeniami projektowymi. W normie PN-EN 1997-1 [1] podano w rozdziale 10 cztery rodzaje zniszczeń hydraulicznych w podłożu wywołane ciśnieniem wody w porach lub przepływem wody w gruncie, mianowicie: zniszczenie spowodowane wyparciem, hydraulicznym unoszeniem cząstek gruntu, erozją wewnętrzną i przebiciem hydraulicznym. Na podstawie podanych w normie zasad sprawdzania stanów granicznych (procedury i wartości współczynników częściowych) określanych jako zniszczenie

¹ marzena_lendo_siwicka@sggw.pl

² anilad@wp.pl

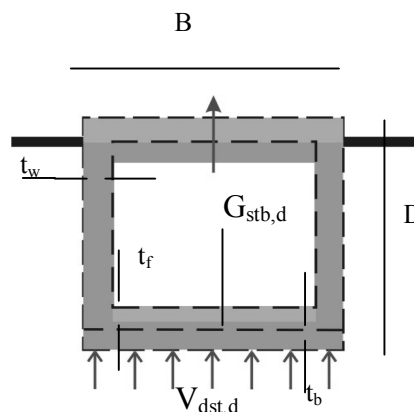
³ kazimierz_garbulewski@sggw.pl

hydrauliczne przeprowadzono obliczenia projektowe dla budynku z jedną kondygnacją podziemną i jazu sprawdzając warunki zniszczenia projektowanych budowli odpowiednio przez wyparcie gruntu i hydrauliczne unoszenie cząstek gruntu. W obliczeniach, których wyniki przedstawiono w niniejszym artykule, poza wytycznymi Eurokodu 7 [1], przyjęto założenia podane przez Bonda i Harrisa [2].

2 ZASADY SPRAWDZANIA STANÓW GRANICZNYCH

2.1 Stan graniczny spowodowany wyparciem (UPL)

Wyparcie ma miejsce, gdy wartość ciśnienia wody w porach pod konstrukcją lub pod warstwą gruntu o małej przepuszczalności przewyższa średnie naprężenie od nadkładu (wywołane ciężarem konstrukcji i/lub zalegających powyżej warstw gruntów) [1]. Stan graniczny wyparcia należy sprawdzić porównując stałe oddziaływania utrzymujące (np. ciężar budynku lub gruntu i tarcie na ścianach bocznych) ze stałymi i zmiennymi oddziaływaniami destabilizującymi, wywołanymi oddziaływaniem wody (Rys. 1), co podano w formie następujących wzorów:



Rys 1. Schemat stanu granicznego wyparcia konstrukcji budowlanej

$$V_{dst,d} \leq G_{stb;d} + R_d \quad (1)$$

$$V_{dst,d} = G_{dtb;d} + Q_{dst;d} \quad (2)$$

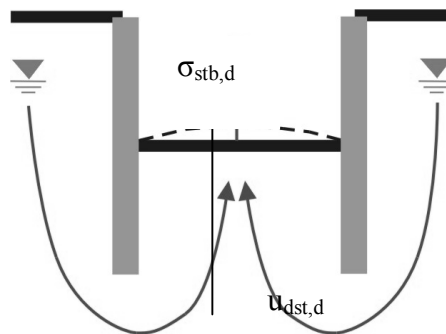
gdzie: $V_{dst,d}$ - pionowe destabilizujące oddziaływania stałe i zmienne
 $G_{stb;d}$ - pionowe stabilizujące oddziaływania stałe
 R_d - obliczeniowa wartość dodatkowego oporu przeciwdziałającego wyparciu
 $G_{dtb;d}$ - pionowe destabilizujące oddziaływania stałe
 $Q_{dst;d}$ - pionowe destabilizujące oddziaływania zmienne
 t_w ; t_b ; t_f ; B ; D - wyjaśnienie w tabeli 1

W sprawdzaniu warunków (1) i (2) należy stosować wartości obliczeniowe, uzyskane na podstawie wartości charakterystycznych i podanych w załączniku A normy [1] współczynników częściowych do oddziaływań i parametrów geotechnicznych podłoża. Wskaźniki wykorzystania (współczynniki bezpieczeństwa), jako końcowy efekt obliczeń projektowych określa się również przyjmując wartości obliczeniowe.

2.2 Stan graniczny zniszczenia spowodowany hydraulicznym unoszeniem cząstek gruntu (HYD)

Hydrauliczne unoszenie cząstek gruntu np. w formie wypiętrzenia dna wykopu ma miejsce, gdy skierowana do góry siła ciśnienia spływowego przeciwdziałając ciężarowi gruntu, zmniejsza efektywne naprężenie pionowe do stanu granicznego (upłynnienia gruntu). Cząstki gruntu są wtedy unoszone przez pionowy przepływ wody i następuje zniszczenie podłoża [1]. Stan graniczny należy sprawdzić porównując wartość naprężenia całkowitego

jako siły stabilizującej i ciśnienia wody w porach jako siły destabilizującej (3) lub za pomocą wzoru (4) porównując wartość siły ciśnienia spływowego jako siły destabilizującej i ciężar gruntu z uwzględnieniem wyporu jako siły stabilizującej (Rys. 2):



$$u_{dst;d} \leq \sigma_{stb;d} \quad (3)$$

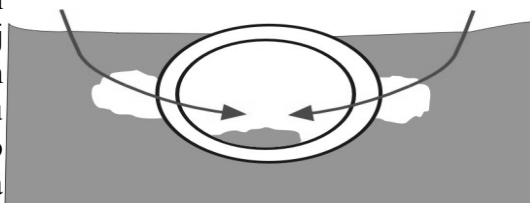
$$S_{dst;d} \leq G'_{stb;d} \quad (4)$$

Rys. 2. Schemat stanu granicznego hydraulicznego unoszenia cząstek gruntu

gdzie: $u_{dst;d}$ - wartość obliczeniowa całkowitego destabilizującego ciśnienia wody w porach
 $\sigma_{stb;d}$ - całkowite stabilizujące naprężenie pionowe
 $S_{dst;d}$ - wartość obliczeniowa siły ciśnienia spływowego
 $G'_{stb;d}$ - ciężar gruntu z uwzględnieniem wyporu

2.3 Stan graniczny zniszczenia spowodowany erozją wewnętrzną

Erozja wewnętrzna jest wynikiem przemieszczenia cząstek gruntu w obrębie jednej warstwy, na granicy warstw gruntowych o różnym uziarnieniu lub na powierzchni styku konstrukcji z gruntem [1]. Może to w konsekwencji prowadzić do zniszczenia struktury gruntu. Zjawisko tego typu często występuje w podłożu chodników i jezdni w miastach, w pobliżu studzienek kanalizacyjnych itp. (Rys. 3).



Rys. 3. Schemat stanu granicznego spowodowanego erozją wewnętrzną

Eurokod 7 zaleca, aby w celu ograniczenia ryzyka transportu materiału w wyniku erozji wewnętrznej stosować odpowiednio dobrane filtry odwrotne. Wskazane jest także sprawdzenie, czy krytyczny spadek hydrauliczny, przy którym cząsteczki gruntu zaczynają się przemieszczać jest wyraźnie mniejszy od wartości obliczeniowej spadku w projektowanej budowli.

2.4 Stan graniczny zniszczenia spowodowany przebiciem hydraulicznym

Zniszczenie spowodowane przebiciem hydraulicznym jest szczególnym, w końcowej fazie występującym przypadkiem erozji wewnętrznej, kiedy transport cząstek gruntu odbywa się w stopniowo drążonym przez wodę tunelu powstającym np. na styku dwóch warstw (spójnej i niespójnej) lub w strefie połączenia konstrukcji z gruntem. Przebicie hydrauliczne może wystąpić za zaporą, gdzie znajduje się słaba, czasami spękana warstwa nieprzepuszczalnego gruntu, której odkształcenie spowodowane jest działaniem wysokiego ciśnienia wody w gruncie (szczególnie podczas powodzi). Podczas tego zjawiska mamy również do czynienia z wysokim gradientem hydraulicznym, który zwiększa się w miarę powiększania się przebicia. Transport cząstek gruntu jest wówczas coraz szybszy i cały proces zostaje przyspieszony. Większość sposobów oceny niebezpieczeństwa przebicia hydraulicznego polega na oszacowaniu globalnego gradientu hydraulicznego, co jednakże odnosi się wyłącznie do gruntów jednorodnych.

3 PRZYKŁADY OBLICZENIOWE

3.1 Podpiwniczony budynek

Obliczenia zostały wykonane dla konstrukcji budynku, którego ogólny schemat podpiwniczenia przedstawiono na rysunku 1 (Rys.1). Współczynniki częściowe dla stanu granicznego UPL i parametry do obliczeń zostały przedstawione w tabeli 1. W obliczeniach przyjęte zostały dwa sposoby sprawdzenia stanu granicznego wyparcia, pierwszy zgodnie z wymaganiami normy PN - EN 1997-1 i drugi zgodnie z podejściem tradycyjnym, zaproponowanym przez Terzagiego i Pecka [3]. Wyniki obliczeń zestawione są w tabeli 2.

Tabela 1. Parametry do obliczeń i współczynniki częściowe dla stanu granicznego UPL

Nazwa parametru	Symbol	Wartość	Jednostka
Oddziaływania stałe	W_{GK}	40	kPa
Oddziaływania zmienne	q_{QK}	5	kPa
Szerokość budynku	B	15	m
Głębokość podpiwniczenia	D	5	m
Grubość ścian piwnicy	t_w	400	mm
Grubość posadzki piwnicy	t_f	250	mm
Grubość płyty fundamentowej	t_b	500	mm
Ciężar materiału konstrukcyjnego	γ_{ck}	25	kN/m ³
Ciężar objętościowy gruntu	γ_k	19,5	kN/m ³
Kąt tarcia wewnętrznego	ϕ_k	35	°
Maksymalny kąt tarcia wewnętrznego	ϕ_{max}	45	°
Oddziaływanie stałe, destabilizujące	$Y_{G, dst}$	1,0	-
Oddziaływanie stałe, stabilizujące	$Y_{G, stb}$	0,9	-
Oddziaływanie zmienne, destabilizujące	$Y_{Q, dst}$	1,5	-

W celu sprawdzenia stanu granicznego wyparcia wykorzystano wzory (1) i (2) przyjmując jako siłę destabilizującą siłę ciśnienia wody w porach u_{Gk} , a jako oddziaływanie stabilizujące całkowity ciężar budynku i obliczeniową wartość oporu pomiędzy gruntem, a ścianą piwnicy (dla maksymalnego kąta tarcia wewnętrznego). Wymienione powyżej siły wynoszą odpowiednio:

$$V_{d, dst} = \gamma_{G, dst} \cdot u_{Gk} = 1 \cdot 735,75 = 735,75 \frac{kN}{m} \quad (5)$$

$$V_{d, stb} = \gamma_{G, stb} \cdot W_{Gk} = 0,9 \cdot 177,5 = 869,63 \frac{kN}{m} \quad (6)$$

Stopień wykorzystania definiowany jako stosunek sił destabilizujących do sił stabilizujących wynosi:

$$\Lambda_{UPL} = \frac{V_{d, dst}}{V_{d, stb} + R_d} \cdot 100\% = \frac{735,75}{869,63 + 10,17} \cdot 100\% = 83,63\% \quad (7)$$

Tablica 2. Wyniki obliczeń stanu granicznego wyparcia budynku podpiwniczonego

Nazwa parametru	Wzór	Jednostka	Wynik
Charakterystyczna wartości ciśnienia wody gruntowej działającej na dno piwnicy	$u_k = \gamma_w \cdot D$	kPa	49,05
Wypadkowa siła destabilizująca ciśnienia wody działająca pod piwnicą wynosi	$u_{Gk} = u_k \cdot B$	kN/m	735,75
Charakterystyczna wartość oddziaływania od stałego ciężaru własnego budynku	$W_{GK, sup} = w_{GK} \cdot B$	kN/m	600
Charakterystyczna wartość ciężaru piwnicy na 1 m szerokości	Ściany $W_{GK, w} = 2 \cdot t_w \cdot D \cdot \gamma_{ck}$	kN/m	100
	Podłogi $W_{GK, f} = t_f \cdot (B - 2t_w) \cdot \gamma_{ck}$		88,75
	Płyta podstawy $W_{GK, b} = t_b \cdot (B - 2t_w) \cdot \gamma_{ck}$		177,5
Całkowity ciężar piwnicy	$W_{GK, sub} = W_{Gk, w} + W_{Gk, f} + W_{Gk, b}$	kPa	366,25
Całkowity ciężar budynku	$W_{GK} = W_{Gk, sup} + W_{Gk, sub}^1$	kPa	966,25
<i>Obliczenia przy średniej wartości kąta tarcia wewnętrznego</i>			
Współczynnik parcia czynnego gruntu	$K_{a, k} = \frac{1 - \sin(\varphi_k)}{1 + \sin(\varphi_k)}$	-	0,27
Wartość kąta tarcia na styku grunt - ściana piwnicy	$\delta_k = \frac{2}{3} \varphi_k$	0	23,33
Obliczeniowa wartość kąta tarcia wewnętrznego	$\varphi_d = \tan^{-1} \left(\frac{\tan(\varphi_k)}{\gamma_\varphi} \right)^0$	0	29,26
Obliczeniowa wartość współczynnika parcia czynnego	$K_{a, d} = \frac{1 - \sin(\varphi_d)}{1 + \sin(\varphi_d)}$	-	0,34
Obliczeniowa wartość kąta tarcia styku grunt - ściana piwnicy	$\delta_d = \frac{2}{3} \varphi_d$	0	19,5
Charakterystyczna wartość oporu działającego wzdłuż ściany piwnicy	$R_k = K_{a, k} \cdot \tan(\delta_k) \cdot \frac{(\gamma_k - \gamma_w) \cdot D^2}{2}$	kN/m	1 4,16
Obliczeniowa wartość oporu działającego wzdłuż ścian piwnicy	$R_d = K_{a, d} \cdot \tan(\delta_d) \cdot \frac{(\gamma_k - \gamma_w) \cdot D^2}{2}$	kN/m	23,73
<i>Obliczenia przy maksymalnej wartości kąta tarcia wewnętrznego</i>			
Największa wartość obliczeniowa kąta tarcia wewnętrznego	$\varphi_{d, sup} = \tan^{-1} \left(\frac{\tan(\varphi_{k, sup})}{\gamma_{\varphi, sup}} \right)^0$	0	51,34

Obliczenie wartości współczynnika parcia czynnego gruntu	$K_{d,sup} = \frac{1 - \sin(\varphi_{d,sup})}{1 + \sin(\varphi_{d,sup})}$	-	0,123
Obliczeniowa wartość kąta tarcia na styku grunt – ściana piwnicy	$\delta_{d,sup} = \frac{2}{3} \varphi_{d,sup}^0$	0	34,23
Średnia wartość efektywnego naprężenia pionowego działającego na najgłębiej położoną część ściany piwnicy	$\sigma'_v = \frac{(\gamma_k - \gamma_w) \cdot D}{2}$	kPa	24,23
Obliczeniowa wartość oporu działającego wzdłuż ścian piwnicy	$R_d = K_{a,d\ sup} \cdot \tan(\delta_{d,sup}) \cdot \frac{(\gamma_k - \gamma_w) \cdot D}{2}$	kN/m	10,17

sub- odnosi się do części konstrukcji powyżej poziomu terenu, sup- do konstrukcji poniżej poziomu terenu

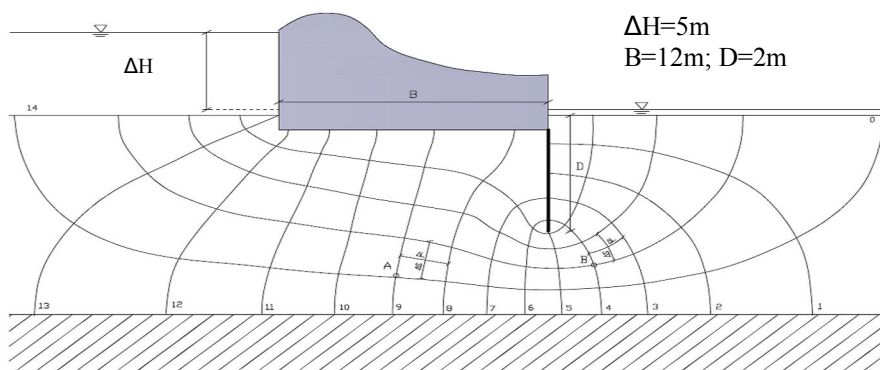
Współczynnik bezpieczeństwa obliczony za pomocą wzoru proponowanego przez Terzagiego i Pecka [3] wynosi:

$$F = \frac{W_{GFK,SUP} + W_{GK,SUB} + R_K}{u_{GK}} = 1,33 \quad (8)$$

Wartość stopnia wykorzystania < 100% uznawana jest za miarodajną do stwierdzenia [2], że w przypadku projektowanego budynku nie wystąpi zniszczenie hydrauliczne przez wyparcie. Wniosek ten potwierdza również wynik obliczeń wzorem proponowanym przez Terzagiego i Pecka ($F > 1,1$)[2].

3.2 Budowla piętrząca wodę - jaz

Obliczenia stanu granicznego zniszczenia hydraulicznego zostaną wykonane dla konstrukcji jazu przedstawionego na rysunku 4 przez sprawdzenie dla punktów A i B możliwości unoszenia cząstek gruntu prowadzącego do przebicia hydraulicznego. W celu określenia siły filtracji wykreślono siatkę hydrodynamiczną. Współczynniki częściowe zostały przyjęte według Eurokodu 7 (tabl.1). Wyniki obliczeń dla dwóch punktów podłoża jazu znajdują się w tabeli 3.



Rys. 4 Schemat i parametry konstrukcji jazu

Tablica 3. Wyniki obliczeń dla jazu

Nazwa parametru	Wzór	Jednostka	Wynik	
			Punkt A	Punkt B
Gradient hydrauliczny	$i = \Delta H / (m \cdot \Delta l)$	-	0,24	0,2
Ciśnienie wody w porach	$u_k = \gamma_k \cdot (1 + i_k) \cdot d$	kPa	86,8	84,0
Naprężenie pionowe	$\sigma_k = \gamma_k \cdot d$	kPa	140	
Siła filtracji	$S_k = \gamma_w \cdot i_k \cdot d \cdot A$	kN/m	37,8	45,36
Ciężar gruntu z wyporem	$G'_k = (\gamma_k - \gamma_w) \cdot d \cdot A$	kN	226,8	
Siła destabilizująca z wykorzystaniem u_k	$E_{d,dst} = \gamma_{dst} \cdot u_k$	kPa	117,18	113,4
Siła stabilizująca z wykorzystaniem σ_k	$E_{d,stb} = \gamma_{stb} \cdot \sigma_k$	kPa	126,0	
Stopień wykorzystania	$\Lambda_{HYD} = \frac{\gamma_{dst} \cdot u_k}{\gamma_{stb} \cdot \sigma_k} (*)$	%	93	90
Siła stabilizująca z wykorzystaniem G'_k	$E_{d,stb} = \gamma_{stb} \cdot G'_k$	kN/m	204,12	
Siła destabilizująca z wykorzystaniem S_k	$E_{d,dst} = \gamma_{dst} \cdot S_k$	kN/m	51,03	61,24
Stopień wykorzystania	$\Lambda_{HYD} = \frac{\gamma_{dst} \cdot G'_k}{\gamma_{stb} \cdot S_k} (**)$	%	36	30
Współczynnik bezpieczeństwa (tradycyjny)	$F = \frac{i_{kr}}{i_k}$	-	4,17	5

4 PODSUMOWANIE I WNIOSKI

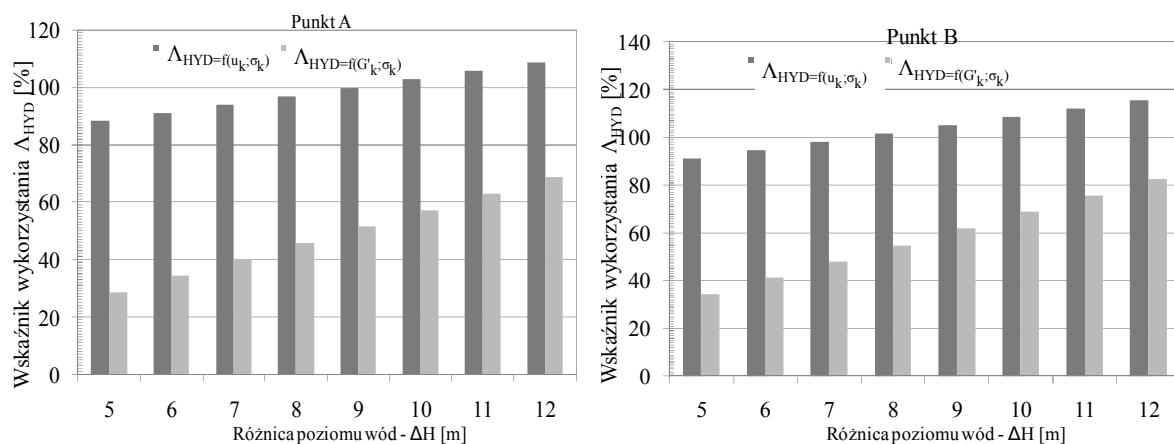
Wyniki obliczeń sprawdzających możliwość zniszczenia hydraulicznego przez wyparcie i unoszenie cząstek gruntu prowadzące do przebiccia hydraulicznego pozwalają stwierdzić, że projektowane konstrukcje (podpiwniczony budynek i jaz) są bezpieczne, o czym świadczą wartości stopnia wykorzystania ΔUPL i $\Delta HYD < 100\%$. Wniosek ten jest zgodny z wynikami dotychczasowego sprawdzania możliwości zniszczenia hydraulicznego zaproponowanego przez Terzagiego i Pecka. Współczynniki bezpieczeństwa F są większe od wartości wymaganych ($F > 1,1$). W celu potwierdzenia zgodności obliczeń według Eurokodu 7 i wzorem proponowanym przez Terzagiego oraz Pecka przeprowadzono analizę porównawczą przyjmując różne wartości głębokości poziomego podpiwniczenia (D). Wyniki obliczeń zestawione w tabeli 4 pokazują, że uzyskuje się wartości współczynników wykorzystania

Tablica 4. Wyniki obliczeń analizy porównawczej współczynnika wykorzystania i współczynnika bezpieczeństwa dla schematu obliczeniowego przedstawionego na rys. 1

Głębokość poziomego podpiwniczenia- D w m	ΔUPL [%]	F [-]
1	18,4	6,0
2	36,0	3,1
3	52,7	2,2
4	68,6	1,6
5	83,6	1,3
6	97,9	1,1
7	111,3	1
8	124	0,9

i współczynników bezpieczeństwa porównywalne pod względem określenia bezpieczeństwa konstrukcji na wyparcie. Warto zauważyć, że wartość współczynnika bezpieczeństwa $F = 1$ odpowiada współczynnikowi wykorzystania $\Delta_{UPL} = 111,3\%$, a $F = 1,6$ wartości $\Delta_{UPL} = 68,6\%$.

W przypadku sprawdzenia stanu granicznego spowodowanego hydraulicznym unoszeniem cząstek gruntu Eurokod 7 podaje dwa równorzędne wzory (3) i (4) różniące się oddziaływaniami w schematach obliczeniowych (tablica 3). W celu zbadania wpływu przyjętych założeń na końcowy efekt obliczeń projektowych, którym jest współczynnik wykorzystania przeprowadzono analizę porównawczą przyjmując różne wartości różnicy poziomu zwierciadeł wody. Wyniki obliczeń przedstawione na rysunku 5 pokazują, że w przypadku zastosowania wzoru ** (tablica 3) (zarówno dla punktu A jak i B) uzyskuje się wartości współczynnika wykorzystania od 1,5 do 3 razy mniejsze (w zakresie różnicy zwierciadeł wody od 5 do 12 m) w porównaniu z wartościami określonymi wzorem * (tablica 3). W związku z tym nie można uznać wzorów (3) i (4) za równorzędne. Należy określić warunki i zakresy stosowania każdego z nich.



Rys. 5 Zależność pomiędzy wskaźnikiem wykorzystania obliczonym wg wzoru * i ** (Tabl.3), a różnicą poziomu wód ΔH

PIŚMIENNICTWO

- [1] PN – EN 1997-1 Eurokod 7: Projektowanie geotechniczne. Część 1: Zasady ogólne, PKN, Warszawa
- [2] Bond A., Harris A.: Decoding Eurocode 7. Wiltshire, The Cormwell Press, 2008.
- [3] Terzaghi K., Peck R.: Soil mechanics in engineering practice. New York, A Wiley-Interscience Publication, 1996.

Praca naukowa finansowana ze środków budżetowych na naukę w latach 2010 - 2013 jako projekt badawczy Nr N N506 218039

DESIGN OF STRUCTURE ACCORDING TO EUROCODE 7 WITH CONSIDERING HYDRAULIC FAILURE

Summary

The paper presents the principles and rules of Eurocode 7 required for the verification of the design structures considering the hydraulic failure. Eurocode 7 requirements were applied in the design of two structures as follows: building with an underground basement and a concrete weir. Two limit states of the design structures were verified, mainly uplift and heave. Based on the calculation results the conclusions were drawn, which would be useful for the geotechnical design of structures regarding the hydraulic conditions.

Jerzy SEKOWSKI¹
Krzysztof STERNIK²
Katedra Geotechniki Politechniki Śląskiej w Gliwicach

ANALIZA STATECZNOŚCI SKARPY TYMCZASOWEGO WYKOPU W SĄSIEDZTWIE ISTNIEJĄCEJ ZABUDOWY

STRESZCZENIE

Referat prezentuje analizę stateczności skarpy wykopu o głębokości 6 m projektowanego w celu wykonania odwodnienia wokół istniejącego budynku. Na etapie projektowania robót ziemnych rozważano kilka wariantów nachylenia skarpy i jej zabezpieczenia grodzicami stalowymi. Stateczność analizowano metodą elementów skończonych. W ich wyniku wybrano i zrealizowano optymalny wariant wykonania wykopu.

Słowa kluczowe: stateczność skarpy, obudowa wykopu, MES

1 WPROWADZENIE

Na terenie jednego z osiedli mieszkaniowych w Jastrzębiu Zdroju znajduje się dwukondygnacyjny budynek usługowy, otoczony pięciokondygnacyjnymi blokami mieszkalnymi.

Budynek jest usytuowany u podnóża skarpy ukształtowanej podczas budowy osiedla (rys. 1). Wejścia do niego znajdują się w dwóch poziomach, pomiędzy którymi różnica wynosi ok. 5 m. Komunikacja między zróżnicowanymi poziomami zapewniona jest za pomocą schodów betonowych.

W związku z zawilgoceniem ścian pomieszczeń znajdujących się poniżej poziomu terenu (strona zachodnia), zaplanowany został remont budynku, którego głównym elementem miało być wykonanie drenażu opaskowego wokół niego oraz ogólne uporządkowanie terenu połączone z remontem schodów i chodnika.

Budynek usługowy nie jest podpiwniczony. Stąd też, ze względu na przemarzanie, minimalna głębokość jego posadowienia - od strony wschodniej, wynosi 1,0 m poniżej poziomu przyległego terenu. Wykonanie drenażu po stronie zachodniej budynku wymagało wykonania wykopu do poziomu jego posadowienia. Przy istniejącym zróżnicowaniu terenu wykop ten miałby głębokość 6,0 m. Zaszła zatem potrzeba określenia stateczności skarpy projektowanego wykopu, po naziomie którego przemieszczać się miał pracujący sprzęt. Analizę stateczności wykonano w kilku wariantach, przy różnym nachyleniu skarp wykopu

¹ Jerzy.Sekowski@polsl.pl

² Krzysztof.Sternik@polsl.pl

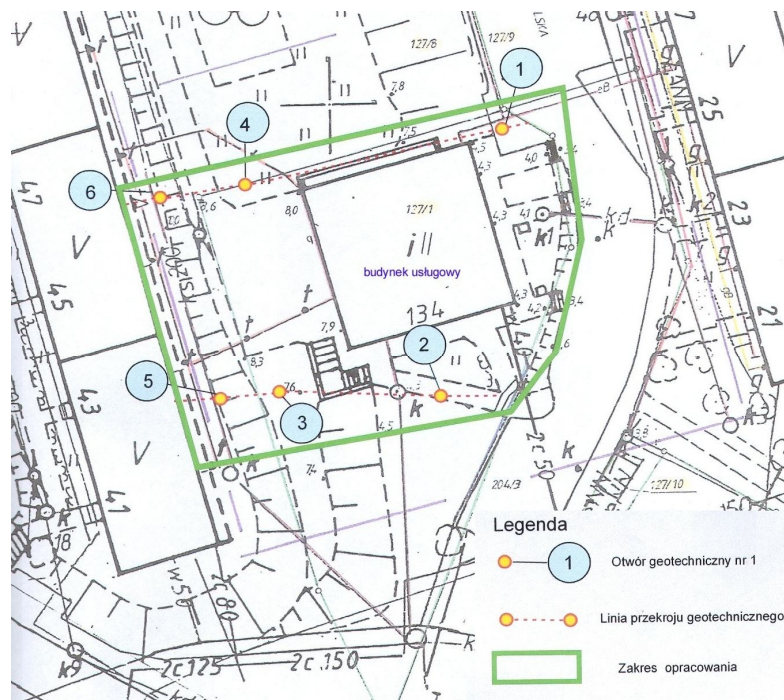
i obciążeniu naziemu, a także z zastosowaniem zabezpieczenia wykopu za pomocą ścianki szczelnej z grodziec stalowych GZ-4.



Rys. 1. Widok budynku usługowego i przyległej skarpy od strony zachodniej

2 WARUNKI GRUNTOWO-WODNE

Ekspertyza geotechniczna [1] określiła rodzaj i stan gruntów budujących podłoże w obrębie rozważanego terenu oraz charakter i miejsca występowania wód gruntowych. Rozmieszczenie otworów badawczych, w których dokonano rozpoznania podłoża pokazane jest na rys. 2.



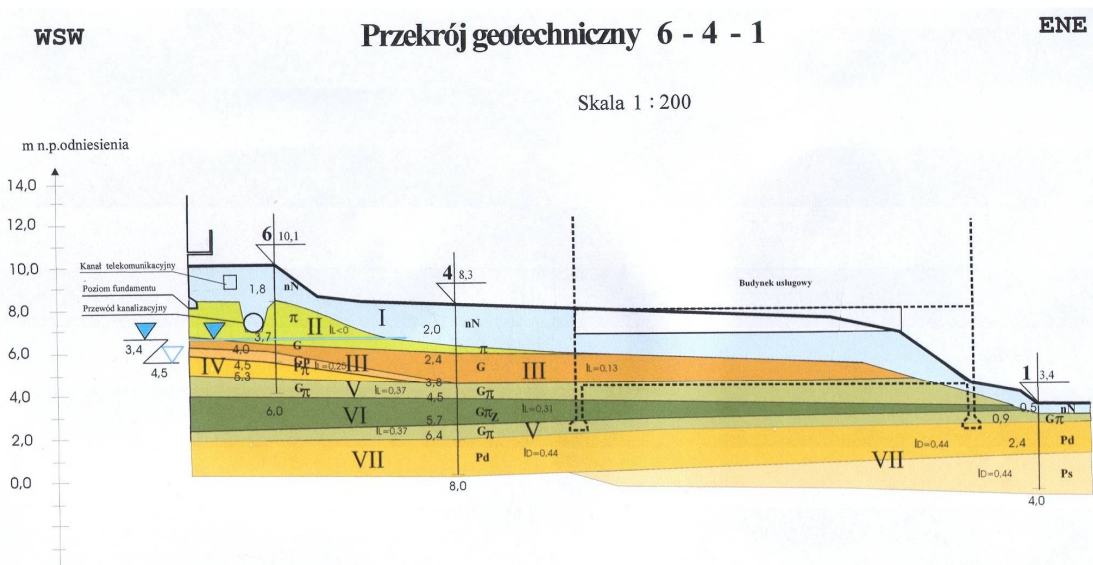
Rys. 2. Plan sytuacyjny okolicy budynku usługowego wraz z lokalizacją otworów badawczych

W dokumentacji geotechnicznej wyróżniono 7 warstw gruntowych budujących podłoże. Ich charakterystyki zestawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Zestawienie charakterystyk warstw gruntowych podłoża

Objaśnienia geologiczne			Charakterystyczne wartości parametrów geotechnicznych								
stratygrafia	opis litologiczny	nr warstwy	symbol	grupa skonsolidowania	stan	wilgotność naturalna	gęstość objętościowa	spójność	kąt tarcia wewnętrzznego	moduł odkształcenia	
										I_D/I_L	w_n [%]
czwartorzęd (plejstocen)	pył	II	π	C	0,05	22	2,05	25	17	30	50
	glina, glina piaszczysta	III	G, G_p	B	0,20	16	2,10	31	18	28	37
	piasek pylasty	IV	P_π		0,30	28	1,85		29	32	40
	glina pylasta	V	G_π	B	0,37	25	2,00	26	15	18	24
	glina pylasta zwięzła	VI	$G_{\pi z}$	B	0,31	28	1,90	28	16	22	29
	piasek drobny, piasek średni	VI I	P_d, P_s		0,44	16	1,75		30	42	53

Przekrój geotechniczny przez otwory 6-4-1 (rys. 3) pokazuje budowę podłoża w rejonie rozważanego budynku usługowego. Posłużył on jako podstawa do analizy stateczności skarpy wykopu. Na rys. 3 pokazano także obrys budynku usługowego oraz jego poziom posadowienia. Przekrój ten zaczerpnięto z ekspertyzy geotechnicznej [1].



Rys. 3. Przekrój geotechniczny podłoża z naniesionym poziomem posadowienia budynku usługowego

W cytowanej ekspertyzie [1] nie określono parametrów fizyko-mechanicznych dla warstwy pyłu „wbudowanej” w nasyp. Nasyp w obszarze planowanego wykopu stanowi przypowierzchniową warstwę o miąższości dochodzącej do ok. 2 m. Przy całkowitej głębokości wykopu wynoszącej ok. 6 m ma ona istotny wpływ na stateczność jego skarpy. W celu przeprowadzenia analizy stateczności skarpy wykopu przyjęto parametry fizyko-mechaniczne pyłu w stanie plastycznym $IL = 0,30$ odpowiadające grupie skonsolidowania C wg PN-81/B-03020:

$$\rho^{(n)} = 2,0 \text{ g/cm}^3, c_u^{(n)} = 13 \text{ kPa}, \phi_u^{(n)} = 13^\circ, E_0 = 17 \text{ MPa}$$

3 ANALIZA STATECZNOŚCI SKARPY WYKOPU

3.1 Metoda obliczeniowa

Stateczność skarpy wykopu określa się za pomocą wartości współczynnika bezpieczeństwa [2]

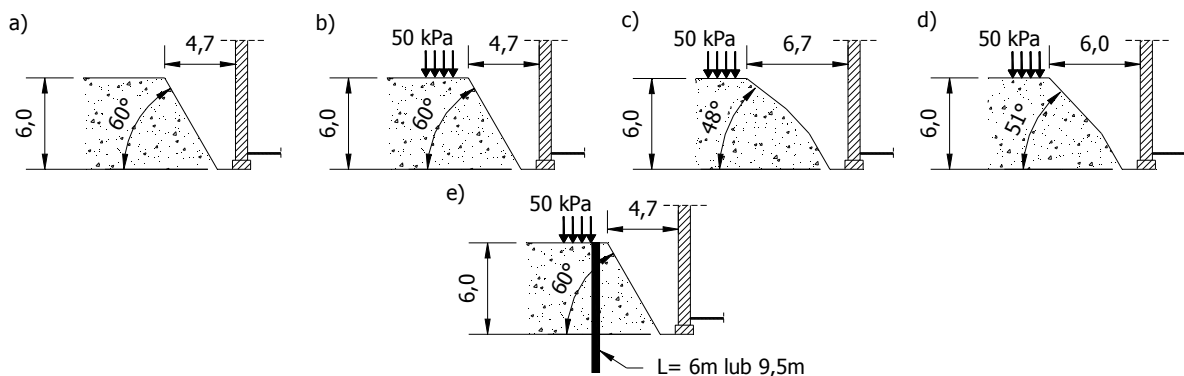
$$F_s = \frac{c}{c_0} = \frac{\text{tg}\phi}{\text{tg}\phi_0} \quad (1)$$

gdzie c , ϕ są rzeczywistymi wartościami spójności i kąta tarcia wewnętrznego charakteryzującymi grunty podłoża, natomiast c_0 , ϕ_0 są wartościami parametrów wytrzymałościowych po zredukowaniu, przy których następuje utrata stateczności.

Określenie wartości współczynnika bezpieczeństwa może odbywać się w różny sposób. W ostatnich latach coraz powszechniej wykorzystuje się w tym celu metody numeryczne, a zwłaszcza metodę elementów skończonych. Algorytm, w którym następuje stopniowe zmniejszanie wartości parametrów wytrzymałościowych i analiza przemieszczeń modelu obciążonej skarpy w programie metody elementów skończonych, aż do utraty stateczności, nazywa się metodą redukcji wytrzymałości na ścinanie [3]. Taki algorytm został zastosowany w obliczeniach stateczności skarpy wykopu przy analizowanym budynku usługowym.

3.2 Założenia do analizy

Rozważano pięć wariantów wykonania wykopu. Wśród nich są trzy warianty nachylenia skarpy, naziom nieobciążony i obciążony oraz wariant uwzględniający zabezpieczenie skarpy ścianką szczelną z grodzic stalowych GZ-4. Schematy pokazane są na rys. 4.

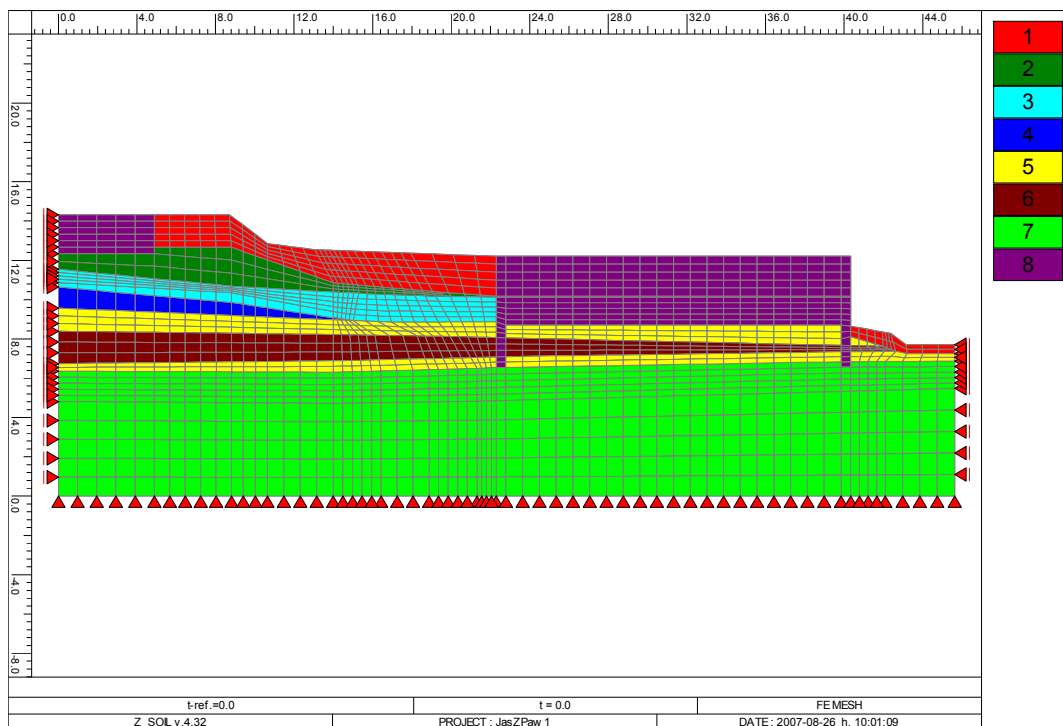


Rys. 4. Analizowane warianty wykonania i zabezpieczenia wykopu

Zabezpieczenie skarpy ścianką szczelną przewidziano przed wykonaniem wykopu. Sprawdzone stateczność skarpy wykopu zabezpieczonej ścianką o długości 6,0 m oraz 9,5 m. Grodźnice miały stanowić element pomocniczy zabezpieczenia skarpy, dlatego przyjęto, że skarpa nie będzie pionowa, a grodźnice wprowadzone zostaną w podłoże na krawędzi wykopu. Rozwiązanie takie pozwoliło ograniczyć długość grodźnic.

Obciążenie naziomu przyjęto równe 50 kPa. Główną przyczyną obciążenia naziomu w rzeczywistości może być praca sprzętu mechanicznego wykonującego wykop oraz składowanie urobku w pobliżu jego krawędzi.

W analizach symulowano odprężenie podłoża wykopem. Pełny model geometryczny przed usunięciem części elementów przedstawiony jest na rys. 5. Poszczególne warstwy gruntów zaznaczone są kolejnymi numerami. Strefa materiałowa nr 8 odpowiada sztywnym bryłom budynków. Dodatkowo, na górne powierzchnie stref materiałowych 8 przyłożone zostało obciążenie równomiernie rozłożone 200 kPa, symulujące całkowite oddziaływanie budynków na podłoże wywołane ciężarem konstrukcji i obciążeniem użytkowym.



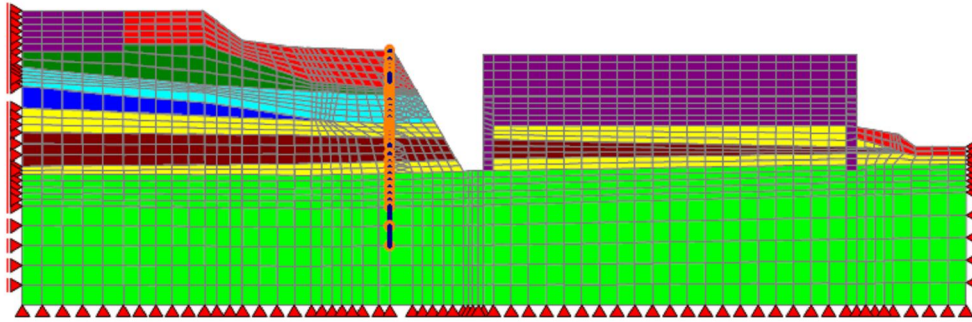
1 – nasyp (pył); 2 – pył $I_L = 0,05$; 3 – glina, glina piaszczysta $I_L = 0,20$; 4 – piasek pylasty $I_D = 0,30$; 5 – glina pylasta $I_L = 0,37$; 6 – glina pylasta zwięzła $I_L = 0,31$; 7 – piasek drobny i średni $I_D = 0,44$; 8 – konstrukcja budynku

Rys. 5. Model MES

Do opisu materiałów zastosowano model sprężysto-idealnie plastyczny z powierzchnią zniszczenia Coulomba-Mohra. Wartości parametrów fizyko-mechanicznych przyjęto zgodnie z charakterystykami z Tabeli 1. Przyjęto niestowarzyszone prawo płynięcia plastycznego i kąt dylatacji plastycznej $\psi = 0$ dla wszystkich gruntów.

Przykładowy model geometryczny przedstawiający fazę symulacji wykopu dla wariantu skarpy zabezpieczonej ścianką szczelną (wariant z rys. 4e) przedstawia rys. 6.

W modelu MES ściankę szczelną reprezentują elementy belkowe o charakterystyce materiałowej odpowiadającej profilowi grodźnicy GZ-4. W modelu zastąpiono rzeczywisty kształt grodźnicy przekrojem prostokątnym o grubości wynikającej z wartości wskaźnika na zginanie grodźnicy GZ-4 o grubości ścianki 4 mm wynoszącej $W_x = 43,7 \text{ cm}^3$.



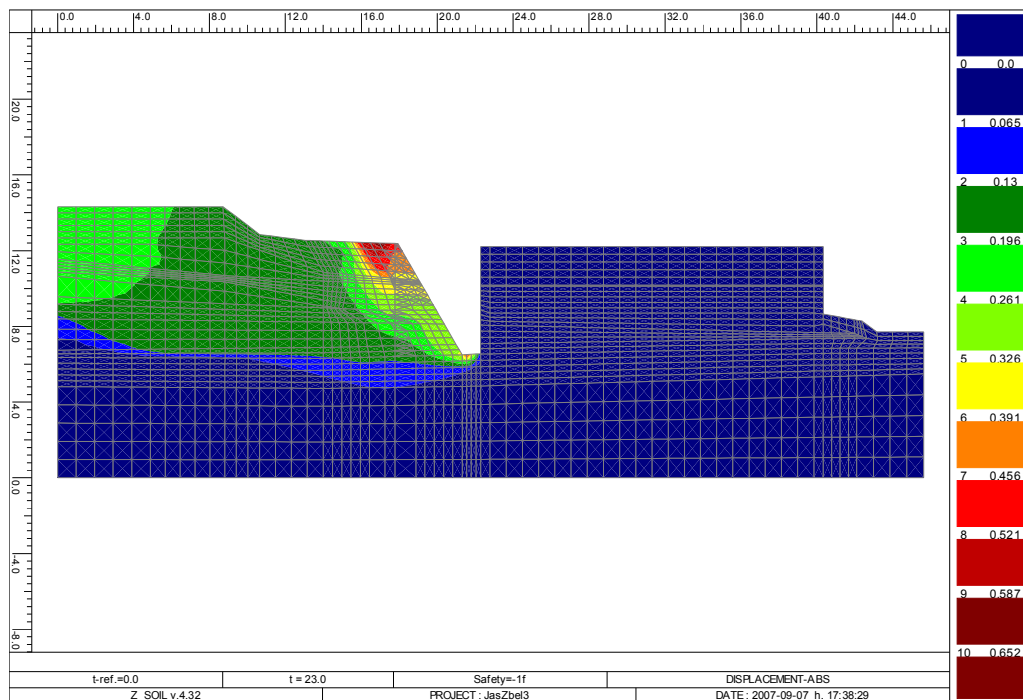
Rys. 6. Model skarpy nachylonej pod kątem 60° zabezpieczonej ścianką szczelną o dł. 9,5 m (wariant z rys. 4e)

3.3 Wyniki analiz stateczności

W wyniku przeprowadzonych analiz wyznaczono wartości współczynnika bezpieczeństwa charakteryzujące skarpe wykopu dla rozpatrywanych wariantów jej pochylenia i zabezpieczenia ścianką szczelną. Wartości te wynoszą odpowiednio:

- skarpa o nachyleniu 60° z naziemem nie obciążonym $F_s = 1,40$,
- skarpa o nachyleniu 60° z naziemem obciążonym bez zabezpieczenia $F_s < 1,0$ (niestateczna),
- skarpa o nachyleniu 60° z naziemem obciążonym zabezpieczona ścianką o dł. 6 m $F_s = 1,22$,
- skarpa o nachyleniu 60° z naziemem obciążonym zabezpieczona ścianką o dł. 9,5 m $F_s = 1,45$,
- skarpa o średnim nachyleniu 51° z naziemem obciążonym $F_s = 1,13$,
- skarpa o średnim nachyleniu 48° z naziemem obciążonym $F_s = 1,15$.

W wariantcie z zabezpieczoną skarpeą przewidywane pole przemieszczeń w fazie utraty stateczności po zredukowaniu parametrów wytrzymałościowych przedstawia rys. 7.



Rys. 7. Rozkład przemieszczeń w fazie utraty stateczności skarpy zabezpieczonej ścianką o dł. 9,5 m ($F_s=1,45$)

4 WNIOSKI Z PRZEPROWADZONYCH ANALIZ

Wiłun w [2] podaje, że wartość współczynnika bezpieczeństwa F_s , charakteryzującą skarpe stateczną, przyjmuje się w zależności od stosowanej metody obliczeniowej. Rozrzut tych wartości jest duży i waha się w granicach 1,1 do 1,5. Generalnie, przyjmuje się, że utrata stateczności jest mało prawdopodobna, gdy F_s zawiera się w przedziale od 1,3 do 1,5 [4].

Z doświadczeń autorów wynika, że na ogół wartości F_s prognozowane metodą elementów skończonych są niższe niż dopuszczalne (minimalne) wartości F_s określone metodami blokowymi. Zatem można uznać, że dla wykopu tymczasowego wartość współczynnika bezpieczeństwa nie powinna być mniejsza niż 1,2.

Jak wynika z przeprowadzonych obliczeń, zasadniczy wpływ na stateczność skarpy wykopu ma obciążenie jej naziomu przez pracujący tam sprzęt (koparkę) i składowanie urobku. Skarpa o nachyleniu 60° będzie stateczna, gdy naziom nie będzie obciążony ($F_s = 1,40$), ale jej dociążenie w pobliżu krawędzi spowoduje obsunięcie się gruntu w górnej części.

Złagodzenie nachylenia skarpy poprawia jej stateczność ($F_s = 1,13 \div 1,15$), ale zwiększa objętość robót ziemnych. Wartość współczynnika bezpieczeństwa jest w dalszym ciągu mniejsza od sugerowanej $F_s = 1,2$. Zauważyć również należy, że łagodniejsze formowanie skarpy powoduje powiększenie wykopu w kierunku znajdującego się po stronie zachodniej bloku mieszkalnego. Wpływa to na powstanie potencjalnego zagrożenia obsunięcia się gruntu do wykopu z okolic fundamentów bloku mieszkalnego. Uwaga ta nabiera znaczenia wobec faktu, że ekspertyza geotechniczna [1] wykazała obecność wody w otworach nr 5 i 6 w warstwie piasku pylastego (warstwa IV). Wysięki wody z tej warstwy mogły dodatkowo wpłynąć na pogorszenie parametrów gruntów i obniżenie wartości współczynnika bezpieczeństwa.

Wyrażną poprawę bezpieczeństwa przynosi zastosowanie ścianki szczelnej wprowadzonej w skarpe wykopu. Przy długości ścianki 6,0 m, tj. sięgającej od powierzchni terenu do poziomu posadowienia budynku usługowego wartość współczynnika bezpieczeństwa wynosi $F_s = 1,22$ i wyraźnie wzrasta przy wydłużeniu ścianki do 9,5 m ($F_s = 1,45$).

Uzyskane wyniki dowodzą, że zapewnienie stateczności uzyskuje się w dwóch przypadkach:

- 1) skarpy o nie obciążonym naziomie ($F_s = 1,40$), przy ręcznym prowadzeniu robót ziemnych i odwożeniu urobku na odkład w znacznej odległości od wykopu oraz
- 2) skarpy zabezpieczonej ścianką szczelną, gdy naziom jest obciążony pracującym sprzętem mechanicznym (koparka).

Dodatkową zaletą wbicia grodzic jest co najmniej częściowe odcięcie ewentualnych wód opadowych filtrujących grawitacyjnie do wykopu.

5 PODSUMOWANIE

Na podstawie wyników analiz stateczności przedstawionych w niniejszym referacie sformułowano zalecenia dotyczące przeprowadzenia robót ziemnych przy wykonywaniu drenażu opaskowego wokół budynku usługowego. Autorzy referatu zalecili geodezyjną kontrolę przemieszczeń zarówno budynku usługowego, jak i bloku mieszkalnego usytuowanego w jego sąsiedztwie.

Użycie koparki do robót ziemnych i możliwość filtracji wód opadowych do wykopu wymusiło zastosowanie grodzic. Ostatecznie, wykonawca prac remontowych zdecydował się na wbicie grodzic o długości 9,5 m. Prace zostały pomyślnie wykonane, a ich efekt w postaci obsypki żwirowej nad drenażem opaskowym i zainstalowanych studzienek kanalizacyjnych

widoczny jest na rys. 8.



Rys. 8. Widok na budynek usługowy z wykonanym drenażem opaskowym

PIŚMIENNICTWO

- [1] „Ekspertyza geotechniczna dotycząca warunków gruntowo-wodnych w sąsiedztwie budynku usługowego przy ul. Małopolskiej 134 w Jastrzębiu Zdroju”, PHU „GEODA” s.c., Andrzej Bieniak, Tadeusz Gajda, 47-400 Racibórz, ul. Zamoyskiego 8/8, lipiec 2007.
- [2] Wiłun Z.: Zarys geotechniki, WKŁ, Warszawa, 1987.
- [3] Sanecki L., Truty A., Urbański A.: O możliwościach modelowania komputerowego stateczności złożonych układów geotechnicznych, Mat. XLV Konf. Nauk. KILiW PAN, Krynica '99, Wrocław, 1999.
- [4] Wysokiński L.: Ocena stateczności skarp i zboczy, Instrukcja ITB nr 424/2006, Warszawa, 2006.

STABILITY ANALYSIS OF TEMPORARY EXCAVATION IN VICINITY OF EXISTING BUILDING

Summary

The paper presents stability analysis of 6m deep excavation planned in the vicinity of an existing building. The excavation was planned for the construction of perimeter drainage. Several variants of excavation wall inclination and sheet piling protection have been analyzed. Stability of the excavation wall has been checked for all variants. Based on the results of FEM analyses the optimum variant has been chosen and performed.

Dariusz SOBALA¹
Wojciech TOMAKA²
Politechnika Rzeszowska, AARSLEFF Sp. z o.o.
AARSLEFF Sp. z o.o.

NOŚNOŚĆ ŻELBETOWYCH PALI PREFABRYKOWANYCH NA PODSTAWIE BADAŃ W WARUNKACH GRUNTOWYCH PODKARPACIA

STRESZCZENIE

W referacie przedstawiono wyniki 184 badań statycznych i dynamicznych nośności żelbetowych pali prefabrykowanych wbijanych wykonanych na Podkarpaciu w latach 2009-2011. Uzyskane w trakcie badań nośności porównano z obliczonymi w projektach fundamentów palowych. Porównanie wykazało znaczące zapasy rzeczywistych nośności pali w stosunku do obliczonych. Sformułowano wnioski dotyczące kierunków dalszych badań i analiz mających na celu modyfikację stosowanych procedur projektowania geotechnicznego żelbetowych pali prefabrykowanych.

Słowa kluczowe: pal prefabrykowany, nośność pala, badania nośności pali

1 WPROWADZENIE

Autostrada A4 to obecnie priorytetowa inwestycja drogowa realizowana na Podkarpaciu. W latach 2009-2011 rozpoczęto realizację lub zrealizowano w tym regionie wiele innych inwestycji drogowych i przemysłowych. Obecnie obiekty budowane są często w trudnych warunkach gruntowych wymagających posadowienia na palach. Prawidłowe zaprojektowanie ekonomicznych i uzasadnionych technicznie rozwiązań fundamentów palowych wymaga wykonania wysokiej jakości badań geotechnicznych i zastosowania wiarygodnych metod projektowania, których źródłem często są współczesne normy. Równie ważna jest weryfikacja przyjętych w projektach rozwiązań poprzez wykonywanie próbnych obciążeń pali, których wyniki pozwalają określić rzeczywistą nośność i stanowią bogate źródło danych do weryfikacji normowych modeli obliczeniowych. Duża liczba realizowanych inwestycji generuje znaczną liczbę wyników badań, które prawidłowo wykorzystane prowadzą do optymalizacji stosowanych rozwiązań fundamentów palowych, a w pewnej perspektywie czasowej do ograniczenia kosztów fundamentowania w skali regionu lub kraju.

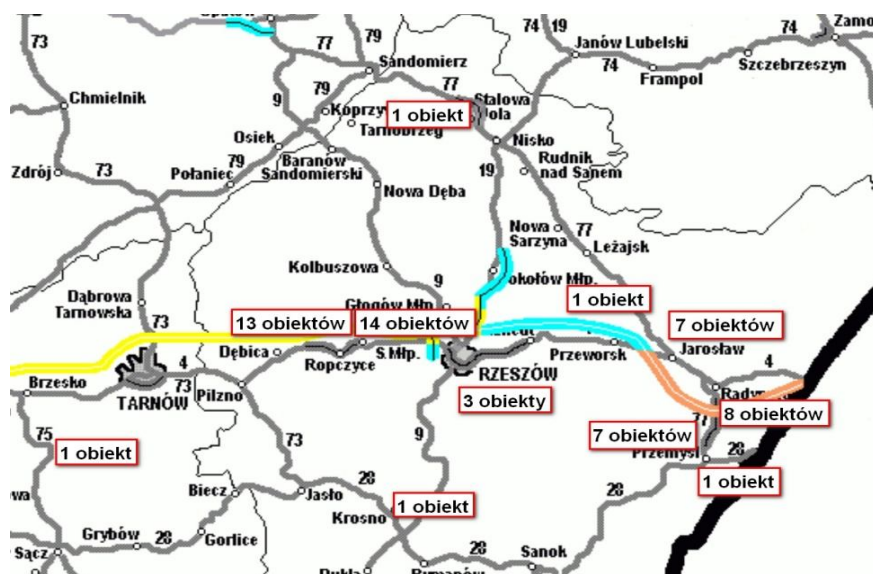
¹ d.sobala@prz.edu.pl

² wto@aarsleff.com.pl

Niezwykle istotne w kontekście tych dalekosiężnych celów jest stworzenie właściwych mechanizmów pozwalających na gromadzenie, systematyzowanie i upowszechnianie wyników zebranych doświadczeń. W referacie podsumowano wyniki dużej liczby badań nośności pali prefabrykowanych wykonanych w warunkach gruntowych Podkarpacia i sformułowano wnioski dotyczące możliwych kierunków modyfikacji stosowanych powszechnie procedur projektowania.

2 LOKALIZACJA BADAŃ

Źródło wykorzystanych w referacie danych stanowią wyniki próbnych obciążeń żelbetowych pali prefabrykowanych wbijanych w fundamentach podkarpackich (Rys. 1) obiektów mostowych budowanych w ciągu: autostrady A4 na odcinkach Dębica Pustynia – Węzeł Rzeszów Zachód oraz Radymno-Korczowa, obwodnicy Jarosławia (droga krajowa nr 4) oraz drogi S19 na odcinku Stobierna - Rzeszów, a także pojedynczych obiektów mostowych w Budach Łańcuckich k/Przeworska, Jamnicy k/Stalowej Woli, Rzeszowie, Przemyślu, obiektów przemysłowych w Rzeszowie i Krośnie oraz wież siłowni wiatrowych w Orzechowcach k/Przemyśla. Łącznie w ww. fundamentach wbito 11 146 szt. pali z czego 251 szt. poddano próbnym obciążeniom. Próbnymi obciążeniami zrealizowano metodą statyczną (56 badań) i metodą dynamiczną przy wysokich odkształceniach (195 badań). Wykorzystane w analizie wyniki badań dynamicznych przy wysokich odkształceniach zostały, zgodnie z wymaganiami PN-EN 1997-1, skalibrowane z wynikami badań przeprowadzonych metodą statyczną. W przypadku około połowy fundamentów obiektów mostowych wykonywano zarówno testy statyczne jak i dynamiczne (2÷5 testów), w pozostałych fundamentach wykonywano badanie pala metodą statyczną lub dynamiczną.



Rys. 1. Lokalizacja budowanych obiektów posadowionych na palach prefabrykowanych

Wykorzystane w analizie obliczone projektowe nośności badanych pali zostały wyznaczone w projektach posadowienia zgodnie z normą[1]. W przypadku braku w projektach stosowanych obliczeń zostały one przeprowadzone zgodnie z wytycznymi ww. normy przez autorów referatu.

W przypadku dysponowania większą liczbą wyników badań nośności pali do porównania nośności obliczonej i zbadanej wykorzystano dla każdego z analizowanych fundamentów miarodajny, niższy wynik uzyskany z badań. Ostatecznie podstawą porównania nośności obliczonej i zbadanej były wyniki 124 próbnych obciążeń wykonanych na palach

wbitych w różnych warunkach gruntowych. W tabelicy 1 przedstawiono podział liczby badań ze względu na rodzaj gruntu zalegający w rejonie stopy pala (B), a więc w strefie decydującej z reguły o jego nośności.

Tablica 1. Liczba pali o stopach (B) i pobocznicach (S) zagłębionych w poszczególne rodzaje gruntu wykorzystanych odpowiednio w analizie porównawczej nośności (B) i oporów na poboczniczy (S)

Stan gruntu	Rodzaj gruntu spoistego						Razem	
	Ił lub ił pylasty		Gлина pylasta		Gлина piaszczysta		B	S
	B	S	B	S	B	S		
półzwarte	26	31	-	-	1	4	27	35
twardoplastyczne	41	61	5	21	9	13	55	95
plastyczne	-	-	4	4	-	-	4	4
Razem	67	92	9	25	10	17	86	134

Zagęszczenie gruntu	Rodzaj gruntu sypkiego								Razem	
	Piasek pylasty		Piasek drobny		Piasek średni		Żwir/pospółka		B	S
	B	S	B	S	B	S	B	S		
zagęszczony	2	2	-	-	-	-	-	-	2	2
średnio zagęszczony	9	13	16	18	6	11	5	6	36	48
Razem	11	15	16	18	6	11	5	6	38	50

Do porównania oporów gruntu wzdłuż poboczniczy pali wykorzystano wyniki 184 badań dynamicznych opracowanych metodą CAPWAP. W porównaniu oporów wykorzystano opory wyznaczone dla końcowego odcinka pala o długości 1÷2 m mierzonych od spodu pala. Analizowane odcinki pali znajdowały się zarówno w gruntach spoistych, jak i sypkich, w różnym stanie i o różnym zagęszczeniu. Zestawienie liczby wykorzystanych badań pali w zależności od warunków gruntowych wzdłuż analizowanego odcinka poboczniczy (S) zestawiono w tabelicy 1.

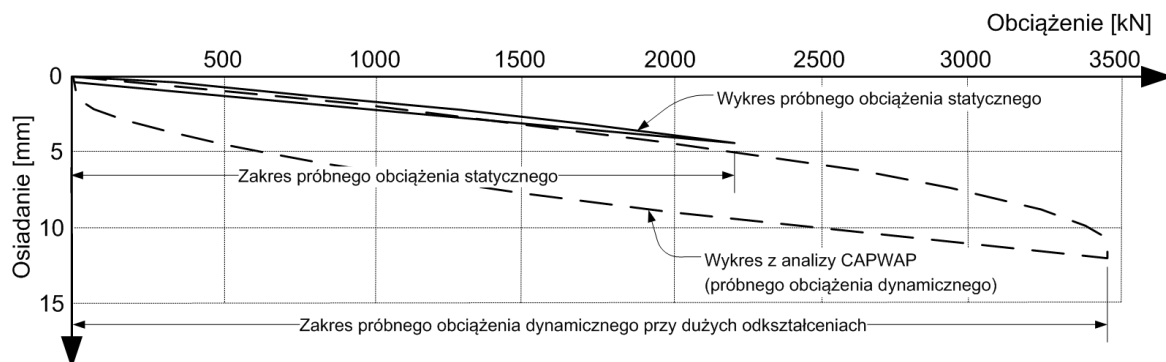
Badane pale to prefabrykowane pale żelbetowe wbite w 106 fundamentach 48 obiektów budowlanych. Prefabrykaty pali wykonane były z betonu klasy C40/50 i zbrojone stalą miękką klasy „b” lub „c” o granicy plastyczności $f_{yk}=500\text{MPa}$ (A-IIIN). Typowe zbrojenie badanych pali zostało wykonane w automacie zbrojarskim i składało się z 12 szt. prętów o średnicy 12mm. W 17 spośród 48 obiektów zastosowano zbrojenie większe, maksymalnie 8 szt. prętów o średnicy 20mm. Całkowite długości wbitych prefabrykatów badanych pali mieściły się w przedziale od 8.0 do 18.0 m.

3 RODZAJE PRZEPROWADZONYCH BADAŃ NOŚNOŚCI PALI

Próbne obciążenie statyczne wykonywano metodą belki odwróconej wykorzystując układ oporowy złożony z belki głównej i dwóch belek poprzecznych o długościach odpowiednio 7m i 2x5m. Obciążenie pala uzyskiwane było przez rozparcie siłownika hydraulicznego pomiędzy głowicą badanego pala a belką główną układu oporowego, kotwionego za pośrednictwem belek poprzecznych do wbitego (w odległości min. 2m od badanego pala) układu pali kotwiących. Procedura zrealizowanych próbnych obciążeń statycznych była zgodna z opisaną w [1]. Wyniki próbnych obciążeń statycznych pali stanowią podstawę kalibracji wykorzystanych wyników badań dynamicznych i oceny stosowanych metod projektowania.

Procedura badań statycznych jest kosztowna i długotrwała. W zależności od warunków lokalnych przygotowanie, przeprowadzenie i demontaż stanowiska do badań pali prefabrykowanych zajmuje minimum dwie zmiany robocze (w praktyce 1-2 dni). Wynikiem

badania statycznego jest nośność graniczna pala oraz charakterystyka obciążenie-osiadanie określona na podstawie pomiarów wykonanych w poziomie głowicy. Na podstawie wyników pomiarów określa się nośność charakterystyczną, nośność obliczeniową pala oraz spodziewane osiadania pala pod obciążeniem użytkowym. Stosowana w Polsce procedura analizy wyników próbnych obciążeń [1] prowadzi bezpośrednio do wyznaczenia nośności obliczeniowej pala. Istotne problemy wstępują wtedy, gdy wynik próbnego obciążenia nie umożliwi wprost określenia nośności granicznej pala, a jedynie podaje informację, że jest ona wystarczająca w stosunku do wymagań projektu. Dzieje się tak bardzo często w przypadku żelbetowych pali prefabrykowanych wbijanych, których nośności projektowe obliczone zgodnie z [1] są bardzo konserwatywne i z reguły znacznie zaniżone w stosunku do uzyskiwanych w czasie badań. Normowe ograniczenie maksymalnej projektowanej siły próbnego obciążenia do $Q_{max}=1.5N_t$ prowadzi w takiej sytuacji do uzyskania prostoliniowego odcinka zależności obciążenie-osiadanie, a badanie dotyczy wyłącznie zakresu sprężystej pracy pala. Z doświadczenia autorów wynika, że właściwe dla pali prefabrykowanych byłoby prowadzenie próbnych obciążeń do wartości co najmniej $Q_{max}=2.0N_t$, jednak jest to procedura droższa i trudna do realizacji w praktyce na masową skalę.



Rys. 2. Zestawienie wyników próbnego obciążenia statycznego i dynamicznego żelbetowych pali prefabrykowanych zlokalizowanych w tym samym fundamencie

W przypadku pokazanym na wykresie (Rys. 2) do określenia nośności granicznej pala na podstawie wyników próbnego obciążenia statycznego (ciągła linia), a w konsekwencji oszacowania rzeczywistej nośności obliczeniowej pala w gruncie, można stosować liczne metody interpolacji, których wiarygodność jest dyskusyjna. Korzystniejsze i dużo bardziej praktyczne jest w takiej sytuacji wykorzystanie kalibrowanych badań dynamicznych (linia przerywana). Z reguły pozwalają one na wystarczająco dokładne wyznaczenie nośności granicznej pala i są szczególnie przydatne w badaniu pali o dużych nośnościach. Najczęściej stosowaną metodą badań dynamicznych nośności w przypadku pali prefabrykowanych jest metoda badania przy dużych odkształceniach. Jest to spowodowane dostępnością kosztownych środków wymaganych do przeprowadzenia tego typu badania na placu budowy, tj. kafara z młotem. Badania dynamiczne przy dużych odkształceniach są szeroko wykorzystywane do określania nośności pali wbijanych od wielu dziesięcioleci i w tym czasie metody analizy ich wyników zostały bardzo dobrze skorelowane z wynikami równoległe prowadzonych badań statycznych. Niemniej jednak, dla wiarygodnego wykorzystania tego typu badań w praktyce pozostawiono w normie [6] wymaganie korelowania uzyskanych wyników z wynikami badań statycznych wykonanych na palach tego samego rodzaju w podobnych warunkach gruntowych. Wymagania tego nie należy mylić z koniecznością wykonania badania statycznego i dynamicznego na tym samym palu. Wyniki tego typu badań są bardzo interesujące i jednocześnie trudne do interpretacji ze względu na naruszenie struktury gruntu wokół badanego pala osiagającego nośność graniczną. Z praktycznego

i technicznego punktu widzenia celu jakim mają służyć wyniki badań nośności pali kalibrację można przeprowadzić na dwóch różnych palach wbitych w ramach tego samego fundamentu, a w przypadku dysponowania szeroką bazą wyników badań statycznych dla danego rodzaju pali można ją wykorzystać do kalibracji wyników badań dynamicznych nośności pali w skali regionu lub kraju.

Próbne obciążenia realizowane metodą dynamiczną przy dużych odkształceniach nie wymagają montażu dodatkowych konstrukcji i wykorzystywania balastu. Siła obciążająca generowana jest uderzeniem spadającego młota, w identyczny sposób w jaki ma to miejsce w trakcie wbijania pala. Potrzebna wysokość spadu młota (dostarczana energia) jest określana na podstawie metryki wbitego pala. Odpowiednio skalibrowane wyniki badań dynamicznych nośności pali uważa się za równorzędne z wynikami badań statycznych [3].

W omawianej analizie wykorzystano wyniki próbnych obciążeń dynamicznych przy dużych odkształceniach kalibrowanych badaniami statycznymi i opracowanych metodami CASE i CAPWAP. W metodach tych wykorzystuje się zjawisko rozchodzenia się i tłumienia fali naprężeń w palu, która powstaje podczas jego wbijania (uderzenia). Pomiar reakcji dynamicznej pala rejestrowany był przy użyciu układu pomiarowego złożonego z dwóch tensometrów oraz dwóch czujników przyspieszeń mocowanych na przeciwległych powierzchniach bocznych badanego pala w celu wyeliminowania błędu związanego z ewentualnym niecentrycznym uderzeniem młota w głowicę pala. Sygnał był przesyłany do rejestratora i następnie poddawany obróbce.

Realizacja próbnego obciążenia metodą dynamiczną jest znacznie tańsza i szybsza w porównaniu do metody statycznej. Nie dotyczą jej ograniczenia związane z pochyleniem badanego pala, układem pali kotwiących lub balastowaniem stanowiska do badań. Badania dynamiczne doskonale nadają się również do sprawdzania nośności wytypowanych pali docelowych, których nośność szacowana na podstawie historii wbijania może budzić wątpliwości.

Procedura badania dynamicznego i ogólna metoda analizy zarejestrowanego sygnału zostały znormalizowane w [7]. Norma ta została przywołana w p. 7.5.3. normy [6], a tym samym stała się elementem katalogu norm wykorzystywanych w Polsce.

W praktyce analizę wyników wykonuje się przy wykorzystaniu specjalistycznego oprogramowania pozwalającego na szybkie określenie całkowitych oporów (nośności) pala w oparciu o metodę CASE (Case Institute of Technology) i stosunkowo prosty model pala w gruncie lub/i nieco bardziej pracochłonne wyodrębnienie nośności podstawy i oporów na pobocznicy badanego pala w oparciu o metodę pośrednią CAPWAP (Case Pile Wave Analysis Program) i bardziej rozbudowany model matematyczny pracy pala w gruncie.

4 PROJEKTOWANE NOŚNOŚCI PALI

Pionową nośność projektową pala na wciskanie N_t wyznaczono zgodnie z [1] wg wzoru:

$$N_t = N_p + N_s = S_p q^{(r)} A_p + \sum S_{st} t_s^{(r)} A_{st} \quad (1)$$

w którym $q(r)$ jest jednostkowym obliczeniowym oporem gruntu pod podstawą pala, $t_s^{(r)}$ jest jednostkowym obliczeniowym oporem gruntu wzdłuż pobocznicy pala, a S_p i S_s są współczynnikami technologicznymi. W związku z tym, że tradycyjnie przyjmowane w projektowaniu opory jednostkowe pod podstawą i na pobocznicy są wspólne dla wszystkich rodzajów pali i zależne od rodzaju gruntu, przedmiotem prowadzonej analizy będą opory przemnożone przez odpowiednie współczynniki technologiczne. Zgodnie z [1] dla żelbetowych prefabrykowanych pali wbijanych współczynniki technologiczne przyjmuje się dla odcinków pala w gruntach spoiстых twardoplastycznych równe $S_p = 1,0$ i $S_s = 0,9$,

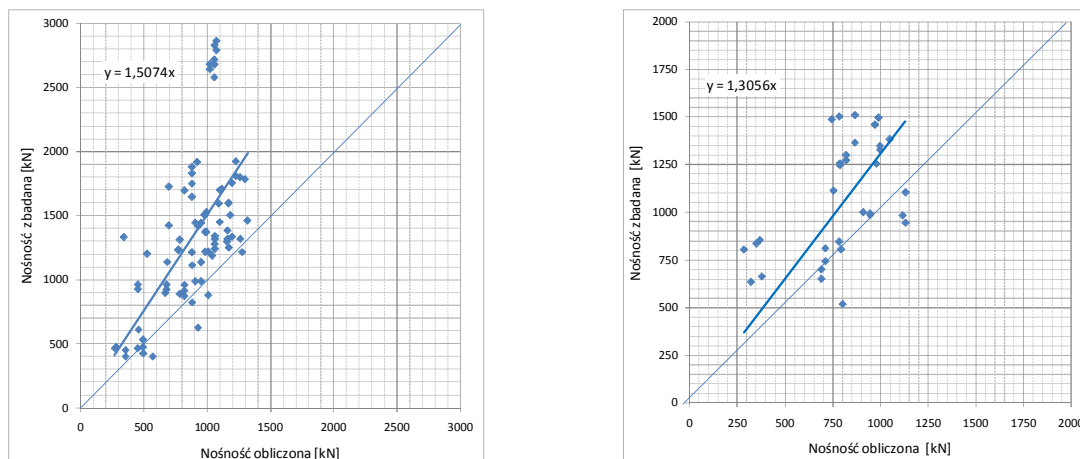
w gruntach spoiстых półzwartych równe $S_p = 1,0$ i $S_s = 1,0$ oraz w gruntach niespoistych średnio zagęszczonych równe $S_p = 1,1$ i $S_s = 1,1$.

Podstawowa trudność w wykorzystaniu normy [1] we wszelkiego rodzaju porównaniach i analizach jest wykorzystanie w niej wartości oporów obliczeniowych, podczas gdy w literaturze i w badaniach analizowane są z reguły opory graniczne. Mimo tej niedogodności norma [1] z powodzeniem jest stosowana jest w Polsce od blisko 30 lat.

5 PORÓWNANIE WYNIKÓW OBLICZEŃ I PRÓBNYCH OBCIĄŻEŃ

O wartości obliczonej nośności pała decydują przyjęte opory jednostkowe odpowiednich warstw gruntów pod podstawą i na pobocznicy oraz zagłębienie pała w warstwę gruntów nośnych. W przypadku posadowienia obiektu na palach wbitych przez warstwy gruntów słabych do warstw nośnych o nośności w zasadniczym stopniu decydują parametry gruntów zalegających w rejonie stopy pała. W przypadku pali zawieszonych w gruntach słabych parametry nośności uzyskiwane w tej strefie również są z reguły reprezentatywne dla całkowitej nośności pała. Z tego powodu i dla ograniczenia liczby przetwarzanych danych, analizie poddano końcowe, dolne odcinki badanych pali.

Porównano wyniki wykonanych próbnymi obciążen statycznych i dynamicznych z nośnościami obliczonymi w projektach palowania. Każdorazowo dla poszczególnych fundamentów przyjmowano minimalną zbadaną nośność pała w badaniu statycznym i/lub jednym lub kilku badaniach dynamicznych. Ponadto, uwzględniając fakt, że decydujący wpływ na zbadaną nośność pała ma stan i parametry gruntu występującego w strefie stopy pała, porównano wyznaczone na podstawie pomiarów dynamicznych opory wzdłuż pobocznicy pała z jednostkowymi oporami obliczeniowymi podanymi w [1]. Porównania dokonano dla średnich zmierzonych oporów na odcinkach 1,5÷2,0m powyżej stopy zagłębionego pała.



Rys. 3. Porównanie obliczonych i zbadanych nośności pali posadowionych w gruntach spoiistych (po lewej) i niespoistych (po prawej)

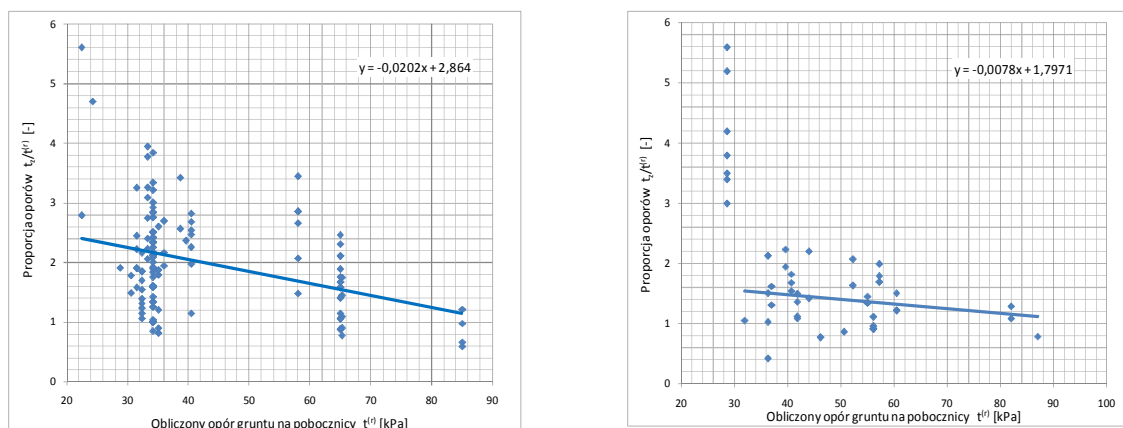
Analiza próbnymi obciążen metodą CAPWAP dostarcza informację o granicznych oporach wzdłuż pobocznicy pała t_{gr} . Opor obliczeniowy wzdłuż pobocznicy przyjęto jako $t_z = t_{gr} / \gamma$. Przyjęto $\gamma \approx 1,75$ obliczone jako $\gamma = \xi \gamma_{st}$, gdzie $\xi = 1,6$ jest współczynnikiem bezpieczeństwa dla średniego wyniku próbnego obciążenia dynamicznego [6], a $\gamma_{st} = 1,1$ jest współczynnikiem częściowym oporów wzdłuż pobocznicy pała.

Wartości zmierzonych oporów t_{gr} porównano z pomnożoną przez właściwy współczynnik technologiczny S_s wartością obliczeniową oporów wzdłuż pobocznicy pała $t^{(o)} = \gamma_m t$, gdzie $\gamma_m = 0,9$ jest współczynnikiem materiałowym gruntu, a t jest jednostkowym oporem gruntu wzdłuż pobocznicy pała wg [1][1].

Odcinki badanych pali bezpośrednio powyżej ich stóp zlokalizowane były w warstwach gruntów niespoistych średnio zagęszczonych (48 spośród 50 zbadanych pali) lub spoistych w stanie twardoplastycznym (95 spośród 134 pali) i półzwartym (35 spośród 134 pali)

Porównanie obliczonych w projektach palowania i zbadanych w terenie nośności pali przedstawiono na wykresach dla pali w gruntach spoistych i niespoistych (Rys. 3).

Ponieważ w większości projektów palowania lub próbnych obciążeń pali nie podano jednostkowych oporów wzdłuż pobocznic, potrzebne wartości obliczono na potrzeby prowadzonego porównania. Należy podkreślić, że dla gruntów znajdujących się w stanie określonym w dokumentacjach geotechnicznych jako półzwarne o $I_L=0$ lub twardoplastyczne przewarstwione półzwartymi o $I_L=0$ z reguły projektanci przyjmują parametry gruntów spoistych jak dla $I_L=0$ i $w=w_p$ (wilgotność równa granicy plastyczności). Uwzględniając wyniki przeprowadzonych badań i wyznaczone zapasy nośności pali na potrzeby porównania obliczonych i zmierzonych oporów na pobocznicę przyjęto dla gruntów spoistych w stanie półzwartym projektowe opory jednostkowe wzdłuż pobocznic jako wartości pośrednie pomiędzy podanymi w [1] dla $I_L<0$ i $w=0$ (grunt zwarty, wilgotność $w=0\%$) oraz $I_L=0$ i $w=w_p$. Zatem przyjęto obliczeniową wartość z nadmiarem w stosunku do powszechnej praktyki projektowej, co przy porównaniu z oporami zmierzonymi jest po stronie bezpiecznej. Porównanie jednostkowych obliczonych oporów gruntu wzdłuż pobocznic pała do obliczeniowych wartości zbadanych przedstawiono na wykresach dla gruntów spoistych oraz niespoistych (Rys. 4).



Rys. 4. Porównanie jednostkowych obliczonych i zbadanych oporów gruntu wzdłuż pobocznic pała posadowionego w gruntach spoistych (po lewej) i niespoistych (po prawej)

6 PODSUMOWANIE I WNIOSKI

Z przeprowadzonej analizy wyników 124 badań nośności wbijanych żelbetowych pali prefabrykowanych wykonanych na terenie Podkarpacia wynika, że zbadane nośności obliczeniowe pali są z reguły znacznie większe niż obliczone w projektach posadowienia zgodnie z [1]. Średnia zbadana nośność obliczeniowa w bitym pałku jest większa od obliczonej o 50% w gruntach spoistych i 30% w gruntach niespoistych, a wartości obliczeniowe oporów gruntu wzdłuż pobocznic pali prefabrykowanych wbijanych wyznaczone metodą CAPWAP w stosunku wartości podanych w normie [1] są średnio większe o 50% dla gruntów spoistych w stanie półzwartym ($I_L<0$) lub twardoplastycznym ($I_L=0$), 100% dla gruntów spoistych w stanie twardoplastycznym ($I_L\geq 0.1$) i 50% dla gruntów niespoistych o stopniu zagęszczenia w zakresie $I_D=0.4\div 0.6$.

W przedstawionej analizie nie uwzględniono niezwykle istotnego czynnika, jakim jest jakość badań geotechnicznych wykonywanych na potrzeby projektów i realizacji inwestycji. Czynnikiem ten potraktowano jako zewnętrzny i obiektywny, próbując jego wpływ

wyeliminować prowadząc analizę porównawczą na maksymalnie dużej liczbie dostępnych danych. Z doświadczenia autorów wynika, że jakość dokumentacji geotechnicznych wzrasta, lecz wciąż pozostawia wiele do życzenia.

Powyższe wnioski nie stanowią wprost podstawy do modyfikacji stosowanych powszechnie w oparciu o [1] wartości współczynników technologicznych dla pali prefabrykowanych. Mogą jednak stanowić wiarygodną, bo opartą na wynikach wielu próbnych obciążeń pali rzeczywistych, informację ukierunkowującą dalsze badania i analizy mające na celu optymalizację stosowanych metod projektowania.

Przedstawione w referacie wyniki porównania nośności obliczonych i zbadanych potwierdzają zasadność przeprowadzania badań nośności pali i stosowania metody obserwacyjnej w projektowaniu fundamentów palowych promowanej w normie [6]. Wyniki próbnych obciążeń pali wykonanych przed palowaniem zasadniczym i traktowanych jako narzędzie pracy projektanta prowadzą do istotnych oszczędności i efektywnego wykorzystania pali.

Na szczególną uwagę zasługują duże nośności obliczeniowe pali wbijanych w grunty spoiste, co może przyczynić się do obalenia nieuzasadnionego przekonania wielu projektantów o nieprzydatności tej technologii palowania w tego typu warunkach gruntowych.

PODZIĘKOWANIA

Autorzy dziękują firmie Aarsleff sp. z o.o. za udostępnienie wyników próbnych obciążeń stanowiących podstawę niniejszego referatu.

PIŚMIENNICTWO

- [1] PN-83/B-02482. Fundamenty budowlane. Nośność pali i fundamentów palowych.
- [2] PN-EN 12699. Wykonawstwo specjalnych robót geotechnicznych. Pale przemieszczeniowe. Czerwiec 2003.
- [3] Gwizdała K., Brzozowski T.: Badania dynamiczne nośności pali. Nowoczesne Budownictwo Inżynieryjne. Styczeń – luty 2009.
- [4] Cichy L., Rybak J., Tkaczyński G.: Badania nośności pali prefabrykowanych. Nowoczesne Budownictwo Inżynieryjne. Styczeń – luty 2009.
- [5] Cichy L., Tkaczyński G., Rybak J.: Badania dynamiczne nośności pali prefabrykowanych, Inżynieria i Budownictwo 3/2009
- [6] PN-EN 1997-1. Eurokod 7. Projektowanie geotechniczne. Część 1. Zasady ogólne.
- [7] ASTM D 4945. Standard Test Method for High-Strain Dynamic Testing of Piles.

BEARING CAPACITY OF RC DRIVEN PILES BASED ON THE RESULTS OF TEST PERFORMED IN THE SOIL CONDITIONS OF PODKARPACIE, POLAND

Summary

The paper provides an overview of 184 static and dynamic load tests performed on driven precast reinforced concrete piles in Podkarpacie, Poland, in the years 2009-2011. The obtained bearing capacities were then compared with those calculated under pile foundation projects. The analysis shows significant real-load bearing capacity reserves as compared with design parameters. Consequently, new directions for further research and analyses are proposed, which are aimed at modifying the standard geotechnical design procedures currently applied for precast reinforced concrete piles.

Małgorzata SUPERCZYŃSKA¹
Rafał KUSZYK²
Monika MITEW-CZAJEWSKA³
Instytut Dróg i Mostów
Politechnika Warszawska

OCENA PARAMETRÓW MECHANICZNYCH IŁÓW PLIOCEŃSKICH NA POTRZEBY BUDOWY TUNELI II LINII METRA W WARSZAWIE

STRESZCZENIE

W referacie przedstawia się informacje dotyczące ośrodka gruntowego, jakim są ły plicieńskie – grunty spoiste, skonsolidowane, występujące w podłożu wielu obiektów inżynierskich na terenie całego kraju. Autorzy przeanalizowali numerycznie pracę tarczy zmechanizowanej, drążącej tunele metra w Warszawie, w ośrodku gruntowym zbudowanym z iłó. Efektem analizy jest próba wskazania optymalnego modelu gruntu dla obliczeń deformacji gruntu nad wyrobiskiem metra. Zagadnienie to jest istotne dla prawidłowej oceny osiadań budynków zlokalizowanych nad tunelami.

Słowa kluczowe: ły plicieńskie, parametry geotechniczne iłó, modele gruntu, metro

1 WSTĘP

Ły formacji poznańskiej w Warszawie stanowią istotną część podłoża budowlanego. Znajdują się w zasięgu oddziaływania budowli wysokich i metra. W artykule zostanie przedstawiona ocena parametrów mechanicznych wspomnianych iłó na potrzeby budowy centralnego odcinka drugiej linii metra w Warszawie.

2 IŁY FORMACJI POZNAŃSKIEJ

Sedymentacja iłó rozpoczęła się w miocenie, około 13 milionów lat temu i trwała 9 milionów lat [1]. W tym okresie na terenie Polski istniał zbiornik słodkowodny, okresowo wysychający. Swym zasięgiem pokrywał on około 2/3 powierzchni kraju. Pierwotne, sedymentacyjne położenie stropu iłó pstrych znajdowało się na głębokości 60÷80 m ppt.

¹ m.superczynska@il.pw.edu.pl

² r.kuszyk@il.pw.edu.pl

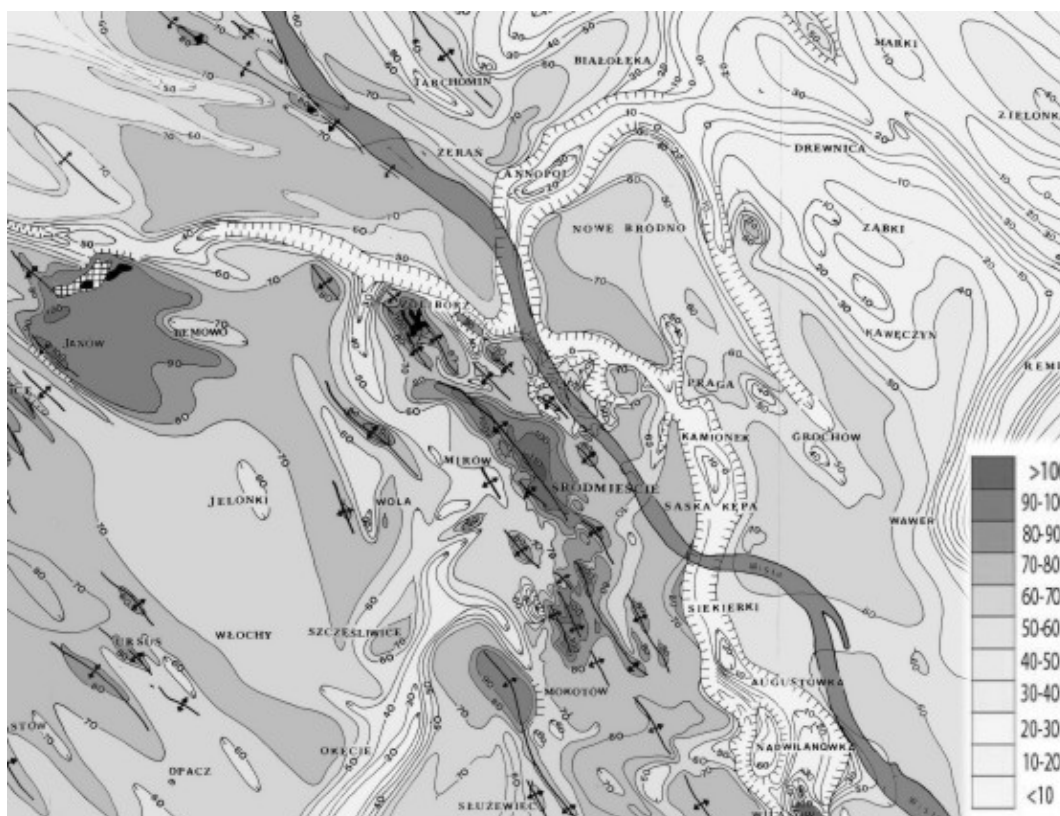
³ m.mitew@il.pw.edu.pl

W rejonie Warszawy osiągnęły miąższość 90÷140 metrów.

Pod względem litologicznym iły formacji poznańskiej reprezentowane są przez iły, iły pylaste z przewarstwieniami pyłów, pyłów piaszczystych i piasków drobnych [1]. W swoim składzie mineralnym zawierają dwa główne składniki: kwarc detrytyczny oraz minerały ilaste (w zmiennych proporcjach) [1].

Iły w swej historii geologicznej ulegały szeregu procesom geologicznym, które miały istotny wpływ na stopień ich skomplikowania jako podłoża budowlanego. Po zakończeniu sedimentacji ulegały procesowi erozji rzecznej, denudacji oraz były poddawane działalności lodowców.

W rejonie Warszawy iły pstry występują w różnych sytuacjach geologicznych. Ich powierzchnię stropową cechują duże deniwelacje, nawet do 100 metrów (Rys. 1). Znajdują się w podłożu osadów czwartorzędowych plejstoceniowych i holoceniowych. Lokalnie mogą występować na powierzchni terenu (np. rejon skarpy warszawskiej) lub pod niewielkim nakładem osadów czwartorzędowych (np. elewacja śródmiejska), w dolinie Wisły bezpośrednio pod aluwiami. Wyraźnie zaznaczają się elewacje stropu iłów wtórnie wypiętrzonych wskutek procesów glaciektonicznych, oraz głębokie rynny o rozciągłości na kierunkach NNW-SSE [1, 2]. Główne zaburzenia, przemieszczenia w układzie warstw, powstały wskutek transgresji lodowca, w jego strefie czołowej. Krawędzie boczne lądolodu wywierały nacisk na progi morfologiczne pradoliny Wisły [3].



Rys. 1. Schemat występowania iłów formacji poznańskiej w rejonie Warszawy (strop osadów w m n.p.m) [2]

3 OCENA GEOLOGICZNO – INŻYNIERSKA IŁÓW FORMACJI POZNAŃSKIEJ

W celu zamodelowania współpracy obiektu budowlanego z podłożem gruntowym oraz prawidłowego prognozowania zmian odkształceniowych w masywie gruntowym konieczny jest racjonalny dobór parametrów geotechnicznych.

W przypadku iłów formacji poznańskiej należy mieć na uwadze ich skomplikowaną przeszłość geologiczną. Istotny wpływ na wartości parametrów mechanicznych mają warunki występowania, rodzaj gruntu, rodzaj struktury, rodzaj i przebieg procesu konsolidacji i innych procesów geologicznych, jakim grunt podlegał w przeszłości [3]. Były obciążone ładolodami co najmniej trzykrotnie [2] i są gruntami prekonsolidowanymi.

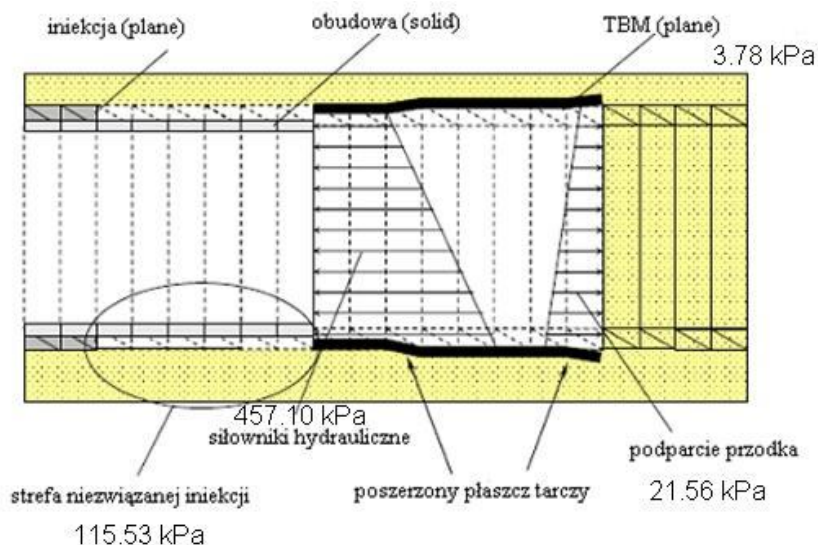
Iły pstry nie są masywem jednorodnym, który zapewniałby odcięcie się od wody gruntowej, możliwe jest działanie ciśnienia hydrostatycznego wody gruntowej w przekładkach i soczewkach wodonośnych w iłach (wartość ciśnienia może wynikać z położenia pierwszego poziomu wody gruntowej). W przypadku tuneli drążonych w iłach poznańskich możliwe jest wystąpienie odprężenia masywu gruntowego oraz pobudzona zawilgoceniem ekspansywność iłów (odciążone łatwo pęcznieją) [4].

W celu zaprojektowania głębokich posadowień, obudów wykopów, ścian podziemi, obudów tuneli metra należy rozpoznać i przeanalizować takie parametry geotechniczne jak: właściwości fizyczne, parametry mechaniczne (c - spójność, ϕ - kąt tarcia wewnętrznego), współczynnik parcia spoczynkowego K_0 , miarę prekonsolidacji gruntu (stopień prekonsolidacji OCR lub stopień naprężenia uplastyczniającego YSR), moduły odkształcenia lub ściśliwości (ewentualnie parametry konsolidacyjne), współczynnik filtracji (w przypadku projektowanego odwodnienia). W gruntach silnie prekonsolidowanych wpływ anizotropii struktury i anizotropii stanu naprężenia może mieć spory wpływ na wyniki badań [3].

Ze względu na lokalną różnorodność właściwości tych gruntów, dobór parametrów w przedstawianej analizie jest oparty na wynikach badań laboratoryjnych i polowych iłów pstrych z rejonu centralnego odcinka II linii metra.

4 PRZYKŁAD OBLICZENIOWY

W pracy przedstawia się przykład obliczeniowy 3D projektowanego tunelu metra, posadowionego w iłach formacji poznańskiej. Obliczenia porównawcze wykonano dla trzech różnych modeli ośrodka gruntowego – Coulomb-Mohr, Modified Coulomb-Mohr i Modified Cam-Clay. Celem takiej analizy jest poszukiwanie możliwych deformacji powierzchni terenu nad wyrobiskiem wykonywanym w opisanych iłach. Przyjęcie właściwego modelu do analizy osiadań jest istotne z uwagi na gęstą zabudowę miejską, często w złym stanie technicznym, wzdłuż projektowanej trasy i brak wyników doświadczalnych dla nowej technologii stosowanej w lokalnych, warszawskich warunkach gruntowych.



Rys. 2 Poszczególne elementy budowy tunelu tarczą TBM

Model MES wykonano przy użyciu oprogramowania Midas GTS symulując pracę tarczy zmechanizowanej TBM (Tunnel Boring Machine) o średnicy 6,3 m. Urabianie gruntu przy pomocy takiego urządzenia zapewnia odpowiednią stateczność przodka i minimalizację osiadań na powierzchni. Obudowa tunelu została zamodelowana jako żelbetowe elementy prefabrykowane. Szczegółowe składowe pracy tarczy, które zostały uwzględnione w modelu numerycznym przedstawiono na Rys. 2.

4.1 Parametry geotechniczne ilów poznańskich i wybór modelu gruntu

W analizie uwzględniono wyniki badań laboratoryjnych i polowych ilów formacji poznańskiej z centralnego odcinka II linii metra (Tab. 1). Parametry mechaniczne do obliczeń uwzględniają zmiany deformacyjne w zakresie małych odkształceń. Badania laboratoryjne własności sprężystych ilów poznańskich wykonano z zastosowaniem aparatu BES (Bender Element System) na próbce w komorze trójosiowego ścinania.

Tablica. 1. Parametry geotechniczne ilów formacji poznańskiej.

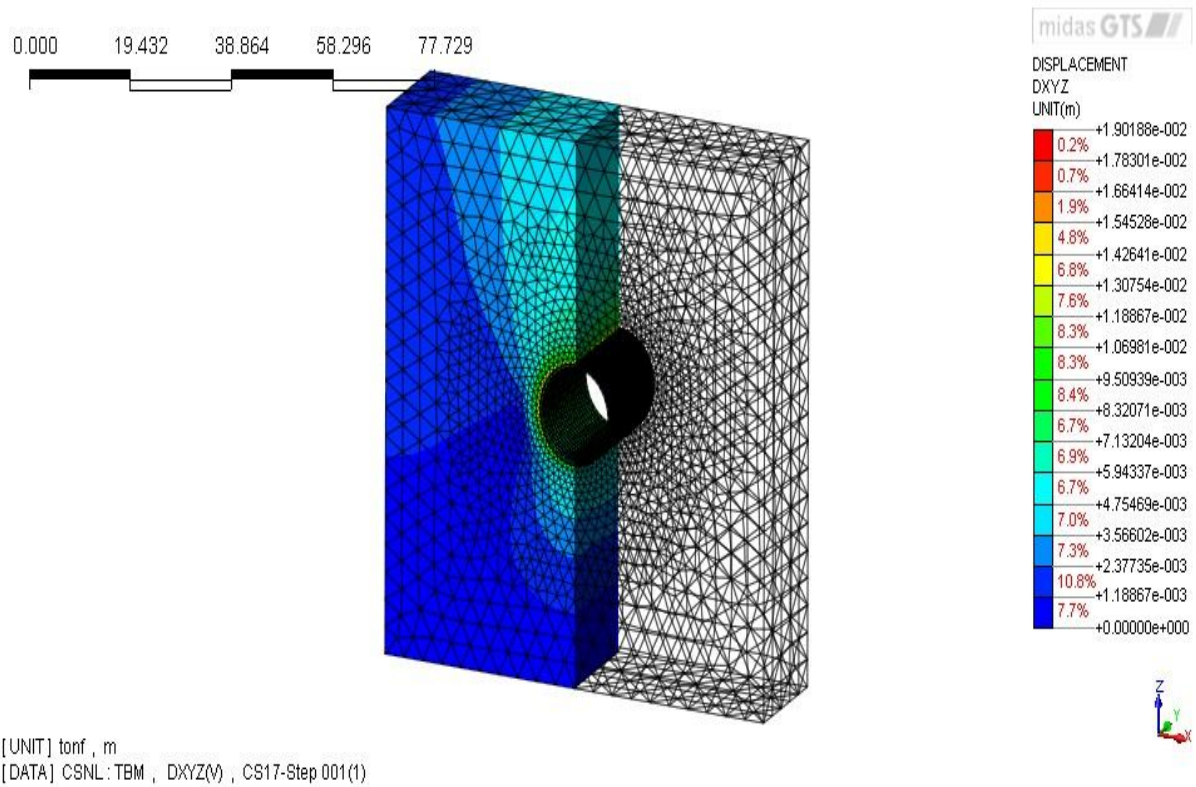
<i>Modele Coulomb – Mohr, Modyfikowany Coulomb-Mohr</i>									
I_L [-]	γ [KN/m ³]	c' [kPa]	ϕ' [°]	G [MPa]	E [MPa]	ν [-]	E_{50}^{ref} [MPa]	E_{oed}^{ref} [MPa]	E_{ur}^{ref} [MPa]
-0,04	20,0	20,0	13,3	76,0	205,0	0,35	0,6	2,4	13,7
<i>Model Modyfikowany Cam-Clay</i>									
γ [KN/m ³]	c' [kPa]	ϕ' [°]	λ [-]	κ [-]	ν [-]	p'_{c0} [kPa]			
20,0	20,0	13,3	0,073	0,013	0,35	220			

Do tej pory powszechnie używanym modelem gruntu jest model Coulomba –Mohra. Stosunkowo proste metody służące oszacowaniu parametrów tego modelu, duża baza wyników, która umożliwia porównanie otrzymanych wartości a przede wszystkim utrwalone w praktyce wartości parametrów normowych powodują, że jest i będzie trudno przekonać środowisko inżynierskie do wykorzystywania „nowocześniejszych” ale bardziej skomplikowanych modeli gruntu, a co za tym idzie metod badawczych. Ze względu na coraz powszechniejszy dostęp do aparatury badawczej polowej i laboratoryjnej umożliwiającej pomiary małych odkształceń możliwa jest ocena podłoża budowlanego przy zastosowaniu „zaawansowanych” modeli gruntu.

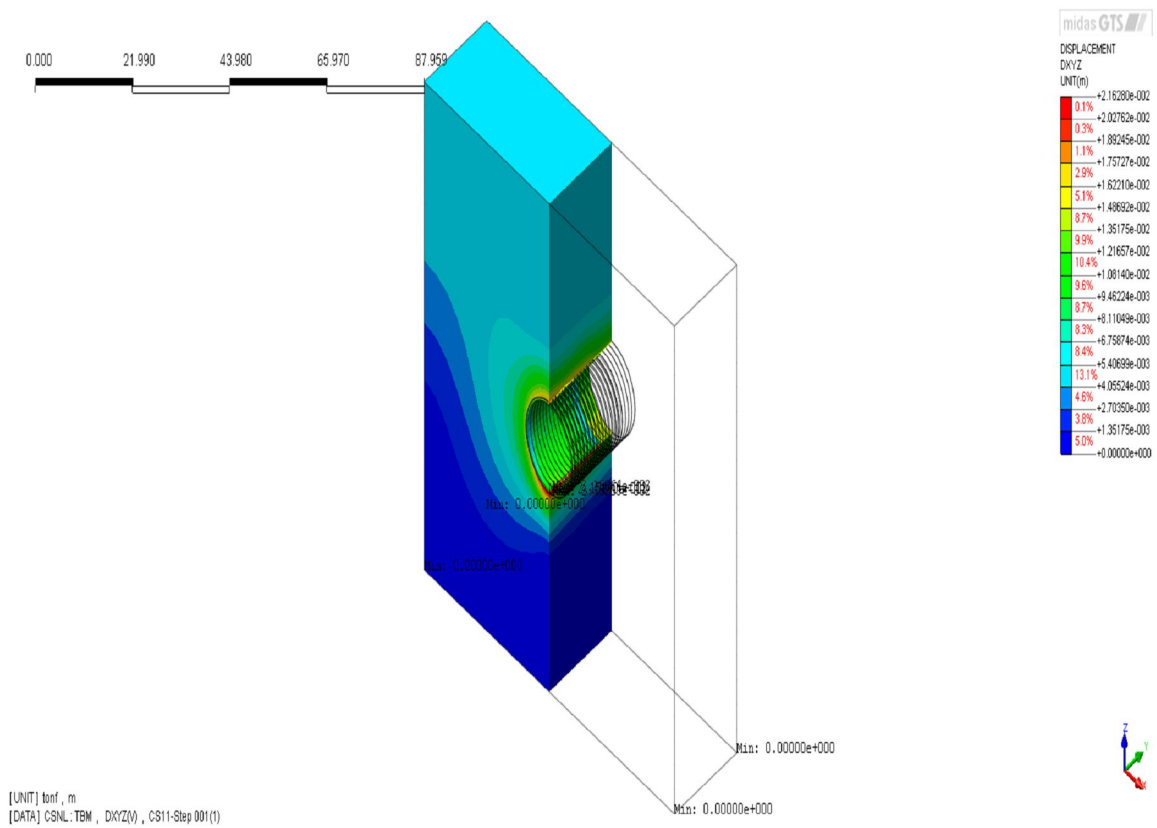
Modified Cam-Clay to jeden z najpowszechniej stosowanych modeli teorii stanu krytycznego w zagadnieniach współpracy budowli z podłożem. Ma stosunkowo małą liczbę „łatwo” dających się wyznaczyć i interpretować parametrów. Jest modelem sprężysto-plastycznym ze wzmocnieniem izotropowym o stowarzyszonym prawie płynięcia [5, 6]. Model MCC nie uwzględnia znacznych zmian sztywności gruntów prekonsolidowanych, jakimi są ily formacji poznańskiej, w zakresie małych odkształceń dla wybranego układu fundament - podłoże.

4.2 Wyniki obliczeń numerycznych

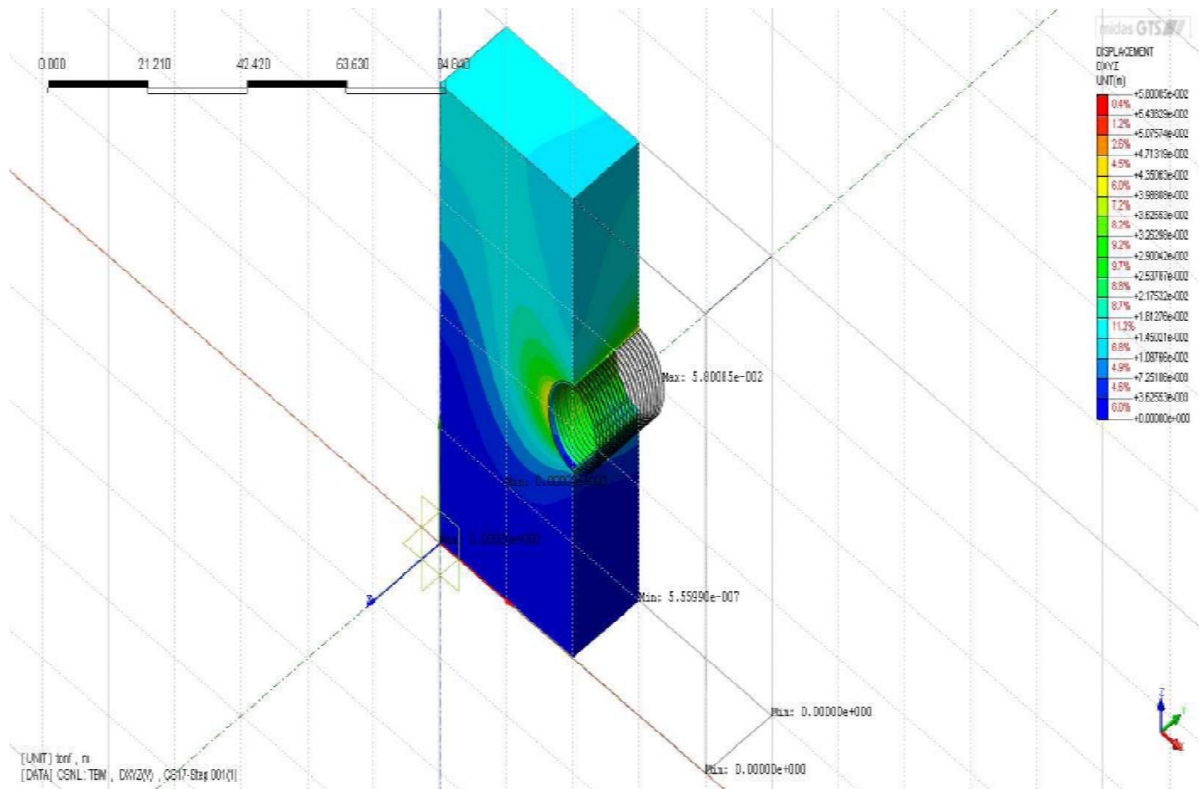
Poniżej przedstawia się symulację 3D dla odcinka tunelu wykonanego w iłach (Rys.3). Jako wynik analizy przedstawia się izoliny osiadań wokół wyrobiska dla przyjętego modelu gruntu Coulomba-Mohra (Rys. 4), Modified Coulomb-Mohr (Rys. 5) oraz Modified Cam-Clay (Rys. 6). Zestawienie poszczególnych osiadań powierzchni terenu nad wyrobiskiem zestawiono w tabeli 2.



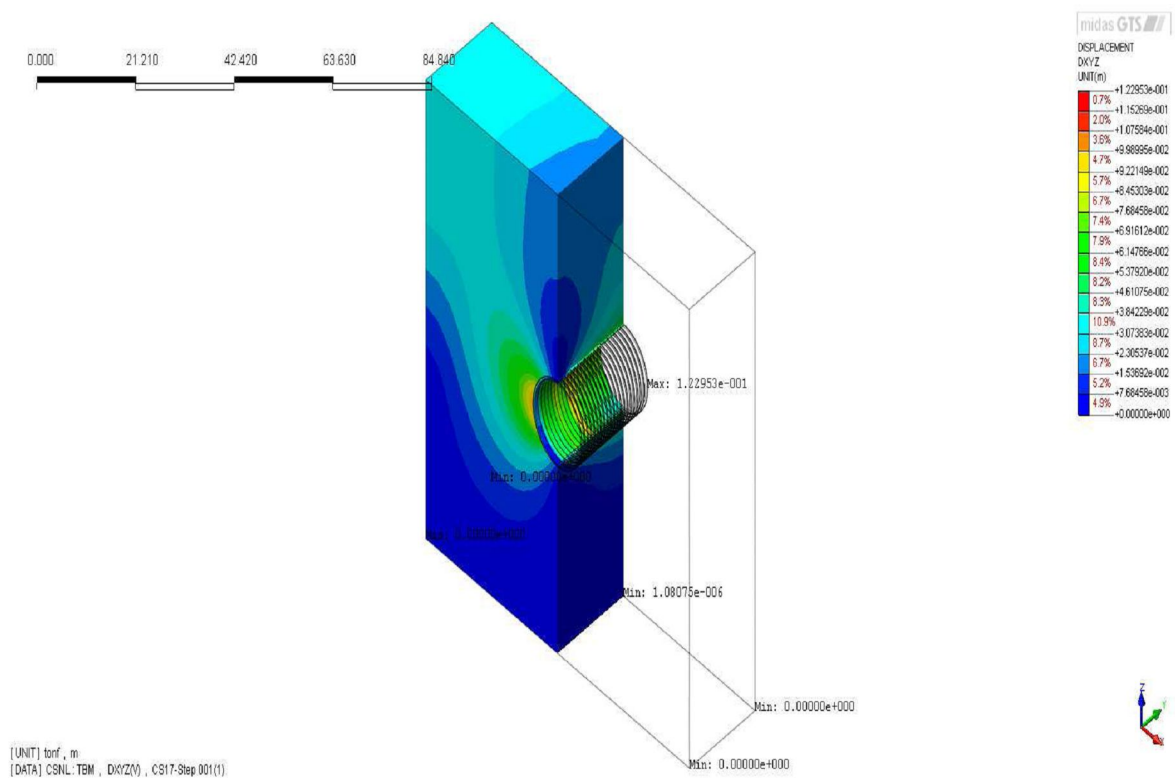
Rys. 3. Podział modelu na siatkę elementów skończonych



Rys. 4. Zasięg deformacji wokół wyrobiska – model C-M



Rys. 5. Zasięg deformacji wokół wyrobiska – model MCC



Rys. 6. Zasięg deformacji wokół wyrobiska – model MC-M

Tablica. 2. Zestawienie porównawcze wyników analizy numerycznej.

<i>Model materiałowy</i>	<i>Osiadania w osi tunelu [mm]</i>
<i>Coulomb-Mohr (C-M)</i>	6
<i>Modified Cam-Clay (MCC)</i>	13
<i>Modified Coulomb-Mohr (MC-M)</i>	22

W związku z brakiem pomiarów geodezyjnych dla II linii metra porównuje się wyniki analizy z maksymalnymi osiadaniami pomierzonymi na powierzchni terenu dla zrealizowanych obiektów wykonanych w iłach londyńskich (porównywalne parametry gruntów oraz średnica tunelu) wynoszą $20 \div 100$ mm (za [7]).

5 WNIOSKI

1. Z przedstawionej analizy wynika, iż różnica wyników pomiędzy obliczeniami wykonanymi dla różnych modeli wynosi 3,5 raza dla prostego schematu modelu jednowarstwowego.
2. Zwraca się uwagę, iż dla najprostszego i najczęściej stosowanego modelu Coulomba-Mohra uzyskuje się wartości osiadań najmniejsze. Porównując wydruki z obliczeń (Rys. 4 ÷ 6) widać również najmniejszy przestrzennie zasięg deformacji wokół wyrobiska.
3. Nie uzyskano spodziewanych, największych osiadań dla modelu C-M z uwagi na kluczowy wpływ odprężenia gruntu przy robotach tunelowych (masa konstrukcji jest w tym przypadku mniejsza od urobionego gruntu). Deformacje na powierzchni związane są głównie z samym efektem przejścia tarczy a ich wielkość zależy od stateczności przodka, tempa robót tunelowych, czasu instalacji poszczególnych pierścieni obudowy oraz czasu wypełniania pustek między obudową, płaszczem tarczy i gruntem (za tzw. „ogonem” tarczy). Osiadania te uwidaczniają się w pewnej odległości przed czołem wyrobiska i kończą się w momencie uzyskania odpowiedniej wytrzymałości przez medium wypełniające pustki za obudową. Prezentowane obliczenia zawierają symulację przejścia tarczy zgodnie ze schematem przedstawionym na Rys. 2.

Najmniejsze osiadania dla modelu C-M wynikają z przeważającego wpływu odprężenia w stosunku do deformacji przejścia tarczy. W pozostałych dwóch modelach MCC i MC-M, uwzględniających wzmocnienie gruntu, zjawisko odprężenia nie dominuje nad widocznymi w rzeczywistości deformacjami powierzchni terenu. Zwraca się jednak uwagę, iż model Modified Cam Clay ma lepsze zastosowanie do gruntów słaboskonsolidowanych i stąd możliwe niedoszacowania w obliczonych przemieszczeniach.

4. W analizie uzyskano zbliżone do pomierzonych wartości deformacji dla modelu Modified Coulomb-Mohr, który uwzględnia nieliniowość modułów gruntu w zakresie małych odkształceń. Autorzy zwracają uwagę na lepsze zastosowanie tego typu modeli (MC-M, Hardenig Soil Model, Duncan-Chang Model) do symulacji drażenia tuneli w stosunku do powszechnie stosowanych prostych modeli sprężystych lub C-M, szczególnie, iż możliwości wyznaczania niezbędnych parametrów są obecnie dużo łatwiejsze.

5. Uzyskane wyniki dają podstawę do dalszych obliczeń przy bardziej zaawansowanym zróżnicowaniu ośrodka gruntowego (model wielowarstwowy). Jednocześnie przewiduje się przebadanie większej liczby próbek gruntu przy uwzględnieniu małych deformacji.

PIŚMIENNICTWO

- [1] Frankowski Z.: Występowanie iłów formacji poznańskiej w Warszawie. Seminarium ITB Iły plioceńskie Warszawy, Warszawa 2004, s. 5-14.
- [2] Sarnacka Z.: Stratygrafia osadów czwartorzędowych Warszawy i okolic. Prace Państwowego Inst. Geologicznego CXXXVII, Warszawa, 1992.
- [3] Barański M.: Wybrane właściwości iłów na podstawie badań polowych. Seminarium ITB Iły plioceńskie Warszawy, Warszawa 2004, s. 15-30.
- [4] Grabowska – Olszewska B. (red.nauk.): Właściwości gruntów nienasyconych. Wydawnictwo naukowe PWN, Warszawa, 1998.
- [5] Muir Wood D. : Geotechnical Modelling. Taylor & Francis, New York, 2004-2009.
- [6] Gryczmański M.: Wprowadzenie do opisu sprężysto-plastycznych modeli gruntów. Studia z Zakresu Inżynierii nr 40, PAN Komitet Inżynierii Lądowej i Wodnej, IPPT, Warszawa, 1995.
- [7] Guglielmetti V., Grasso P., Mastab A., Xu S.: Mechanized tunneling in Urban areas. Taylor&Francis, London, 2008.

ESTIMATION OF PLIOCEN CLAY MECHANICAL PARAMETERS FOR WARSAW II METRO LINE CONSTRUCTION

Summary

Paper submit information about pliocen clay – cohesive, consolidated soil, basement of many engineering constructions in Poland. Authors made a numerical analysis of mechanized shield (Tunnel Boring Machine) which will build metro tunnels in Warsaw. Huge part of those tunnels will be bored in pliocen clay formation. In the analysis authors tried to find the optimum soil model to predict settlements of the terrain over metro excavation. This phenomena is fundamental to make a proper estimation of building deformation near underground investigation.

Andrzej SUROWIECKI¹
Wojciech KOZŁOWSKI²
Uniwersytet Przyrodniczy we Wrocławiu
Politechnika Opolska

BADANIA CECH WYTRZYMAŁOŚCIOWYCH FIZYCZNEGO MODELU GABIONU

STRESZCZENIE

Temat artykułu dotyczy ścian oporowych skonstruowanych z koszy siatkowo-kamiennych (tzw. gabionów), stosowanych w budownictwie komunikacyjnym w celu zabezpieczenia skarp budowli ziemnych przed osuwiskami. Celem artykułu jest oszacowanie cech wytrzymałościowych gabionu w funkcji parametrów zmiennych związanych z kruszywem wypełniającym kosz i siatkową powłoką kosza. Metoda badawcza jest oparta na podstawie autorskich pomiarów przestrzennego stanu odkształcenia fizycznych modeli gabionów, wykonanych w skali laboratoryjnej.

Słowa kluczowe: model gabionu, cechy wytrzymałościowe, badania laboratoryjne

1. WPROWADZENIE

Ściany oporowe stosowane w budownictwie komunikacyjnym stanowią klasyczne rozwiązanie zabezpieczenia budowli ziemnych dróg samochodowych i kolejowych przed osuwiskami. Wśród różnych technologii ścian oporowych, na szczególną uwagę zasługują ściany złożone z gabionów. Gabiony są koszami z siatki o sześciobocznych oczkach, wypełnionymi kruszywem kamiennym [1-6, 8]. Liczne zalety, takie jak: elastyczność, trwałość wytrzymałość, wodoprzepuszczalność, pozwalają na szerokie stosowanie budowli z gabionów w inżynierii lądowej i wodnej. W Polsce pierwsze prace koncepcyjne i projektowe w tym przedmiocie rozpoczęto dopiero w roku 1991, natomiast od roku 1993 [4, 5, 7, 8] datuje się stosowanie na szerszą skalę gabionowego systemu ochrony i wzmacniania budowli ziemnych. Mając na uwadze zalety prezentowanej technologii, wydaje się szczególnie przydatna w sytuacjach kryzysowych. Należy oczekiwać, że zalety – w tym również cena stosowanych gabionów i materacy - staną się zachętą do konstruowania budowli ziemnych na terenach szczególnie narażonych na działania powodziowe. W związku z tym problematyka poruszana w referacie ma istotne znaczenie dla inżynierii komunikacyjnej.

¹ andrzej.surowiecki@up.wroc.pl

² w.kozlowski@po.opole.pl

W referacie przedstawiono próbę oszacowania cech wytrzymałościowych gabionów na podstawie własnych badań odkształceń modeli fizycznych tych obiektów, wykonanych w skali laboratoryjnej. Modele poddano dwóm fazom badań. Faza pierwsza realizowana była na modelu wykonanym z kruszywa luźno nasypanego. W fazie drugiej kruszywo znajdowało się w stanie wstępnego zagęszczenia, wygenerowanego procesem obciążającym zastosowanym w fazie 1.

2 INFORMACJE O MODELACH I STANOWISKU BADAWCZYM

Modele fizyczne o wymiarach w planie 0,52 m x 0,52 m i wysokości $H = 0,42$ m sporządzono z koszy skonstruowanych z oryginalnej siatki (drut stalowy typu C100G o średnicy 2,0 mm) o sześciobocznych oczkach 50 x 80 mm [2, 5, 7] i wypełniono grysem bazaltowym o wymiarze ziaren 8/16 mm (rys. 1). Ściany kosza od wewnątrz otoczono powłoką z folii PCV w celu zapobieżenia przemieszczaniu się ziaren kruszywa na zewnątrz. Analiza obejmuje modele: 1) wzorcowy, czyli kruszywo bez kosza siatkowego (w); 2) gabion, czyli kruszywo w koszu z siatką pojedynczą (k); 3) gabion jako kruszywo w koszu z siatką podwójną (2 k); 4) wzorcowy, stanowiący kruszywo z poziomą wkładką zbrojenia (tzw. przeponą) w postaci siatki stalowej o oczkach 12 mm x 12 mm, zlokalizowanej na poziomie $0,5 H = 0,21$ m (w,p); 5) gabion, będący kruszywem w koszu z siatką pojedynczą i przeponą zlokalizowaną na poziomie $0,5 H = 0,21$ m (k,p) oraz 6) gabion jako kruszywo w koszu z podwójnej siatki i z przeponą zlokalizowaną na poziomie $0,5 H = 0,21$ m (2 k, p). Zadaniem przepony (stanowiącej wkładkę zbrojenia) było dodatkowe „sprężenie” poziome materiału wypełniającego kosz siatkowy, na zasadzie przejmowania poziomych sił pochodzących od obciążenia zewnętrznego.

Stanowiskiem badawczym był stalowy, prostopadłościenny pojemnik wymiarach w widoku z góry 0,54 m x 0,54 m i wysokości $H = 0,42$ m (rys. 2). Konstrukcja ścian odwzorowuje odpór stref ośrodka otaczającego model gabionu, natomiast dno stanowi modelowane jednoparametrowe podłoże. Modele obciążano pionowo, statycznym naciskiem w sposób centryczny, za pośrednictwem poziomo zlokalizowanej stalowej sztywnej płyty kwadratowej o wymiarze boku 0,315 m. Stosowano obciążenie równomiernie rozłożone w zakresie do 0,20 MPa. Przy obciążeniu tej wysokości stwierdzono w próbkach wzorcowych początek zjawiska nierównomiernego osiadania płyty obciążającej. Należy oczekiwać, że w tym przypadku siły poziome przekazywane przez model na ściany pojemnika osiągają charakter czynnego parcia granicznego. Specjalne oprzyrządowanie powierzchni ścian i dna umożliwi kontrolowane przemieszczenia poziome i pionowe modelu oraz pomiary liczbowych wartości tych deformacji, które transformowane są na jednostkowe naciski poziome i pionowe, przy zastosowaniu odpowiedniej zależności analitycznej. W ścianach pojemnika wydzielono siedem poziomów pomiarowych o wysokościach: $z_1 = 0,03$ m; $z_2 = 0,09$ m; $z_3 = 0,15$ m; $z_4 = 0,21$ m; $z_5 = 0,27$ m; $z_6 = 0,33$ m; $z_7 = 0,39$ m [5, 7].

W procesie nadań i analiz przyjęto oznaczenia:

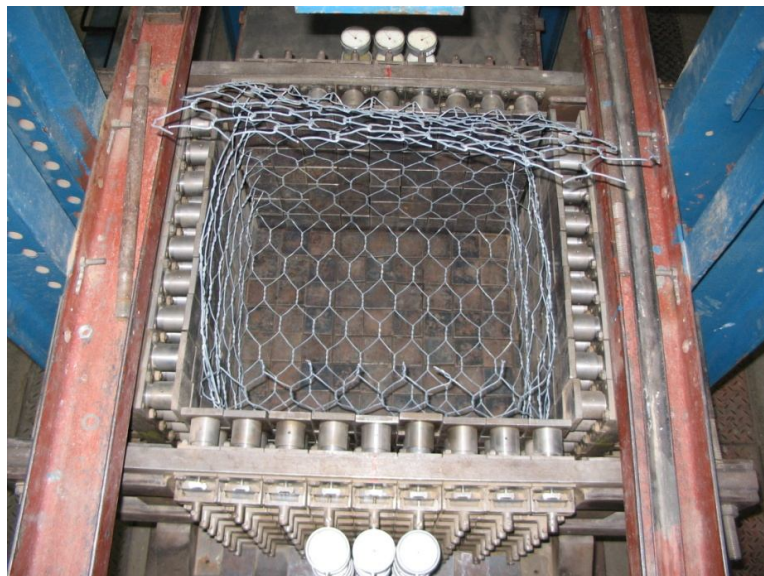
$\Delta x_{sr} = 1/n_k \cdot \sum \Delta x_k$ - średnie poziome przemieszczenie modelu; $n_k = 7$ - liczba poziomów pomiarowych;

$p_{x_{sr}} = 1/n_k \cdot \sum p_{xk}$ - średni poziomy nacisk modeli na ścianę pojemnika;

q [MPa] - obciążenie jednostkowe statyczne modelu, realizowane w zakresie 0,0-0,2 MPa.



Rys. 1. Model fizyczny kosza gabionowego [5, 7]



Rys. 2. Widok z góry na wnętrze pojemnika badawczego, w którym umieszczono model fizyczny kosza siatkowego z kruszywem (gabionu) [5, 7]

3 WSPÓLCZYNNIK POZIOMEGO NACISKU

Wartość współczynnika parcia bocznego (poziomego nacisku) w stanie granicznym czynnym obliczono według wzoru [5, 7]:

$$K_a = p_{x\dot{s}r} (p_z)^{-1} = p_{x\dot{s}r} (q_{max})^{-1} \quad (1)$$

gdzie: p_z jest naprężeniem pionowym od obciążenia, które przyjęto jako $q_{max} = 0,2$ MPa.

Rozrózniono dwie wartości współczynnika parcia: K_{a1} – w odniesieniu do fazy 1 badań, K_{a2} - w odniesieniu do fazy 2 badań. Mniejsze wartości $\Delta x_{\dot{s}r}$, $p_{x,\dot{s}r}$ oraz K_a dla modeli przy założonym niezmiennym obciążeniu wskazują na przyrost nośności. Najbardziej korzystne efekty uzyskano w modelu gabionu, wzmocnionym poziomą przeponą (k,p).

4 EFEKT ZWIĘKSZENIA NOŚNOŚCI WSKUTEK KOSZA SIATKOWEGO I PRZEPONY

Jako miernik wzrostu nośności modeli w stosunku do modelu wzorcowego (bez przepony i bez kosza siatkowego) potraktowano możliwość zwiększenia obciążenia pionowego q i dopuszczenie odpowiednio większych wartości naprężenia pionowego $p_z = f(q)$, przy ustalonej wartości nacisku poziomego p_x . Wielkość wprowadzonego w badaniach pionowego obciążenia zewnętrznego gwarantuje wystąpienie równomiernych naprężeń na wysokości modelu i wobec powyższego założono $p_z = q_{max}$. Efekt zwiększenia nośności jest rozpatrywany w zakresie fazy 1 badań.

1) Dla modelu (w), obciążonego maksymalnym naciskiem $q_{max} = 0,2$ MPa otrzymano z badań doświadczalnych średnie parcie boczne $p_{xśr} = 0,029$ MPa. Wtedy doświadczalny współczynnik parcia otrzymuje wartość:

$$K = p_{xśr} (p_z)^{-1} = 0,029 / 0,2 = 0,145.$$

Naprężenie poziome $p_{xśr} = 0,029$ przyjęto jako bazę odniesienia, w celu skonstruowania zależności, która wykaże zwiększenie zasięgu możliwości zastosowania obciążenia zewnętrznego w modelach z przeponą i koszem w odniesieniu do modelu wzorcowego.

2) Dla modelu (w,p) otrzymano $K = 0,075$ oraz maksymalne naprężenie pionowe:

$$p_z^* = p_{xśr} (K^*)^{-1} = 0,029 / 0,075 = \mathbf{0,386} \text{ MPa} > p_z = 0,2 \text{ MPa}. \quad (2)$$

Efekt zwiększenia nośności Δp_z spowodowany przeponą zlokalizowaną w poziomie $z_4 = 0,21$ m wyrażono różnicą między maksymalnym obciążeniem modelu z przeponą a maksymalnym obciążeniem modelu bez przepony:

$$\Delta p_z = p_z^* - p_z = 0,386 - 0,2 = \mathbf{0,186} \text{ MPa}, \text{ albo: } \delta p_z = p_z^* (p_z)^{-1} = 0,386 (0,2)^{-1} = \mathbf{1,93} > 1,0.$$

3) Dla modelu (k,p) otrzymano $K = 0,06$ oraz:

$$p_z^* = 0,029 (0,06)^{-1} = \mathbf{0,483} \text{ MPa} > p_z = 0,2 \text{ MPa}; \Delta p_z = 0,483 - 0,2 = \mathbf{0,283} \text{ MPa}$$

albo inaczej: $\delta p_z = p_z^* (p_z)^{-1} = 0,483 (0,2)^{-1} = \mathbf{2,41} > 1,0.$

5 WYTRZYMAŁOŚĆ NA ŚCINANIE

Model ośrodka gruntowego niespoistego ze wzmocnieniem potraktowano jako ośrodek bez spójności, w którym uległ zwiększeniu kąt tarcia wewnętrznego wskutek wzmocnienia ($c = 0, \Delta\varphi > 0$). W procesie badań otrzymano parcie czynne p_x o wartości zależnej od szeregu czynników towarzyszących. Jeżeli w przypadku q_{max} wartości p_z i K zostaną potraktowane jako ekstremalne, wtedy po podstawieniu ich do klasycznego równania stanu granicznego można określić efekt zwiększenia kąta φ w ośrodku gruntowym wzmocnionym. Warunek stanu granicznego ma postać dla modelu gruntu nie wzmocnionego:

$$p_x / p_z = \text{tg}^2 (45^\circ - 0,5 \varphi) = K_{min} \quad (3)$$

oraz przez analogię dla gruntu ze wzmocnieniem:

$$p_x^* / p_z \text{ tg}^2 (45^\circ - 0,5 \varphi) = K_{min}^* < K_{min} \quad (4)$$

Istnieje też w tym przypadku zależność: $\varphi^* > \varphi$ oraz $\Delta\varphi = \varphi^* - \varphi$, gdzie φ jest kątem tarcia wewnętrznego badanego ośrodka gruntowego, $\Delta\varphi$ - efekt zwiększenia kąta tarcia. Wartości kąta tarcia φ i wytrzymałości na ścinanie τ_f , efekt przepony bezwzględny $\Delta\tau_f$

i względny ε_τ , efekt kosza siatkowego bezwzględny $\Delta\tau_f$, względny ε_τ oraz łączny efekt kosza i przepony bezwzględny $\Delta\tau_f$ i względny ε_τ dla wybranych modeli (w), (w,p) oraz (k,p) oszacowano przy użyciu wzorów (3) i (4). Wyniki obliczeń, czyli efekt wzrostu kąta tarcia wewnętrznego w ośrodku wzmocnionym podano w tabeli 1.

Tabela 1. Parametry wytrzymałościowe modeli [5, 7]

Model	Kąt tarcia $\varphi [^\circ]$	Wytr. na ścinanie τ_f [MPa]	Efekt przepony		Efekt kosza siatkowego		Łączny efekt przepony i kosza	
			bezwzględny $\Delta\tau_f$ [MPa]	względny ε_τ [%]	bezwzględny $\Delta\tau_f$ [MPa]	względny ε_τ [%]	bezwzględny $\Delta\tau_f$ [MPa]	względny ε_τ [%]
(w)	48,3	0,224	-	-	-	-	-	-
(w,p)	59,48	0,339	0,115	51,33	-	-	-	-
(k,p)	62,48	0,384	-	-	0,045	13,27	0,160	71,43

6 PODSUMOWANIE

Generalnie stwierdzono wpływ otoczenia bryły kruszywa koszem siatkowym na ograniczenie przemieszczeń poziomych i pionowych, co jest równoznaczne ze zwiększeniem nośności. Wpływ ten jest zależny od parametrów wytrzymałościowych siatki kosza, wymiaru oczek siatki, jakości splotu oraz cech kruszywa (m.in. stopień zagęszczenia, wymiar i kształt ziaren).

Z powyższych rozważań wynika kapitalne znaczenie dodatkowo zainstalowanej poziomej przepony siatkowej (wkładki wzmacniającej), jako elementu w sposób zasadniczy redukującego przemieszczenia i generującego poprawę cech wytrzymałościowych modeli. Charakter pracy przepony różni się zasadniczo od funkcji kosza siatkowego: przepona podejmuje w płaszczyźnie poziomej siły rozciągające od masy ośrodka ziarnistego na zasadzie zjawiska tarcia wzdłuż prętów siatki oraz oporu poprzecznego przesuwu prętów zlokalizowanych prostopadłe do tych sił.

Na szczególną uwagę zasługują wysokie wartości cech mechanicznych modeli, traktowanych jako ośrodek bez spójności, w którym wskutek wzmocnienia wystąpił efekt zwiększenia kąta tarcia wewnętrznego. W modelach z koszem siatkowym i poziomą przeponą stwierdzono zwiększenie wartości wytrzymałości na ścinanie [%] wyodrębniając: efekt przepony $\varepsilon_\tau = 51,33$ %; efekt kosza siatkowego $\varepsilon_\tau = 13,27$ % oraz łączny efekt kosza siatkowego i przepony $\varepsilon_\tau = 71,43$ %.

PIŚMIENNICTWO

- [1] Clayton C.R.J., Milititsky J., Woods R.J., Earth Pressure and Earth Retaining Structures. Blackie Academic & Professional. An Im Print of Chapman & Hall. London-New York, 1996
- [2] Gabiony MACCAFERRI. Officine MACCAFERRI S.P.A. Polibeton Sp.z o.o., ul. Jagiellońska 79, Warszawa 2003.
- [3] GGU Gabion. Calculation of Gabion Walls. Geotechnical Computation. Civilserve DP for Civil Engineering, Braunschweig, Germany, August 2001.
- [4] Jarominiak A.: Lekkie konstrukcje oporowe, WKiŁ, Warszawa 2003.

- [5] Kozłowski W.; Analiza zachowania się oporowych ścian gabionowych i ich elementów pod wpływem obciążenia statycznego. Praca dokt., Raport serii PRE nr 3, 2007, Politechnika Wroclawska, Instytut Inżynierii Lądowej, Wrocław, 2007
- [6] Kozłowski W., Surowiecki A., Numerical simulation of deformations of gabion-retaining wall segment. Proc. Int. Scientific Conf. "Riesenie krizovych situacii v specifickom prostredi". Zilinska Univerzita v Ziline, Zilina 23-24.6.2004, s.573-579.
- [7] Surowiecki A., Balawejder A., Kozłowski W., Badanie możliwości wzmacniania nasypów kolejowych przy zastosowaniu zbrojenia gruntu, lekkich konstrukcji oporowych i maty komórkowej. Raport serii SPR nr 6, Projekt bad. MNiI nr 5 T07E 06024, Politechnika Wroclawska, Wrocław 2006.
- [8] Surowiecki A., O projektowaniu konstrukcji gabionowych w budownictwie komunikacyjnym. Drogownictwo, SITK, Rok LVI, Nr 3, 2001, s. 81-86.

INVESTIGATION OF STRENGTH CHARACTERISTICS OF PHYSICAL GABION-MODEL

Summary

The subject of the paper refers to gabion retaining walls, as the solution of earthen structures protection of motor roads and railway roads against the slope failures. Were presented the test of estimation of strength characteristics of gabions on the basis of deformations researches of physical gabion models. In particular estimated: the factor of horizontal pressure, the effect of load capacity increase on account of net-basket and the horizontal reinforcing rod and shear strength.

Krzysztof WILK¹
Politechnika Rzeszowska im. Ignacego Łukasiewicza
Zakład Geotechniki i Hydrotechniki

BADANIA ODKSZTAŁCALNOŚCI GRUNTÓW MADOWYCH

STRESZCZENIE

W pracy zaprezentowano wyniki badań laboratoryjnych parametrów związanych ze zmianami objętościowymi gruntów spoistych akumulacji rzecznej. Podstawowymi parametrami ustalonymi w wyniku testów były edometryczne moduły ścisłości M oraz moduły odkształcenia objętościowego K . Na ich podstawie ustalone zostały wartości współczynnika Poissona ν , jako wielkości opisującej charakterystykę odkształceniową gruntu. Przeprowadzone analizy wykazały zmienność badanych parametrów spowodowaną warunkami powstawania podłoża, a także ich zależność od warunków w jakich testowane były próbki. Ponieważ grunty aluwialne nie były poddawane w przeszłości istotnym obciążeniom prekonsolidującym, wpływ historii obciążeń stosowanych podczas badań na wartości współczynnika Poissona jest dosyć wyrazisty. Analiza wyników badań skłania do odrzucenia metod pośrednich określania charakterystyki podłoża madowego i stosowania bezpośrednich metod badawczych.

Słowa kluczowe: grunty madowe, współczynnik Poissona gruntu ν , moduł odkształcenia objętościowego K , edometryczny moduł ścisłości M

1 WPROWADZENIE

Z zagadnieniem nośności podłoża gruntowego wiąże się nierozzerwalnie problem jego odkształcalności. Przyrost odkształceń jest zjawiskiem towarzyszącym zwiększającym się wartościom obciążeń, które prowadzić mogą ostatecznie do utraty nośności przez ośrodek gruntowy. Znajomość charakterystyk zmian objętościowych gruntu jest niezbędna do właściwego projektowania obiektów budowlanych, gdyż przemieszczenia elementów konstrukcji wywołane osiadaniem podłoża (zwłaszcza osiadaniem nierównomiernym) powodują powstanie dodatkowych sił wewnętrznych w konstrukcji, które to siły rzadko są uwzględniane w analizie wytrzymałościowej. Dokładność oszacowania możliwych odkształceń podłoża ma fundamentalne znaczenie dla analizy statycznej i wytrzymałościowej elementów konstrukcji nadziemnych, zwłaszcza konstrukcji statycznie niewyznaczalnych. Zdolność do odkształceń ośrodka gruntowego wiąże się z genezą powstania gruntu, historią jego obciążenia oraz składem mineralnym, a także z niektórymi właściwościami

¹ kwilk@prz.edu.pl

fizycznymi, takimi jak: uziarnienie, porowatość, zawartość części organicznych, wilgotność itp.

Stosowana obecnie powszechnie Polska Norma PN-81/B-03020 [1] pozwala, zgodnie z metodą B, na przyjęcie parametrów wytrzymałościowych i odkształceniowych podłoża w oparciu o zależności korelacyjne pomiędzy nimi a parametrami opisującymi cechy fizyczne gruntu. W szeregu przypadków projektowych przyjęcie takiej metodyki jest wystarczające. Skraca to znacząco proces inwestycyjny i prowadzi do pewnych oszczędności na etapie przygotowania przedsięwzięcia. Odrębną kwestią jest, czy poczynione w ten sposób oszczędności nie zostaną później zmarnotrawione w wyniku przewymiarowania konstrukcji.

Opisana wyżej procedura nie może mieć jednak zastosowania podczas opisu charakterystyki podłoża pod budowlami wrażliwymi na nierównomierne osiadania, jak również podłoża słabego, powstałego w wyniku szczególnych, losowych zjawisk geologicznych.

Takie podłoże stanowią m. in. grunty madowe, powstałe w wyniku akumulacji rzecznej. Sposób powstania determinuje losowość budowy oraz miejscową zmienność cech gruntów teras zalewowych. Jest on również podstawą domniemania zmniejszonej nośności oraz znacznej odkształcalności gruntu.

Jednoznaczne rozpoznawanie i określanie parametrów do celów projektowych gruntów akumulacji rzecznej jest bardzo trudne [2] ze względu na zmienność wynikającą ze sposobu ich powstawania. Z tej przyczyny oraz z powodu obecności w wielu przypadkach substancji organicznej grunty aluwialne są zaliczane do gruntów słabych, jako grupa przejściowa pomiędzy gruntami mineralnymi i organicznymi [3]. Spodziewane niskie parametry wytrzymałościowe [4] i odkształceniowe spoistych gruntów madowych potwierdziły przeprowadzone badania.

2 BADANIA PARAMETRÓW ODKSZTAŁCENIOWYCH

Badania odkształceniowe gruntu wykonano z wykorzystaniem edometrów oraz aparatu do zaawansowanych badań firmy GDS Instruments Ltd. [5]. Porównanie rezultatów badań, wykonanych bez możliwości odkształceń bocznych próbek oraz z możliwym bocznym odkształceniem, posłużyło do wyznaczenia m.in. współczynnika Poissona ν . Wielkość ta jest istotną cechą charakteryzującą każdy materiał, nie tylko gruntowy.

Badaniom poddano próbki gruntu pobrane z poligonu badawczego z okolic Lisiej Góry w Rzeszowie. Stanowiły je grunty pochodzenia aluwialnego, mady spoiste [2]. Były to przeważnie gliny i pyły piaszczyste zawierające części organiczne w średniej ilości ok. 1,5%. Głębokość pobrania próbek to 1,0 – 1,7 m p.p.t., stopień plastyczności $I_L = 0,1-0,2$.

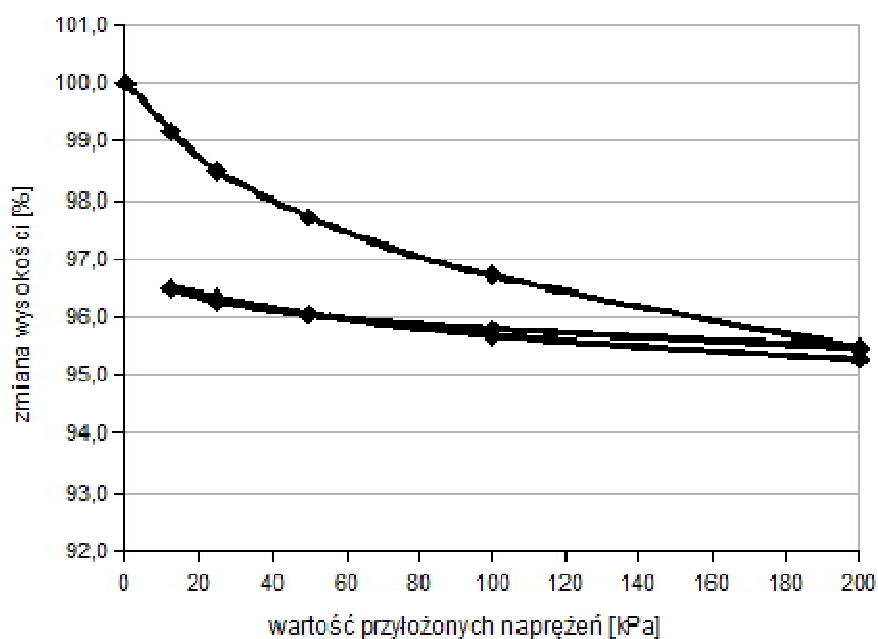
2.1 Badania edometrycznych modułów ściśliwości

Badania ściśliwości przeprowadzono zgodnie z Polską Normą [6] w zakresie obciążeń 0 – 200 kPa. Po konsolidacji przy największej wartości naprężeń normalnych, próbki były stopniowo odciążane i obciążane ponownie.

Uzyskane średnie wartości edometrycznych modułów ściśliwości pierwotnej, edometrycznych modułów odprężenia oraz edometrycznych modułów ściśliwości wtórnej badanych gruntów przedstawiono dalej (Tablica 1). Otrzymane wyniki wykazywały znaczną rozbieżność, która przy badaniu ściśliwości pierwotnej malała wraz ze wzrostem kolejnych zakresów składowej normalnej naprężeń działających na próbki. Na rozbieżność rezultatów podczas odciążania i przy wtórnym obciążaniu, wpływa bardzo wyraźnie uprzednia konsolidacja gruntu. Zmiany wysokości próbek przy kolejnych stopniach obciążenia – krzywe ściśliwości przedstawione zostały na rysunku (Rys. 1).

Tablica 1. Wyniki badań edometrycznych spoistych gruntów madowych.

Zmiana dział. na próbkę składowej normalnej naprężeń [kPa]	Przyrost skład. norm. naprężeń [kPa]	Zakres wartości [kPa]	Wartość średnia [kPa]
Wartości edometrycznego modułu ścisłości pierwotnej gruntu			
0 – 12,5	12,5	495,05 – 3571,43	1510,57
12,5 – 25	12,5	797,58 – 5536,11	1851,65
25 – 50	25	1533,59 – 4488,64	3099,86
50 – 100	50	3154,84 – 7042,86	4889,34
100 – 200	100	5923,08 – 10861,11	7870,85
Wartości edometrycznego modułu odprężenia gruntu			
200 – 100	100	23487,50 – 38840,00	30833,30
100 – 50	50	13478,57 – 24337,50	19813,57
50 – 25	25	7891,67 – 16250,00	10455,40
25 – 12,5	12,5	3958,33 – 8145,83	5270,09
Wartości edometrycznego modułu ścisłości wtórnej gruntu			
12,5 – 25	12,5	4765,00 – 12237,5	7340,52
25 – 50	25	5280,56 – 12225,00	8826,20
50 – 100	50	9460,00 – 16241,67	12957,02
100 – 200	100	15683,33 – 27785,71	23383,96



Rys. 1. Krzywe ścisłości pierwotnej, odprężenia i ścisłości wtórnej badanych gruntów akumulacji rzecznej wykreślone na podstawie wartości średnich.

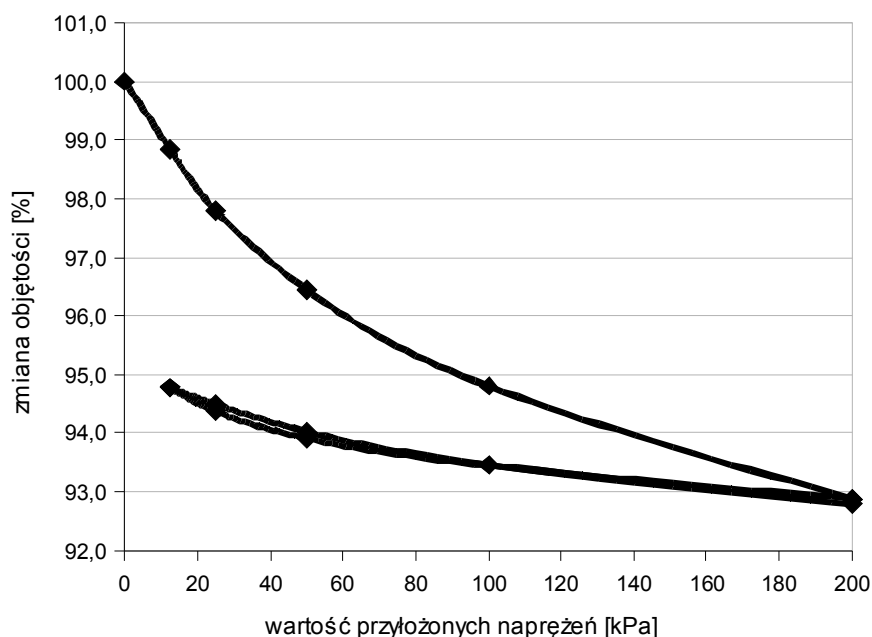
2.2 Badania modułów odkształcenia objętościowego gruntu

Badania mające na celu ustalenie modułu odkształcenia objętościowego przeprowadzone zostały na próbkach walcowych średnicy 38 mm, takich jak do wyznaczania parametrów wytrzymałościowych gruntu. Wartości naprężeń, którym w zaawansowanym aparacie trójosiowego ściskania firmy GDS Instruments Ltd. poddawano badany grunt wynosiły 0 – 200 kPa. Stopnie obciążenia wynosiły: 12 kPa, 25 kPa, 50 kPa, 100 kPa i 200 kPa – zostały dopasowane do obciążeń wywieranych podczas badań edometrycznych. Po konsolidacji przy największej wartości naprężeń ściskających, tj. 200 kPa, naprężenia stopniowo zmniejszono do wartości 12 kPa i obciążano próbki ponownie. Wartość ciśnienia porowego podczas doświadczeń, którą urządzenie badawcze ma możliwość regulować, ustalano na 0 kPa.

Rozbieżność uzyskanych wartości modułów odkształcenia objętościowego, w porównaniu do różnic wyników w badaniach edometrycznych, była mniejsza, również zmniejszając się dla kolejnych stopni obciążeń, w miarę konsolidacji próbek gruntu. Uzyskane podczas badań wartości parametrów przedstawiono poniżej (Tablica 2), natomiast zmiany objętościowe badanych próbek zobrazowano na wykresie (Rys. 2).

Tablica 2. Wyniki badań odkształceń objętościowych spoistych gruntów madowych.

Zmiana działających na próbkę naprężeń [kPa]	Przyrost naprężeń [kPa]	Zakres wartości [kPa]	Wartość średnia [kPa]
Wartości modułu odkształcenia objętościowego przy obciążeniu pierwotnym gruntu			
0 – 12	12	612,31 – 2230,54	1077,46
12 – 25	12	955,99 – 1425,56	1182,53
25 – 50	25	1531,49 – 2282,15	1812,52
50 – 100	50	2339,45 – 3672,77	2932,49
100 – 200	100	3551,27 – 6983,33	4913,8
Wartości modułu odkształcenia objętościowego przy odprężeniu gruntu			
200 – 100	100	11827,03 – 18828,64	16179,99
100 – 50	50	8027,84 – 13129,7	10225,95
50 – 25	25	4092,93 – 6518,39	5054,77
25 – 12	12	2302,39 – 3888,84	5054,77
Wartości modułu odkształcenia objętościowego przy obciążeniu wtórnym gruntu			
12 – 25	12	3771,04 – 4461,8	4160,74
25 – 50	25	4494,61 – 5738,14	5074,76
50 – 100	50	5737,66 – 8647,57	6958,78
100 – 200	100	12067,49 – 15346,58	13718,16



Rys. 2. Krzywe odkształcenia objętościowego przy obciążeniu pierwotnym, przy odprężeniu i przy obciążeniu wtórnym badanych gruntów akumulacji rzecznej wykreślone na podstawie wartości średnich.

2.3 Określenie współczynnika Poissona

Wartość współczynnika Poissona dla badanych gruntów określono w oparciu o przeprowadzone badania ścisłości w edometrze oraz badania odkształcalności gruntu wykonane przy użyciu aparatu GDS. Wykorzystano w tym celu podstawowe zależności związane z odkształcalnością ośrodka gruntowego.

Podstawowe powiązania pomiędzy modułem odkształcalności gruntu a edometrycznym modułem ścisłości przedstawiają się następująco (1):

$$\delta = \frac{E_0}{M_0} = \frac{\bar{E}}{M} = \frac{E}{M} \quad (1)$$

Wartość bezwymiarowego współczynnika δ wynika z różnic pomiędzy warunkami badania w edometrze (tylko odkształcenia pionowe) i w aparacie GDS, gdzie ściskany grunt ma możliwość odkształcania się w każdym kierunku. Wynosi on (2):

$$\delta = \frac{(1 + \nu) * (1 - 2 * \nu)}{(1 - \nu)} \quad (2)$$

Z kolei zależność pomiędzy modułem odkształcalności gruntu, a modułem odkształcenia objętościowego opisana jest następującym równaniem (3):

$$E = 3 * K * (1 - 2 * \nu) \quad (3)$$

Zależność przedstawiona wyżej (3) dotyczy wszystkich 3 faz badania odkształcalności, tj. obciążenia pierwotnego, odprężenia i wtórnego obciążenia gruntu.

Porównując z sobą zapisane wyrażenia (1) oraz (3) otrzymamy równanie (4), z którego w prosty sposób możemy obliczyć współczynnik Poissona danego gruntu.

$$\frac{(1+\nu)}{(1-\nu)} = \frac{3 * K}{M} \quad (4)$$

Rezultaty tych obliczeń, tj. wartości współczynnika Poissona ν podane zostały poniżej (Tablica 3).

Tablica 3. Obliczone wartości współczynnika Poissona dla badanych spoiстых gruntów madowych.

Zmiana działających na próbkę naprężeń [kPa]	Przyrost naprężeń [kPa]	Współczynnik Poissona ν [-]
Obciążenie pierwotne gruntu		
0 – 12	12	0,363
12 – 25	12	0,314
25 – 50	25	0,274
50 – 100	50	0,286
100 – 200	100	0,304
Odprężenie gruntu		
200 – 100	100	0,245
100 – 50	50	0,184
50 – 25	25	0,215
25 – 12	12	0,223
Obciążenie wtórne gruntu		
12 – 25	12	0,259
25 – 50	25	0,266
50 – 100	50	0,234
100 – 200	100	0,275

Współczynniki Poissona zostały obliczone dla średnich wartości edometrycznych modułów ścisłości i modułów odkształcenia objętościowego gruntów aluwialnych, w kolejnych zakresach obciążeń.

3 ANALIZA WYNIKÓW BADAŃ

Przeprowadzone badania laboratoryjne wykazały niskie wartości parametrów odkształceniowych gruntów madowych. Zarówno w odniesieniu do edometrycznych modułów ścisłości gruntu, jak i modułów odkształcenia objętościowego uzyskano rezultaty znacznie odbiegające niekorzystnie od wartości sugerowanych przez PN-81/B-03020 dla gruntów nieskonsolidowanych (o genezie C). Dotyczy to wyznaczania parametrów metodą B, zakładającą wykorzystanie ustalonych standardowych zależności pomiędzy wielkościami opisującymi grunt. Opierając się na wytycznych normowych wartość edometrycznego modułu ścisłości należałoby określić w granicach 30-40 MPa, co jest wartością nawet

10 krotnie wyższą niż uzyskana w badaniach.

Analizując wyniki obliczeń daje się zauważyć wyraźna różnica wartości współczynników Poissona w kolejnych etapach przeprowadzanych testów laboratoryjnych. Największe wartości współczynnika ν uzyskane zostały podczas pierwotnego obciążania gruntu, natomiast najmniejsze w wyniku jego odprężania. Norma PN-81/B-03020 [1] podaje wartość $\nu = 0,32$. Inni badacze [7] uzależniają wartość współczynnika Poissona od rodzaju gruntu spoistego oraz stopnia plastyczności – wartości rosną wraz ze zwiększaniem I_L . Dla założeń przedstawionych wcześniej (gлина/pył piaszczysty, $I_L = 0,1-0,2$) współczynnik powinien wynosić około 0,15-0,18 [7]. Uwzględniając powyższe, podaną w Polskiej Normie [1] wartość należy przypisać standardowo gruntom w stanie plastycznym/miękkoplastycznym. W pracy [7] nie jest jednak uwzględniony wpływ prekonsolidacji gruntu. W przypadku badanych mad, pomimo stanu twaroplastycznego, wyższe wartości współczynnika Poissona są zapewne wynikiem m.in. braku wcześniejszej konsolidacji.

4 PODSUMOWANIE

Złożoność i losowość budowy podłoża madowego wiąże się z nieregularnymi wezbrzeniami cieków osadzających materiał skalny. Deponowane rozmiary frakcji zależą od okresowo wahającej się siły nurtu rzeki, jak również ilości wlezonego materiału organicznego. Taki sposób powstawania gruntów aluwialnych ma największy wpływ na niskie wartości oraz zmienność ich parametrów.

W świetle powyższego oraz w oparciu o rezultaty przeprowadzonych badań należy zdecydowanie odrzucić możliwość rozpoznawania podłoża aluwialnego jedynie w oparciu o dotychczas stosowane [1] zależności korelacyjne. Prowadzi to do konkluzji, iż wobec podłoża takiego typu należy bezwzględnie stosować metodę A wyznaczenia jego charakterystyki.

Rezultaty przeprowadzonych badań wskazują na duży wpływ skonsolidowania gruntu na parametry odkształceniowe. Uwidacznia się to zwłaszcza przy ustaleniu współczynnika Poissona. Okazał się on większy przy ustaleniu go w oparciu o badania odprężenia gruntu oraz przy jego powtórny obciążeniu, aniżeli ustalany dla gruntu nieskonsolidowanego (obciążenia pierwotne).

Grunty madowe, podobnie jak inne grunty powszechnie uważane za wątpliwe są coraz częściej wykorzystywane jako podłoże obiektów budowlanych. Dotyczy to przede wszystkim obiektów przekazujących na podłoże niewielkie obciążenia – w innych przypadkach stosowane są rozwiązania fundamentowe, odmienne niż posadowienie bezpośrednie. Upowszechniające się realizacje inwestycji na terenach o niekorzystnej budowie geotechnicznej są procesem związanym ze zwiększającym się deficytem atrakcyjnych terenów inwestycyjnych. Rodzi to potrzebę poszerzenia badań takich gruntów celem ustalenia wpływu różnych czynników na ich charakterystykę wytrzymałościową i odkształceniową. Wiedza na temat powyższego ułatwi ustalenie ich przydatności dla potrzeb inwestycyjnych, a także ułatwi dobór właściwych rozwiązań posadowień.

PIŚMIENNICTWO

- [1] Polska Norma PN-81/B-03020 Grunty budowlane. Posadowienie bezpośrednie budowli.
- [2] Wilk K.: Grunty madowe jako podłoże obiektów budowlanych. Rozprawa doktorska, Rzeszów, 2008.
- [3] Myślińska E.: Engineering-geotechnical problems in investigations on soft soils in river valleys. Proc. of the 6th International IAEG Congress, Balkema, Rotterdam, 1990.

- [4] Jaremski J., Wilk K.: Influence of fen soils moisture changes on the strength parameters and applied foundation solutions. Proc. of the 10th International Congress of the IAEG, Nottingham, 2006.
- [5] Jaremski J., Wilk K.: O niektórych badaniach gruntów madowych w aparacie GDS. Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej, nr 211, Budownictwo i Inżynieria Środowiska, z.37, Rzeszów, 2004.
- [6] Polska Norma PN-88/B-04481 Grunty budowlane. Badania próbek gruntów.
- [7] Wiłun Z.: Zarys geotechniki. Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa, 2000.

INVESTIGATIONS OF ABILITY TO DEFORMATION OF FEN SOILS

Summary

This paper presents the results of laboratory parameters associated with volume changes in cohesive soils of river accumulation origin. The basic parameters established by the test were oedometric modulus of compression M and modulus of compressibility K . Poisson's ratio ν , as the values describing the characteristics of ground deformation, were determined on the basis of mentioned parameters. Performed analysis showed variability of investigated parameters. That was caused by conditions of subsoil formation and was depended on conditions of the samples testing. Because of the alluvial soils have not been subjected to significant preconsolidation loads, the influence of used in the test load history on the values of Poisson's ratio is quite clear. The analysis of the test results incline to rejection of indirect methods of fen soil estimation and application of direct research methods.

Anna WYSOWSKA¹
Marcin HERING²
TPA Instytut Badań Technicznych Sp. z o.o.

WYZNACZENIE ZAWARTOŚCI WOLNYCH PRZESTRZENI ZA POMOCĄ METODY GEORADAROWEJ

STRESZCZENIE

Badania zawartości wolnych przestrzeni metodą georadarową przeprowadzono na odcinku próbnym w Komlo na południu Węgrzech po trzech latach od jego wybudowania. Odcinek próbny o długości 180m charakteryzował się zmianą konstrukcji co 30m (VI sekcji). Pomiary wykonano wzdłuż siedmiu równoległych linii przy zastosowaniu 100 skanów na metr i prędkości najazdu 40km/h. Otrzymane wyniki zinterpretowano pod kątem zawartości wolnych przestrzeni wykorzystując uśrednioną wartość stałej dielektrycznej. Największą zawartość wolnych przestrzeni stwierdzono wzdłuż linii pierwszej od km 0+060 do km 0+160, która wynosiła średnio 9,25% oraz na linii 5 w km 0+170, wynosiła ona 9,2%. Na podstawie otrzymanej wartości stałej dielektrycznej i zawartości wolnych przestrzeni otrzymanych za pomocą metody georadarowej wykreślono zależność, która potwierdziła odwrotny charakter obu parametrów. Ponadto porównano otrzymane wyniki z metody georadarowej (GPR) z wynikami zawartości wolnych przestrzeni jakie otrzymano z badań laboratoryjnych. Identyczne wyniki otrzymano dla sekcji V (9,5%), najbardziej zbliżone dla sekcji II (7,0% - z badań laboratoryjnych, 7,6% - z badań GPR), a najbardziej rozbieżne wyniki otrzymano dla sekcji I (8,4% - z badań laboratoryjnych, 6,4% - z badań GPR) i sekcji IV (6,7% - z badań laboratoryjnych, 8,7% - z badań GPR). Różnice mogą wynikać z 10% granicy błędu w pomiarach GPR oraz z faktu iż próbki do badań laboratoryjnych były pobierane w innym okresie niż były wykonywane badania metodą georadarową.

Słowa kluczowe: metody elektromagnetyczne, georadar, GPR, zawartość wolnych przestrzeni, bezinwazyjne rozpoznanie nawierzchni, Komlo, Węgry

1 WSTĘP

Za pomocą metod georadarowych można badać strukturę drogi w sposób szybki i bezinwazyjny. Najczęściej wykorzystuje się tę metodę do wyznaczania grubości warstw, badanie zawartości wolnych przestrzeni jest tematem trudniejszym, jednakże niezbędnym do uzyskania kompleksowych informacji na temat badanego ośrodka. Zawartość wolnych

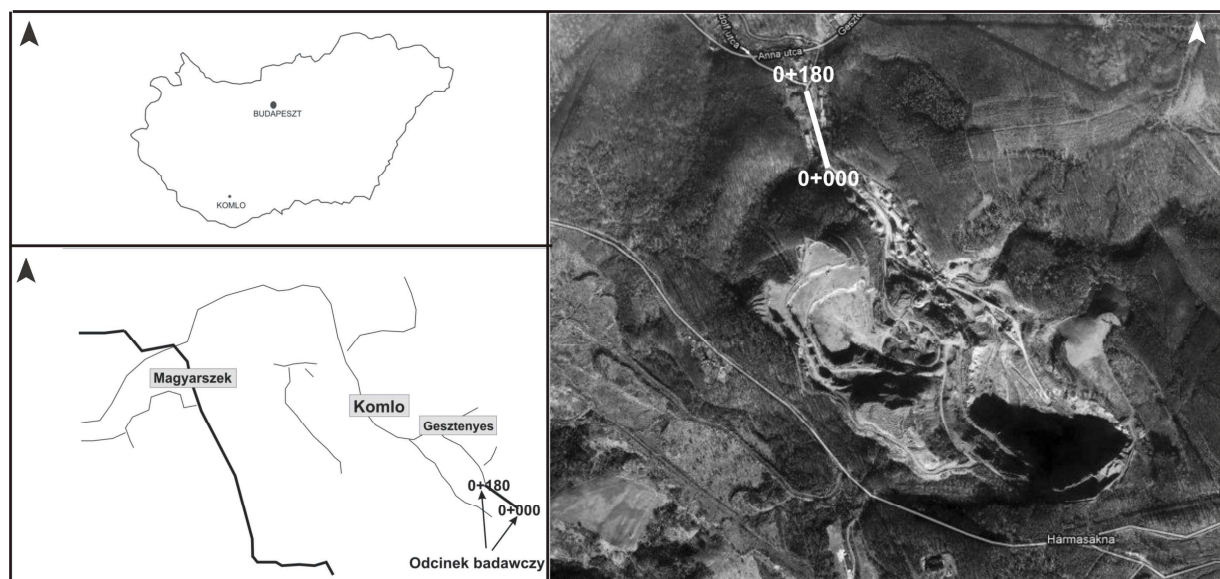
¹ anna.wysowska@tpaqi.com

² marcin.hering@tpaqi.com

przestrzeni ma bezpośredni wpływ na trwałość konstrukcji drogi, co pośrednio wpływa na możliwe uszkodzenia czy długość czasu eksploatacji. Wykorzystanie bezinwazyjnych metod do badania tego parametru znacznie zmniejszy koszty badań oraz zapobiegnie niszczeniu, często nowej konstrukcji, odwiertami badawczymi, które do tej pory są niezbędnym elementem badań odbiorowych.

Pierwsze testy zastosowania metody georadarowej do badania nawierzchni drogowych przeprowadzono w 1980 roku w Danii [1] oraz w Szwecji [2], ale w tym czasie nie uzyskały one powszechnej akceptacji. W 1995 roku dr Robert Lytton [3] opracował program komputerowy, który umożliwił określanie zawartości wody w różnych warstwach nawierzchni przy wykorzystaniu metody georadarowej. System identyfikacji i analizy podpowierzchniowego sygnału radarowego (SIDARS) wykorzystuje fakt, że na każdą warstwę konstrukcji składa się szkielet warstwy, płyn i gaz. Dlatego też stała dielektryczna badanych warstw jest funkcją stałych dielektrycznych tych składowych. Pierwszym badaczem w Europie, który zastosował system GPR do pomiaru zawartości wolnych przestrzeni był Timo Saarenketo [4] w 1997 roku. Założył, że na wartość stałej dielektrycznej warstw asfaltowych składają się wartości stałych dielektrycznych komponentów tych warstw. Wykonane testy laboratoryjne pobranych próbek potwierdziły silną korelację otrzymanych wyników. W 1999 roku w Finlandii została wydana norma na badanie zawartości wolnych przestrzeni w nawierzchniach asfaltowych metoda georadarową [5]. Zostały tam określone warunki wykonywania pomiarów oraz sposób obliczania zawartości wolnych przestrzeni. Na świecie najbardziej popularnym badaniem konstrukcji nawierzchni przy pomocy metody georadarowej jest badanie grubości warstw.

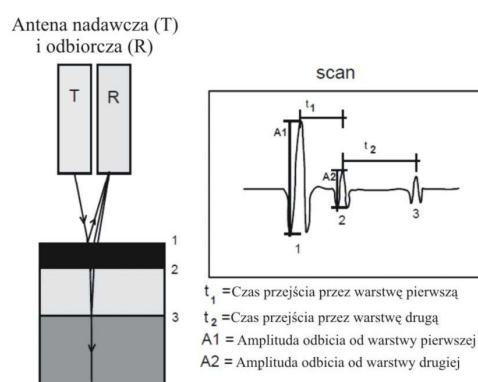
Pomiary zawartości wolnych przestrzeni wykonano za pomocą bezinwazyjnej metody georadarowej na południu Węgrzech w miejscowości Komlo (rys. 1). Pomiary wykonane zostały w październiku 2010 roku na odcinku badawczym o długości 180m. Pomiary wykonano przy użyciu anteny o częstotliwości 1GHz, która umożliwia rozpoznanie konstrukcji nawierzchni do głębokości 70cm. Grubości warstw zostały wyznaczone na podstawie stałej dielektrycznej oraz czasu przejścia fali elektromagnetycznej pomiędzy warstwami. Po określeniu grubości warstw wydzielono pakiet warstw bitumicznych, w którym określono zawartości wolnych przestrzeni.



Rys. 1. Obszar badań wg Google Map

2 TEORIA I METODYKA ZASTOSOWANEJ METODY BADAWCZEJ

Ground Penetrating Radar (GPR) jest metodą znajdującą coraz szersze zastosowanie w budownictwie drogowym. Metoda ta należy do metod radiofalowych wykorzystujących zmiany fal elektromagnetycznych podczas przejścia przez dany materiał. Systemy GPR używają fal o energii od 10MHz to 2GHz, co pozwala na określenie lokalizacji i wielkości charakterystycznych warstw lub przedmiotów. Fale elektromagnetyczne wysyłane są z anteny nadawczej i przechodzą przez badany ośrodek, na granicy warstw o różnych własnościach elektromagnetycznych, fale te ulegają częściowemu odbiciu, a impuls jest odbierany przez antenę odbiorczą. Proces ten został zilustrowany na rysunku 2. Skany terenu odbywają się z wystarczająco krótkim interwałem czasowym, aby móc śledzić obraz badanych struktur w sposób prawie ciągły [6, 7].



Rys. 2. Zasada prowadzenia pomiarów georadarowych [7]

Stała dielektryczna jest własnością charakterystyczną dla różnych materiałów, dla rzeczywistego badanego ośrodka może się wahać od 4 do 40. Jej wartość zależy od dużej ilości czynników zewnętrznych takich jak: temperatura, ciśnienie, długości fali i innych. Relacja pomiędzy współczynnikiem załamania fali danej długości a stałą dielektryczną wynika z teorii Maxwella, z której wynika, że stała dielektryczna równa się kwadratowi współczynnika załamania danej fali. Wartości przykładowych stałych dielektrycznych przedstawione są w tabeli 1.

Tablica 1. Wartości stałej dielektrycznej dla różnych materiałów [7]

Material	Dielectric value
Powietrze	1
Woda (świeża)	81
Beton asfaltowy	3 - 5
Beton	8-10
Żwirowa warstwa ściernalna	12-14
Podbudowa z kruszywa	6-8
Podbudowa betonowa	8-10
Warstwa izolacyjna (nowa)	2-2.5

Przenikalność dielektryczna jest liczbą zespoloną (która ma część rzeczywistą i urojoną) oraz funkcją częstotliwości [8]. Obserwacja czasu przejścia pomiędzy amplitudami pozwala na wyznaczenie stałej dielektrycznej dla badanej warstwy oraz miąższości warstw. Zależności te dla warstwy pierwszej zostały opisane równaniami 1 i 2:

$$\varepsilon_a = \left[\frac{1 + \frac{A_0}{A_m}}{1 - \frac{A_0}{A_m}} \right]^2 \quad (1)$$

$$h_1 = \frac{c \cdot t_1}{\sqrt{\varepsilon_a}} \quad (2)$$

gdzie: ε_a - wartość stałej dielektrycznej dla powierzchni warstwy (granica pomiędzy powietrzem a warstwą pierwszą)

A_0 - wartość amplitudy dla warstwy powierzchniowej

A_m - wartość amplitudy kalibracyjnej (najczęściej od powierzchni metalowej)

A_1 - wartość amplitudy dla warstwy pierwszej

A_2 - wartość amplitudy dla warstwy drugiej

h_1 - miąższość warstwy pierwszej

c - prędkość rozchodzenia się fali elektromagnetycznej w powietrzu

t_1 - czas przejścia fali pomiędzy warstwą powierzchniową a warstwą pierwszą

t_2 - czas przejścia pomiędzy A_1 i A_2 .

Stała dielektryczna dla warstwy drugiej obliczana jest według wzoru (3):

$$\sqrt{\varepsilon_b} = \sqrt{\varepsilon_a} \left[\frac{1 - \left[\frac{A_1}{A_m} \right]^2 + \left[\frac{A_2}{A_m} \right]^2}{1 - \left[\frac{A_1}{A_m} \right]^2 - \left[\frac{A_2}{A_m} \right]^2} \right] \quad (3)$$

gdzie: ε_b - stała dielektryczna warstwy drugiej [6, 7].

Ze względu na brak możliwości wyznaczenia wartości stałej dielektrycznej dla poszczególnych skanów nawierzchni przy badaniach pod kątem zawartości wolnych przestrzeni konieczne jest wykonanie badań na próbkach w celu wyznaczenia współczynnika kalibracyjnego. Do obliczeń wykorzystuje się średnią wartość stałej dielektrycznej i współczynnik kalibracyjny. Zawartość wolnej przestrzeni obliczana jest na podstawie zależności (4):

$$y = 272,93e^{-1,3012kx} \quad (4)$$

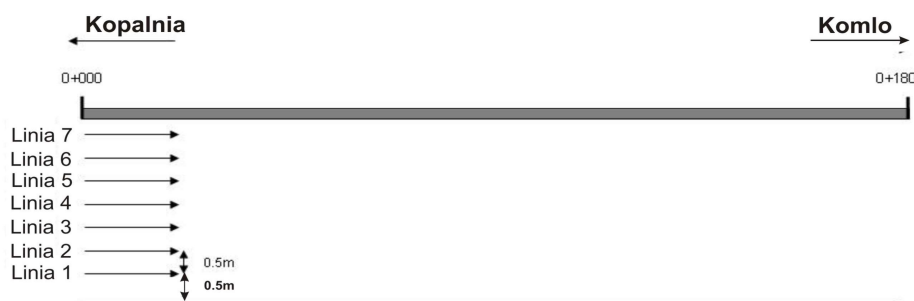
gdzie k jest współczynnikiem kalibracji, a x jest zmierzoną wartością stałej dielektrycznej z przedziału od 1 do n [6, 7].

Badany odcinek podzielony był na sześć sekcji o różnej konstrukcji, która została przedstawiona w tabeli 2.

Tablica 2. Rodzaj nawierzchni odcinka próbnego

Sekcja	Rodzaj w-wy ścieralnej	Grubość w-wy ścieralnej z odwiertów [cm]	Rodzaj w-wy wiążącej	Grubość w-wy wiążącej z odwiertów [cm]	Suma grubości warstw z odwiertów [cm]
I	SMA8	3,9	AC22	9,3	13,2
II	SMA8	4,9	AC22	13,1	18,0
III	SMA8	4,1	AC22	7,9	12,0
IV	SMA8	4,9	AC22	7,1	12,0
V	SMA8	4,7	AC45	9,2	13,9
VI	SMA8	4,4	AC45	10,5	14,9

Pomiary wykonano wzdłuż sześciu równoległych linii oddalonych od siebie o 0,5m (rys. 3) przy zastosowaniu anteny o częstotliwości 1GHz zamontowanej na samochodzie (rys. 4). Aby uzyskać dużą dokładność pomiarów zastosowano 100 skanów na metr, a prędkość najazdu wynosiła 40km/h.



Rys. 3. Schemat pomiarowy



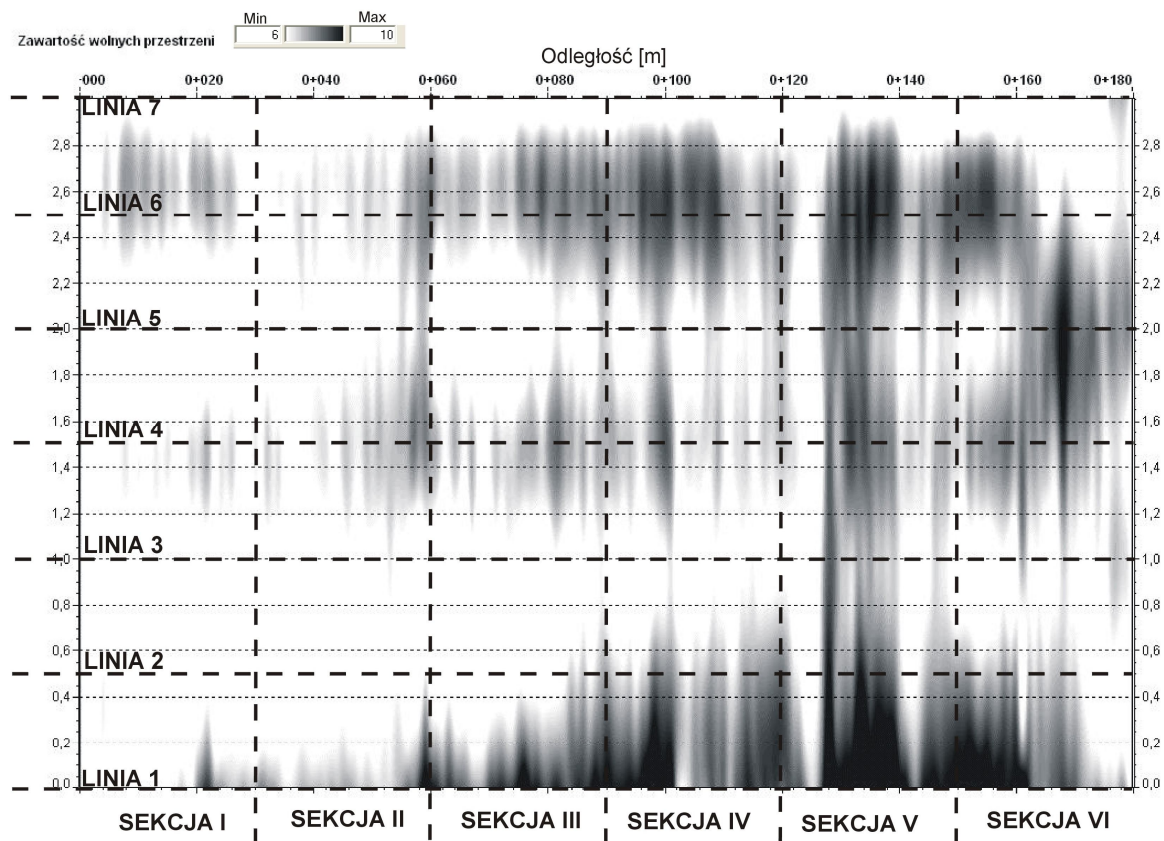
Rys. 4. Zastosowana antena pomiarowa

3 OTRZYMANE WYNIKI I INTERPRETACJA

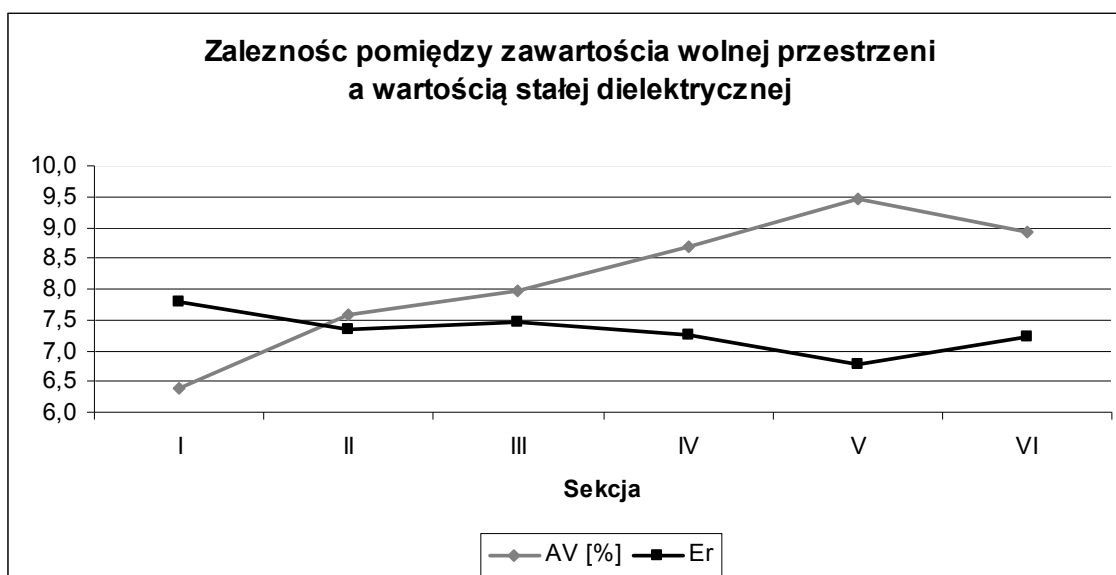
Na rysunku 5 przedstawiono mapę zawartości wolnych przestrzeni na badanym odcinku dla pakietu warstw bitumicznych. Mapę stworzono na podstawie wyników z pomiarów georadarowych. Największa zawartość wolnych przestrzeni została zidentyfikowana wzdłuż linii 1 od km 0+060 do km 0+160 która wynosiła średnio 9,25% oraz na drugim metrze szerokości jezdni (linia piąta) w km 0+170 wynosiła ona 9,2%. Sprawdzono również zależność pomiędzy zawartości wolnych przestrzeni a wartością stałej dielektrycznej dla badanych odcinków (rys. 6). Otrzymany wykres pozwala stwierdzić, że te

parametry są odwrotnie proporcjonalne.

Minimalna rozdzielczość anteny o częstotliwości 1GHz wynosi 5cm, co uniemożliwia osobne badanie parametrów dla warstwy ścierealnej i wiążącej. Z tego względu wartości zawartości wolnych przestrzeni uzyskane z badań na próbkach uśredniono przy zastosowaniu średniej ważonej dla obu tych warstw. W tabeli 3 przedstawiono wyniki oraz zawartości wolnych przestrzeni jakie otrzymano obiema metodami. Współczynnik kalibracyjny zastosowany do obliczeń w metodzie georadarowej wynosił 0,4. Największe różnice pomiędzy wynikami zawartości wolnych przestrzeni pomiędzy obiema metodami odnotowano w sekcji I (8,4% - z badań laboratoryjnych, 6,4% - z badań GPR) i IV (6,7% - z badań laboratoryjnych, 8,7% - z badań GPR), pozostałe wyniki są zadowalające. Identyczne wyniki otrzymano dla sekcji V (9,5%). Zaistniałe różnice mogą wynikać z faktu konieczności uśredniania otrzymanych wyników z badań na próbkach aby móc je porównywać z danymi GPR. Kolejną przyczyną może być pobranie prób do badań laboratoryjnych w innym okresie i przy innych warunkach atmosferycznych niż wykonywane pomiary georadarowe. Pomimo to widać silną zależność pomiędzy otrzymanymi wynikami przy zastosowaniu obu metod.



Rys. 5. Mapa zawartości wolnych przestrzeni dla wszystkich sekcji



Rys. 6. Wzajemna relacja zawartości wolnych przestrzeni (AV) i wartości stałej dielektrycznej (Er)

Tablica 3. Średnie grubości warstw i zawartości wolnych przestrzeni (AV) dla poszczególnych sekcji

Sekcja	Początek sekcji	Koniec sekcji	Av z badań lab. [%]	AV z GPR [%]
I	0+000	0+030	8,4	6,4
II	0+031	0+060	7,0	7,6
III	0+061	0+090	9,4	8,0
IV	0+091	0+120	6,7	8,7
V	0+221	0+150	9,5	9,5
VI	0+151	0+180	9,7	8,9

4 PODSUMOWANIE

Otrzymane wyniki zawartości wolnych przestrzeni metodą badań laboratoryjnych oraz metodą georadarową są do siebie zbliżone. Wskazane jest pobieranie prób do badań laboratoryjnych w tym samym okresie co wykonywanie badań georadarowych pod kątem zawartości wolnych przestrzeni. Umożliwi to lepszą interpretację otrzymanych wyników i zmniejszy ich niejednoznaczność.

Otrzymane wartości stałej dielektrycznej potwierdziły odwrotną zależność tego parametru w stosunku do zawartości wolnych przestrzeni. Umożliwiło to weryfikację otrzymanych wyników. Ze względu na to, iż wartość stałej dielektrycznej dla powietrza wynosi 1 i rośnie wraz ze zmniejszaniem się jego ilości w próbach prawidłowy jest odwrotny charakter tych parametrów.

Należy podkreślić, że dokładność badań GPR dla pakietu warstw bitumicznych wynosi $\pm 10\%$, co dodatkowo wpływa na otrzymane wyniki. Jednakże metoda georadarowa jest bezinwazyjną metodą, która pozwala śledzić badaną powierzchnię w sposób prawie ciągły, a co za tym idzie niweluje błędy w korelacji pomiędzy badaniami punktowymi.

Zastosowanie anteny o wyższej częstotliwości (2GHz) umożliwiłoby zbadanie zawartości wolnych przestrzeni osobno dla każdej z warstw.

PIŚMIENNICTWO

- [1] Berg F.: Ikke destruktiv måling af lagstykkelser I vejbeftastelser. Vejdirektorat, Statens vejlaboratorium, Notat 157, Denmar, 1984.
- [2] Johansson H.G.: Använding av georadar I olika vägverksprojekt. Vägverket, Serviceavdelningen väg och brokonstruktion, Sektionen för Geoteknik, Publ. 1987:59, Swede, 1987.
- [3] Lytton R.L.: System identification and analysis of subsurface radar signals: U.S. Patent 5,384,715, 19p, 1995.
- [4] Saarenketo T.: Using ground penetrating radar and dielectric probe measurements, in pavement density quality control, Transportation Research record, pp. 34-41, 1997.
- [5] Finnish PANK 4122 documen, 2008.
- [6] Scullion T., Chen Y.: Using GPR for Real-Time Quality Control Measurements on New HMA Surfaces, Research Report 1702-5, Texas Transportation Institute, Nov 1999 (b).
- [7] Saarenketo T.: Electrical properties of road materials and subgrade soils and the use of Ground Penetrating Radar in traffic infrastructure surveys, Oulun Yliopisto, Oulu 2006.
- [8] Pilon J. A., Russell H. A. J., Brennan T. A., Sharpe D. R., Barnett, P. J.: Ground penetrating radar in hydrogeological investigation of the Oak Ridges Moraine, Ontario, Proceedings of the Fifth International Conference on Ground Penetrating Radar, Waterloo, Canada, 2, 855 –867, 1994.

DETERMINATION OF AIR VOID CONTENT USING GROUND PENETRATING RADAR METHOD

Summary

Studies of the air void content GPR method were performed on a test section in the south of Hungary Komlo. The test section length of 180m was characterized by a change in the structure at 30m (Section VI). The measurements were taken in seven parallel lines, using 100 scans per meter and the speed of the invasion of 40km /h. The results obtained are interpreted in terms of air void content using the average value of the dielectric constant. The highest amount of voids was found along the first line from km 0+060 to km 0+160, which averaged 9.25% and on-line at km 0+170, it stood at 9.2%. In addition, the results were compared with the GPR method with the results of air void content that was obtained from laboratory tests. Identical results were obtained in Section V (9.5%), most similar to Section II (7.0% - from laboratory studies, 7.6% - the test GPR), and the most divergent results were obtained in Section I (8.4 % - from laboratory studies, 6.4% - the test GPR) and Section IV (6.7% - from laboratory studies, 8.7% - the test GPR). The differences may result from the 10% range of error in the measurement of GPR and the fact that the samples for laboratory testing were collected at a different time than the GPR survey was carried out. The use of an antenna with a higher frequency (2GHz) would allow to an examination of the air void content separately for each layer.

KONSTRUKCJE BETONOWE

Lidia BUDA-OŻÓG¹
Przemysław WOJTOWICZ
Politechnika Rzeszowska

OCENA STOPNIA USZKODZENIA OBCIĄŻONYCH BELEK ŻELBETOWYCH NA PODSTAWIE CHARAKTERYSTYK DYNAMICZNYCH

STRESZCZENIE

W niniejszej pracy przedstawiono metodę oceny stanu technicznego belek żelbetowych na podstawie zmiany charakterystyk częstotliwościowych. Praca zawiera wyniki z przeprowadzonych badań statycznych oraz dynamicznych. Badania dynamiczne przeprowadzono dla różnych stanów zarysowania belki jak również dla belek pod obciążeniem i po odciążeniu. W analizowanym paśmie charakterystyki częstotliwościowej wybrano częstości skorelowane z uszkodzeniem elementów oraz częstości wzbudzone przez obciążający układ hydrauliczny.

Słowa kluczowe: belka żelbetowa, częstość własna, zarysowanie, obciążenie.

1 WPROWADZENIE

Zjawisko ciągłego monitorowania stanu konstrukcji staje się coraz powszechniejsze. Dotyczy to głównie nowo powstających obiektów o szczególnym znaczeniu takich jak: mosty, stadiony czy różnego rodzaju hale wystawowe. Wraz z rozwojem idei ciągłego monitorowania stanu konstrukcji, prowadzone są różnego rodzaju prace badawcze mające na celu opracowanie odpowiednich i skutecznych metod przydatnych w tym procesie. Najodpowiedniejsze wydają się być tutaj tzw. „metody globalne” dostarczające informacji o ogólnej kondycji obiektu. Do globalnych metod oceny stanu technicznego obiektu lub elementu zalicza się między innymi metodę bazującą na zmianach parametrów modalnych. Wykrywanie i ocena uszkodzeń elementów na podstawie zmiany parametrów modalnych jest tematem wielu prac badawczych ostatnich 20 lat. Dotyczą one zarówno konstrukcji stalowych, żelbetowych oraz murowych [1, 2, 3]. Jednak w niewielu pracach uwzględniany jest wpływ zarówno uszkodzenia i obciążenia zewnętrznego na zamiany parametrów modalnych w badanych obiektach.

W niniejszym artykule będącym kontynuacją badań opisanych w pracy [4], podjęto próbę powiązania zmiany wyznaczonych parametrów modalnych z zaobserwowanym zarysowaniem, dla belki pod obciążeniem zewnętrznym i belki odciążonej.

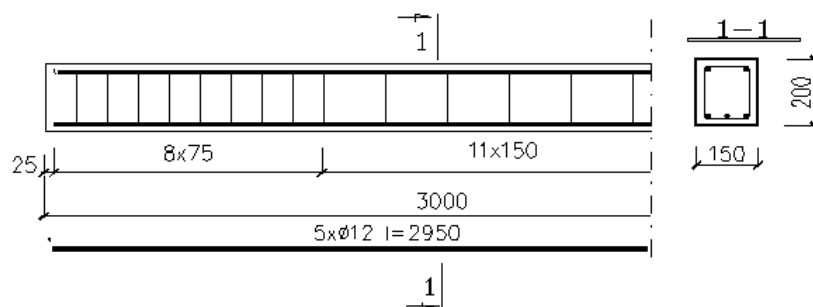
¹ lida@prz.edu.pl

Zaproponowana procedura diagnostyczna opiera się na analizie dynamicznej odpowiedzi konstrukcji na wymuszenie impulsowe. Odpowiedź ta otrzymywana jest w postaci charakterystyki częstotliwościowej przed uszkodzeniem i po uszkodzeniu. Na podstawie uzyskanych wyników badań belek żelbetowych, podjęto próbę powiązania wpływu obciążenia oraz zarysowania powstałego w wyniku zginania ze zmianami parametrów modalnych.

2 BADANE OBIEKTY I METODYKA BADAŃ

2.1 Opis badanych belek żelbetowych

W badaniu wykorzystano dwie belki żelbetowe, wykonane z betonu klasy C16/20, zbrojone podłużnie stalą 34GS, średnicy $\phi 12$ mm, strzemiona $\phi 5.5$ mm ze stali St0S. Wymiary i sposób zbrojenia belek przedstawiono na rysunku 1.



Rys 1: Wymiary i zbrojenie badanych belek

Belki podczas całego cyklu badań statycznych i dynamicznych oparte były przegubowo w odległości 10 cm od końców belek.

2.2 Badania statyczne

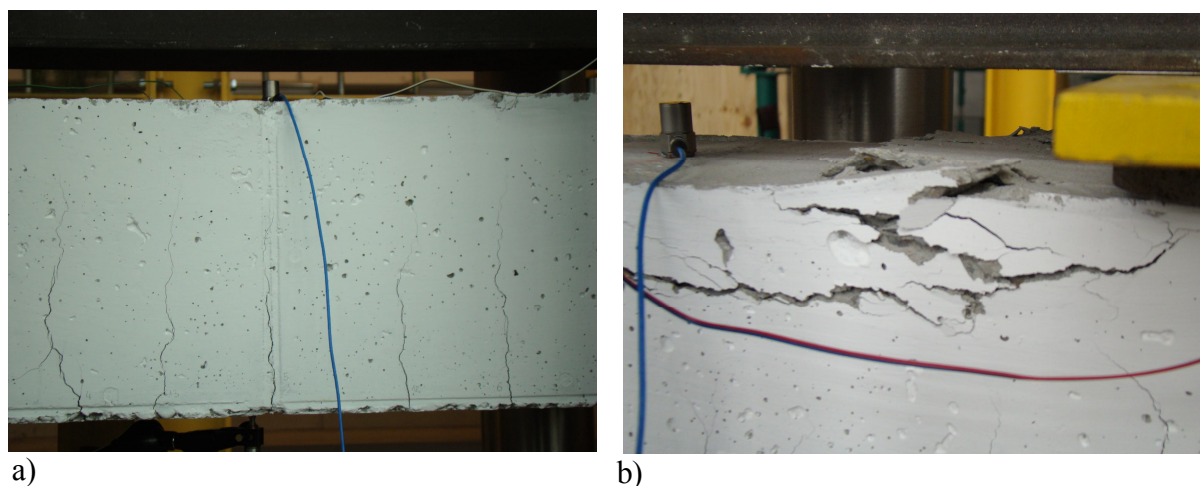
Badania statyczne przeprowadzono w hali laboratoryjnej Wydziału Budownictwa i Inżynierii Środowiska Politechniki Rzeszowskiej. Obciążenie belki realizowane jest za pomocą układu hydraulicznego typu „SCHENCK”. Belkę obciążano tak, aby w środkowym odcinku belki o długości 0,9 m występował stały moment zginający. Sposób obciążania przedstawiono na Rys. 2.



Rys. 2. Stanowisko do badań statycznych i sposób obciążania belek

Podczas obciążania belki mierzono wartości ugięcia, odkształcenia włókien górnych oraz wysokość i szerokość powstających rys. Do rejestracji mierzonych odkształceń i ugięć wykorzystano zestaw pomiarowy HOTTINGER BALDWIN MESSTECHNIK wraz z oprogramowaniem CATMAN 3.1. Szerokość rys mierzono papierowym szczelinomierzem.

Na skutek wzrastających obciążeń w belkach obserwowano rozwój zarysowania aż do zniszczenia. Zniszczenie w badanych belkach spowodowane było zmiażdżeniem betonu w strefie ściskanej i dla badanych belek następowało przy sile około 55 kN. Rysunek 3 przedstawia jeden z etapów zarysowania i sposób zniszczenia badanych belek.



Rys. 3. Zarysowanie i zniszczenie badanych belek

2.3 Badania dynamiczne

Dla każdej z badanych belek i dla różnych stanów rozwoju zarysowania, w chwili obciążenia oraz po odciążeniu wykonano badania dynamiczne. Celem badań dynamicznych było wyznaczenie charakterystyk częstotliwościowych, z których odczytano częstotliwości rezonansowe, a następnie wyznaczono odpowiadające im postacie drgań. Pomiary dynamiczne dla wszystkich etapów zarysowania belki wykonano przy wymuszeniu impulsowym - młotkiem modalnym (młotkiem z wbudowanym czujnikiem pomiaru siły wymuszającej). Badania przeprowadzono dla wymuszeń w dwóch punktach i pięciu uśrednień dla każdego z wymuszeń. Punkty wymuszeń usytuowane były symetrycznie w odległości 60 cm od podpór. Do pomiaru odpowiedzi na zadane wymuszenie wykorzystano siedem czujników przyspieszeń PCB-353 oraz program do rejestracji i analizy danych pomiarowym CADA-X z wielokanałowym analizatorem LMS SCADAS.

Badania dynamiczne wykonywano dla różnych etapów zarysowania belki oraz następujących przypadków:

- belka pod obciążeniem (Rys. 2),
- belka nieobciążona, ale z uwzględnieniem oddziaływania układu hydraulicznego i dodatkowej stalowej belki pośredniej (Rys. 2),
- tylko wolno podparta żelbetowa belka nieobciążona.

Wstępny pomiar dynamiczny, dla każdego z dwóch przypadków belki nieobciążonej (z uwzględnieniem oddziaływania układu hydraulicznego bez przyłożonej siły oraz samej belki), pozwolił na wyznaczenie charakterystyki częstotliwościowej, będącej punktem odniesienia dla kolejnych pomiarów dynamicznych.

Szerokość pasma charakterystyki częstotliwościowej niosącej informacje o zmianach w sztywności belek na skutek obciążenia wyznaczono eksperymentalnie. W wyniku kilku przeprowadzonych pomiarów uznano pasmo o szerokości od 0 do 500 Hz za wystarczające

w przeprowadzonym procesie diagnostycznym. W paśmie tym wybrano częstotliwości drgań rezonansowych, niosących informacje o rozwoju zarysowania badanej belki, a także częstotliwości powiązane z oddziaływaniem układu obciążającego.

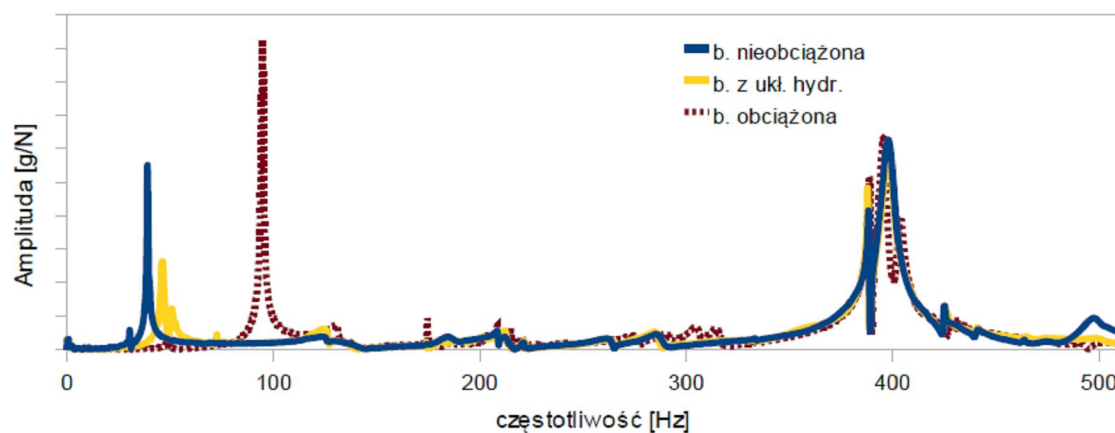
3 WYNIKI BADAŃ I ICH ANALIZA

Wyniki otrzymane z badań statycznych i dynamicznych dla jednej z belek przedstawiono w tabelach. Tabela 1 zawiera opis stanów rozwoju zarysowania belki obciążonej i po odciążeniu, dla których przeprowadzono badań dynamicznych.

Tabela 1: Opis zarysowania belki obciążonej i po odciążeniu

Lp	Belka obciążona	Belka odciążona, stan po uprzednim obciążeniu
1	Stan początkowy	Stan początkowy
2	Pierwsze mikrorysy, siła obciążająca 6,20 kN	Mikrorysy niewidoczne
3	Rysy w strefie rozciąganej o szerokości do 0,1mm i długości do 10 cm, siła obciążająca 12,20 kN	Widoczne niewielkie mikrorysy
4	Wzrost liczby rys, rysy o szerokości do 0,2mm i wysokości do 15 cm, siła obciążająca 30 kN	Niewielkie rysy o szerokości do 0,1 mm
5	Rysy dominujące o szerokości do 0,5mm, rysy mniejsze zamykają się, siła obciążająca 48,3 kN	Widoczne rysy w obszarze stałego momentu o szerokości do 0,3 mm, sięgające do 2/3 wysokości belki
6	Rysy o szerokości do 1,2 mm, siła obciążająca 51,6 kN	Rysy w obszarze stałego momentu o szerokości do 0,8 mm

Przykładową charakterystykę częstotliwościową belki dla różnych rozważanych przypadków to jest: belki nieobciążonej, belki nieobciążonej ale z uwzględnieniem oddziaływania układu hydraulicznego oraz belki pod obciążeniem przedstawia rysunek 4.



Rys. 4. Charakterystyka częstotliwościowa belki nieobciążonej i pod obciążeniem

Odczytane z charakterystyki częstotliwościowej, częstotliwości rezonansowe dla opisanych w tabeli 1 etapów zarysowania zawierają tabele 2, 3, i 4.

Tabela 2 zawiera wartości i zmiany procentowe wybranych częstości belki uprzednio obciążonej, a następnie odciążonej, bez wpływu układu hydraulicznego. Obszerne badania przeprowadzone na 12 nieobciążonych belkach żelbetowych o takich samych wymiarach, stopniu uszkodzenia, warunkach podparcia przedstawiono w pracy [4]. Otrzymane z przeprowadzonego badania wartości częstości i ich zmiany procentowe są analogiczne do wyników opisanych w cytowanej pracy i potwierdzają występowanie korelacja pomiędzy procentowymi zmianami częstości rezonansowych a stanem zarysowania belek.

Tabela 2. Częstości i ich zmiany procentowe belki uprzednio obciążonej, po odciążeniu

Stan belki	Wybrane częstości							
	1		2		3		4	
	f [Hz]	Δf [%]	f [Hz]	Δf [%]	f [Hz]	Δf [%]	f [Hz]	Δf [%]
1	38,9	0,0	122,6	0,0	284,5	0,0	397,6	0,0
2	38,9	0,0	122,6	0,0	284,0	0,2	397,1	0,1
3	37,0	4,9	121,2	1,1	276,1	3,0	379,3	4,6
4	35,3	9,3	118,7	3,2	267,5	6,0	358,5	9,8
5	33,4	14,1	116,7	4,8	260,5	8,4	344,3	13,4
6	29,6	23,9	114,0	7,0	247,4	13,0	324,4	18,4

Pojawienie się rys w zginanej belce żelbetowej skutkuje następującymi zmianami procentowymi częstotliwości: pierwszej o 4,9%, drugiej o 1,1%, trzeciej o 3,0% a w czwartej o 4,6%. Istotne zmiany częstości występują również gdy zaczynają kształtować się rysy dominujące – pomiar 5. Sygnalizuje to zmiana procentowa częstości pierwszej i czwartej o około 14 %. Dla stanu poprzedzającego zniszczenie obserwowane zmiany częstotliwość pierwszej dochodzą do 23,9%.

Tabela 3 zawiera wartości i zmiany procentowe wybranych częstości dla belki nieobciążonej, ale z uwzględnieniem oddziaływania układu hydraulicznego i dodatkowej stalowej belki pośredniej. Widoczny jest tutaj wyraźny wpływ dodatkowego obciążenia i usztywnień belki na wartości częstości drgań. Częstość pierwsza zwiększa się, a zaobserwowane zmiany procentowe są mniejsze niż w belce tylko wolno podpartej. Wybrane z analizowanego pasma częstości 2, 3 i 4 są w niewielki stopniu podatne na zmiany związane z dodatkowym obciążeniem i usztywnieniem. Zaobserwowane zmiany procentowe częstości 2, 3 i 4 dla analizowanych przypadków belki nie obciążonej ale z wpływem dodatkowego usztywnienia przez układu hydraulicznego są zbliżone do zmian uzyskanych w przypadku belki tylko wolno podpartej. Również pierwsze zmiany częstości widoczne są w chwili pojawienia się zarysowania, a w przypadku gdy zaczynają kształtować się rysy dominujące, zwiększają swoją wartość.

Tabela 3. Częstości i ich zmiany procentowe belki nieobciążonej z uwzględnieniem wpływu układu hydraulicznego

Stan belki	Wybrane częstości							
	1		2		3		4	
	f [Hz]	Δf [%]	f [Hz]	Δf [%]	f [Hz]	Δf [%]	f [Hz]	Δf [%]
1	47,0	0,0	124,0	0,0	284,4	0,0	397,5	0,0
2	46,3	1,5	124,0	0,0	284,0	0,1	397,1	0,1
3	43,9	6,6	122,0	1,6	279,0	1,9	376,0	5,4
4	43,8	6,8	118,8	4,2	267,6	5,9	363,4	8,6
5	39,9	15,1	115,5	6,9	259,9	8,6	348,6	12,3
6	brak pomiaru		110,7	10,7	244,3	14,1	336,3	15,4

W tabeli 4 zamieszczono odczytane wartości częstości i ich zmiany procentowe dla belki pod obciążeniem. Wyodrębniono tutaj częstości związane tylko z oddziaływaniem układu obciążającego - 1a i 3a oraz częstości związane tylko z uszkodzeniem belki- częstości 2 i 4. W przypadku częstości 3a zaobserwowano wyraźną zmianę jej wartości wraz ze wzrostem obciążenia. Podczas pomiaru dynamicznego wykonywanego podczas obciążania, nie udało się zidentyfikować częstości 3, analogicznej jak dla belek nieobciążonych.

Tabela 4. Częstości i ich zmiany procentowe belki pod obciążeniem

Stan belki	Wybrane częstości							
	1	1a	2		3a		4	
	f [Hz]	f [Hz]	f [Hz]	Δf [%]	f [Hz]	Δf [%]	f [Hz]	Δf [%]
2	49,1	94,5	130,0	0,0	242,9	0,0	395,5	0,0
3	48,6	101,5	132,8	-2,2	233,7	3,8	381,0	3,7
4	48,6	103,7	123,7	4,8	232,0	4,5	358,6	9,3
5	47,7	103,0	118,6	8,8	231,2	4,8	346,1	12,5
6	48,5	103,7	114,6	11,8	226,8	6,6	341,2	13,7

Dla porównania otrzymanych wyników doświadczalnych z numerycznymi, zbudowano metodą elementów skończonych model belki żelbetowej. Na belce tej wykonano symulację numeryczną procesów obciążania i odciążania belki, a następnie wyznaczenia parametrów modalnych. Wartości uzyskane w wyniku symulacji numerycznej oraz ich procentowe zmiany zawiera dla belki uprzednio obciążonej, a następnie odciążonej zestawiono w tabeli 5.

Tabela 5. Obliczone wartości wybranych częstości drgań oraz ich procentowe zmiany belki uprzednio obciążonej, po odciążeniu

Stan belki	Wybrane częstości					
	1		2		3	
	f [Hz]	Δf [%]	f [Hz]	Δf [%]	[Hz]	Δf [%]
1	38,5	0,0	138,2	0,0	262,1	0,0
2	38,5	0,0	137,2	0,7	262,0	0,0
3	38,0	1,3	136,6	1,2	261,4	0,3
4	35,6	7,5	126,5	8,5	249,5	4,8
5	32,9	14,5	116,8	15,5	236,9	9,6
6	29,3	23,9	104,5	24,4	236,0	10,0

Otrzymane z symulacji numerycznych wartości wybranych częstości odbiegały od otrzymanych z badań doświadczalnych. Różnice te były tym większe, im wyższa była częstość. Jedynie w przypadku pierwszej częstości zaobserwowano zgodność wyników badań doświadczalnych i symulacji numerycznych.

4 WNIOSKI

Uzyskane z przeprowadzonych badań eksperymentalnych wyniki oraz ich analiza pozwalają na sformułowanie następujących spostrzeżeń :

Istnieje związek pomiędzy procentowymi zmianami częstości rezonansowych a stopniem zarysowania belek. Korelacja ta jest jednak różna dla belek obciążonych i nie

obciążonych. Przeprowadzone badania pokazały, że zmiany procentowe wybranych częstości uzależnione są nie tylko od stopnia zarysowania i sztywności początkowej badanych belek, ale również od czynników zewnętrznych takich jak obciążenie czy dodatkowe usztywnienie. Przeprowadzone badania wskazują, że częstość pierwsza charakteryzująca się największymi zmianami dla belek bez wpływu czynników zewnętrznych, w przypadku uwzględnienia obciążenia zewnętrznego nie jest już tak silnie powiązana ze stopniem uszkodzenia. Dokładna analiza zmian częstości i odpowiadających im postaci umożliwi wybranie i rozdzielenie częstości powiązanych z układem obciążającym od częstości własnych wrażliwych tylko na uszkodzenia badanego elementu.

Podsumowując przedstawione badania można stwierdzić, że w wyniku badań modalnych prowadzonych co pewien okres eksploatacji lub w sposób ciągły, można stosując analizę wrażliwości zmian częstości, diagnozować elementy lub konstrukcje. Należy przy tym pamiętać, aby badania modalne prowadzone były w identycznych warunkach lub należy uprzednio określić i oddzielić wpływ różnego rodzaju warunków eksploatacyjnych na parametry modelu modalnego badanego obiektu.

PIŚMIENNICTWO

- [1] W. Ren, G. De Roeck, Structural Damage Identification using Modal Data, *Journal of Structural Engineering*, 1: 87-104, 2002.
- [2] B. F. Vestroni, D. Capecchi, Damage Detection in Beam Structures Based on Frequency Measurements, *Journal of Engineering Mechanics*, 7:761-768, 2000.
- [3] S.A. Neil, M.S. Williams, P.D. McFadden, Nonlinear Vibration Characteristics of Damage Concrete Beams, *Journal of Structural Engineering*, 2: 260-267, 2003.
- [4] L. Buda-Ożóg, Diagnostyka stanu technicznego elementów z betonu metodami dynamicznymi, praca doktorska. Politechnika Rzeszowska, 2008.
- [5] Uhl T., Komputerowo wspomagana identyfikacja modeli konstrukcji mechanicznych, WNT, Warszawa, 1997

FAILURE ESTIMATION OF LOADED REINFORCED CONCRETE BEAMS ON THE BASIS OF CHANGES IN DYNAMIC CHARACTERISTICS

Summary

The paper discusses methods of diagnosing the technical condition of reinforced concrete beams, based on changes in dynamic characteristics. The objects of research were reinforced concrete (RC) beams. Testing of RC beams included both static and dynamic tests. A series of step loaded static tests was aimed at producing successive damage to the beams. For each load step and after load step (at the moment of displacement and strain stabilization), dynamic testing followed. On the basis of the obtained results from loaded and unloaded beams an effort was made to correlate the data concerning the damage of the tested beams with the changes of the modal parameters.

Barbara GOSZCZYŃSKA¹
Grzegorz ŚWIT²
Wiesław TRAMPCZYŃSKI³
Aleksandra KRAMPIKOWSKA
Justyna BRYŁA
Paweł TWORZEWSKI
Politechnika Świętokrzyska w Kielcach

WERYFIKACJA DOŚWIADCZALNA IDENTYFIKACJI I LOKALIZACJI ZARYSOWANIA BETONU PRZY ZASTOSOWANIU METODY EMISJI AKUSTYCZNEJ

STRESZCZENIE

Celem pracy jest weryfikacja eksperymentalna identyfikacji sygnałów emisji akustycznej odpowiadających powstawaniu i rozwojowi rys przez system monitoringu, który oparty jest na koncepcji pomiaru emisji akustycznej generowanej przez aktywne procesy destrukcyjne. System ten prezentowany był w pracach [4,5,6]. Ze względu na to, że udokumentowanie uzyskiwanych rezultatów metodą emisji akustycznej jest bardzo trudne, przeprowadzono weryfikację procesu zarysowania podczas badania belek żelbetowych obciążanych do zniszczenia, wykonując w sposób ciągły pomiary sygnałów emisji akustycznej i jednocześnie rejestrując odkształcenia powierzchni bocznej belki przy pomocy skanera optycznego 3D (Aramis). Na podstawie porównania uzyskanych wyników udokumentowano, iż rejestrowane sygnały emisji akustycznej rzeczywiście odpowiadają procesowi powstawania i rozwoju rys. Stwierdzono również, że metoda AE pozwala nie tylko na właściwą identyfikację procesu powstawania rys, ale także umożliwia ich lokalizację na długości belki.

Słowa kluczowe: monitoring, emisja akustyczna, weryfikacja, żelbet, procesy destrukcyjne

1. WSTĘP

W ostatnim okresie bardzo wiele uwagi poświęca się tematyce diagnostyki i monitoringu eksploatowanych obiektów budowlanych, która związana jest z zagadnieniem trwałości i zapewniania niezawodności tych obiektów. W przypadku obiektów mostowych jest to szczególnie ważne gdyż rozwój sieci drogowych uzależniony jest od ich stanu technicznego, a ponad 50% zostało zaprojektowanych i wybudowanych w latach 1946-1980.

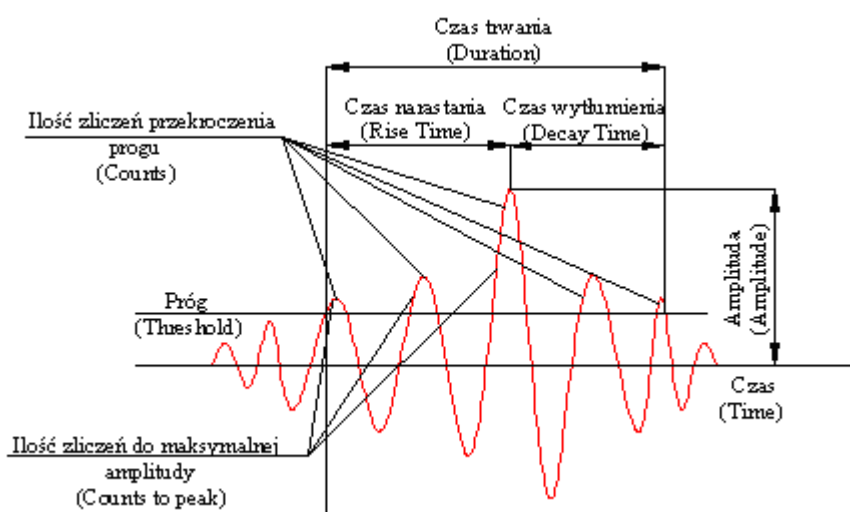
¹ b.goszczyńska@tu.kielce.pl

² gswit@tu.kielce.pl,

³ wtramp@tu.kielce.pl

Średnia ocena główna mostów i wiaduktów na drogach krajowych w Polsce [1] w oparciu o wytyczne tzw. systemu gospodarki mostowej w skali 1÷5 (1- stan awaryjny, 5 – stan bez zarzutu), wynosi 3,64. Czasowe wyłączenie wiaduktu, czy mostu z eksploatacji powoduje powstanie znacznych strat ekonomicznych, społecznych i środowiskowych, stąd obecnie wiele prac jest ukierunkowanych na rozwój technologii i procedur odpowiedniego utrzymania obiektów drogowych, a także metod ich monitoringu i diagnostyki [2]. Systemy monitorowania wg. [3] powinny koncentrować się na rejestracji dwóch zagadnień tj.: zmian zachodzących w strukturze obciążenia i kumulacji uszkodzeń. Właściwie prowadzony monitoring i diagnostyka mostów powinien pomóc administracji drogowej w zarządzaniu tymi obiektami i przedłużaniu okresu eksploatacji, a więc umożliwić optymalizację terminu wykonania i zakresu ewentualnego remontu, naprawy czy wzmocnienia, a w przypadku stwierdzenia uszkodzeń zagrażających bezpieczeństwu konstrukcji zapewnić uzasadnione wyłączenia obiektu z eksploatacji. W pracach [4,5,6] przedstawiono system monitoringu umożliwiający obiektywną, bo niezależną od doświadczenia inspektora ocenę stanu technicznego obiektów betonowych, oparty na koncepcji pomiaru emisji akustycznej generowanej przez aktywne (rozwijające się) procesy destrukcyjne.

Schematyczny kształt sygnału emisji akustycznej (AE), która jest zanikającą falą sprężystą będącą efektem gwałtownego wyzwolenia energii nagromadzonej w materiale przez propagujące się mikro uszkodzenia (wzrost mikroszczelin, ruch wakansów i dyslokacji, poślizg na granicy ziaren, łączenie się dyslokacji, powstawanie szczelin i ich rozwój, przemiany fazowe w strukturze krystalicznej) pokazano na Rys.1.



Rys. 1. Typowy kształt sygnału emisji akustycznej - schemat

Odbierane sygnały AE charakteryzuje kilkanaście parametrów, takich jak np.: liczba zliczeń, liczba zliczeń do wartości maksymalnej amplitudy, czas trwania sygnału, czas narastania sygnału, amplituda sygnału podawana w mV lub dB, energia sygnału, moc sygnału, średnie napięcie skuteczne, średni poziom sygnału, średnia częstotliwość sygnału, częstotliwość pogłosu, częstotliwość początkowa.

Procesy generujące sygnały AE towarzyszą tylko uszkodzeniom czynnym – to jest takim, które powstają lub rozwijają się w warunkach panujących podczas prowadzenia pomiaru.

W przypadku betonowych konstrukcji sprężonych można wyróżnić procesy destrukcyjne będące równocześnie źródłami AE, takie jak [6]: mikropęknięcie [7], tarcie pomiędzy powierzchniami pęknięć, powstawanie i rozwój rys w betonie, utrata przyczepności na granicy beton zbrojenie, miażdżenie betonu, tarcie na granicy zbrojenie beton, korozja, odkształcenia plastyczne i pęknięcie stali sprężającej oraz stali pasywnej.

W prezentowanym systemie charakterystyczne dla każdego procesu niszczenia sygnały tworzą „wzorcowe” bazy danych umożliwiające jego identyfikację. Tak więc, np. „powstawaniu rys w betonie” odpowiada baza danych przypisana temu procesowi, grupująca wybrane parametry sygnału emisji akustycznej.

Bazy danych dla poszczególnych procesów (czy ich grup) wyznaczane są na próbkach materiałowych i modelach w specjalnych próbach laboratoryjnych (gdzie dominuje dany proces destrukcyjny czy grupa procesów).

Wzorcowe bazy danych, których dla elementów sprężonych (belek) utworzono 8, zostały sklasyfikowane na podstawie 12 parametrów sygnału AE i oznaczone jako Klasy [5]:

- 1 - Mikropęknięcia w betonie na granicy frakcji kruszywa o małych wymiarach ($\Phi \leq 2$ mm),
- 2 - Mikropęknięcia w betonie na granicy frakcji kruszywa o średnich wymiarach ($\Phi \leq 8$ mm)
- 3 - Powstanie rysy w strefie rozciąganej betonu
- 4 - Rozwój rys,
- 5 - Pęknięcie na granicy beton – zbrojenie
- 6 - Uplastycznienie stali i betonu
- 7 - Odspojenie się zbrojenia od betonu
- 8 - Zerwanie splotów sprężających

a dla elementów żelbetowych (nie sprężonych), stwierdzono, w przeprowadzonych badaniach, występowanie pierwszych siedmiu klas. Klasy sygnałów oraz odpowiadające im symbole i kolory przedstawiono w Tabelcy 1.

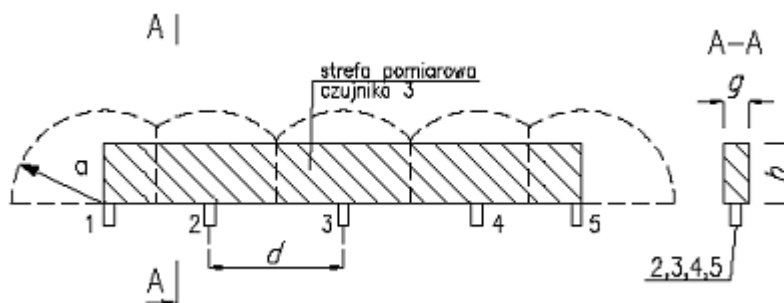
Tabelca 1. Charakterystyczne klasy sygnałów, przypisane im symbole i kolory oraz kody

Kolor/kształt	●	■	◆	▼	▲	●	⊕	X
Nr klasy	Nr1	Nr2	Nr3	Nr4	Nr5	Nr6	Nr7	Nr8

Przykładowo sygnał odpowiadający wzorcowi Klasy 1 – wywołany jest procesem destrukcyjnym polegającym na tworzeniu się mikropęknięć w betonie na granicy frakcji kruszywa o małych wymiarach i zaprawy cementowej.

Odpowiednio rozmieszczając czujniki akustyczne [6] i dokonując pomiarów sygnałów AE (Rys.2), oraz dysponując bazą danych sygnałów wzorcowych można zidentyfikować aktywne procesy destrukcyjne występujące w całej badanej objętości, a także je monitorować.

Lokalizację źródeł emisji akustycznej przeprowadza się w oparciu o różnicę czasu dojścia sygnału generowanego przy określonej, znanej (wyznaczonej eksperymentalnie) prędkości fali. W badaniu belek [5,6] zastosowano strefową lokalizację liniową – z dokładnością do strefy, w której występuje proces destrukcyjny.



Rys. 2. Strefy pomiarowe pokrywające swym zasięgiem cały badany obiekt

W przypadku przedstawionym na Rys. 2 sygnał z dowolnego punktu w strefie pomiarowej czujnika 3 szybciej dotrze do czujnika nr 3 aniżeli do czujników o numerach 2 i 4

(po zarejestrowaniu sygnału przez czujnik nr 3 aparatura automatycznie odcina pomiar w czujnikach o numerach 1, 2, 4 i 5 i punkt AE zostanie przypisany do obszaru pomiarowego czujnika nr 3.

W taki sposób rejestrowano, identyfikowano i analizowano sygnały z dokładnością do strefy, a wyniki wykorzystywano do oceny stanu technicznego [5] badanych obiektów (głównie mostów sprężonych) w czasie ich eksploatacji. Możliwość udokumentowanej weryfikacji uzyskiwanych rezultatów (identyfikacja procesu niszczenia i jego lokalizacja) na obiektach rzeczywistych, jak również w badaniach była bardzo ograniczona. Przykładowo, sygnały Klasy 3 i 4 (powstanie i rozwój rysy) mogły być zidentyfikowane dopiero wtedy, gdy rysa była dobrze widoczna.

Celem pracy jest weryfikacja eksperymentalna identyfikacji sygnałów Klasy 3 i 4 związanych z powstawaniem i rozwojem rys.

2 WERYFIKACJA DOŚWIADCZALNA I ANALIZA PORÓWNAWCZA

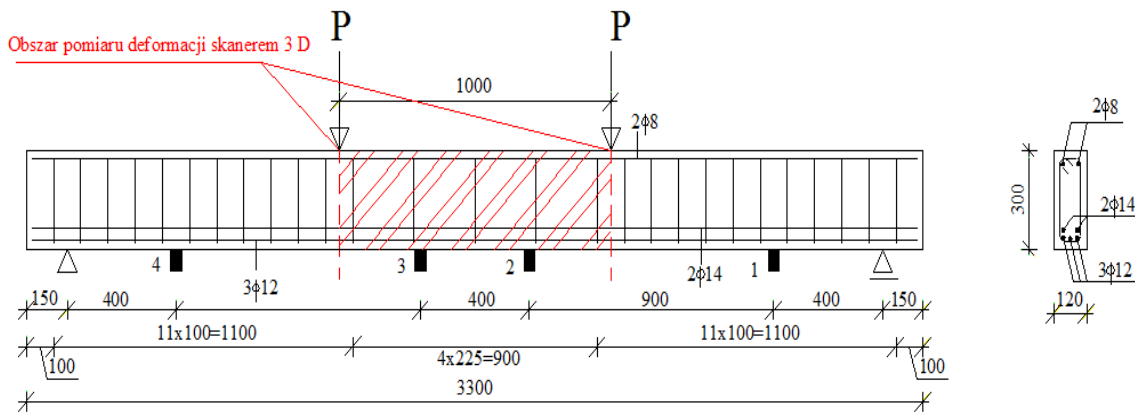
Weryfikację doświadczalną identyfikacji sygnałów Klasy 3 i 4 przeprowadzono podczas badania belek żelbetowych obciążanych dwoma siłami monotonicznie do zniszczenia. Odształcenia betonu związane z powstawaniem i rozwojem rys w procesie obciążania, obserwowano na powierzchni bocznej belek przy wykorzystaniu skanera optycznego 3D (Aramis), natomiast towarzyszącą procesom destrukcyjnym emisję akustyczną mierzono częstotliwościowymi czujnikami akustycznymi o charakterystyce 55 kHz przy użyciu procesora microSamos, a uzyskane sygnały analizowano z wykorzystaniem programu Noesis 4.0 oraz wspomnianej bazy danych sygnałów wzorcowych. Badania doświadczalne przeprowadzono na belkach żelbetowych o wymiarach 0,12x 0,30 x 3,30 m obciążanych dwoma siłami, w odległości jednego metra od podpór, ze stałą prędkością przesuwu dwóch siłowników. Belkę podczas badania pokazano na Rys. 3.



Rys. 3. Stanowisko badawcze (3 i 2 – siłowniki obciążające) wraz z czujnikami

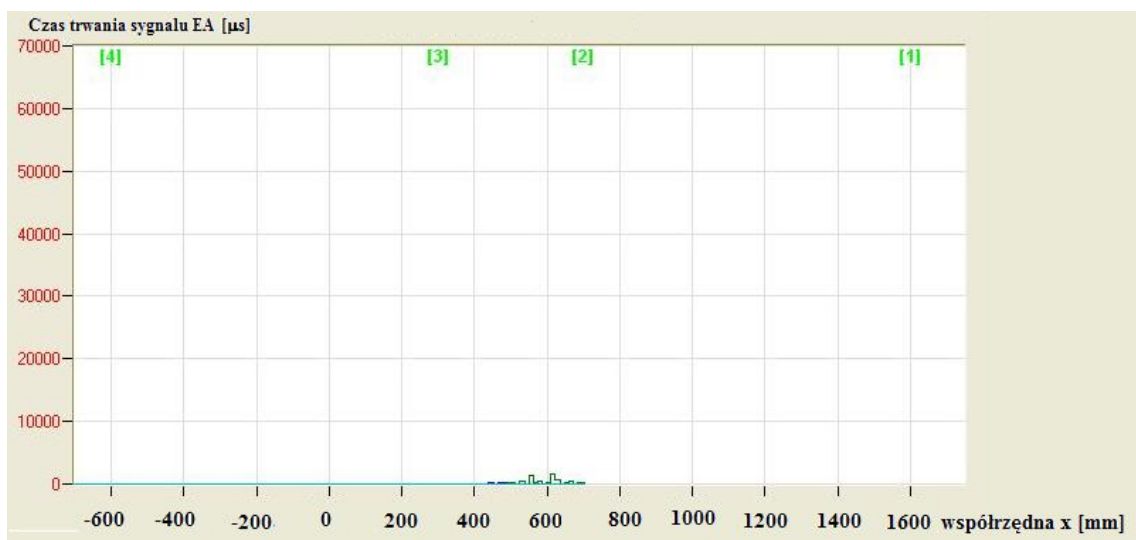
Podczas obciążania, deformację belek (w tym powstawanie i rozwój rys), rejestrowano przy pomocy skanera 3D umożliwiającego pomiar deformacji w sposób ciągły i na całej obserwowanej powierzchni o wymiarach 0,3 m x 1,0 m (Rys. 4). Sygnały AE rejestrowano przy pomocy czterech czujników rozmieszczonych, tak jak pokazano na Rys. 4, a następnie

identyfikowano przy użyciu powyżej opisanej bazy danych sygnałów wzorcowych i lokalizowano z wykorzystaniem lokalizacji liniowej.

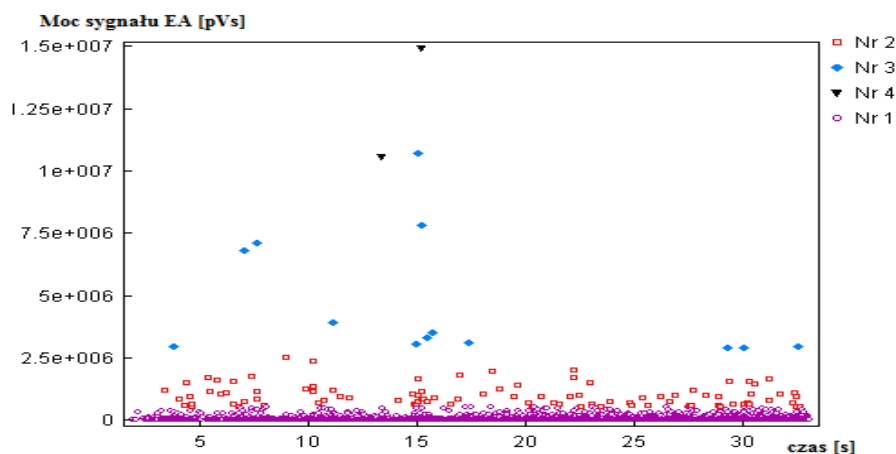


Rys. 4. Schemat obciążania belki żelbetowej wraz z rozmieszczeniem czujników i zaznaczeniem obszaru pomiaru deformacji skanerem 3D

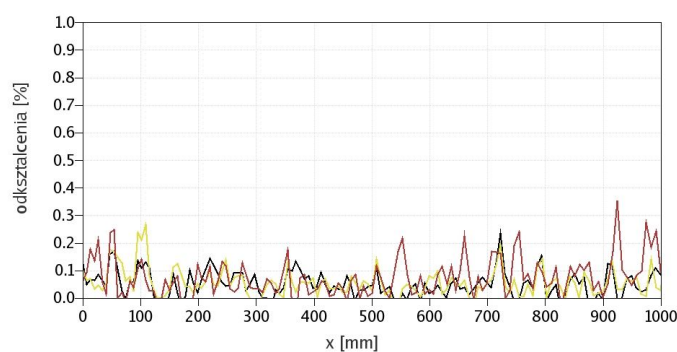
Na Rys. 6 przedstawiono punktowy wykres mocy sygnału w funkcji czasu w początkowym etapie obciążania od 0 do 33 s na obszarze między czujnikami numer 2 i 3. Przy użyciu bazy sygnałów wzorcowych, zidentyfikowano sygnały Klasy 1÷4, co zaznaczono odpowiednimi kolorami i symbolami. Na Rys. 5 pokazano natomiast wykres czasu trwania sygnału EA zarejestrowany w przedziale czasu od 0 do 33 s na długości belki, między czujnikami numer 2 i 3. Z przedstawionych danych wynika, iż od czwartej sekundy procesu obciążania zaczyna się proces zarysowania (niebieskie romby Rys.6) i obserwowane są pierwsze sygnały związane z rozwojem rys (czarne trójkąty oraz skok na wykresie czasu trwania sygnału) Rysunki 6 i 5. Obserwację tą w pełni potwierdzają pomiary odkształceń na badanej, skanerem optycznym 3D, powierzchni bocznej belki oraz przedstawione na Rys. 7 odkształcenia betonu na wysokości zbrojenia rozciąganego.



Rys. 5. Wykres czasu trwania sygnału EA rejestrowany w przedziale czasu od 0 do 33s na obszarze między czujnikami numer 2 i 3.

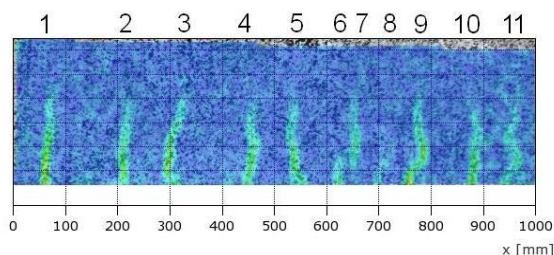


Rys. 6. Wykres punktowy mocy sygnału w funkcji czasu (0-33s) między czujnikami numer 3 i 4

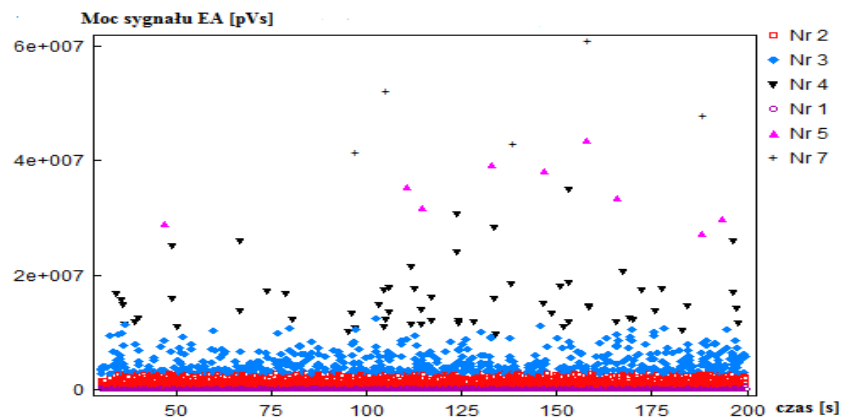


Rys. 7. Odkształcenia betonu na wysokości zbrojenia rozciąganego w 33s

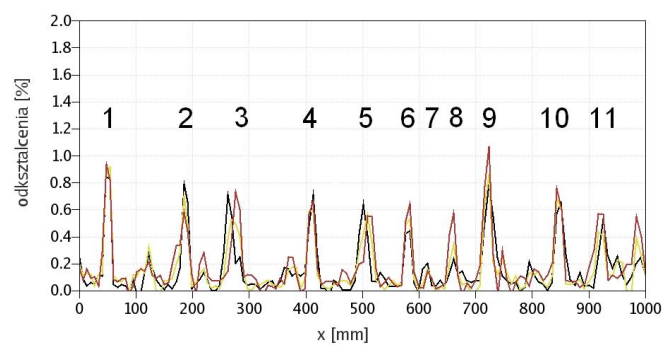
Na Rys. 9 przedstawiono punktowy wykres mocy sygnału w przedziale czasu od 30 do 200 sekund, rejestrujący cały obszar pomiarowy (między czujnikami numer 1,2,3 i 4). Zidentyfikowano sygnały Klasy 1÷5 oraz klasę 7, co zaznaczono odpowiednimi symbolami i kolorami. Z przedstawionych danych wynika, iż w badanym przedziale czasu następuje proces powstawania nowych rys (niebieskie romby) i obserwowane są silne sygnały związane z rozwojem rys (czarne trójkąty). Ponadto pojawiają się sygnały informujące o lokalnym uplastycznieniu się stali i tarcii na granicy beton-stal oraz beton-beton. Obserwację tą w pełni potwierdzają pomiary odkształceń betonu na badanej powierzchni bocznej belki, których obraz przedstawiono na Rys. 8 gdzie przyrost odkształcenia poziomego i jego wartość pokazują rozjaśnienia, które jak można zauważyć, wyraźnie odwzorowują propagujące się rysy oznaczone numerami 1÷11. Pomiar odkształceń poziomych powierzchni belki na wysokości zbrojenia rozciąganego pokazano na Rys.10, na którym wyraźnie widoczne są miejsca lokalnej kumulacji odkształceń, związane z pęknięciem betonu. Można stwierdzić, że obserwowany proces zarysowania jest dobrze zidentyfikowany przy wykorzystaniu metody AE i stosowaniu lokalizacji liniowej, co przedstawiono na Rys. 11, gdzie odniesiono rejestrowane sygnały emisji do analizy obrazu badanej powierzchni przez skaner optyczny 3D (strzałki z numerami rys w strefie pomiarowej skanera).



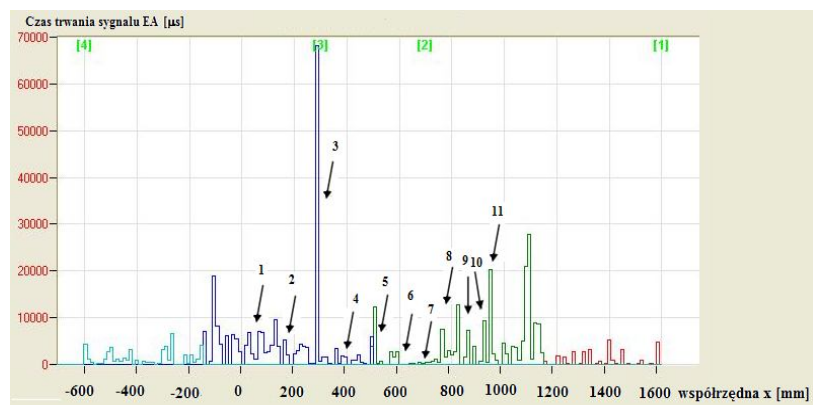
Rys. 8. Obraz odkształceń powierzchni bocznej belki między siłami



Rys. 9. Wykres punktowy mocy sygnału w funkcji czasu (30-200s)



Rys. 10. Odkształcenia betonu na wysokości zbrojenia rozciąganego w 200s



Rys. 11. Lokalizacja powstania rysy pomiędzy czujnikami 1,2,3 i 4 metodą EA

Należy zwrócić uwagę, iż na Rys. 11 poza sygnałami odpowiadającymi obserwowanej na powierzchni bocznej propagacji rys, rejestrowane są także inne sygnały odpowiadające temu procesowi, co widać na wykresie punktowym (Rys 9). Wynika to z faktu, iż system optyczny (3D) pozwala na obserwację jedynie procesów widocznych na powierzchni. Ponieważ proces powstawania i rozwoju rys nie jest płaski, stąd akustycznie rejestrowany jest także rozwój rys niewidocznych na powierzchni.

3 WNIOSKI

Na podstawie obserwacji procesu powstawania i rozwoju rys w obciążanych do zniszczenia belkach żelbetowych stwierdzono, iż rejestrowane sygnały Klasy 3 i 4

rzeczywiście odpowiadają procesom destrukcyjnym, które związane są z powstawaniem rys i ich rozwojem. Stwierdzono, iż metoda AE pozwala nie tylko na właściwą identyfikację procesu, ale także na jego lokalizację wzdłuż długości belki.

Pracę wykonano w ramach projektu rozwojowego NR 04 0007 10.

PIŚMIENNICTWO

- [1] Flaga K.: „Diagnostyka, modernizacja i rewitalizacja obiektów mostowych z betonu” – 56. Konferencja KILiW PAN i KN PZITB Krynica 2010, s. 123-156.
- [2] Bień J.: „Zagadnienia trwałości obiektów mostowych w europejskich projektach badawczych” – 56. Konferencja KILiW PAN i KN PZITB Krynica 2010, s. 41-56.
- [3] Łagoda M.: „Nowoczesne systemy diagnostyki i monitoringu obiektów drogowych w Europie – kierunki rozwoju” – 56. Konferencja KILiW PAN i KN PZITB Krynica 2010, s.291-300.
- [4] Gołaski L., Świt G., Kalicka M., Kanji O: Acoustic Non Destructive Techniques as a new Method for Evaluation of Damages in Prestressed Concrete Structures: Failure of Concrete Structures. Journal of Acoustic Emission, Vol. 24, pp. 187-195 (2006).
- [5] Świt G.: Metoda emisji akustycznej w analizie uszkodzeń konstrukcji betonowych wstępnie sprężonych. Politechnika Świętokrzyska, Kielce, 2008, pp. 1-158 (monografia).
- [6] Gołaski L., Goszczyńska B., Świt G., Trąpczyński W.: System monitoringu umożliwiający globalną ocenę stanu technicznego obiektów betonowych. 56. Konferencja KILiW PAN i KN PZITB Krynica 2010, s. 173- 188.
- [7] Ohtsu, M: Estimation of Crack and Damage Progression in Concrete by Quantitative Acoustic Emission Analysis. Materials Evaluation, May (1999), pp.521-525.

EXPERIMENTAL VERIFICATION OF CRACKS LOCALIZATION AND IDENTIFICATION WITHIN CONCRETE, USING THE ACOUSTIC EMISION METHOD

Summary

A global monitoring system for prestressed concrete structures, based on the measurement of acoustic emission (AE) due to active deterioration processes, was presented in [5,6]. It is shown that this system can be applied also for concrete structures (beams) i.e.:

- almost the same reference data base for damage processes can be used,
- AE data base for crack initiation and crack growth, obtained during specially designed laboratory tests, well describes the processes observed also on the technical scale (beams),
- AE system allows also for precise identification and localization of damage processes (as shown in Figs 4 and 5 in the case of crack growth)

Krzysztof GROMYSZ¹
Politechnika Śląska

MODEL TARCIA WEWNĘTRZNEGO W POZIOMYM ZESPOLENIU ŻELBETOWYCH PŁYT DWUWARSTWOWYCH

STRESZCZENIE

Założono, że między dolną a górną warstwą betonu w żelbetowych płytach dwuwarstwowych znajduje się warstwa kontaktowa. Zdefiniowano model warstwy kontaktowej przyjmując, że wywoływane są w niej siły sprężyste oraz niezachowawcze siły tarcia wewnętrznego rozpraszające energię. W procesie obciążania i odciążania modelu powstaje pętla histerezy, na podstawie której zdefiniowano współczynnik pochłaniania energii. Mała wartość tego współczynnika świadczy o małej sztywności zespolenia. Wyniki badań doświadczalnych [1] wskazują, że elementy cechujące się małą sztywnością zespolenia, pod wpływem narastającego obciążenia, ulegają rozwarstwieniu. Spostrzeżenia wynikające z przeprowadzonych analiz teoretycznych są jedną z podstaw opracowywanej metody określania stanu zespolenia warstw betonu stropów żelbetowych na podstawie dysypacji energii w zespoleniu. Przykładem konstrukcji, w której będzie można stosować opracowywaną metodę są tzw. stropy deskowe składające się z żelbetowego deskowania traconego, w którym znajduje się zbrojenie przeszłowe i betonu układanego na budowie, w którym umieszcza się zbrojenie przejmujące momenty ujemne.

Słowa kluczowe: żelbetowe stropy dwuwarstwowe, konstrukcje zespolone, tarcie wewnętrzne, dysypacja energii

1 WPROWADZENIE

Żelbetowe płyty dwuwarstwowe składają się z dwóch warstw betonu: dolnej stanowiącej element prefabrykowany oraz górnej wykonywanej na budowie. Przyjęto, że między tymi warstwami znajduje się warstwa kontaktowa, w której wywoływane są naprężenia związane z odkształceniami sprężystymi oraz niesprężystymi.

Wyniki badań doświadczalnych wskazują [1], że zespolenie równoważy naprężenia styczne τ_{sj} , o ile przemieszczenie warstwy górnej względem dolnej jest mniejsze od wartości granicznej w_{gr} , która wynosi około 0.1 mm. Za równoważenie tych naprężeń odpowiedzialne są naprężenia związane ze sprężystymi i niesprężystymi odkształceniami warstwy

¹ krzysztof.gromysz@polsl.pl

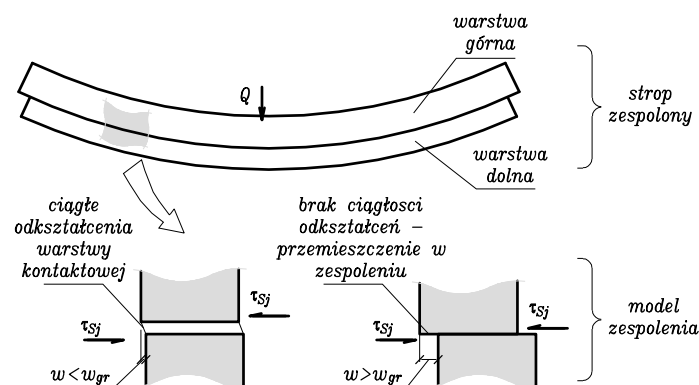
kontaktowej. Naprężenia zachowawcze, nie rozpraszające energii, związane są ze sprężystymi odkształceniami zbrojenia pionowego i sprężystymi odkształceniami betonu warstwy kontaktowej. Naprężenia niezachowawcze, rozpraszające energię, związane są z tarcieniem wewnętrznym zachodzącym w materiale warstwy kontaktowej. W tej fazie pracy konstrukcji występuje ciągłość odkształceń warstwy kontaktowej, a odkształcenia sprężyste i niesprężyste występują zarówno w procesie obciążania płyty jak i jej odciążania (Rys. 1).

Jeżeli przemieszczenie warstwy dolnej względem górnej jest większe od w_{gr} , następuje poślizg warstwy dolnej względem górnej i nie jest zachowana ciągłość odkształceń w zespoleniu (Rys. 1). W takiej sytuacji w procesie obciążania, przy odpowiednim procencie zbrojenia pionowego, w zespoleniu wywoływane są naprężenia tarcia kinetycznego. Naprężenia te są mniejsze od wartości naprężeń podłużnego ścinania τ_{sj} . Z kolei w procesie odciążania, między warstwą dolną i górną występują naprężenia tarcia statycznego[2].

Przedmiotem niniejszej pracy jest model warstwy kontaktowej. Rozważa się sytuację, w której przemieszczenia warstwy dolnej względem górnej są mniejsze od w_{gr} . Wówczas w warstwie kontaktowej występują równocześnie odkształcenia sprężyste i niesprężyste wywołane tarcieniem wewnętrznym.

Zdefiniowany poniżej model jest jedną z podstaw interpretacji wyników badań prowadzonych w ramach programu „Innowacyjne środki i efektywne metody poprawy bezpieczeństwa i trwałości obiektów budowlanych i infrastruktury transportowej w strategii zrównoważonego rozwoju”, którego jednym z celów jest opracowanie metody określania stanu zespolenia w żelbetowych stropach dwuwarstwowych.

W literaturze dotyczącej konstrukcji mostowych stalowo – betonowych wskazuje się na możliwość badania zmian właściwości dynamicznych konstrukcji mostowych jako konsekwencję rozwijających się uszkodzeń. W tym podejściu wymagana jest jednak ciągła zmiana parametrów modalnych [3]. Z kolei zjawisko tarcia kinetycznego w konstrukcjach zespolonych wywołane między przesuwanymi się warstwami zostało przebadane w pracach teoretycznych [4], [5]. Nowością niniejszej pracy jest zdefiniowanie modelu tarcia wewnętrznego w sytuacji gdy nie następuje wzajemne przemieszczenie warstw oraz opisanie dyssypacji energii towarzyszące tarcu wewnętrznemu. Wykazano ponadto, że praca wykonywana przez tarcie wewnętrzne zależy od sztywności zespolenia, która decyduje nośności zespolenia [1], [6].

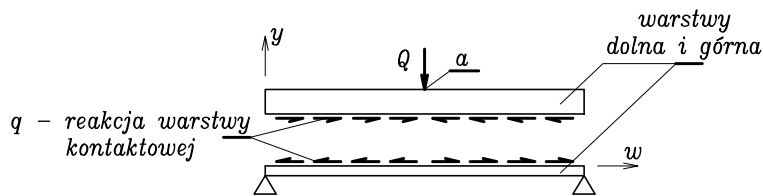


Rys. 1. Model pracy zespolenia dwóch betonów w żelbetowych stropach dwuwarstwowych przypadku, gdy wzajemne przemieszczenia warstw są mniejsze od wartości granicznej w_{gr} oraz gdy są większe od w_{gr}

2 MODEL ŻELBETOWEGO STROPU ZESPOLONEGO

Rozważa się swobodnie podpartą dwuwarstwową płytę o rozpiętości l , szerokości b obciążaną statycznie w środku rozpiętości siłą skupioną Q . Obciążenie to wywołuje reakcję q warstwy kontaktowej oraz reakcje pracujących na zginanie warstw dolnej i górnej (Rys 2),

oraz przemieszczenie w zespoleniu (Rys. 1). Reakcja q wyrażona w N/m jest iloczynem odpowiedniego naprężenia przez szerokość płyty. Prowadzone analizy dążą w pierwszej kolejności do zdefiniowania przemieszczenia „ w ” wywołanego reakcją zespolenia q , a w drugiej do opisu ugięcia płyty „ y ” w miejscu przyłożenia Q . Poniżej definiuje się model warstwy kontaktowej oraz przyjmuje model warstw dolnej i górnej.



Rys. 2. Reakcje w płycie zespolonej na obciążenie zewnętrzne

2.1 Model warstwy kontaktowej

Model warstwy kontaktowej stanowią dwa połączone szeregowo elementy (Rys 3a): liniowo – sprężysty oraz sprężysto – tarciowy.

Element liniowo – sprężysty cechuje się sprężystością $k_{q,w,el}$ zdefiniowaną jako iloraz siły obciążającej q przez odpowiadające przemieszczenie sprężyste W_{el} (Rys. 3b)

$$k_{q,w,el} = \frac{q}{W_{q,el}} \quad (1)$$

W procesie statycznego obciążania i odciażania ruch elementu liniowo – sprężystego odbywa się po linii prostej (Rys 3c).

Element sprężysto – tarciowy modeluje niezachowawcze siły tarcia wewnętrznego i ma dwuliniową charakterystykę. Przy obciążaniu cechuje się liniową sprężystością $k_{q,w,fr-int}$ zdefiniowaną jako

$$k_{q,w,fr-int} = \frac{q}{w_{q,fr-int}}, \quad (2)$$

gdzie $w_{q,fr-int}$ jest przemieszczeniem elementu sprężysto – tarciowego (Rys. 3b). Przy odciażaniu w elemencie występują siły tarcia wewnętrznego o wartości q_{fr-int} (Rys. 3d).

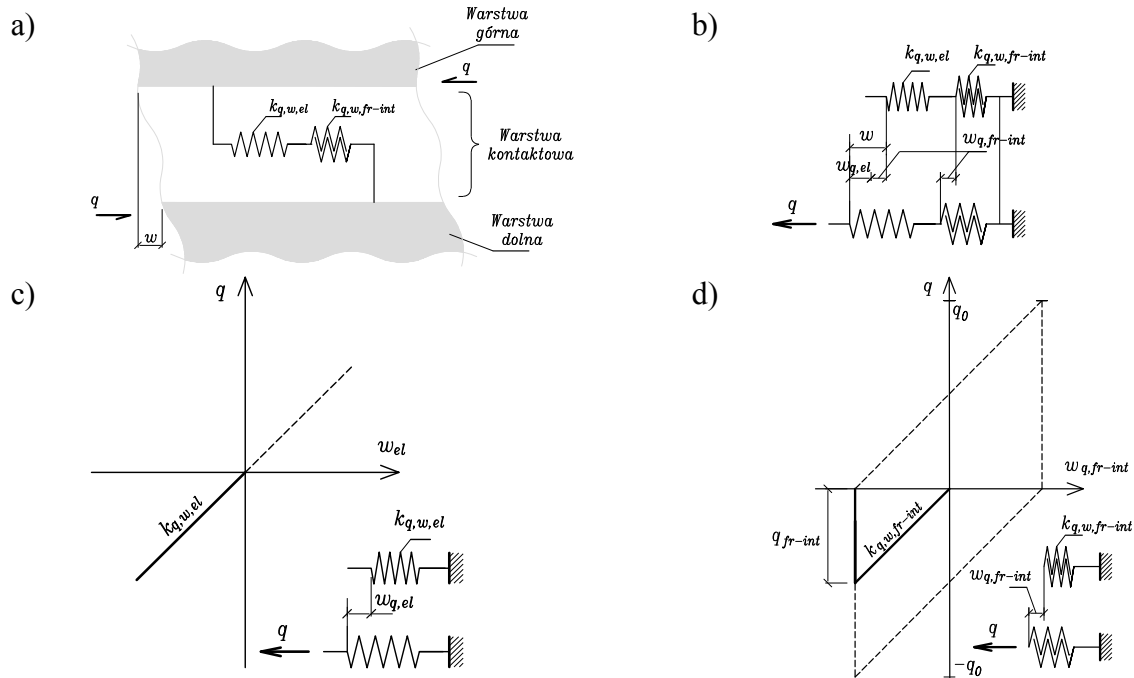
W procesie statycznego odciażania ruch elementu sprężysto - tarciowego jest reprezentowany linią pionową w układzie $(w_{q,fr-int}, q)$. Jeżeli element sprężysto - tarciowy będzie obciążany cyklicznie w zakresie sił $-q_0 \div q_0$, wówczas jego ruch będzie odbywał się po pętli histerezy przedstawionej na rysunku (Rys. 3d) jako linia przerywana.

Budowę pętli histerezy, jaką tworzą połączone szeregowo elementy liniowo – sprężysty i sprężysto – tarciowy w zakresie przemieszczeń od $-w_0$ do w_0 przedstawiono na rysunku (Rys 4a). Wymuszając przemieszczenie od zera do $-w_0$, model cechuje się liniową sprężystością $k_{q,w,z}$ odpowiadającą dwóm połączonym szeregowo sprężynom (linia (0) – (1) – Rys 4a)

$$k_{q,w,z} = \frac{k_{q,w,el} \cdot k_{q,w,fr-int}}{k_{q,w,el} + k_{q,w,fr-int}} \quad (3)$$

Wartość $k_{q,w,z}$, w zależności od właściwości betonów i ukształtowania zespolenia waha się od 4 000 do 54 000 MPa [6]. Przy odciażaniu ujawniają się odkształcenia elementu liniowo – sprężystego, stąd w tej fazie warstwa kontaktowa cechuje się sprężystością $k_{q,w,el}$ (linia (1) – (2) Rys 4a). Zmieniając zwrot działającego wymuszenia na dodatni, model warstwy kontaktowej ponownie cechuje się sztywnością $k_{q,w,z}$ (linia (2) – (3) – Rys 4a), a odciażając sztywnością $k_{q,w,el}$ (linia (3) – (4) Rys 4a). Obciążając model warstwy kontaktowej cyklicznym wymuszeniem kinematycznym w zakresie przemieszczeń $-w_0, w_0$ otrzymuje się

nieustabilizowaną pętlę histerezy, to znaczy punkt końcowy pierwszej pętli histerezy (punkt (4) – Rys. 4a) nie pokrywa się z punktem końcowym drugiej pętli (punkt (5) – Rys. 4b), a ten z kolei z punktem końcowym trzeciej pętli (punkt (6) – Rys. 4b) i tak dalej. Odległości między punktami końcowymi kolejnych pętli zmniejszają się jednak, tak, że w analizowanym na rysunku (Rys. 4a) przypadku czwartą pętlę można uznać za ustabilizowaną.

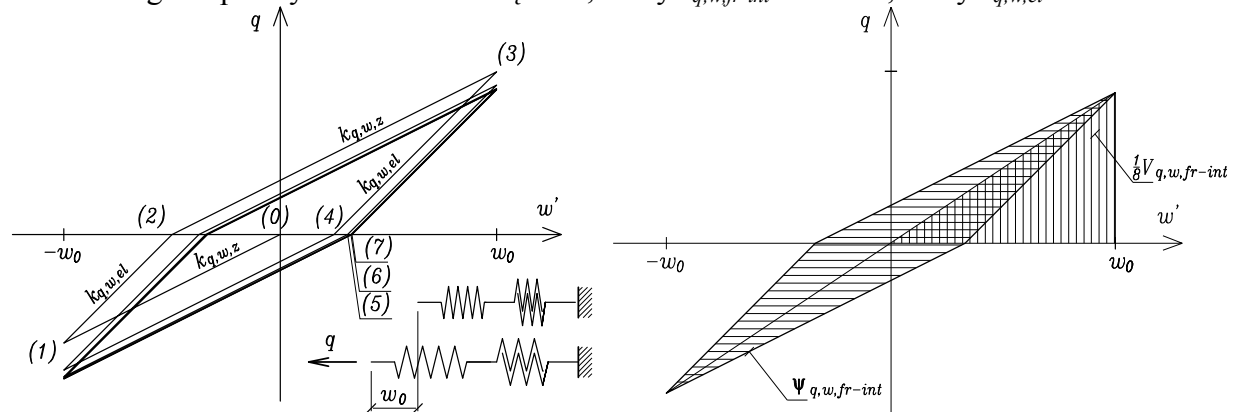


Rys. 3. Model warstwy kontaktowej a) elementy modelujące cechy sprężyste ($k_{q,w,el}$) i tarcie wewnętrzne warstwy kontaktowej ($k_{q,w,fr-int}$) b) przyjęte oznaczenia przemieszczeń, c) element modelujący właściwości sprężyste, d) pętla histerezy elementu modelującego tarcie wewnętrzne

Na rysunku (Rys 4b) przedstawiono ustabilizowaną pętlę histerezy, której powierzchnia $\psi_{q,w,fr-int}$ odpowiada stratom energii w procesie pełnego cyklu przemieszczeń w zakresie od $-w_0$ do w_0 . Stosunek energii pochłoniętej podczas jednego cyklu, to jest pole zakreskowane na poziomo (Rys 4b) do $1/8$ energii całkowitej $V_{q,w,fr-int}$ - pole zakreskowane pionowo (Rys 4b), czyli

$$\chi_{q,w,fr-int} = \frac{\Psi_{q,w,fr-int}}{V_{q,w,fr-int}} \quad (4)$$

nazwano współczynnikiem pochłaniania energii przy statycznym wymuszeniu kinematycznym. Wartość tego współczynnika zmienia się od 0, kiedy $k_{q,w,fr-int} = 0$ do $1/2$, kiedy $k_{q,w,el} = 0$.



Rys. 4. Budowa pętli histerezy elementu modelującego warstwę kontaktową a), b) opis w tekście

2.2 Model warstw górnej i dolnej

Modelem zginanych warstw dolnej i górnej są połączone równolegle dwa elementy (Rys 5a). Liniową sprężystość reprezentuje element o sztywności $k_{Q,a,el}$, która jest ilorazem działającej pionowo na ten element siły $Q_{a,el}$ przez odpowiadające przemieszczenie $y_{Q,a,el}$ (Rys. 5b)

$$k_{Q,a,el} = \frac{Q_{a,el}}{y_{Q,a,el}}. \quad (5)$$

Tarcie wewnętrzne w obciążanym statycznie elemencie reprezentuje element o dwuliniowej charakterystyce, którą opisują sztywność $k_{Q,a,fr-int}$ i siła tarcia statycznego $N_{Q,a,fr-int}$ (Rys. 5c). Sztywność elementu sprężysto – tarciowego definiuje się analogicznie jako iloraz odpowiedniej siły do przemieszczenia

$$k_{Q,a,fr-int} = \frac{N_{a,fr-int}}{y_{Q,a,fr-int}}. \quad (6)$$

Tarcie wewnętrzne ujawnia się w czasie odciążania elementu (Rys. 5c).

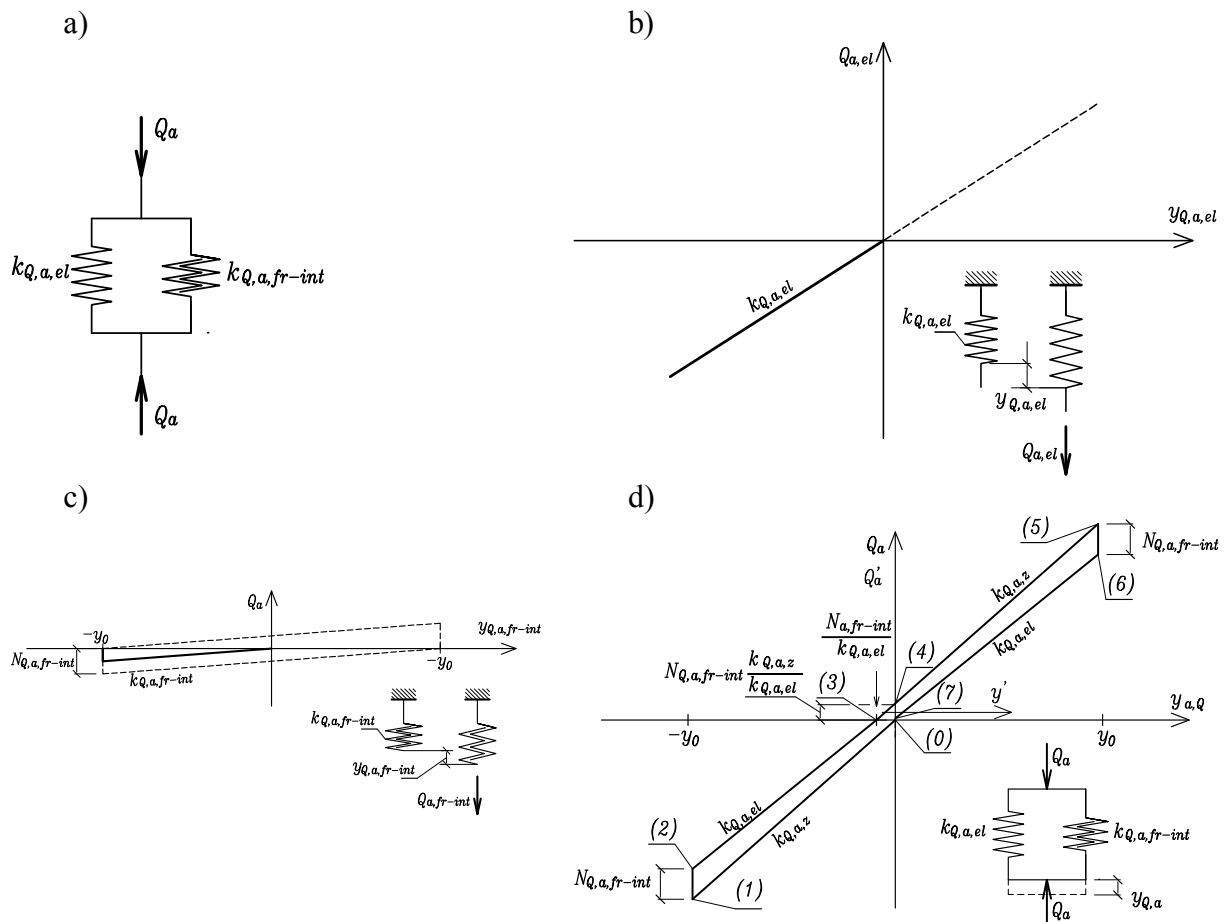
Model warstw górnej i dolnej (Rys 5a), pod narastającym obciążeniem - linia (0) - (1) - cechuje się sztywnością zastępczą $k_{Q,a,z}$ (Rys. 5d)

$$k_{Q,a,z} = k_{Q,a,el} + k_{Q,a,fr-int}. \quad (7)$$

Warunkiem ruchu powrotnego przy odciążaniu, po osiągnięciu wychylenia y_0 , jest wyzwolenie sił tarcia wewnętrznego. W związku z tym w procesie odciążania najpierw zaznaczono spadek siły w układzie o wartość $N_{Q,a,fr-int}$ (linia (1) – (2) Rys. 5a), co można interpretować jako pozorny wzrost sztywności układu. Dalsze odciążanie układu odbywa się po linii (2) – (3) odpowiadającej sztywności $k_{Q,a,el}$. W punkcie (3) – (Rys. 5d) - występuje trwałe ugięcie o wartości

$$\frac{N_{Q,a,fr-int}}{k_{Q,a,el}}. \quad (8)$$

Obciążanie układu na odcinku (3) – (4) – (Rys. 5d) - odbywa się po prostej odpowiadającej sztywności $k_{Q,a,el}$, a dalej, na odcinku (4) – (5) po prostej odpowiadającej sztywności $k_{Q,a,z}$. Procesowi odciążania, przy braku przemieszczeń układu, towarzyszy skokowy spadek siły. Ruch w czasie dalszego odciążania układu odbywa się po odcinku (6) – (7), którego nachylenie odpowiada sztywności $k_{Q,a,el}$. Punkt (7) na wykresie pętli histerezy nie pokrywa się z początkowym punktem (0). Jednak długość odcinka (0) – (7) jest niewielka i można przyjąć, że uzyskano zamkniętą pętlę histerezy, która w kolejnych cyklach obciążenia pozostaje w przyjętym modelu niezmienna. Analogicznie jak poprzednio, można znaleźć środek pętli histerezy, w którym umieszczono początek układu współrzędnych (y' , Q'_a) – (Rys. 5d).



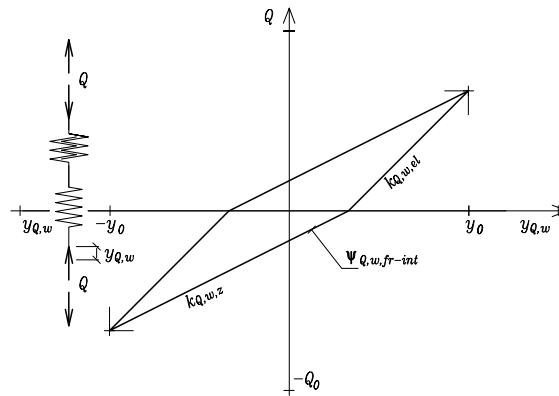
Rys. 5. Model warstw dolnej i górnej a) połączenie równoległe elementów sprężystego ($k_{Q,a,el}$) i sprężysto – tarciowego ($k_{Q,a,fr-int}$) jako model warstwy kontaktowej, b) charakterystyka elementu sprężystego, c) charakterystyka elementu sprężysto – tarciowego, d) pętla histerezy modelu warstwy kontaktowej

2.3 Model płyty pod obciążeniem statycznym

Odształcenia warstwy kontaktowej wpływają na ugięcia płyty, co oznacza, że pętla histerezy w układzie współrzędnych (w, q) z Rys. 4 ma swój jednoznaczny obraz w układzie (y, Q) , gdzie y jest ugięciem płyty, a Q pionową siłą obciążającą model (por. Rys. 2). Powyższe jest równoznaczne z założeniem, że parametry modelu warstwy kontaktowej opisane we współrzędnych (w, q) są proporcjonalne do parametrów tej warstwy opisanych we współrzędnych (y, Q) . Formalnie można zapisać to następująco: istnieją stałe A i B, dla których zachodzi

$$\begin{aligned} k_{Q,w,el} &= A k_{q,w,el} \\ k_{Q,w,fr-int} &= B k_{q,w,fr-int} \end{aligned} \quad (9)$$

Zatem obrazem pętli z rysunku (Rys. 4b) jest pętla z rysunku (Rys. 6).

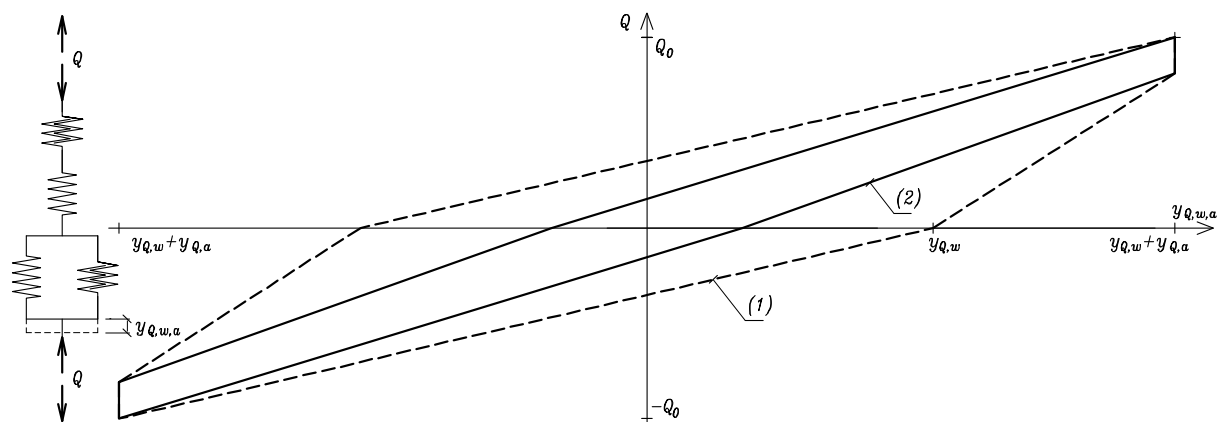


Rys. 6. Pętla histerezy warstwy kontaktowej we współrzędnych (y, Q)

Model płyty zespolonej jest równoległym połączeniem dwóch opisanych powyżej modeli (Rys. 7) - warstwy kontaktowej oraz warstw dolnej i górnej. Pętle histerezy tego modelu, w układzie współrzędnych (y', Q) przedstawia rysunek (Rys. 7). Pętla z indeksem (1) odpowiada większej sztywności zespolenia, a pętla z indeksem (2) mniejszej sztywności zespolenia.

Spostrzeżeniem, które ma istotne praktyczne znaczenie jest fakt, że wartości współczynnika pochłaniania energii przy statycznym wymuszeniu kinematycznym, w zależności od sztywności zespolenia (Rys. 7b) $k_{q,w,fr}$ i $\chi_{q,w,fr-int}$ różnią się istotnie. Mniejszymi wartościami współczynnika $\chi_{q,w,fr-int}$ cechują się płyty o małej sprężystości zespolenia $k_{q,w,fr}$ (Rys 7 – linia ciągła). Płyty te pod mniejszym obciążeniem Q osiągają graniczną wartość przemieszczenia w_{gr} [2]. W przypadku tych płyt utracie nośności towarzyszy rozwarstwienie elementów.

Końcowo należy zwrócić uwagę, że jeżeli sztywności $k_{q,w,el}$ i $k_{q,w,fr-int}$ dążą do nieskończoności (są dostatecznie duże) wówczas pętla histerezy analizowanej płyty odpowiada płycie monolitycznej. Element tarciowo – sprężysty w zespoleniu nie ulega odkształceniom i nie bierze udziału w rozpraszaniu energii. Wówczas pętla histerezy ma kształt przedstawiony na rysunku (Rys. 5d). Teoretycznie można sobie wyobrazić sytuację przeciwną, w której sztywność zespolenia jest równa zero. Wówczas pętla histerezy układu odpowiada tylko przemianom energetycznym w pracujących niezależnie warstwach górnej i dolnej. Jednak ta ostatnia sytuacja w rzeczywistych zespolonych stropach żelbetowych nigdy nie ma miejsca.



Rys. 7. Model płyty zespolonej poddanej statycznemu wymuszeniu kinematycznemu. Linia przerywana (1) odpowiada zespoleniu o dużej sztywności $k_{q,w,fr-int}$, linia ciągła (2) odpowiada zespoleniu o małej sztywności $k_{q,w,fr-int}$,

3 PODSUMOWANIE

Zdefiniowano model zespolenia warstw betonu w żelbetowych stropach dwuwarstwowych uwzględniający zjawiska sprężyste oraz tarcie wewnętrzne zachodzące w warstwie kontaktowej. W procesie obciążania i odciążania płyty powstaje pętla histerezy, która pozwala wyznaczać wartości współczynnika pochłaniania energii przy statycznym wymuszeniu kinematycznym. Mniejszymi wartościami tego współczynnika cechują się płyty o małej sprężystości zespolenia. Płyty te pod mniejszym obciążeniem osiągają graniczną wartość przemieszczenia wgr i utracie ich nośności towarzyszy rozwarstwienie. Spostrzeżenia te są wykorzystywane w opracowywanej metodzie określania stanu zespolenia warstw betonu stropów na podstawie badania dysypacji energii w płytach obciążonych statycznie i dynamicznie.

Przyjęty model warstwy kontaktowej wymaga walidacji przez doświadczalne określenie sztywności styku dwóch betonów, w szczególności z uwzględnieniem przypadku zróżnicowanej charakterystyki wytrzymałościowej łączonych betonów oraz odkształceń skurczowych.

PIŚMIENNICTWO

- [1] Gromysz K.: Badanie sztywności zespolenia warstw betonu żelbetowych stropów deskowych. 56 Konferencja Naukowa Komitetu Inżynierii Lądowej i Wodnej PAN oraz Komitetu Nauki PZITB. Kielce – Krynica 19 – 24 września 2010, s. 529-537
- [2] Gromysz K.: Pętla histerezy modelu żelbetowego zespolonego stropu deskowego. Polska Akademia Nauk. Problemy Naukowo-Badawcze Budownictwa. Wydawnictwo Politechniki Białostockiej, Białystok 2008. Tom VI, s. 187-194.
- [3] Jarosińska M. Diagnostyka uszkodzeń w stalowo – betonowych belkach zespolonych z wykorzystaniem analizy modalnej. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, 2011, s. 555-563.
- [4] Osiński Z.: Tłumienie drgań mechanicznych. Państwowe Wydawnictwo Naukowe. Warszawa 1979.
- [5] Osiński Z. i inni: Tłumienie drgań. Państwowe Wydawnictwo Naukowe. Warszawa 1997.
- [6] Halicka A.: Studium stanu naprężeń i odkształceń w płaszczyźnie styku i strefie przypodporowej elementów zespolonych z udziałem betonów skurczowych i ekspansywnych. Wydawnictwo Politechniki Lubelskiej. Lublin 2007.

MODEL OF INTERNAL FRICTION IN HORIZONTAL CONNEXION OF COMPOSITE REINFORCED CONCRETE TWO - PLY SLABS

Summary

Reinforced composite floors consist of two layers of concrete: the bottom one, which is a prefabricated slab, and the top one, which is cast in situ. The presented model assumes that longitudinal shearing in the interface of those floors is balanced by elastic forces and internal friction. This assumption is valid until the value of displacement of two layers of concrete is less than approximately 0.1 mm. In the loading and unloading cycle the loop of hysteresis appears. This loop allows making a definition of the coefficient of energy dissipation. Small value of this coefficient enable the prediction that a slab will fail due to delamination of two layers of concrete.

Tomasz KASPRZAK¹
Piotr KONDERLA²
Kazimierz MYŚLECKI³
Politechnika Wrocławska, Instytut Inżynierii Lądowej

FIZYCZNIE NIELINIOWA ANALIZA ŻELBETOWEJ POWŁOKI CHŁODNI KOMINOWEJ

STRESZCZENIE

Nieliniowej analizie poddano żelbetową powłokę chłodni kominowej. W procesie wzrostu obciążenia powłoki zastosowano moduły sieciowe odpowiedzi materiału betonu i zbrojenia. W tym celu powłokę podzielono na kilkanaście warstw betonu i zbrojenia. Podstawowym obciążeniem mającym wpływ na nieliniowe wyężenie powłoki jest oddziaływanie wiatru. Przeprowadzona analiza metodą elementów skończonych wykazała lokalne przekroczenie granicznych odkształceń zbrojenia, bez globalnej utraty nośności całej konstrukcji powłoki chłodni.

Słowa kluczowe: chłodnia kominowa, konstrukcja żelbetowa, metoda elementów skończonych, analiza fizycznie nieliniowa

1 WSTĘP

Praca dotyczy fizycznie nieliniowej analizy (plastyczność) powłoki żelbetowej. Obliczenia wykonano na przykładzie chłodni W-2/6 elektrowni Bełchatów. Przyjęto izotropowy, jednorodny beton klasy C25/30 oraz stal zbrojeniową 34GS. Przy modelowaniu geometrii powłoki uwzględniono geodezyjnie pomierzone imperfekcje kształtu powierzchni powłoki. Założono, że na nieliniowe zachowanie powłoki wpływ ma jedynie obciążenie wiatrem (pominięto obciążenie temperaturą – ma ono jedynie wpływ na stan graniczny użytkowania, a nie nośności). W analizie nieliniowej zastosowano metodę modułów sieciowych. Obliczenia wykonano systemem COSMOS/M.

¹ tomasz.kasprzak@pwr.wroc.pl

² piotr.konderla@pwr.wroc.pl

³ kazimierz.myslecki@pwr.wroc.pl

2 GEOMETRIA I ZBROJENIE POWŁOKI CHŁODNI

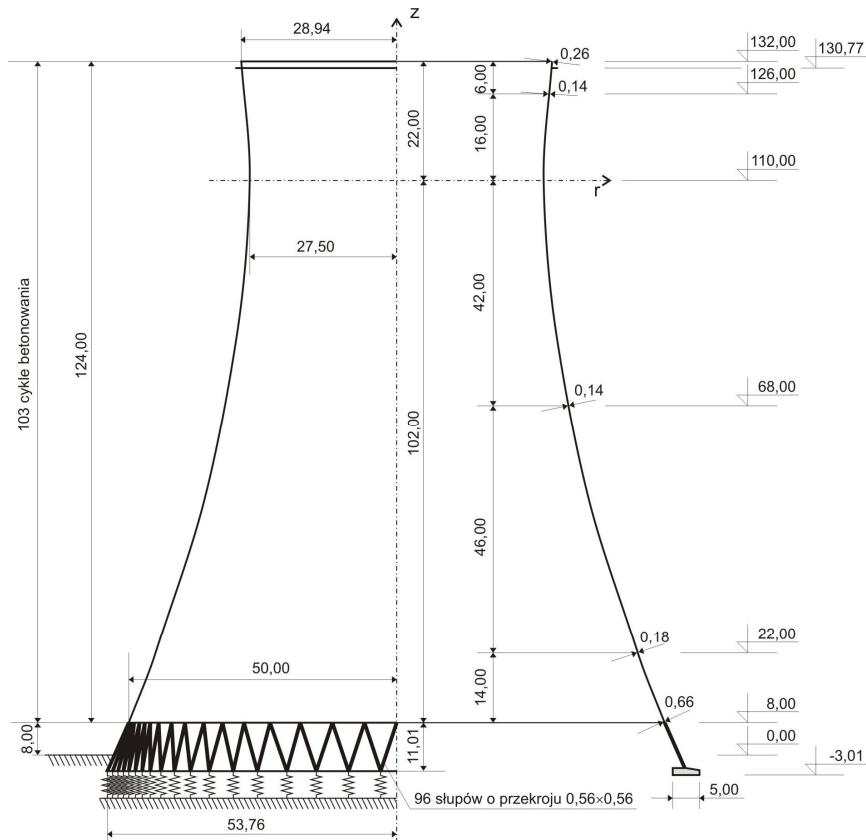
Geometrię chłodni przyjęto na podstawie dokumentacji wykonawczej [1]. Główne wymiary i grubości podano na rys. 1. Powierzchnia środkowa powłoki jest hiperboloidą jednopowłokową o równaniu tworzącej

$$\left(\frac{r}{27,5\text{ m}}\right)^2 - \left(\frac{z}{67,17\text{ m}}\right)^2 = 1 \quad (1)$$

dla współrzędnej pionowej $z = 0\text{ m}$ przyjmowanej w przewężeniu.

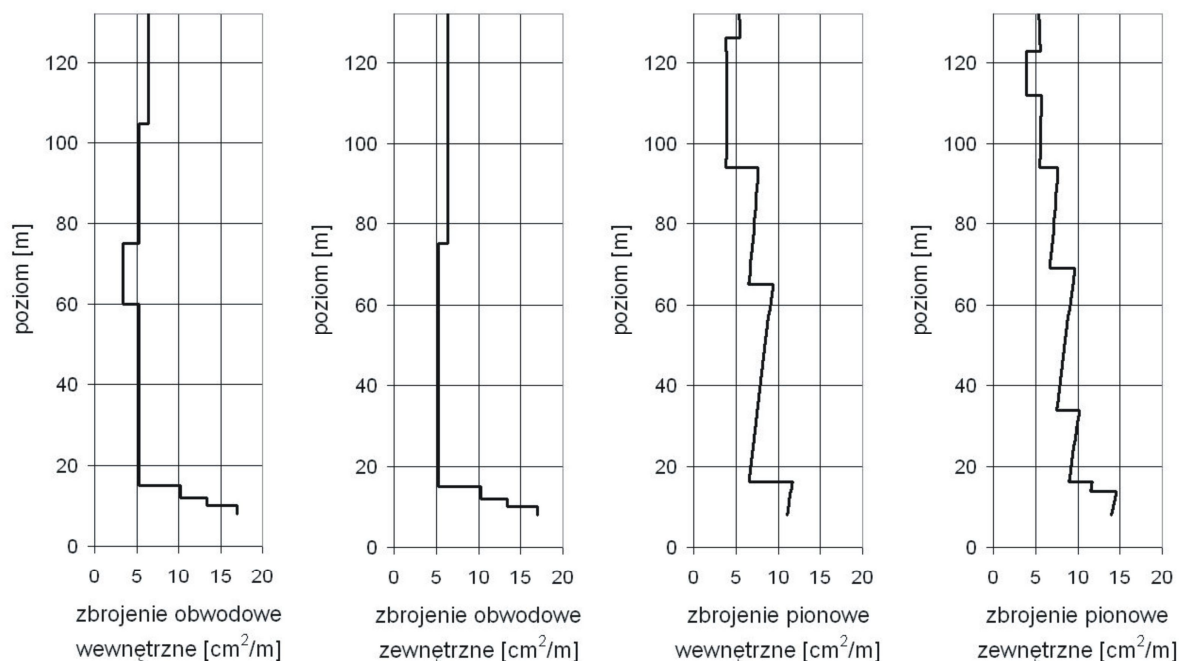
Projektowa grubość powłoki zmienia się według zależności (2).

$$g(z) = \begin{cases} 0,18\sqrt{1\text{ m}^2 + \left(\frac{z + 88\text{ m}}{3,9686}\right)^2} & -102\text{ m} \leq z < -88\text{ m} \\ 0,18\text{ m} - \frac{0,04(z + 88\text{ m})}{46} & -88\text{ m} \leq z < -42\text{ m} \\ 0,14\text{ m} & -42\text{ m} \leq z < 16\text{ m} \\ 0,14\text{ m} + 0,02(z - 16\text{ m}) & 16\text{ m} \leq z \leq 22\text{ m} \end{cases} \quad (2)$$



Rys. 1. Wymiary geometryczne chłodni kominowej

Zbrojenie powłoki przyjęto również na podstawie dokumentacji wykonawczej [1]. W przedłożonych planach zbrojeniowych przedstawione zbrojenie poziome i pionowe powłoki chłodni jest równomiernie rozłożone po jej obwodzie, ale niesymetrycznie względem powierzchni środkowej powłoki chłodni (rys. 2).



Rys. 2. Rozkład powierzchni przekroju zbrojenia na 1mb

3 OBCIĄŻENIA

Obliczenia nieliniowe przeprowadzono dla jednej najniekorzystniejszej kombinacji obciążeń: ciężaru własnego (G) i obciążenia wiatrem (W). Obciążenie wiatrem powłoki analizowanej chłodni kominowej ustalono w oparciu o normę [2] oraz badania modelowe opisane w raporcie [3]. Ciśnienie o wyznaczonej wartości przykładane jest do poszczególnych elementów skończonych modelu obliczeniowego w zależności od położenia elementu na obwodzie i wysokości powłoki chłodni.

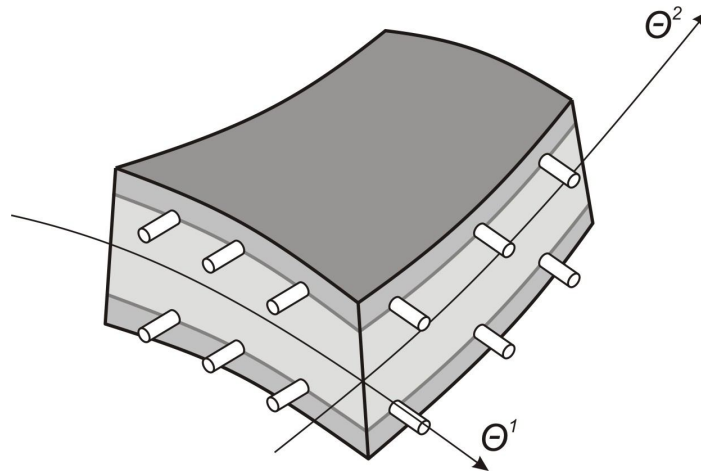
Nieliniową procedurę iteracyjną oparto na sterowaniu mnożnikiem obciążenia λ , stosując kombinację obciążenia (3):

$$1,0 \cdot G + \lambda \cdot 1,5 \cdot W \quad (3)$$

Ciężar własny [4] wykazuje w tej kombinacji działanie korzystne, a mnożnik λ zastosowano do obciążenia wiatrem.

4 MODEL WARSTWOWY POWŁOKI CHŁODNI

Powłokę chłodni w przekroju poprzecznym podzielono na trzynaście warstw: dwie skrajne warstwy otuliny betonowej o grubości 3cm każda, cztery ciągłe, równoważne warstwy zbrojenia – osobno równoleżnikowe (Θ^1) i południkowe (Θ^2) – po obu stronach powłoki, wewnętrznej i zewnętrznej oraz siedem równych warstw betonu w rdzeniu powłoki (rys. 3).



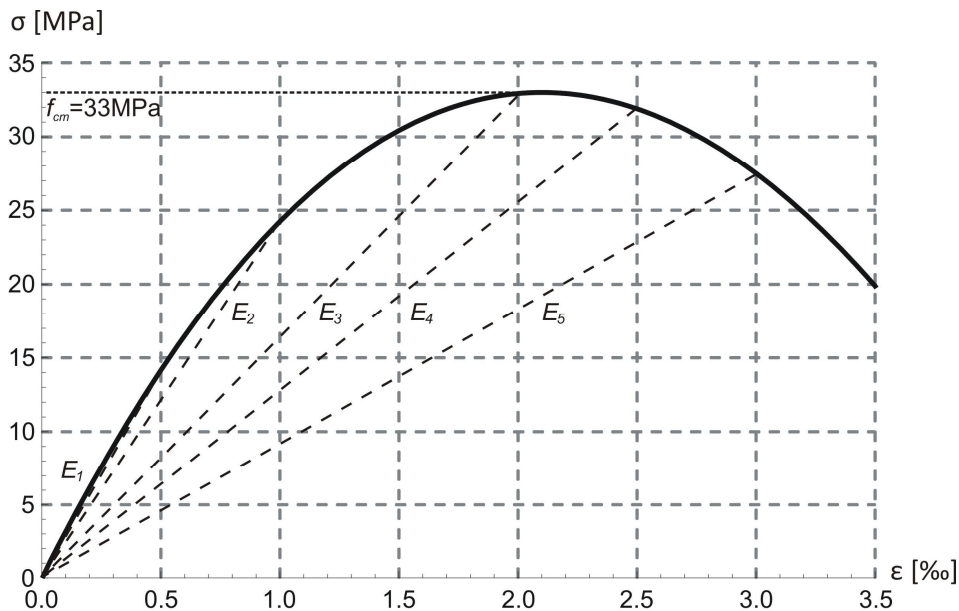
Rys. 3. Struktura warstwowa powłoki

W modelowaniu powłoki uwzględniono pomierzone imperfekcje geometryczne powierzchni chłodni [5].

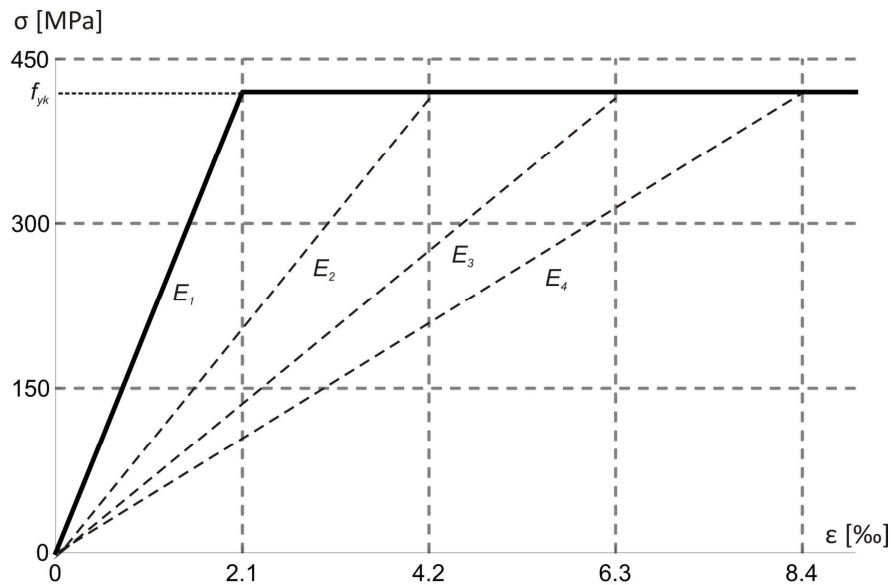
Obliczenia wykonano metodą elementów skończonych w systemie COSMOS/M, wersja 2.95, stosując elementy wielowarstwowe Shell4L. Elementy te zbudowane są w oparciu o teorię powłok Kirchhoffa-Love [6].

4.1 Model warstw betonu

W warstwach betonu pominięto sztywność na rozciąganie przyjmując w kierunku naprężeń rozciągających zerowy moduł sprężystości. W warstwach i kierunkach ściskanych przyjmowano moduł siczny (rys. 4). Obliczenia końcowe wykazały jednak, że odkształcenia w ściskanych warstwach betonu nie przekroczyły 1%.



Rys. 4. Moduł sprężystości warstwy ściskanej betonu



Rys. 5. Sieczne moduły sprężystości warstw rozciąganych zbrojenia

4.2 Model warstw zbrojenia

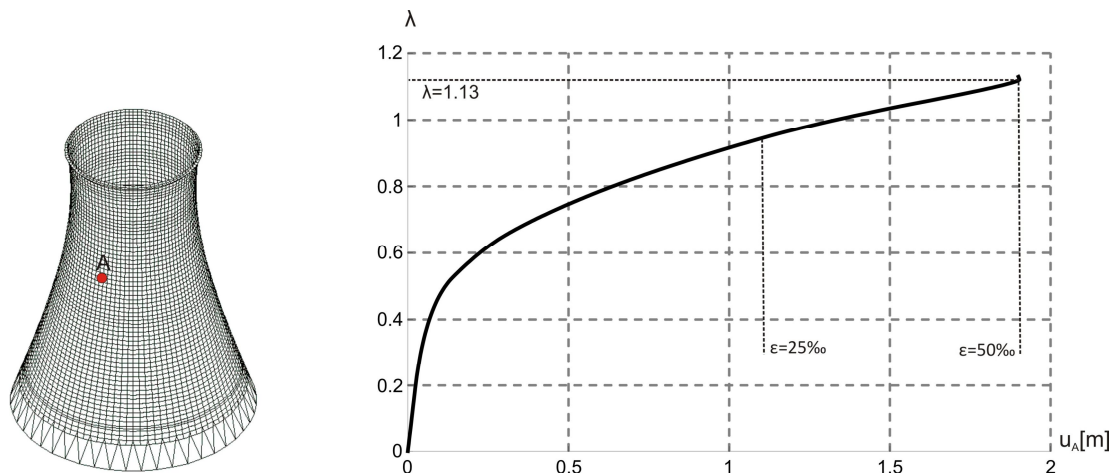
Każda z czterech warstw zbrojenia posiada sztywność tylko w jednym, odpowiednio południkowym lub równoleżnikowym kierunku. Gdy naprężenia przekroczyły granicę plastyczności f_{yk} w danej warstwie przyjmowano w niej odpowiadający odkształceniom moduł sieczny (rys. 5), aż do osiągnięcia granicznej wartości odkształceń rozciągających w zbrojeniu – 50‰.

5 WYNIKI OBLICZEŃ

Na nieliniowe zachowanie powłoki chłodni pod wpływem wzrastającego obciążenia mają wpływ dwa zjawiska:

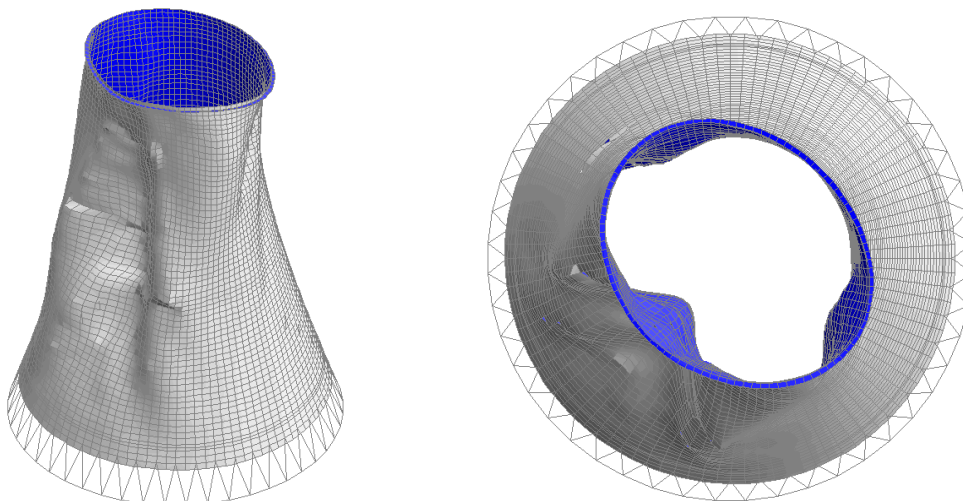
- poszerzanie się stref rozciąganych w warstwach betonu, występujące już od początku wzrostu obciążenia.
- przekroczenie granicy plastyczności w warstwach rozciąganych zbrojenia, występujące w końcowej fazie wzrostu obciążenia, aż do osiągnięcia granicznego odkształcenia 50‰.

Na rys. 6 przedstawiono zależność przemieszczenia poziomego, wybranego punktu powłoki A po stronie nawierzchni, na poziomie 81 m, od mnożnika obciążenia λ .



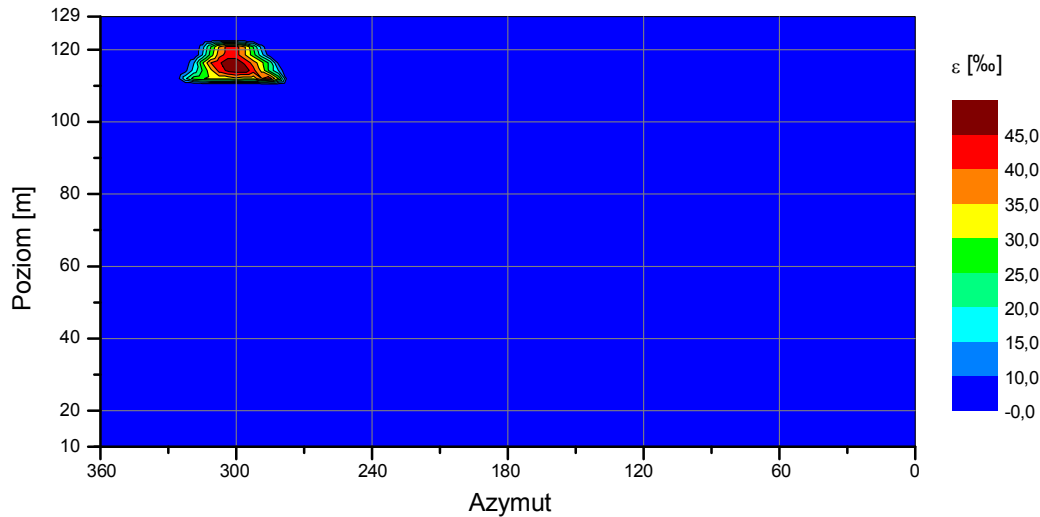
Rys. 6. Wykres przemieszczenie – mnożnik obciążenia

Na kolejnym rysunku 7. pokazano deformację powłoki chłodni w dwóch widokach, w momencie osiągnięcia granicznego odkształcenia w rozciągającym zbrojeniu – 50%.

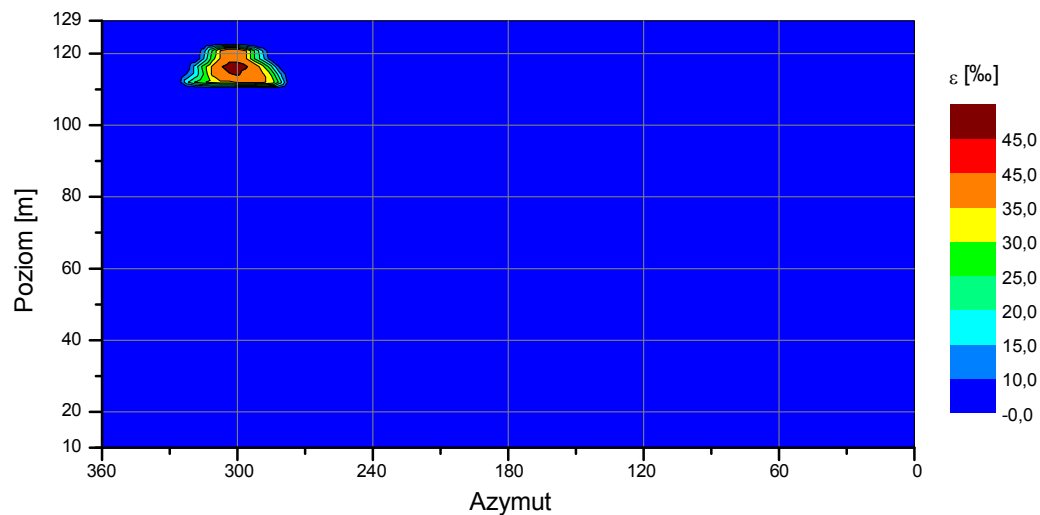


Rys. 7. Deformacja powłoki chłodni

Obszary odkształceń rozciągającego zbrojenia południkowego na stronie zewnętrznej i wewnętrznej powłoki chłodni przedstawiono na rysunkach 8. i 9.



Rys. 8. Odształcenia zbrojenia na stronie zewnętrznej powłoki



Rys. 9. Odształcenia zbrojenia na stronie wewnętrznej powłoki

6 UWAGI I WNIOSKI

Przyjęte nieliniowe modele materiału: betonu i stali zbrojeniowej są standardowymi modelami w nieliniowych analizach. Głównym problemem jest przyjęcie poprawnego modelu kompozytu, jakim jest powłoka zbrojona dwukierunkowo. Dotychczas nie zbudowano modelu żelbetowej powłoki, która w sposób w pełni zadowalający opisowałaby zachowanie się żelbetowej powłoki. W niniejszej analizie przyjęto warstwowy model powłoki zakładając: rozłączne występowanie warstw betonu i zbrojenia, idealne połączenie warstw oraz więzi kinematyczne typu Kirchhoffa-Love.

Po nieliniowej analizie chłodni można przedstawić następujące ogólne uwagi i wnioski:

- Graniczny współczynnik obciążenia przyjęto na poziomie $\lambda=1,13$. Wartość tego współczynnika wynikała z przyjętego kryterium maksymalnego dopuszczalnego odkształcenia stali zbrojeniowej.
- Graniczny współczynnik obciążenia jest mniejszy od wymaganego współczynnika bezpieczeństwa $\gamma_R=1,3$. Można to bezpośrednio interpretować, jako fakt, że nośność konstrukcji jest niewystarczająca.
- Na rys. 6 pokazana jest ścieżka równowagi. Z przebiegu tej funkcji wynika, że punkt, dla którego lokalnie w zbrojeniu wystąpiło odkształcenie o wartości 50‰ nie jest punktem granicznym analizy nieliniowej - z charakteru tej funkcji wynika, że punkt ten jest dosyć odległy.

Dla współczynnika $\lambda=1,13$ w ograniczonej strefie od poziomu 114m do 122m (rys. 8 i 9) w zbrojeniu południkowym po stronie zewnętrznej i wewnętrznej wystąpiły odkształcenia $\varepsilon = 50\text{‰}$. Z punktu widzenia analizy nieliniowej, fakt ten należy interpretować, jako powstanie lokalnej strefy plastycznej i nie należy go utożsamiać ze stanem granicznym konstrukcji, jako całości.

PIŚMIENNICTWO

- [1] Projekt techniczny hiperboloidalnej chłodni kominowej dla Elektrowni Bełchatów I. Gliwice 1977,
- [2] PN-EN 1991-1-4:2005 Eurocod 1: Obciążenia budowli, część 1-4: Ogólne obciążenia budowli, obciążenie wiatrem
- [3] Civil Design Report No.G 06/07. Existing Belchatow Power Station. Krätzig & Partner Ingenieuresellschaft für Bautechnik mbH, Bochum, 2007-2009.
- [4] PN-EN 1991-1-1:2002 Eurocod 1: Oddziaływanie na konstrukcje, część 1-1: Oddziaływanie ogólne. Ciężary objętościowe, ciężar własny i obciążenia zewnętrzne budynków
- [5] Geodezyjne pomiary odkształceń żelbetowego płaszczu chłodni kominowych W-2/5 i W-2/6 w Elektrowni Bełchatów wraz z graficznym opracowaniem wyników. AP.GEO Geodezja i Geoinformatyka Paweł Zajac. Wrocław, listopad 2010.
- [6] Mazurkiewicz Z.E., Nagórski R.T.: Shells of Revolution. Warszawa, PWN, Amsterdam, ELSEVIER, 1991.

MATERIAL NONLINEAR ANALYSIS OF REINFORCED CONCRETE COOLING TOWER SHELL

Summary

The shell of a cooling tower is modeled by 13-layered finite elements. Nonlinear behavior of both materials – steel and concrete was achieved using the secant moduli method. The analyses have been performed under an applied weight and wind loads. The numerical simulation of deformations and stress was performed by the finite-element-system COSMOS/M. The nonlinear analysis shows local exceeding of maximum strains in steel (50‰) but the global load capacity of the cooling tower is not achieved.

The shell of a cooling tower is modeled by 13-layered finite elements. Nonlinear behavior of both materials – steel and concrete was achieved using the secant moduli method. The analyses have been performed under an applied weight and wind loads. The numerical simulation of deformations and stress was performed by the finite-element-system COSMOS/M. The nonlinear analysis shows local exceeding of maximum strains in steel (50‰) but the global load capacity of the cooling tower is not achieved.

Jacek KORENTZ¹
Uniwersytet Zielonogórski

METODA OBLICZANIA UGIĘCIA BELEK ŻELBETOWYCH WZMOCNIONYCH MATERIAŁEM KOMPOZYTOWYM

STRESZCZENIE

Wzmocnienia konstrukcji materiałami kompozytowymi są coraz częściej stosowane. We wzmocnionych tą techniką belkach żelbetowych może dojść do uplastycznienia jej zbrojenia podłużnego. Znane metody obliczania ugięcia belek żelbetowych oparte są na dwufazowym modelu sztywności i dlatego nie uwzględniają tego faktu. Opracowany przez autora trójliniowy model zależności moment-krzywizna dla zginanego wzmocnionego elementu żelbetowego pozwolił na opracowanie metody obliczania ugięcia wzmocnionych belek żelbetowych, która jest zaprezentowana w tym opracowaniu. Uzyskane tą metodą wyniki obliczeń wykazują dosyć dużą zgodność z wynikami badań doświadczalnych.

Słowa kluczowe: belka żelbetowa, wzmocnienie, zginanie, krzywizna, ugięcie.

1 WPROWADZENIE

Nośność i odkształcalność wzmacnianych elementów żelbetowych zależy między innymi od techniki wzmocnienia oraz właściwości mechanicznych zastosowanych materiałów naprawczych [5,10]. Do wymiarowania wzmocnień stosowane są znane metody analityczne wynikające z analizy stanów granicznych nośności [3,7], a także gotowe programy i instrukcje firm produkujących materiały naprawcze. Natomiast sprawdzenie stanu granicznego ugięcia jest utrudnione. W belkach żelbetowych wzmocnionych kompozytami dochodzi do uplastycznienia istniejącego zbrojenia [4,9,10], dlatego dostępne normowe metody obliczania ugięcia nie mogą być zastosowane. Znane są w literaturze modele obliczeniowe i metody analizy odkształceń belek żelbetowych z dodatkowym zbrojeniem zewnętrznym wykonanym z materiałów kompozytowych, w całym zakresie obciążeń [1,2,11]. Ogólnie dostępnych dla projektantów metod analizy odkształceń belek po wzmocnieniu jest niewiele, można tu wymienić raport techniczny fib-ceb [3]. Jednak zawarta w nim metoda obliczania ugięcia wzmacnianych belek nie uwzględnia wszystkich faz pracy przekroju wzmocnionego [6].

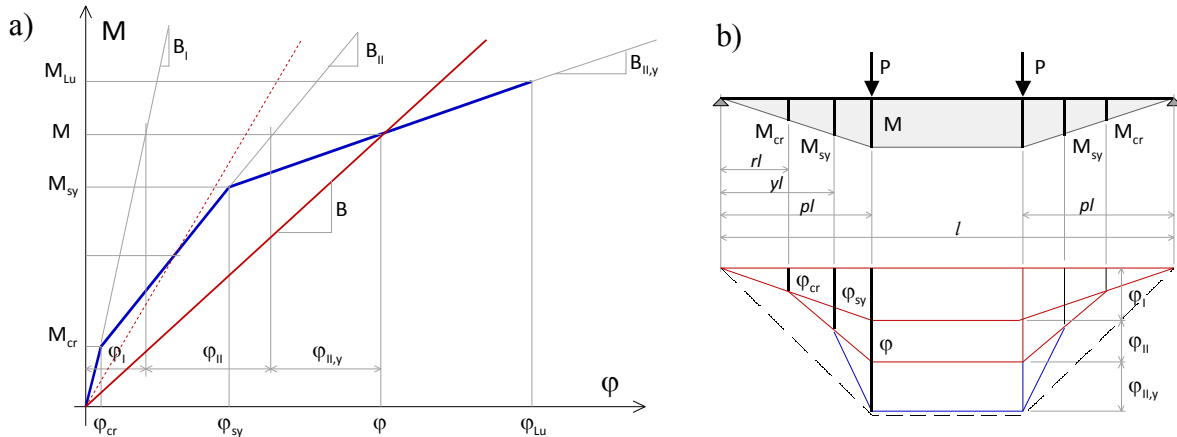
W niniejszym opracowaniu przedstawiono metodę obliczania ugięcia wzmocnionych belek żelbetowych na podstawie trójliniowego modelu zależności moment-krzywizna dla wzmocnionego przekroju żelbetowego zaprezentowanego przez autora w opracowaniu [8].

¹ j.korentz@ib.uz.zgora.pl

Metoda obliczania ugięcia belek wzmacnianych przy wstępnym poziomie wyężenia będzie zaprezentowana w oddzielnym opracowaniu.

2 PROPONOWANE METODY OBLICZANIA UGIĘCIA

Metoda obliczania ugięcia wzmocnionych belek żelbetowych jest zaprezentowana na przykładzie belki poddanej czteropunktowemu zginaniu. Model obliczeniowy stanowiący podstawę obliczeń ugięcia ilustruje rys.1.



Rys.1. Model obliczeniowy: a) zależność moment-krzywizna, b) wykres momentów zginających i rozkład krzywizny na długości belki

Na rys.1a przedstawiono trójliniowy model zależności moment-krzywizna dla zginanego przekroju żelbetowego opracowany przez autora [8]. Opisują go trzy charakterystyczne punkty rozdzielające fazy pracy wzmocnionego przekroju zginanego. Są to: faza pracy przekroju niezarysowanego, faza pracy przekroju zarysowanego i faza pracy przekroju z uplastycznionym zbrojeniem belki do chwili wyczerpania nośności. Wzory do obliczeń wartości momentów zginających i krzywizn na granicy poszczególnych faz zamieszczone są w pracy [8]. Na rys.1b zamieszczono wykres momentów zginających w analizowanej belce i rozkład krzywizny na długości belki.

Obliczanie ugięcia na podstawie modelu zależności moment-krzywizna opiera się na całkowaniu krzywizny na długości analizowanego elementu. Sztywności elementu niezarysowanego B_I , po zarysowaniu B_{II} i po uplastycznieniu zbrojenia $B_{II,y}$ obliczane są odpowiednio z następujących zależności:

$$B_I = \frac{M_{cr}}{\varphi_{cr}} \quad (1)$$

$$B_{II} = \frac{M_{sy} - M_{cr}}{\varphi_{sy} - \varphi_{cr}} \quad (2)$$

$$B_{II,y} = \frac{M_{Lu} - M_{sy}}{\varphi_{Lu} - \varphi_{sy}} \quad (3)$$

Natomiast krzywiznę elementu niezarysowanego φ_I , zarysowanego φ_{II} i uplastycznionego $\varphi_{II,y}$ można wyznaczyć odpowiednio z zależności:

$$\varphi_I = \frac{M}{B_I} = \frac{\varphi_{cr}}{m} \quad (4)$$

$$\varphi_{II} = \frac{M - M_{cr}}{B_I} \left(\frac{B_I}{B_{II}} - 1 \right) = \frac{\varphi_{cr}}{m} (1 - m)(i - 1) \quad (5)$$

$$\varphi_{II,y} = \frac{M - M_{sy}}{B_{II}} \left(\frac{B_{II}}{B_{II,y}} - 1 \right) = \frac{\varphi_{cr}}{m} i (1 - m_y)(i_y - 1) \quad (6)$$

gdzie:

$$m = \frac{M_{cr}}{M} \quad m_y = \frac{M_{sy}}{M} \quad (7,8)$$

$$i = \frac{B_I}{B_{II}} \quad i_y = \frac{B_{II}}{B_{II,y}} \quad (9,10)$$

Strzałka ugięcia analizowanej belki z rys. 1b wynosi:

$$a = a_I + a_{II} + a_{II,y} \quad (11)$$

gdzie:

$$a_I = \varphi_I l^2 \left(\frac{1}{8} - \frac{p^2}{6} \right) \quad (12)$$

$$a_{II} = \frac{1}{6} \varphi_{II} l^2 (p - r)(r + 2p) + \frac{1}{8} \varphi_{II} l^2 (1 - 2p)(2p + 1) \quad (13)$$

$$a_{II,y} = \frac{1}{6} \varphi_{II,y} l^2 (p - y)(y + 2p) + \frac{1}{8} \varphi_{II,y} l^2 (1 - 2p)(2p + 1) \quad (14)$$

Jeżeli moment zginający $M \leq M_{sy}$ to $a_{II,y} = 0$, a jeżeli $M \leq M_{cr}$ to ugięcie belki wyrażone jest wzorem (12). W analogiczny sposób można wyprowadzić wzory na strzałkę ugięcia dla belek o innych schematach statycznych i innych obciążeniach.

Ugięcie wzmocnionych belek żelbetowych na podstawie trójliniowego modelu moment-krzywizna można również obliczać w inny uproszczony sposób, przyjmując uśrednioną krzywiznę belki na jej długości. Wówczas do obliczenia ugięcia wystarczy obliczenie siecznej sztywności belki B (rys. 1a) dla określonego momentem zginającym M stopnia jej wyężenia.

$$B = \frac{M}{\varphi} \quad (15)$$

W takim przypadku krzywizna φ , której rozkład na długości belki ilustruje linia przerywana na rys. 1b, jest wyrażona wzorem:

$$\varphi = \varphi_I + \varphi_{II} + \varphi_{II,y} \quad (16)$$

w którym krzywizny elementu niezarysowanego φ_I , zarysowanego φ_{II} i uplastycznionego $\varphi_{II,y}$ wyrażone są odpowiednio równaniami (4,5,6). Jeżeli maksymalny moment zginający belkę $M < M_{sy}$ wówczas we wzorze (16) $\varphi_{II,y} = 0$, a jeżeli element nie ulega zarysowaniu pod wpływem obciążeń tj. jeżeli $M < M_{cr}$ to również $\varphi_{II} = 0$.

Dla tak określonej krzywizny strzałka ugięcia może być obliczana z zależności:

$$a = \alpha_M \varphi l^2 \quad (17)$$

lub może być też określona na podstawie siecznej sztywności belki (15):

$$a = \alpha_M \frac{M}{B} l^2 \quad (18)$$

gdzie we wzorach (17,18) α_M jest współczynnikiem uwzględniającym rozkład momentu zginającego na długości belki i warunki podparcia.

Drugi sposób obliczania ugięcia na podstawie uśrednionej krzywizny lub sztywności jest mniej pracochłonny, pozwala bowiem na korzystanie z gotowych, znanych współczynników α_M określających rozkład krzywizny na długości obliczanych elementów.

Oczywiście strzałki ugięcia obliczone wzorem (16) będą większe niż strzałki ugięcia obliczone wzorem (11), jednak różnica w uzyskanych wynikach nie jest zbyt duża, ponieważ belki po wzmocnieniu są znacznie wyężone na całej długości strefy wzmocnienia pod wpływem nowych obciążeń eksploatacyjnych [4,9,10].

3 WALIDACJA MODELU

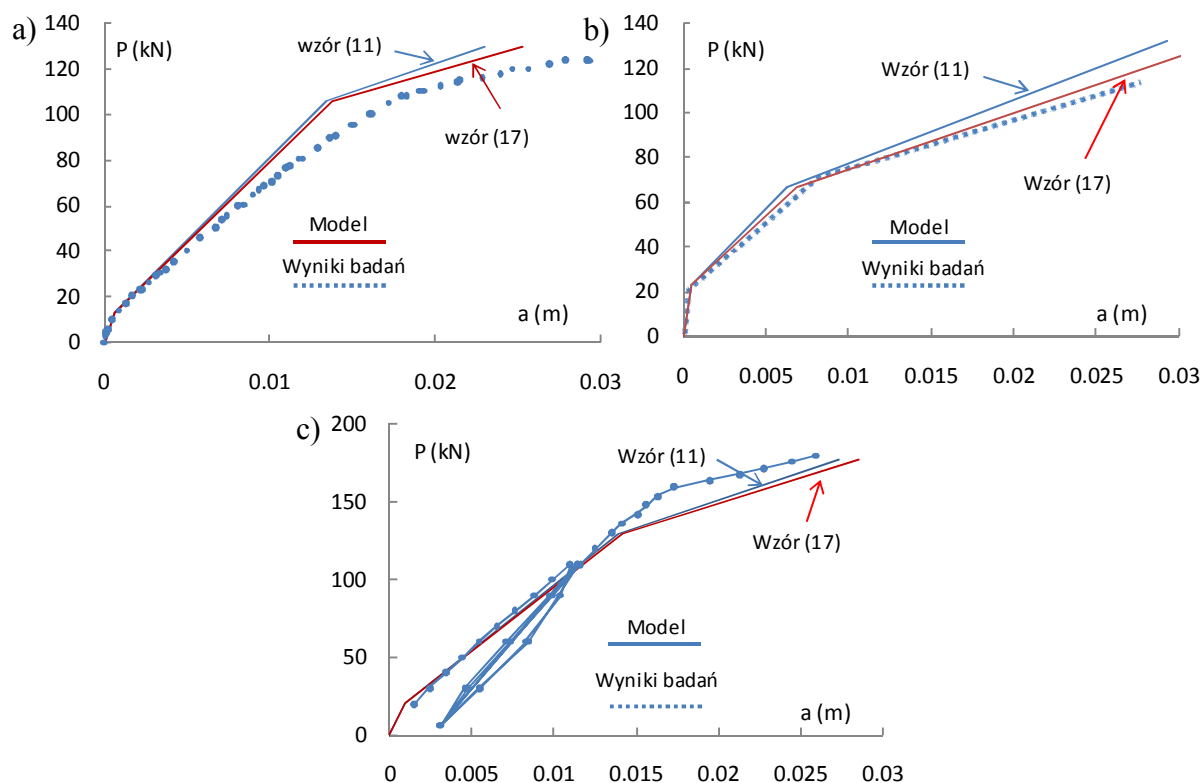
Opisane wcześniej sposoby obliczania ugięcia wzmocnionych belek żelbetowych zweryfikowano przez porównanie obliczonych tymi sposobami ugięć z wynikami uzyskanymi podczas badań doświadczalnych. W tabelicy 1 zamieszczone są podstawowe dane geometryczne badanych belek oraz właściwości mechaniczne zastosowanych materiałów do ich wykonania. Belki te były przedmiotem badań eksperymentalnych różnych autorów [2,4,9]. Są to wyniki badań dla belek, które zostały wzmocnione materiałami kompozytowymi przed ich obciążeniem. W badaniach tych mierzono różne wielkości, a w ich wyniku uzyskiwano również ścieżki równowagi statycznej badanych belek w całym zakresie obciążeń, od zera do obciążenia niszczącego. We wszystkich przypadkach były to belki poddane czteropunktowemu zginaniu.

Na rys. 2 zamieszczone są zależności między całkowitym obciążeniem P a przemieszczeniem a badanych belek oraz zależności P - a uzyskane dwoma metodami obliczania ugięcia prezentowanymi w niniejszym opracowaniu. Ugięcie metodą dokładną obliczono wzorem (11), a ugięcie metodą uproszczoną obliczono wzorem (17).

Tablica 1. Podstawowe dane analizowanych belek [2,4,9].

Belka	Dane geometryczne				Zbrojenie podłużne			Beton		Taśmy FRP	
	b (cm)	h (cm)	l (m)	pl (m)	A_{s1} (cm ²)	A_{s2} (cm ²)	f_{sy} (MPa)	f_{co} (MPa)	E_c (GPa)	A_L (cm ²)	E_L (GPa)
Bz-1 [4]	12	30	3.00	1.00	3.39	0.32	551	44.4	30.0	0.6	165
B10 [2]	15.9	30.6	2.438	0.914	2.54	0	419	41.2	30.2	7.19	11.72
B-08/S [9]	15	30	3.00	0.80	3.39	1.57	490	33.8	27.3	0.96	171.9

Jak można zauważyć, na rys.2 zależności obciążenie-przemieszczenie obliczone dwoma prezentowanymi metodami dają bardzo zbliżone wyniki. Niezbyt duże różnice między metodą dokładną a metodą uproszczoną, zgodnie z oczekiwaniami, zauważalne są dopiero po uplastycznieniu zbrojenia belki.



Rys.2. Zależności obciążenie-ugięcie: a) belka Z-1 [4], b) belka B10 [2], c) belka B-08/S [9]

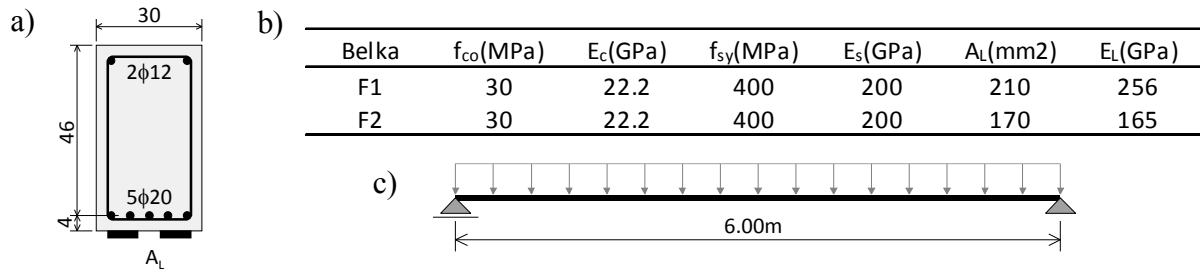
Porównując wyniki badań eksperymentalnych i wyniki obliczeń, można stwierdzić, że prezentowane sposoby obliczania ugięcia odwzorowują wyniki badań w dostatecznym stopniu. Proponowany model obliczeniowy w jednym przypadku nie doszacowuje odkształceń belki (rys.1a), w jednym przypadku daje większe wartości ugięcia niż miało to miejsce w badaniach (rys.1c) i w jednym przypadku wyniki obliczonych przemieszczeń w zasadzie pokrywają się z wynikami eksperymentu (rys.1b).

Zauważalne różnice między modelem a wynikami badań na razie są trudne do wytłumaczenia. Najprawdopodobniej, zdaniem autora, mogą one być spowodowane efektem skali. Badane belki miały bardzo małe wymiary przekroju poprzecznego, ich rozpiętość też nie była zbyt duża, dlatego dalszej weryfikacji modelu obliczeniowego należałoby dokonać na elementach w skali naturalnej, również obciążanych w inny sposób.

4 PRZYKŁAD ZASTOSOWANIA

Zastosowanie prezentowanej metody obliczania ugięcia zilustrowano przykładem obliczenia ugięcia belki wzmocnionej dwoma rodzajami taśm CFRP o różnych właściwościach mechanicznych, tj. taśmami wysokomodułowymi i niskomodułowymi. Na rys.3 przedstawiono charakterystykę przekroju wzmocnionych belek, właściwości mechaniczne zastosowanych materiałów oraz schemat statyczny. Nośność belki przed wzmocnieniem wynosi 265kNm, a po wzmocnieniu dla obydwu rodzaju taśm nośność jest zwiększona o około 40% do 370kNm.

Pierwszym etapem jest zbudowanie modelu zależności moment-krzywizna dla wzmocnionego przekroju belki, polegające na obliczeniu współrzędnych trzech charakterystycznych punktów modelu. Wzory do obliczania krzywizny i momentu zginającego zamieszczone są pracy [8]. Wyniki obliczeń współrzędnych charakterystycznego punktu modelu moment-krzywizna zamieszczone są w tabelicy 2. Zakres obliczeń współrzędnych punktów tego modelu nie wymaga dużego nakładu pracy, jest bardzo zbliżony do określenia charakterystyk przekroju przy obliczaniu ugięcia belek żelbetonowych.



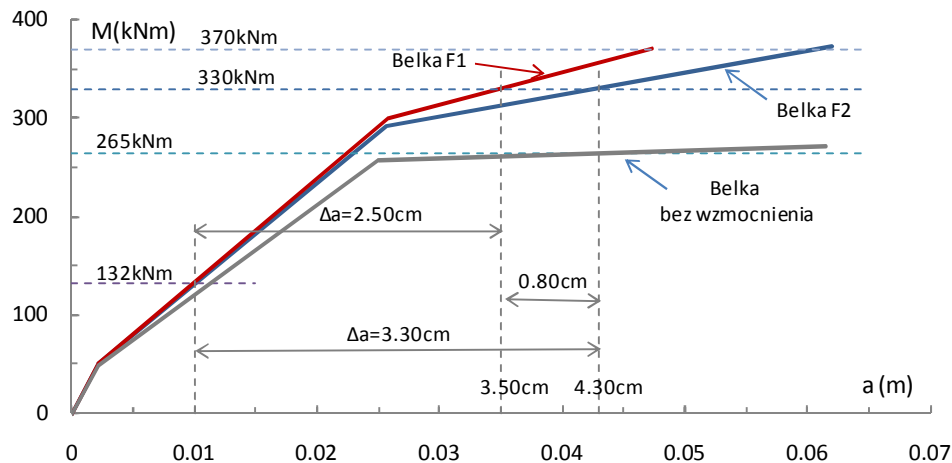
Rys.3. Charakterystyka analizowanych belek: a) przekrój, b) właściwości materiałów, c) schemat statyczny

Tablica2. Współrzędne charakterystycznych punktów zależności moment-krzywizna.

Belka	Zarysowanie			Uplastycznienie zbrojenia			Stan graniczny		
	φ_{cr} (m ⁻¹)	ξ_{cr}	M_{cr} (kNm)	φ_{sy} (m ⁻¹)	ξ_{sy}	M_{sy} (kNm)	φ_{Lu} (m ⁻¹)	ξ_u	M_{Lu} (kNm)
F1	0.000583	0.580	49.5	0.006867	0.370	299.9	0.018347	0.231	370.2
F2	0.000518	0.579	49.3	0.006826	0.366	290.9	0.012680	0.232	372.5

Tablica3. Obliczone wartości sztywności, krzywizny i ugięcia

Belk	Sztywność			Krzywizna			Ugięcie		
	B_I (MNm ²)	B_{II} (MNm ²)	$B_{II,y}$ (MNm ²)	φ_I (m ⁻¹)	φ_{II} (m ⁻¹)	$\varphi_{II,y}$ (m ⁻¹)	a_{cr} (cm)	a_{sy} (cm)	a_{Lu} (cm)
F1	84.920	39.853	12.088	0.0043 6	0.00427	0.00405	0.22	2.58	4.73
F2	84.908	38.680	8.419	0.0038 9	0.00395	0.00363	0.22	2.56	6.19



Rys.4. Wykresy zależności moment-przemieszczenie dla analizowanych belek

Na podstawie związków moment-krzywizna można określić sztywność elementu niezarysowanego, zarysowanego i po uplastycznieniu zbrojenia belki oraz krzywizny belki w poszczególnych fazach jej pracy, a także ugięcia belki w trzech charakterystycznych punktach modelu. Wyniki tych obliczeń, uzyskane z prezentowanych w opracowaniu wzorów, zamieszczone są w tablicy 3. Na podstawie danych zamieszczonych w tablicy 2 i 3 można zbudować wykres zależności moment-przemieszczenie w całym zakresie obciążeń, który przedstawiony jest na rys.4.

Procedura obliczenia ugięcia belki F1 metodą uproszczoną, wg wzorów (16) i (17), od zadanego obciążenia wywołującego moment zginający 330kNm jest następująca:

$$\varphi = \frac{0.330}{84.920} + \frac{0.330 - 0.0495}{84.920} \left(\frac{84.920}{39.853} - 1 \right) + \frac{0.330 - 0.2999}{39.853} \left(\frac{39.853}{12.088} - 1 \right) = 0.009356 m^{-1}$$
$$a = \frac{5}{48} 0.009356 \cdot 6.00^2 = 3.50 cm$$

W taki sam sposób można obliczyć ugięcie belki F2, dla momentu zginającego 330kNm, wynosi ono 4.30cm.

Na podstawie prezentowanych wyników obliczeń (rys.4) można stwierdzić, że we wzmocnionych belkach mogą występować duże ugięcia 3.50cm i 4.30cm, które są większe od ugięcia maksymalnego wynoszącego $600cm/250=2.40cm$. Przy określonym poziomie obciążenia ($M=330kNm$) zauważalna jest też duża różnica w ugięciach belek dla obu zastosowanych materiałów naprawczych. Ugięcie belki F2 wzmocnionej taśmą niskomodulową jest większe od ugięcia belki F1 wzmocnionej taśmą wysokomodulową o 0.80cm.

Zakładając wzmocnienie belki żelbetowej (wykres dla belki niewzmocnionej na rys.4) po odciążeniu jej do poziomu $M=132kNm$ prezentowanym sposobem i materiałami naprawczymi, przyrost ugięcia po wzmocnieniu, dla nowych obciążeń ($M=330kNm$) będzie wynosił 2.50cm lub 3.30 cm, w zależności od zastosowanych materiałów naprawczych. W takim przypadku można jeszcze przyjąć, że przyrost ugięcia belki F1 po wzmocnieniu będzie mieścił się w granicach dopuszczalnego maksymalnego ugięcia.

5 PODSUMOWANIE

Niektóre konstrukcje wymagają wzmocnień, aby przywrócić im pierwotną nośność albo zwiększyć ich nośność ze względu na zmianę przeznaczenia obiektu. W tym celu stosowane są różne techniki wzmocnienia i materiały naprawcze o bardzo zróżnicowanych cechach mechanicznych. Ostatnio bardzo często stosowane są kompozyty węglowe ze względu na ich wysoką wytrzymałość. Kompozytami można zwiększyć nośność elementu w znacznym stopniu, ale zwiększenie sztywności wzmocnionego elementu jest nieduże. Stąd mogą pojawić się problemy z nadmiernymi ugięciami wzmocnianych elementów od nowoprojektowanych oddziaływań. Ponad to istniejące zbrojenie we wzmocnianych belkach może ulec uplastycznieniu w zakresie obciążeń eksploatacyjnych i pojawiają się wtedy w belce wzmocnianej odkształcenia trwałe. O ile wymiarowanie zbrojenia wzmocniającego nie stanowi większego problemu, to obliczanie ugięcia może sprawić trudność, ponieważ znane normowe metody obliczania odkształceń konstrukcji żelbetowych oparte są na modelach dwufazowych, w których nie uwzględnia się uplastycznienia zbrojenia.

Opracowany przez autora model zależności moment-krzywizna dla przekroju wzmocnionego, a na jego podstawie metoda obliczania ugięcia pozwala na ocenę odkształceń wzmocnionych belek żelbetowych w całym zakresie obciążeń. Uzyskane tą metodą wyniki obliczeń wykazują dosyć dobrą zgodność z wynikami badań doświadczalnych.

Przedstawiona metoda obliczania ugięcia dotyczy jedynie belek wzmocnionych przed obciążeniem. W praktyce wzmocnia się elementy już istniejące, eksploatowane od wielu lat, trwale zdeformowane i wstępnie wyteżone przed wzmocnieniem. Dlatego konieczne jest opracowanie metody do obliczania odkształceń wzmocnianych belek trwale zdeformowanych i wstępnie wyteżonych. To zagadnienie będzie przedmiotem odrębnego opracowania autora.

PIŚMIENNICTWO

- [1] Charkas H., Rasheed M., Melhem M., Simplified load-deflection calculations of FRP strengthened RC beams based on a rigorous approach, Proc. 15th ASCE Engineering Mechanics Conference, June 2-5, 2002, Columbia University, New York
- [2] El-Mihilmy M.T., Tedesco J.W., Deflection of reinforced concrete beams strengthened with fiber-reinforced polymer (FRP) plates, ACI Structural Journal, Vol.97, No.5, 2000, 679-688
- [3] Externally bonded FRP reinforcement for RC structures, Technical Report, Fib Biulletin, No 14, Lausanne, 2001
- [4] Jankowiak I., Wzmacnianie taśmami CFRP belek żelbetowych przy różnych poziomach obciążenia - badania laboratoryjne, Trwałość i skuteczność napraw obiektów budowlanych, III konferencja naukowa. Rydzyna-Poznań, 2010, [5], CD-ROM
- [5] Korentz J., Efektywność technik wzmacniania belek żelbetowych, Renowacja budynków i obszarów zabudowanych, t.5, 2009, 301-308
- [6] Korentz J., Obliczanie ugięcia wzmacnianych belek żelbetowych wg zaleceń fib-ceb, Przegląd Budowlany, Nr 4, 2011, 131-134
- [7] Korentz J., Wymiarowanie wzmacnień belek żelbetowych, Wiadomości Projektanta Budownictwa, 2010, Nr 11 (238)
- [8] Korentz J., Model zależności moment-krzywizna dla wzmacnionych przekrojów zginanych, Konstrukcje zespolone, t.9, Zielona Góra, 2011, 117-123
- [9] Kotynia R., Kamińska M.E., Odkształcalność i sposób zniszczenia żelbetowych belek wzmacnionych na zginanie materiałami kompozytowymi CFRP, Zeszyt 9, Wydawnictwo Katedry Budownictwa Betonowego Politechniki Łódzkiej, Łódź, 2000
- [10] Kotynia R., Kamińska M.E., Odkształcalność i sposób zniszczenia żelbetowych belek wzmacnionych na zginanie materiałami kompozytowymi CFRP, Zeszyt 13, Wydawnictwo Katedry Budownictwa Betonowego Politechniki Łódzkiej, Łódź, 2003
- [11] Said H., Deflection prediction for FRP-strengthened concrete beams, Journal of Composites for Construction, Vol.14, No.2, 2010, 244-248

A METHOD FOR CALCULATION THE DEFLECTION OF REINFORCED CONCRETE BEAMS STRENGTHENED WITH FRP**Summary**

External FRP flexural strengthening of reinforced concrete beams is a well-established practice for structural rehabilitation and upgrade. Unlike conventional reinforced concrete structures, FRP strengthened members can exhibit additional flexural capacity in the post-yielding stage. This makes RC deflection predicting models inapplicable in case of FRP strengthened structures. A method, based on a trilinear moment-curvature model, for calculating the deflection of RFP strengthened reinforced concrete beams is proposed. The deflections calculated using the proposed simplified expressions were found to correlate well with the deflection measured in laboratory beam tests.

Radosław KUPCZYK¹
Politechnika Śląska w Gliwicach, Katedra Konstrukcji Budowlanych

BADANIA WPLYWU ZARYSOWANIA NA NOŚNOŚĆ ZAKOTWIENI STRZEMION

STRESZCZENIE

W referacie zamieszczono wyniki badań 24 elementów betonowych z wewnętrznie krawędziowo zakotwionym strzemieniem wykonanym ze stali klasy C wg Eurokodu 2. Wymuszono w modelach powstanie zarysowania o wstępnej rozwartości do 0,3 mm w płaszczyźnie zagiętego haka pręta. Kolejno wykonano naciąg strzemion w efekcie określając nośność ich zakotwienia. Badania przeprowadzono dla pręta o średnicy 10 mm i trzech rodzajów kształtu haka pręta, jak również dla dwóch grubości otulin wynoszących $c_{nom} = 15$ mm i 20 mm. W analizowanym zakresie określono, że spośród zbadanych rodzajów zakotwienia, strzemiona zakończone hakiem prostym 90°, jako jedyne uległy wyrwaniu z elementu, nie wykorzystując tym samym pełnej nośności użytej stali zbrojeniowej. Przy najmniejszej z zastosowanych otulin, rozwiązanie to nie zapewniło wykorzystania naprężeń do poziomu granicy plastyczności prętów.

Słowa kluczowe: konstrukcje żelbetowe, zakotwienie, kształtowanie zbrojenia, strzemię, hak

1 WSTĘP

Zagadnienie kształtowania zakotwień stalowych strzemion w betonie było tematem szeregu bardzo obszernych badań (m.in. podanych w [1, 2]) prowadzonych w latach 60 i 80 XX w. Wykonano wówczas wiele pełnowymiarowych jednoprzęsłowych belek żelbetowych, gdzie kotwienie zbrojenia odbywało się w strefie ściskanej betonu. Badania te kontynuowano stosując nieobciążone betonowe modele drobnowymiarowe (kostki) z wewnętrznie środkowo zakotwionym i wrywanym prętem poprzecznym. Ta zmiana umożliwiła zwiększenie liczby modeli i tym samym pozwoliła na szeroką analizę wybranych czynników mających wpływ na pracę zakotwienia, takich jak m.in.: kształt haka pręta, średnica zagięcia zbrojenia, wytrzymałość betonu, zastosowanie zbrojenia podłużnego wewnątrz zagięcia strzemienia.

W roku 2008 na Politechnice Śląskiej rozpoczęto badania zakotwień zbrojenia poprzecznego w betonie stosując coraz powszechniej używane w praktyce projektowej pręty zbrojeniowe ze stali o wytrzymałości $f_{yk} \geq 500$ MPa i podwyższonej ciągliwości tj. klasy B i C wg EC2 [3]. Elementy badawcze swoim kształtem (odwrócona litera T) umożliwiły analizę nośności krawędziowego zakotwienia zbrojenia poprzecznego w betonie w zależności

¹ radoslaw.kupczyk@polsl.pl

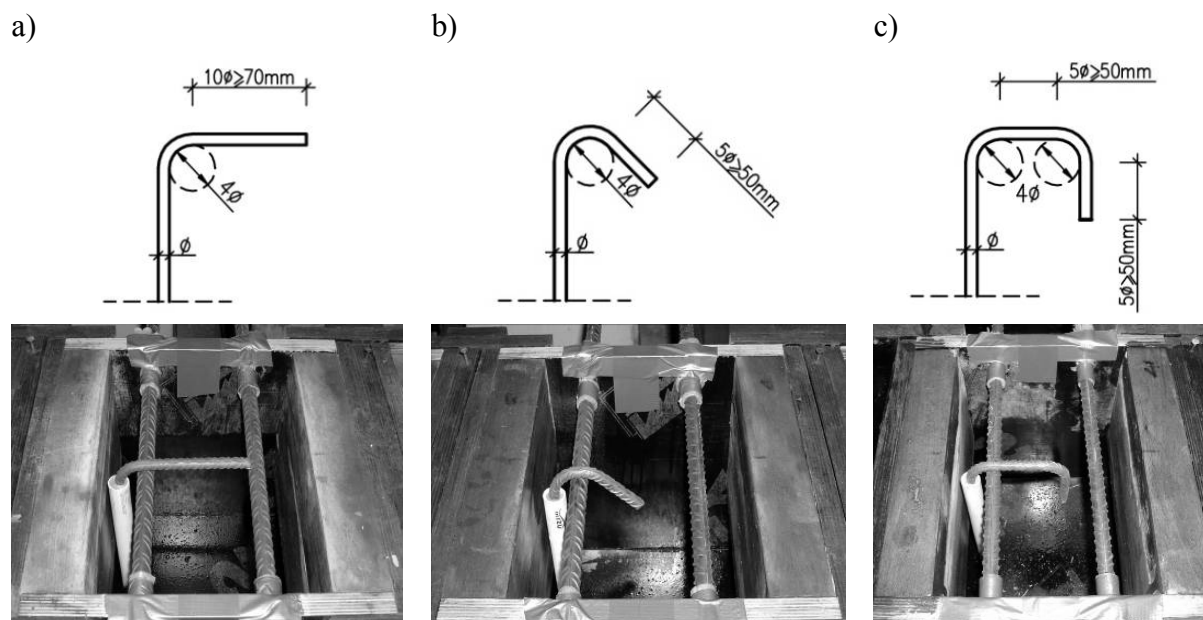
od m.in. średnicy pręta, kształtu haka, grubości otuliny, wpływu naprężeń ściskających prostopadłych do płaszczyzny zagięcia strzemienia. Wyniki jak i wnioski z tych badań wraz z zaleceniami jak należy kształtować zbrojenie poprzeczne w strefie ściskanej lub obojętnej, aby uzyskać pełną nośność prętów a tym samym ich zerwanie, przedstawiono w pracach [4, 5].

Wszystkie z przytoczonych badań odnoszą się do zakotwień strzemion w betonie, który jest nieobciążony lub jest ściskany prostopadle do płaszczyzny zagięcia prętów. Autor nie spotkał się w literaturze z badaniami, które objęły swoim zakresem przypadek zakotwienia zbrojenia poprzecznego zlokalizowanego w strefie rozciąganej elementu. Z taką sytuacją mamy do czynienia dość często np. w strefach przy podporach wewnętrznych belek ciągłych. Podjęto więc w 2010 roku badania stanowiące kontynuację prac [4, 5], mając na celu określenie wpływu zarysowania poprzecznego zlokalizowanego w okolicy płaszczyzny zagięcia strzemion na ich nośność przy zastosowaniu różnej grubości otuliny jak również różnych kształtów haka pręta.

2 MODELE, STANOWISKO, PRZEBIEG BADANIA

Badania swoim zakresem objęły 24 typy różnych modeli imitujących strefę krawędziowego zakotwienia strzemienia w części rozciąganej elementu. Elementy badawcze charakteryzowały się jednakowym kształtem, typem i średnicą zastosowanego zbrojenia, sposobem obciążania jak również zbliżonymi parametrami wytrzymałościowymi betonu i stali. Zróżnicowano natomiast, grubość zastosowanej otuliny oraz wstępną rozwartość rysy zlokalizowanej w okolicy płaszczyzny wyrywanego strzemienia.

Elementy badawcze posiadały przekrój w kształcie odwróconej litery T o maksymalnych wymiarach $300 \times 300 \times 300$ mm. Strzemiona w postaci pojedynczych prętów średnicy $\phi 10$ mm, zakończono wariantowo hakiem 90° (rys. 1a) lub 135° (rys. 1b) zgodnym z normą EC2 [3] i PN [6] oraz hakiem o kształcie „pozanormowym” (rys. 1c).



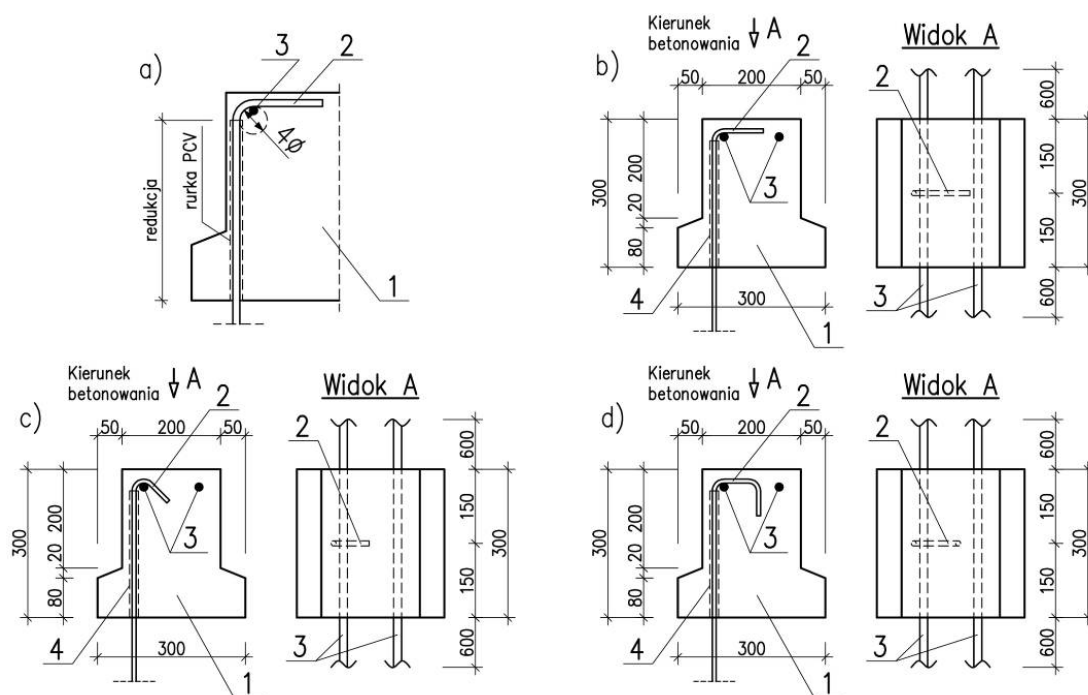
Rys. 1. Przyjęte sposoby kotwienia strzemion: a) hak 90° , b) hak 135° , c) rozwiązanie „pozanormowe”

Haki zbrojenia poprzecznego kształtowano przyjmując minimalną dopuszczalną średnicę wewnętrzną zagięcia wynoszącą wg [3, 6] 4ϕ strzemienia ($4 \times 10 = 40$ mm). Zbrojenie to zaprojektowano ograniczając kontakt strzemion z betonem wzdłuż elementu do

początku zagięcia pręta poprzez umieszczenie ich wewnątrz rurki PCV o średnicy zewnętrznej $\phi 22$ mm (rys. 2a). Założenie to jest zgodne z wynikami badań [7] i odpowiada chwili znacznego wyężenie elementów. Koniec rurki uszczelniono pianką izolacyjną przed dostaniem się do jej wnętrza zaczynu w trakcie betonowania.

Zarysowanie w okolicy płaszczyzny zagięcia strzemienia uzyskano poprzez zastosowanie rozciąganego w trakcie badań zbrojenia podłużnego. Zagięty hak pręta stanowił w modelu karb i wymuszał miejsce powstania pierwszej rysy. Zbrojenie podłużne stanowiły dwa pręty proste o średnicy $\phi 16$ mm ze stali gorącowalcowanej. Jeden pręt podłużny znajdował się wewnątrz pierwszego zagięcia strzemienia, a kolejny symetrycznie z drugiej stronie elementu badawczego. Końce prętów podłużnych przedłużono z obu stron modeli o 60 cm celem zamocowania ich na czas badania w urządzeniu naciągowym.

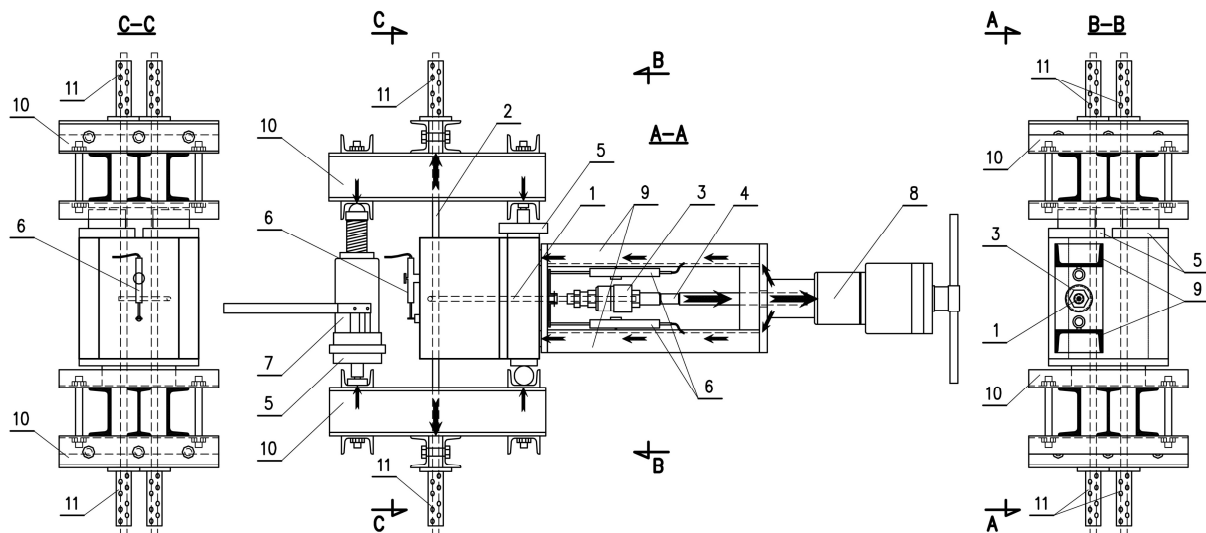
Otulinę strzemion przyjęto o wartości $c_{nom} = 15$ lub 20 mm. Zbrojenie wszystkich typów modeli przedstawiono na rysunku 2b, c, d. Elementy badawcze betonowano od strony haka strzemion (od góry) i badano po 6 dniach dojrzewania betonu, co było spowodowane przyjęciem koncepcji projektowania nowych elementów na podstawie wniosków z modeli już zbadanych.



Rys. 2. Elementy badawcze: a) odcinek redukcji przyczepności pręta do betonu, b) hak prosty 90° , c) hak ostry 135° , d) hak „pozanormalowy”, 1 – blok betonowy, 2 – strzemie, 3 – zbrojenie podłużne, 4 – rurka PCV

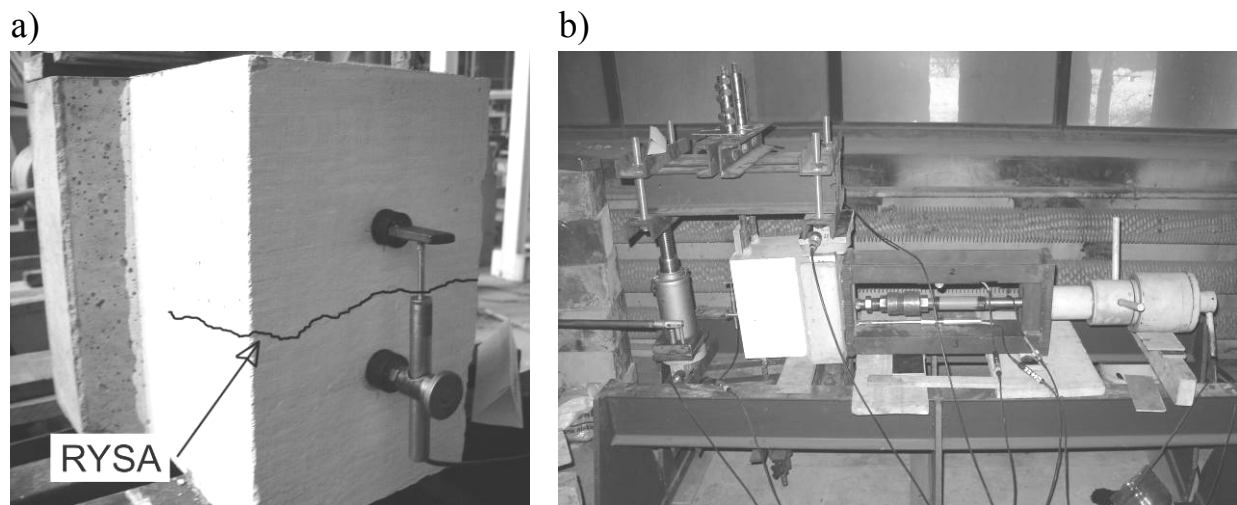
Obciążenie elementów realizowano w dwóch etapach. Pierwszy z nich polegał na wymuszeniu podnośnikiem hydraulicznym o nośności 160 kN (7) poprzez złożoną z 3 profili stalową belkę (10) opierającą się jednym końcem na badanym modelu, naciągu dwóch prętów podłużnych. W efekcie doprowadzono do powstania zarysowania w okolicy płaszczyzny zagięcia strzemienia o określonej rozwartości (0,1, 0,2 lub 0,3 mm) mierzonej czujnikiem indukcyjnym (6) (rys. 4a) na stałej bazie pomiarowej wynoszącej 100 mm. Drugi etap polegał na przyłożeniu siły wywoływanej siłownikiem hydraulicznym (8) (o zakresie 100 kN i wysięgu 50 mm) do końca pręta strzemienia (1), wrywając go tym samym z betonu. Schemat stanowiska badawczego przedstawiono na rysunku 3.

Wykonano również modele tzw. „kontrolne”, w których to pomijano etap pierwszy i tym samym badano modele wstępnie niezarysowane.



Rys. 3. Schemat obciążania modeli: 1 – wrywane strzemie $\phi 10$ mm, 2 – naciągane pręty podłużne $\phi 16$ mm, 3 – głowica kotwiąca pręt, 4 – wałek pomiarowy, 5 – siłomierz, 6 – czujniki indukcyjne, 7 – podnośnik hydrauliczny, 8 – prasa naciągowa, 9 – urządzenie oporowe w postaci 2C120, 10 – belka stalowa złożona z 2C100 i I100, 11 – uchwyty kotwiące

Widok zarysowanego elementu oraz złożonego stanowiska badawczego zamieszczono na rysunku 4.

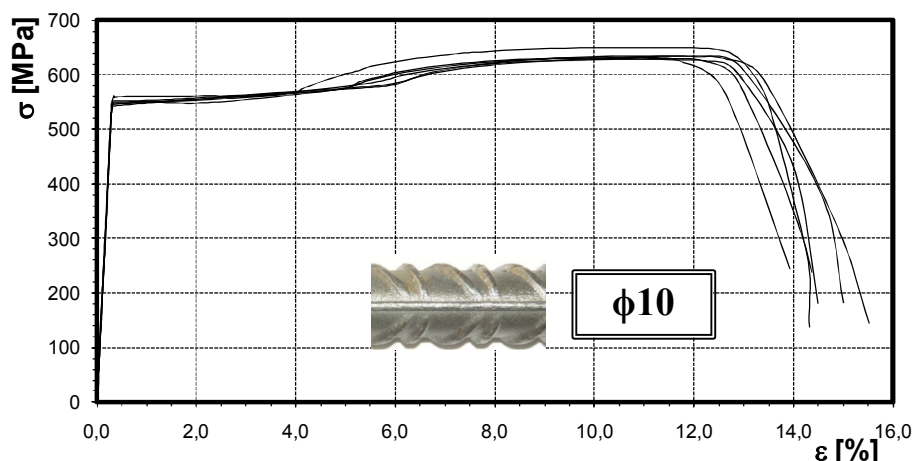


Rys. 4. Widok modelu w trakcie badania: a) zakończony I etap obciążania po wprowadzeniu rysy o żądanej wielkości rozwarcia, b) złożone stanowisko badawcze

3 MATERIAŁY

Do zbrojenia modeli użyto prętów wykonanych ze stali o dużej ciągliwości – klasy C wg EC2 [3]. Stosując przepisy dotychczasowej normy PN [6] zbrojenie to, ze względu na wartość charakterystycznej granicy plastyczności $f_{yk} > 500$ MPa, zaliczono do klasy A-IIIN.

Badania stali wykonano na próbkach nieobrobionych sporządzając dla każdego pręta wykres σ - ϵ (rys. 5).

Rys. 5. Zależności σ - ε nieobrobionych prętów strzemion średnicy $\phi 10$ mm

Pręty o średnicy $\phi 10$ mm, charakteryzowały się ilorazem R_m/R_{eH} wynoszącym 1,16, i wartością $A_{gt} = 11\%$. Zgodnie z wymaganiami EC2 [3], zbrojenie to spełnia wymagania klasy C. Wyniki badań stali zestawiono w tabelicy 1.

Tabelica 1. Średnie wartości parametrów mechanicznych prętów nieobrobionych badanych wg PN-EN 10002-1:1998

Typ stali	Średnica pręta [mm]	Moduł sprężystości E [GPa]	Granica plastyczności	Wytrzymałość na rozciąganie R_m [MPa]	Całkowite procentowe wydłużenie przy największej sile $A_{gt} [\%]$
			górną R_{eH} [MPa]		
C	10	194	549,4	634,7	11,0

Do wykonania modeli każdej serii zastosowano beton (1 zarób = 4 elementy badawcze) wykonywany na cemencie portlandzkim wieloskładnikowym CEM II/B-M (V-LL) 32,5 R i kruszywie o maksymalnej średnicy ziaren 16 mm.

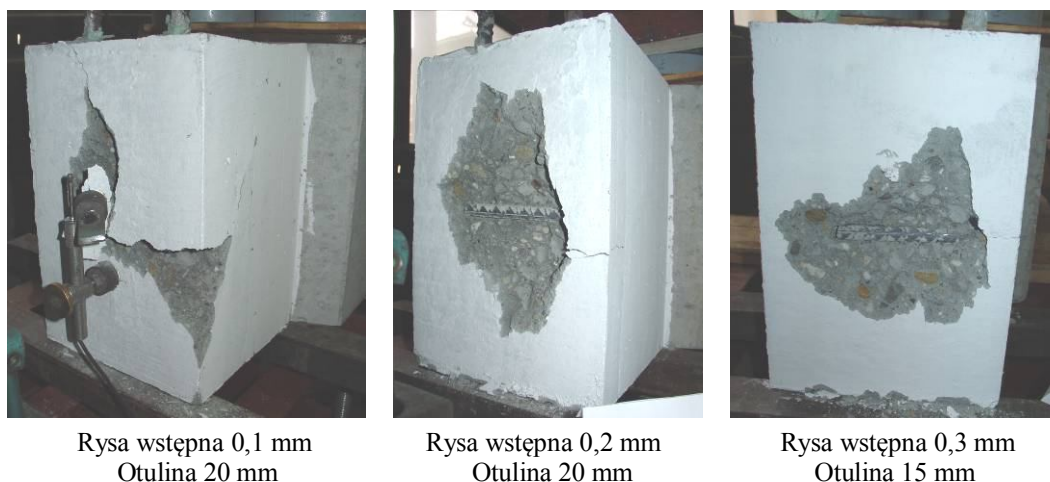
W dniu badania modeli, tj. po 6 dniach dojrzewania betonu, średnie wartości parametrów mechanicznych określono dla każdego zarobu betonu na: – 3 próbkach kostkowych $150 \times 150 \times 150$ mm, – 3 walcach 150×300 mm w próbie brazylijskiej na rozłupywanie. Sumarycznie zbadano 33 elementów towarzyszących. Parametry materiałowe zasadniczej serii zestawiono w tabelicy 2.

Tabelica 2. Średnie wartości parametrów mechanicznych betonu

Planowana wytrzymałość $f_{c,cube}$ [MPa]	Typ haka / jedno betonowanie	Otulina c_{nom} [mm]	Wytrzymałość na ściskanie $f_{c,cube}$ [MPa]	Wytrzymałość na rozciąganie f_{ctm} [MPa]
25	hak 90°	15	25,0	nie badano
	hak 135°		26,1	2,36
	pozanormowy		23,9	2,33
	hak 90°	20	25,5	2,53
	hak 135°		27,7	2,36
	pozanormowy		30,4	2,33

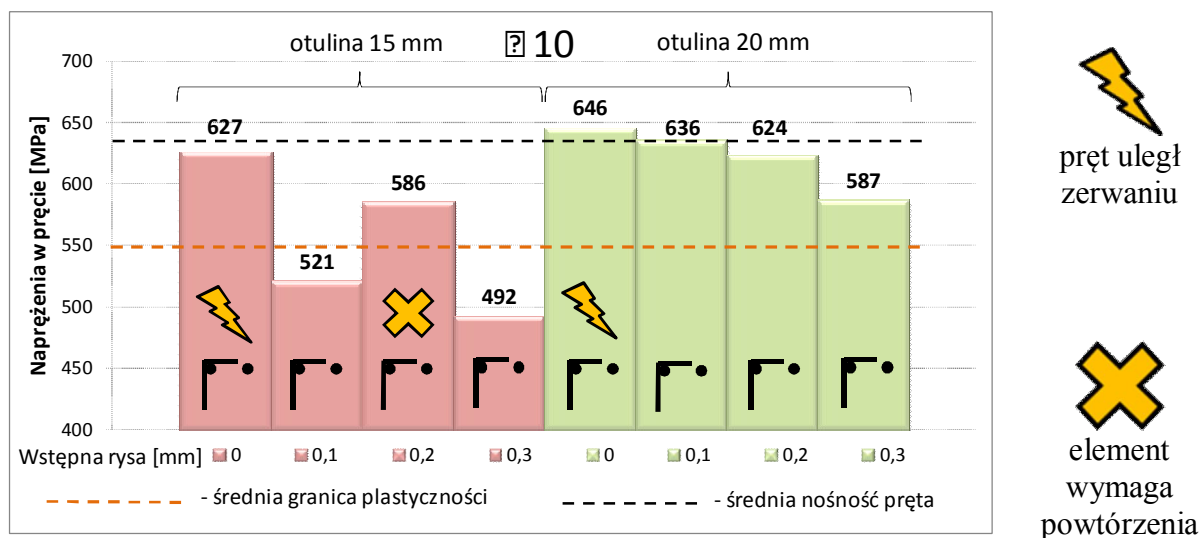
4 PRZEBIEG BADAŃ I ANALIZA

W badaniach strzemion kotwionych hakiem prostym 90° , w elementach „kontrolnych” tj. bez zarysowania (oznaczenie „0” na rysunkach) osiągnięto pełną nośność prętów i ich zerwanie. Wprowadzenie wstępnej rysy (rys) o żądanej sumie rozwarcia na odcinku 10 cm (po 5 cm z każdej strony płaszczyzny zagięcia pręta) skutkowało poślizgiem pręta w zakotwieniu i w dalszym etapie wyłamaniem czoła modelu przez prostujących się zagięty hak strzemienia (rys. 6).



Rys. 6. Widok wybranych zniszczonych elementów badawczych, w których strzemie kotwiono hakiem prostym 90°

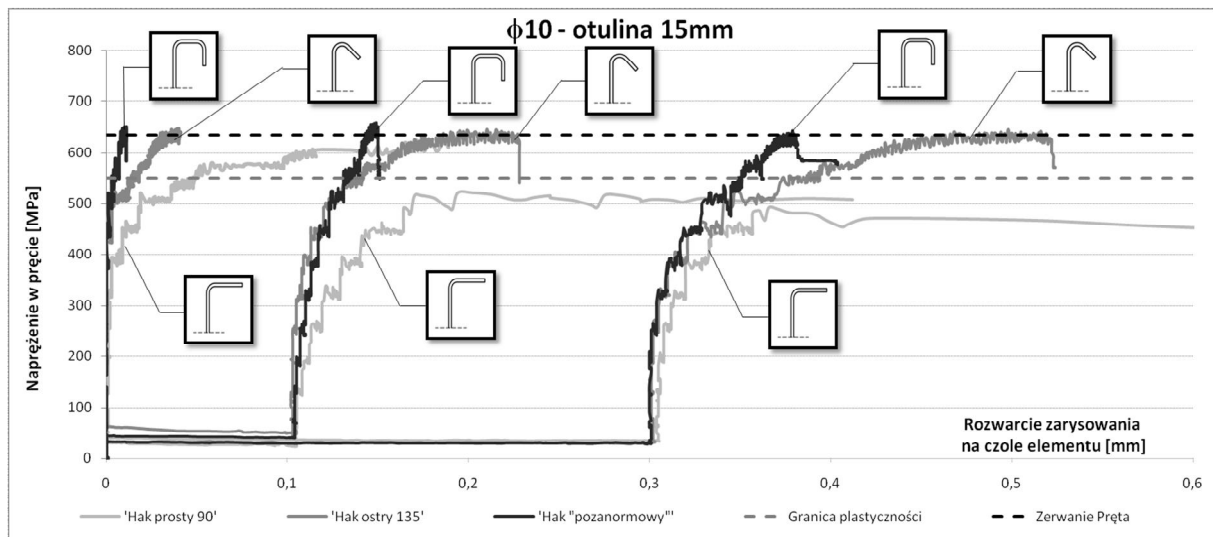
Jak się można było spodziewać, im większa rozwartość wprowadzonego wstępnie zarysowania tym bardziej malała nośność zakotwienia hakiem prostym. Drugim bardzo istotnym czynnikiem mającym bezpośredni wpływ na uzyskiwane nośności zakotwienia strzemion była grubość zastosowanej otuliny. Dla najmniejszej przyjętej i wynoszącej 15 mm nie osiągnięto w prętach ich granicy plastyczności. Wyjątkiem okazał się jedynie model ze wstępnym zarysowaniem 0,2 mm. Przy zastosowaniu najgrubszej z analizowanych otulin (20 mm), nośność wszystkich prętów strzemion zbliżyła się do pełnej nośności prętów osiowo rozciągniętych. Uzyskane wyniki zestawiono zbiorczo na rysunku 7.



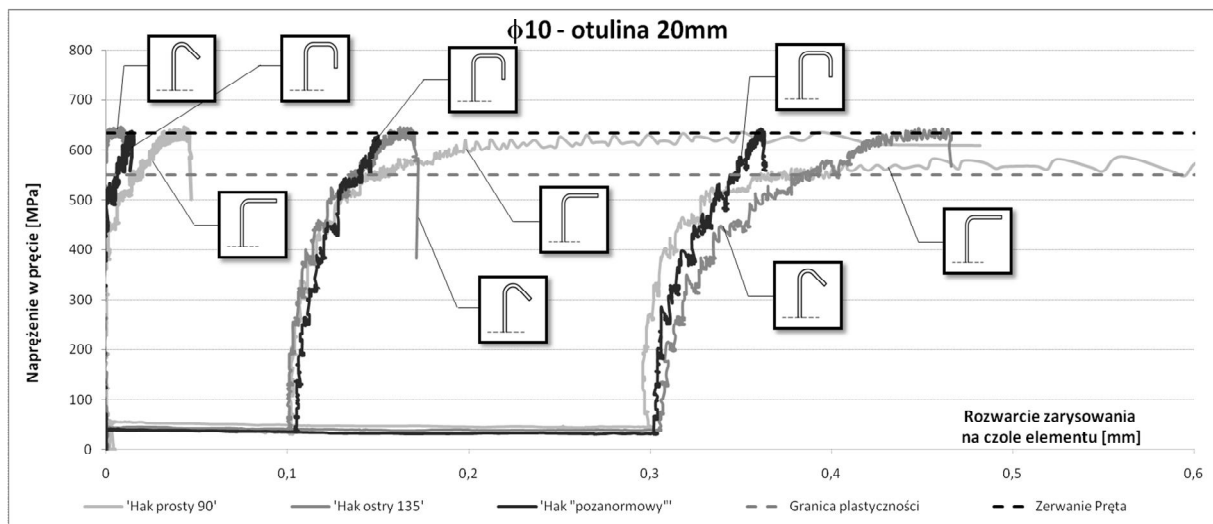
Rys. 7. Nośności zakotwień strzemion o średnicy $\phi 10$ mm, kotwionych hakiem prostym 90°

W wypadku zastosowania kotwienia zbrojenia hakiem ostrym 135° i „pozanormowym”, niezależnie od zastosowanej grubości otulenia zbrojenia tj. 15 i 20 mm jak również wprowadzonego wstępnie zarysowania z zakresu 0 do 0,3 mm, uzyskano pełną nośność prętów i ich zerwanie.

W trakcie wrywania strzemion, w elementach kontrolnych (bez wstępnego zarysowania) doszło do zarysowania modeli w płaszczyźnie zagięcia haka pręta, natomiast w elementach z zadaną rysą o rozwartość 0,1 do 0,3 mm do powiększania się ich rozwartości (rys. 8 – 9). Im wprowadzona początkowa rysa w elemencie była większa tym przyrost jej rozwarcia do chwili zniszczenia był większy.



Rys. 8. Zmiana szerokości sumy rozwarcia rysy (rys) wstępnej (0 mm, 0,1 mm i 0,3 mm) w skutek wrywania pręta strzemienia średnicy $\phi 10$ mm przy otulinie $c_{nom} = 15$ mm



Rys. 9. Zmiana szerokości sumy rozwarcia rysy (rys) wstępnej (0 mm, 0,1 mm i 0,3 mm) w skutek wrywania pręta strzemienia średnicy $\phi 10$ mm przy otulinie $c_{nom} = 20$ mm

W większości przypadków najmniejszy przyrost zarysowania uzyskano dla kotwienia strzemion hakiem typu „pozanormowego”, a największy w wypadku rozwiązania w postaci haka prostego 90° .

5 PODSUMOWANIE

Dla strzemion kotwionych hakiem o kształcie „pozanormowym” i ostrym 135° nie odnotowano negatywnego wpływu zarysowania (w granicach do 0,3 mm) na ich nośność i w każdym wypadku doprowadzono do zerwania pręta. Przy stosowaniu tych rozwiązań zaobserwowano jedynie powiększenie się wstępnie zadanej rozwartości rysy w obrębie zakotwienia. Zastosowanie kotwienia pręta przy pomocy haka prostego 90° okazało się być najmniej pewnym kształtem haka spośród zbadanych i w wypadku małej grubości otuliny $c_{nom} \leq 20$ mm może wpływać na zmniejszenie nośności strzemion kotwionych w strefach rozciąganych.

PIŚMIENNICTWO

- [1] Leonhardt F., Wlther R.: Geschweisste bewehrungsmatten als bügelbewehrung schubversuche an plattenbalken und verankerungsversuche. Die Bautechnik, Heft 10, Berlin, Oktober 1965.
- [2] Neal S. Anderson, Julio A. Ramirez: Effect of the detailing of stirrup reinforcement on the ultimate strength and behavior of reinforced concrete members failing in shear. Report of Research No. CE-STR-87-2, Structural Engineering, W. Lafayette, 1987, 367 pp..
- [3] PN-EN 1992-1-1:2008 – Eurokod 2. projektowanie konstrukcji z betonu, Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
- [4] Starosolski W., Kupczyk R.: Badania zakotwień strzemion. XXV Ogólnopolskie Warsztaty Pracy Projektanta Konstrukcji 2010, tom IV, s. 21 – 66.
- [5] Kupczyk R., Starosolski W.: Wpływ sposobu zakotwienia strzemion na ich nośność. 55 Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB Krynica 2009, s. 239-248.
- [6] PN-B-03264:2002 Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Obliczenia statyczne i projektowanie. Grudzień 2002.
- [7] Jasiński R., Kupczyk R., Starosolski W., Wieczorek M.: Badania belek żelbetowych zbrojonych na ścinanie stalą o zróżnicowanej ciągliwości. 53-cia Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB Krynica 2007, tom II, s. 79 – 86.

Praca naukowa finansowana ze środków budżetowych na naukę w latach 2010/2012 jako projekt badawczy

INVESTIGATION OF THE CRACKS INFLUENCE ON CAPACITY OF STIRRUPS ANCHORAGE

Summary

The paper contains the results of 24 concrete models with the inside edge-anchored arm of the stirrup made of steel of class C according to Eurocode 2. In the elements the crack widths 0, 0.1, 0.2 and 0.3 mm were initiated in the plane of the hooked bar. Next, the stirrups were tensioned by a hydraulic press connected to their free ends, and according to the received level of force the anchorage capacity was determined. The study was conducted for the bar diameter of 10 mm with three types of hook shapes and covers thickness of $c_{nom} = 15$ mm and 20 mm. The tests proved that among the investigated types of anchorage, only the hook 90° , did not use the full load capacity of applied reinforcing steel. For the smallest of the concrete covers used, this solution did not provide stress to the level of yield strength of reinforcement bars.

Krystyna NAGRODZKA–GODYCKA¹
Małgorzata SIKORSKA²
Politechnika Gdańska

EKSPERYMENTALNE BADANIE EFEKTYWNOŚCI SPRĘŻENIA MONOLITYCZNYCH I PREFABRYKOWANYCH WSPORNIKÓW O ŚREDNIEJ SMUKŁOŚCI ŚCINANIA

STRESZCZENIE

W pracy przedstawiono wyniki badań eksperymentalnych sprężanych prętami bez przyczepności krótkich wsporników słupa o średniej smukłości ścinania ($a_F/d = 0,6$) z zakresu morfologii zarysowania, wyężenia betonu i stali zbrojeniowej oraz nośności. Efektywność zastosowania prętów sprężających jako zbrojenia głównego określano dla elementów monolitycznych oraz w przypadku łączenia wsporników i słupa za pomocą sprężania, w dwuetapowej technologii procesu wykonawstwa. W elementach prefabrykowanych wsporniki ze słupem łączone były na suchy styk lub też na powierzchni nanoszono dodatkowo warstwę kleju konstrukcyjnego. W artykule zweryfikowano przydatność zastosowania modelu obliczeniowego bazującego na hipotezie ścinania – tarcia z uwzględnieniem poziomej siły pochodzącej od sprężania.

Słowa kluczowe: wspornik słupa, sprężenie, zarysowanie, nośność graniczna, ścinanie – tarcie

1 WPROWADZENIE

Bliskie usytuowanie skoncentrowanego obciążenia działającego na wspornik i reakcji podporowej powoduje, że krótkie wsporniki słupa należą do obszarów typu D (*discontinuities regions*) w konstrukcjach żelbetowych. Obszary te są szczególnie wrażliwe na wszelkiego rodzaju niedociągnięcia konstrukcyjne, o które w przypadku dużych obciążeń generujących duże ilości zbrojenia nietrudno. Wsporniki ulegają zarysowaniu bardzo wcześnie. Tak wczesny rozwój zarysowania budzi niepokój i często prowadzi do nieuzasadnionego wzmocnienia tych elementów.

Na tym tle zastosowanie sprężania w krótkich wspornikach jest w wielu przypadkach rozsądną i zasadną alternatywą dla tradycyjnego zbrojenia pasywnego, również pod kątem stosowania technologii prefabrykacji (dołożenie wcześniej przygotowanego wspornika

¹ krystyna.nagrodzka-godycka@wilis.pg.gda.pl

² malgorzata.sikorska@wilis.pg.gda.pl

do istniejącego słupa i sprzężenie całości), co jest korzystne zwłaszcza w procesie modernizacji konstrukcji.

W literaturze badania sprzężonych wsporników prowadził Chakrabarti [1] – były to elementy kablobetonowe o smukłości ścinania równej 0,37. Z kolei Tan i Mansur [2] badali wsporniki sprzężane bez przyczepności i strunobetonowe, o zmiennej smukłości ścinania oraz stopniu sprzężenia. Efektem tych badań m.in. było wykazanie nieprzydatności przepisów ówczesnej normy ACI 318 i podanej tam procedury obliczania wykorzystującej założenia hipotezy ścinania – tarcia dla tego typu wsporników sprzężonych. Doprowadziło to w późniejszym czasie do modyfikacji wzorów określających nośność wspornika wykorzystujących hipotezę ścinania – tarcia z uwzględnieniem działania siły podłużnej [3]. W Polsce badania sprzężonych wsporników o zmiennym stopniu sprzężenia, smukłości ścinania i kształcie wspornika prowadzono na Politechnice Gdańskiej [4,5]. W badaniach tych sprzężenie było rodzajem wzmocnienia wcześniej zarysowanych elementów dwuwspornikowych.

Dotychczas przeprowadzone badania nie obejmowały swoim zakresem wsporników prefabrykowanych, wykonanych w tzw. dwuetapowym procesie realizacji.

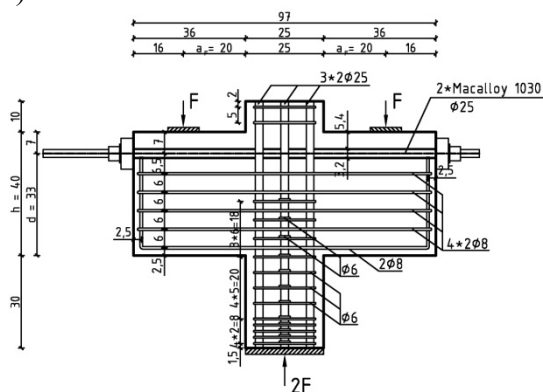
Niniejszy referat dotyczy wyników badań przeprowadzonych na wspornikach o średniej wartości smukłości ścinania ($a_F/d = 0,6$). Badana seria wsporników sprzężonych stanowiła alternatywę dla wsporników zbrojonych dwugłówkowymi trzpieniami umożliwiającymi dobetonowanie wspornika do istniejącego słupa [6].

2 PROGRAM BADAŃ WSPORNIKÓW SERII WII-S ORAZ WII-SD

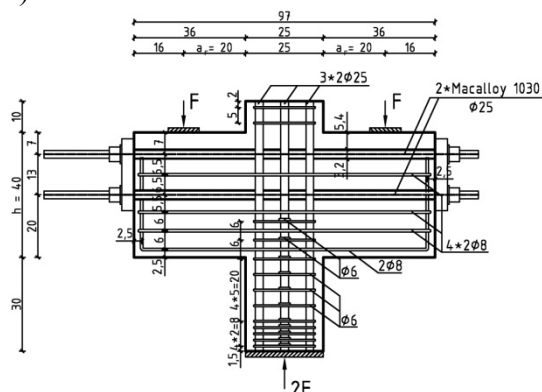
Badania przeprowadzono na czterech symetrycznych elementach dwuwspornikowych o stałej smukłości ścinania $a_F/d = 0,6$ gdzie a_F/d stanowił stosunek odległości siły F od krawędzi słupa (a_F) do wysokości użytecznej d . Wsporniki miały stałą wysokość $h = 40$ cm ($d = 33$ cm) oraz szerokość $b = 25$ cm, (dla serii II $a_F = 20$ cm). Wymiary i zbrojenie badanych wsporników przedstawiono na rysunkach 1 i 2.

Zbrojenie główne wsporników stanowiły dwa pręty sprzężające $\phi 25$ firmy Macalloy (rys.1, 2) o wytrzymałości na rozciąganie $f_{pk} = 1037$ MPa ($f_{p0,1k} = 817$ MPa) ułożone w poziomie obok siebie w elementach serii WS-1 (rys.1a) oraz w pionie jeden nad drugim we wspornikach serii WS-2 (rys.1b). Pręty sprzężające znajdowały się w osłonie z rurki PCV o średnicy 32 mm, która zapewniała brak przyczepności między betonem i zbrojeniem. Zbrojenie wsporników WII-SD-1 było identyczne jak WII-S-1, zaś zbrojenie WII-SD-2 odpowiadało zbrojeniu wspornika WII-S-2. Seria SD (rys.2a, b) różniła się tym, że wsporniki i słupek wykonane były oddzielnie (z jednego zarobu). Przed badaniem montowane były pręty Macalloy'a służące do sprzężania. Wsporniki w elemencie WII-SD-1 miały po obu stronach suchy styk, zaś w WII-SD-2 dodatkowo na powierzchni styku naniesiono warstwę kleju.

a) WII-S-1

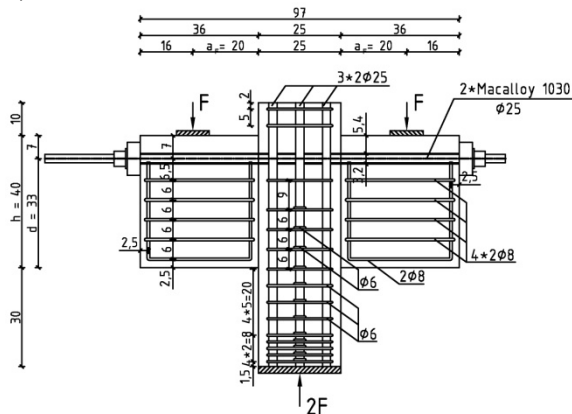


b) WII-S-2

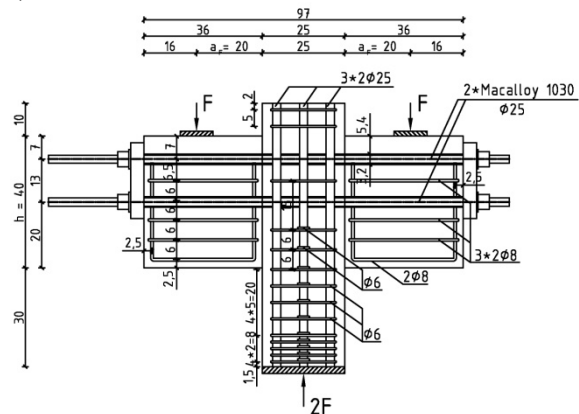


Rys. 1. Wymiary i zbrojenie wsporników serii WII-S

a) WII-SD-1



b) WII-SD-2



Rys.2. Wymiary i zbrojenie wsporników serii WII-SD

Wsporniki WII-S-1 i WII-S-2 wykonano z betonu o średniej wytrzymałości na ściskanie $f_c = 40,5$ MPa, badanej na próbkach walcowych 150/300 mm (współczynnik zmienności $v = 9,6\%$). Wsporniki dokładane do słupa WII-SD-1 i WII-SD-2 wykonano z betonu, którego średnia wytrzymałość na ściskanie f_c wynosiła 42,1 MPa ($v = 3,95\%$). Na rysunku 3 przedstawiono przykładowo zdjęcia zbrojenia wspornika monolitycznego WII-S-2 oraz wykonywanego dwuetapowo WII-SD-2.

a)



b)



Rys. 3. Zbrojenie wspornika przygotowane do betonowania: a) WII-S-2, b) WII-SD-2

3 PRZEBIEG BADAŃ

Wszystkie elementy badane były w pozycji odwróconej o 180° w stosunku do rzeczywistej pracy, na stanowisku pokazanym na rysunku 4.

Wsporniki sprężano stałą siłą sprężającą za pomocą profesjonalnego zestawu firmy BBR Polska. Zestaw naciągowy składał się z siłownika LARZEP SH06008 o udźwigu 588 kN, pompy hydraulicznej PAUL typ 77-220 z manometrem HANSA FLEX o zakresie 0 – 600 bar (kl.1). Zestaw był skalowany w Laboratorium ITB. Wartość siły sprężającej kontrolowano siłomierzami i dodatkowo za pomocą tensometrów elektrooporowych usytuowanych na prętach sprężających w pobliżu przekroju przysłupowego. Fotografię wspornika WII-S-1 w trakcie sprężania przedstawiono na rysunku 4. Stopień sprężenia wsporników, definiowany jako stosunek naprężenia sprężającego σ_{sp} do wytrzymałości na rozciąganie f_{pk} prętów sprężających wynosił ok. 0,6.

Wsporniki badane były bezpośrednio po sprężeniu, zatem spadek siły sprężającej wywołany zjawiskami reologicznymi nie miał wpływu na wyniki badań.

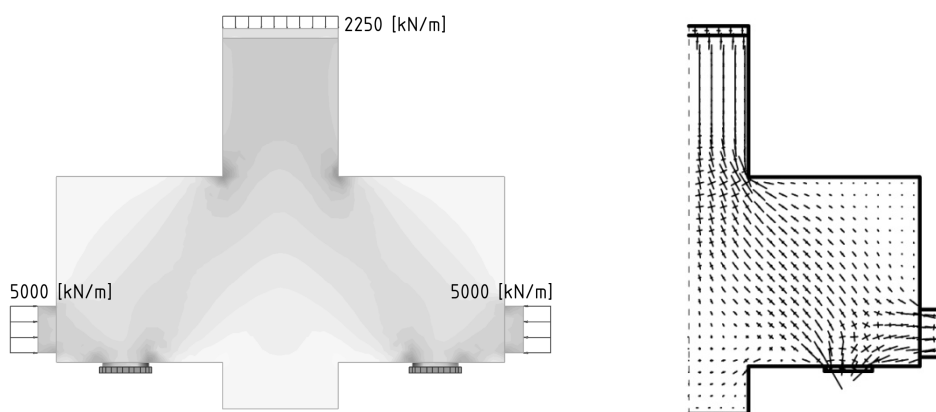


Rys. 4. Wspornik WII-S-1 na stanowisku badawczym w trakcie sprężania

W trakcie obciążania badano odkształcenia stali zbrojeniowej za pomocą tensometrów elektrooporowych, natomiast odkształcenia betonu na jego powierzchni ekstensometrem. Dodatkowo odkształcenia we wnętrzu ściskanych pól wspornika mierzono za pomocą zatapiających w betonie czujników strunowych o bazie pomiarowej 153 mm. Kąt nachylenia tych czujników względem osi poziomej krawędzi wspornika wyznaczano na podstawie analizy MES, wykorzystując linie przebiegu trajektorii naprężeń głównych.

W badaniach przyjęto usytuowanie czujników strunowych zgodne z wynikami obliczeń kątów nachylenia ukośnych ściskanych krzyżulców. We wspornikach z prętami sprężającymi znajdującymi się w płaszczyźnie poziomej WII-S-1 $\rightarrow 55^\circ$, natomiast dla serii WS-2 z prętami sprężającymi ułożonymi w dwóch poziomach przyjęto odpowiednio kąt 47° . Dla serii W-SD przyjęto odpowiednio te same kąty nachylenia.

Na rysunku 5 przedstawiono przykładowo przebiegi głównych naprężeń ściskających oraz kierunki naprężeń głównych dla wspornika WII-S-1.



Rys.5. Przebieg głównych naprężeń ściskających oraz kierunki naprężeń głównych dla wspornika WII-S-1 ($aF/d = 0,6$, $2F = 562,5$ kN, $F_{spr} = 500$ kN)

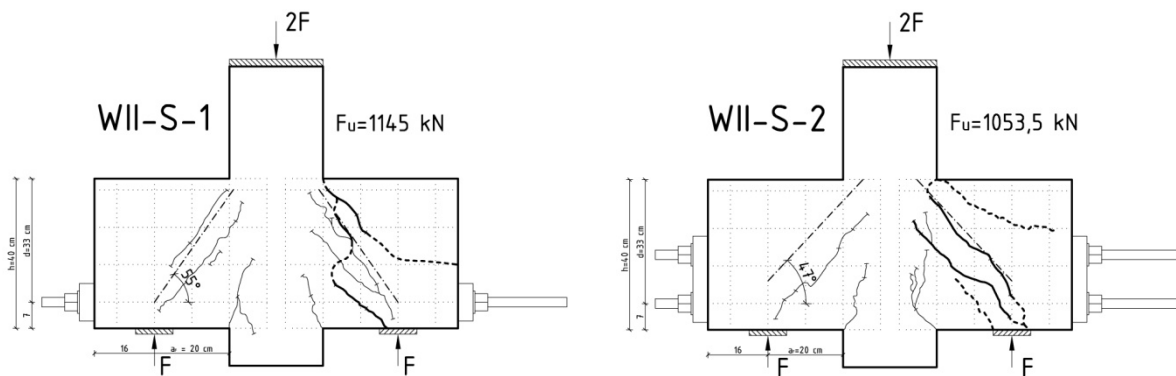
4 WYNIKI BADAŃ

W porównaniu do wsporników zbrojonych stalą pasywną, o podobnej mocy zbrojenia, zarysowanie wsporników sprężonych pojawiało się znacznie później. Dla wspornika

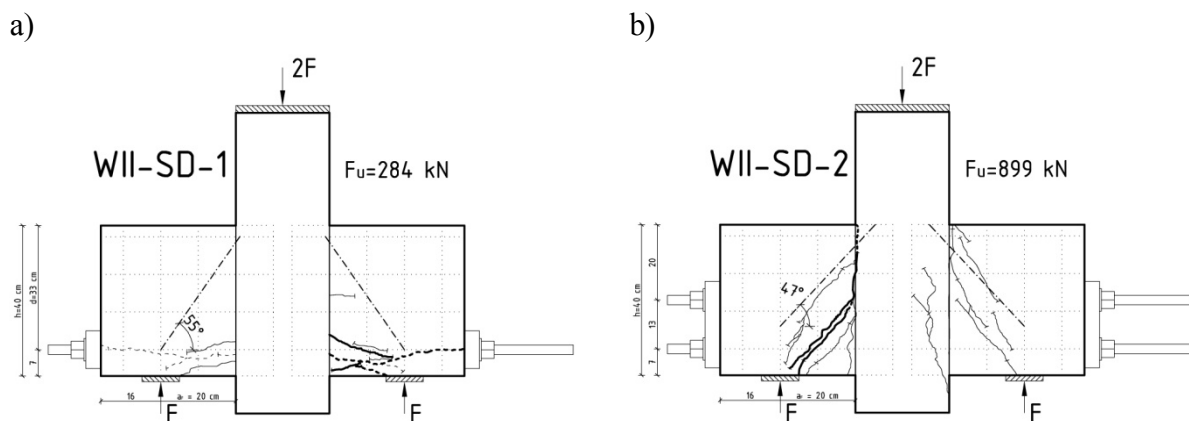
sprężonego prętami ułożonymi w płaszczyźnie poziomej (WII-S-1) pierwsze rysy pojawiły się przy obciążeniu około $0,57 F_u$. Rysa w pobliżu naroża rozciąganego (od strony przykładanego obciążenia) miała maksymalną szerokość 0,6 mm, zaś rysa ukośna 0,4 mm.

We wspornikach sprężanych dwoma prętami ułożonymi w płaszczyźnie pionowej (WII-S-2) pierwsze zarysowanie zaobserwowano, gdy wartość obciążenia wynosiła $0,46 F_u$, zaś rysy ukośne pojawiły się przy sile $0,67 F_u$. Szerokość rysy propagującej z naroża dolnego, od strony zewnętrznego obciążenia była większa niż poprzednio i dochodziła do 0,8 mm (rys.6). Rozwarcie rys pod obciążeniem użytkowym (ok. $0,6 F_u$) we wsporniku monolitycznym WII-S-1 nie przekroczyło 0,04 mm, zaś we wsporniku WII-S-2 rysy przy tym obciążeniu nie pojawiły się. Odmienny obraz zarysowania powstał w prefabrykowanym wsporniku (rys.7a) łączonym na suchy styk. Tu rysy o szerokości 0,04 mm pojawiły się już po sprężeniu i aż do wyczerpania nośności rozwijały się w obszarze usytuowania prętów sprężających. Obraz rys we wsporniku prefabrykowanym, dodatkowo łączonym warstwą kleju, (rys. 7b) był zbliżony do jego odpowiednika monolitycznego, natomiast szerokość powstałych rys była nieco większa.

Reasumując, sprężenie znacznie opóźniło proces zarysowania oraz zmniejszyło końcową szerokości rys.

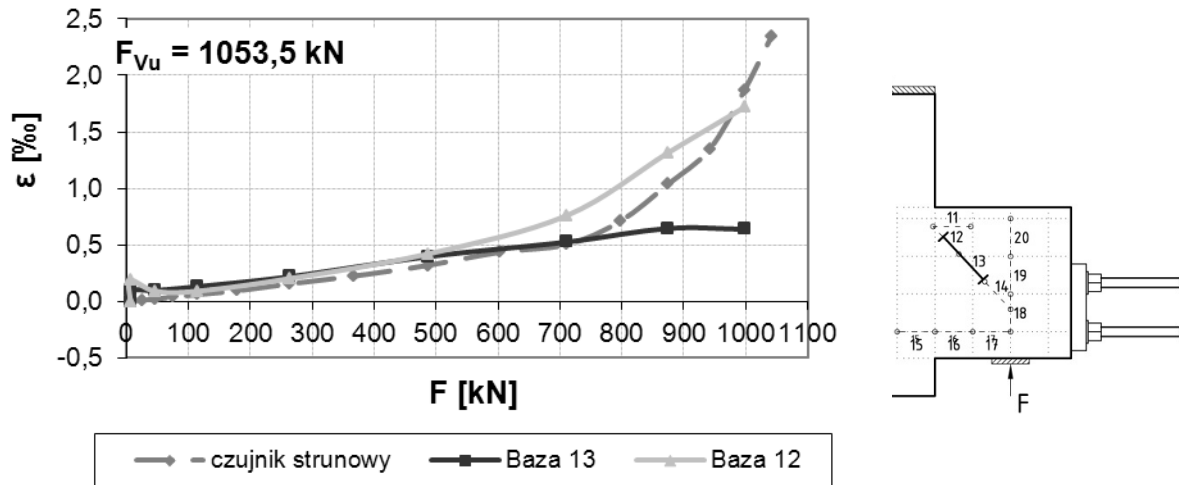


Rys. 6. Obraz zarysowania wsporników sprężonych wykonanych jednoetapowo



Rys. 7. Obraz zarysowania wsporników prefabrykowanych dokładanych do istniejącego słupa: a) wspornik łączony na suchy styk w przekroju przy słupie, b) wspornik dodatkowo klejony przed sprężeniem

Wyczerpanie nośności wsporników monolitycznych było zapoczątkowane przekroczeniem naprężeń w betonie ukośnego pola ściskanego (krzyżulca) – rys. 8. Pręty sprężające wspornik monolityczny WII-S-1 osiągnęły naprężenia ok. 800 MPa. Był to przyrost wynoszący 40% naprężeń wywołanych sprężeniem. Natomiast w przypadku wspornika z prętami sprężającymi w dwóch poziomach (WII-S-2) pręt sprężający dolny (usytuowany od strony działania obciążenia) osiągnął wytrzymałość na rozciąganie.

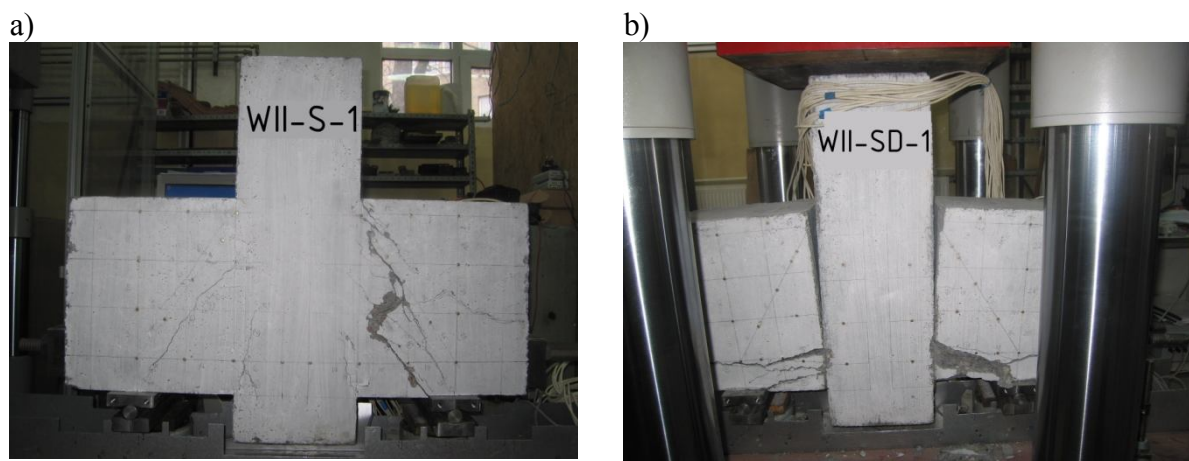


Rys. 8. Odształcenia betonu prawego wspornika elementu WII-S-2 na kierunku ukośnego pola ściskanego (tensometria strunowa oraz mechaniczna)

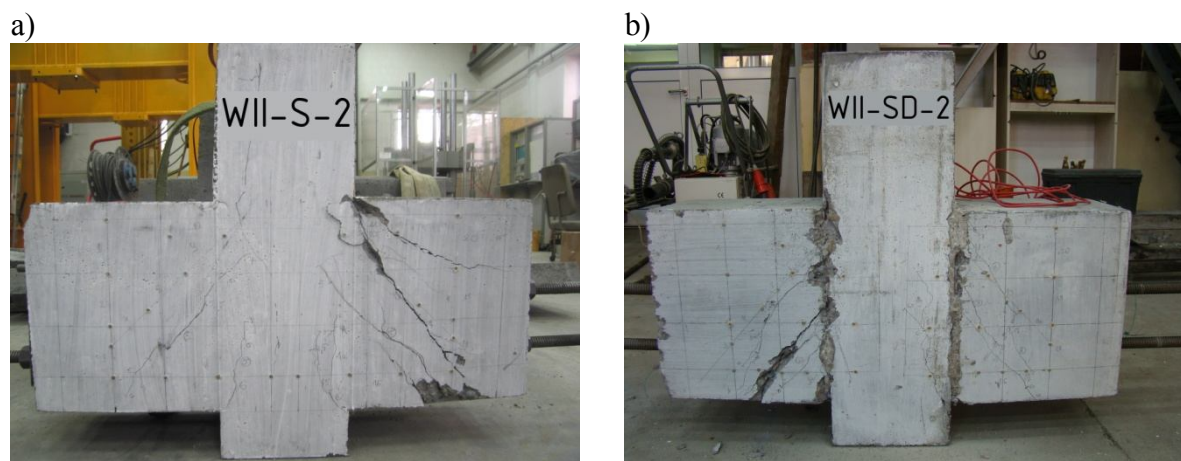
We wsporniku prefabrykowanym WII-SD-1 zbrojenie sprężające nie włączyło się do pracy, co potwierdza zarówno obraz zarysowania (rys.7a) jak i wartość siły niszczącej. Pręty sprężające we wsporniku WII-SD-2 osiągały naprężenia do 900 MPa, a cały element w trakcie badań zachowywał się podobnie jak jego monolityczny odpowiednik WII-S-2.

Usytuowanie prętów sprężających w poziomie bądź też w pionie nie miało zasadniczego wpływu na nośność wsporników. Dotyczyło to wsporników o średniej smukłości ścinania. Nie można wykluczyć takiego wpływu w przypadku innych wartości tej smukłości. Różnica w nośności pomiędzy wspornikiem WII-S-1 i WII-S-2 nie przekroczyła 10%, w tych samych granicach zmieniał się nieco stan naprężeń.

Nośność wsporników prefabrykowanych zależała od rodzaju styku wspornika ze słupem. Przy dodatkowym łączniku, jakim był klej, efektywność sprężania istotnie wzrastała. Nośność WII-SD-2 wyniosła 85% jego monolitycznego odpowiednika, jakim był wspornik WII-S-2. Sprężenie przy suchym styku zapewniło w przypadku WII-SD-1 jedynie 25% porównywalnej nośności wspornika monolitycznego WII-S-1 (tab.1).



Rys. 9. Wsporniki po zniszczeniu: a) monolityczny WII-S-1, b) prefabrykowany WII-SD-1, styk suchy



Rys. 10. Wsporniki po zniszczeniu: a) monolityczny WII-S-2, b) prefabrykowany WII-SD-2, klejony

Charakter pracy wsporników, szczególnie w przypadku prefabrykowanych dokładanych elementów do istniejącego słupa oraz przebieg zarysowania przemawia za wykorzystaniem do obliczania nośności zmodyfikowanej metody ścinania – tarcia wg Valluvan’a i in., uwzględniającej działanie siły podłużnej [3].

Tabela 1. Siły rysujące, niszczące oraz szerokość rys wsporników sprężonych

Wspornik (a_f/d)	$F_{cr,1}$ [kN] (w_1) [mm]	$F_{cr,inc}$ [kN] (w_{inc}) [mm]	F_{serv} [kN] ($w_{inc,serv}$) [mm]	$\frac{w_{l,max}}{w_{inc,max}}$	$F_{u,exp}$ [kN]	$F_{u,calc}^{[3]}$ [kN]	$\frac{F_{u,exp}}{F_{u,calc}}$
WII-S-1 (0,6)	653,5 (0,1)	653,5 (0,04)	653,5 (0,04)	$\frac{0,6}{0,4}$	1145	717,1	1,6
WII-S-2 (0,6)	487 (0,05)	711 (0,1)	604 (-)	$\frac{0,8}{0,4}$	1053,5	783,9	1,34
WII-SD-1	Rysa powstała w obszarze prętów sprężających po sprężeniu		170 (2,0)	$\frac{2,5}{8,0}$	284	348,2 ($\mu=0,6$)	0,82
WII-SD-2	476 (0,1)	476 (0,08)	539 (0,18)	$\frac{1,6}{0,6}$	899	784	1,15

Do obliczeń przyjęto współczynnik tarcia według zaleceń normy amerykańskiej ACI-318:2008 $\mu = 1,4$ w przypadku wsporników WII-S-1 i WII-S-2 oraz WII-SD-2, natomiast $\mu = 0,6$ dla wspornika WII-SD-1 (bez kleju na styku ze słupem). Wyniki obliczeń przedstawiono w ostatniej kolumnie w tabeli 1.

5 WNIOSKI

Sprężenie wsporników o średnim wysięgu istotnie ogranicza zarysowanie, zwiększając siłę rysującą i zmniejszając szerokość rys.

Sprężanie prefabrykowanych wsporników, dokładanych do istniejącego słupa jest technologicznie efektywne jedynie w przypadku zapewnienia quasi monolitycznego połączenia. W badaniach uzyskano to stosując warstwę kleju na powierzchni styku wspornika ze słupem. Siła sprężająca bez takiego dodatkowego wzmocnienia styku nie zapewniła skutecznego połączenia.

PIŚMIENNICTWO

- [1] Chakrabarti P.R., Farahani D.J., Kashou S.I.: Reinforced and Precompressed Concrete Corbels– an Experimental Study. ACI Structural Journal, July – August 1989.
- [2] Tan K.H., Mansur M.A.: Partial Prestressing in Concrete Corbels and Deep Beams, ACI Journal, May – June 1992.
- [3] Valluvan R., Kreger M., Jirsa J.O.: Evaluation of ACI 318 – 95 : Shear – Friction Provisions, ACI Structural Journal, V. 96, No. 4, July – August 1999.
- [4] Nagrodzka–Godycka K.: Behavior of Corbels with External Prestressing Bars – Experimental Study, ACI Structural Journal, V. 96, No. 6, November – December 1999.
- [5] Nagrodzka–Godycka K.: Wsporniki żelbetowe. Badania, teoria, projektowanie. Monografia nr 21, Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, Gdańsk 2001.
- [6] Nagrodzka–Godycka K., Sikorska M.: Efektywność dobetonowania krótkich wsporników do istniejącego słupa żelbetowego, Przegląd Budowlany 2/2011, s. 34 – 39.

**EXPERIMENTAL RESEARCH ON THE PRESTRESSING EFFICIENCY
IN MONOLITHIC AND PRECAST CONCRETE CORBELS WITH MEDIUM
SHEAR SPAN-TO-EFFECTIVE DEPTH RATIO**

Summary

The paper presents the results of experiments on post-tensioned corbels of medium shear span to effective depth ratio ($a_F/d = 0.6$) concerning crack morphology, concrete and reinforcement stresses and load carrying capacity. The effectiveness of using prestressing bars as the main reinforcement was determined for monolithic elements as well as connecting corbel and column in two-stage technology. The precast elements were dry contact connected or, additionally, on the surface of the elements a structural adhesive was applied. The article verified the suitability of a computational model based on the shear – friction hypothesis taking into account the horizontal compression force.

Aleksandr SMOKTUNOVIĆ¹
David SMOKTUNOVIĆ²
Robert GRYGO³
Andrzej ŁAPKO⁴
Politechnika Białostocka

EFEKTYWNOŚĆ ZBROJENIA PRĘTAMI I WŁÓKNEM ROZPROSZONYM W BELKACH ŻELBETOWYCH

STRESZCZENIE

W publikacji przedstawiono wyniki badań doświadczalnych belek żelbetowych zbrojonych tradycyjnie wiotkimi prętami i dodatkowo włóknami stalowymi lub polipropylenowymi. Analiza przeprowadzonych badań wykazała korzystny wpływ zastosowania zbrojenia rozproszonego w matrycy cementowej belek żelbetowych na nośność i odkształcalność elementów konstrukcyjnych. Zauważono liczne zalety stosowania zbrojenia prętowego łącznie z włóknami, zwiększające efektywność tego rodzaju zbrojenia, w porównaniu do tradycyjnych rozwiązań zawierających wyłącznie zbrojenie prętowe. W elementach zginanych zbrojonych w sposób mieszany (prętami i włóknem rozproszonym) zaobserwowano istotny wzrost wartości momentu rysującego belek, zmniejszenie szerokości rys, eliminację kruchego niszczenia betonu a także większy wydatek energii potrzebnej do całkowitego zniszczenia elementu zginanego, objawiający się przyrostem maksymalnej nośności elementów, w porównaniu do belek świadków zbrojonych tradycyjnie.

Słowa kluczowe: belki żelbetowe, włókna stalowe, włókna polipropylenowe, beton drobnoziarnisty,

1 WPROWADZENIE

Większość realizowanych badań w zakresie włóknobetonów dotyczy aspektów technologicznych, optymalizacji składu i badań właściwości takich kompozytów z zastosowaniem różnego rodzaju włókien [1], [2], [3]. Zastosowanie włókien zarówno stalowych jak i polipropylenowych w Polsce ogranicza się w praktyce do wykonywania betonowych posadzek i podkładów. Niewiele jest prac badawczych analizujących zachowanie się konstrukcji żelbetowych ze zbrojeniem mieszanym: prętowym i rozproszonym [2], [4], [5].

¹ sch.aleksandr@gmail.com

² smoktunovic@gmail.com

³ r.grygo@pb.edu.pl

⁴ lapko@pb.bialystok.pl

W pracy podjęto badania nad efektywnością częściowego zastępowania zbrojenia prętowego na zginanie włóknem stalowym lub polipropylenowym w belkach żelbetowych.

Plan badań dotyczył kilku serii żelbetowych belek (modelowych i belek w skali naturalnej) zbrojonych w sposób mieszany: układem wiotkich prętów i włókna (stalowego lub polipropylenowego). Do wytworzenia włóknobetonu użyto naturalnego kruszywa kwarcowego (drobnoziarnistego piasku) o maksymalnej średnicy ziarna 4 mm. Kruszywo o takim uziarnieniu wybrano ze względu na łatwość rozprowadzenia włókien w mieszance betonowej [2].

2 BADANIA MATERIAŁOWE

2.1 Beton z włóknami stalowymi

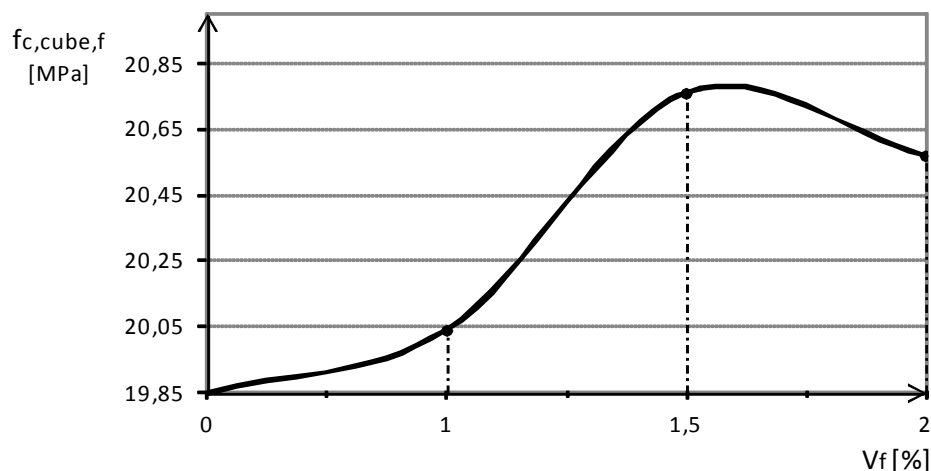
Badania materiałowe włóknobetonów użytych do wytworzenia elementów badawczych uwzględniały wytrzymałość na ściskanie, rozciąganie przy zginaniu oraz skurcz. Wykonano cztery serie próbek o zróżnicowanej zawartości włókien w mieszance betonowej, stosując ten sam skład matrycy cementowej dla wszystkich serii badawczych. Zastosowano typowe na rynku krajowym włókna zakończone haczykami o długości 50 mm i średnicy nominalnej 1 mm. Włókna wykonano z drutu okrągłego, ciągniętego na zimno, ze stali niskowęglowej (poniżej 0,1% C). Zróżnicowano procentową, liczoną objętościowo zawartość włókien stalowych w kompozycie V_f , która wynosiła odpowiednio 0%, 1%, 1,5%, 2% (według masy zawartość włókien wynosiła: 0, 78, 117, 156 kg/m³ mieszanki betonowej). Analizowano urabialność i szczelność mieszanki oraz równomierność rozmieszczenia włókien w strukturze matrycy betonowej. Wytrzymałość na ściskanie włóknokompozytu cementowego określoną na próbkach sześciennych o wymiarach 10×10×10 cm podano w Tablicy 1.

Tablica 1. Wytrzymałość na ściskanie matrycy betonowej z dodatkiem włókien stalowych

seria	V_f %	Średnia wytrzymałość na ściskanie [MPa]	Procentowy wzrost wytrzymałości na ściskanie
			%
I	0	19,85	-
II	1	20,04	1,0
III	1,5	20,76	4,6
IV	2	20,57	3,6

Wpływ zawartości procentowej włókien stalowych V_f na wytrzymałość na ściskanie kompozytu przedstawia rys. 1. Podobnie jak w wielu pracach badawczych [6], [7] okazało się, że wpływ dodatku włókien stalowych na wytrzymałość betonu na ściskanie nie jest znaczący. Potwierdzono, że po osiągnięciu maksymalnych naprężeń, do całkowitego zniszczenia próbek lub elementów z włóknobetonu trzeba było jeszcze wydatkować dużo dodatkowej energii.

Wytrzymałość na rozciąganie matrycy określono z badań zginanych beleczek o wymiarze 10x10x40 [cm]. Belecзки były obciążone aż do poziomu, dla którego wzrost siły nie powodował już przyrostu nośności. Ten poziom obciążenia uznano za podstawę określenia wytrzymałości próbki na rozciąganie przy zginaniu. W dalszym etapie belecзки obciążano aż do zniszczenia. Wyniki z przeprowadzonych badań wytrzymałości na zginanie próbek pryzmatycznych przedstawiono w tabl. 2. Próbką z „czystego betonu” (pozbawiona włókien stalowych) po osiągnięciu siły niszczącej $F = 8,30$ kN krucho pękała i szybko ulegała zniszczeniu. W przypadku próbki o objętościowej zawartości włókien $V_f = 1\%$, przyrost wytrzymałości wyniósł 7,2 % w stosunku do próbki bez włókien. Największą wytrzymałość na rozciąganie przy zginaniu uzyskano dla próbek o zawartości włókien $V_f = 2\%$.



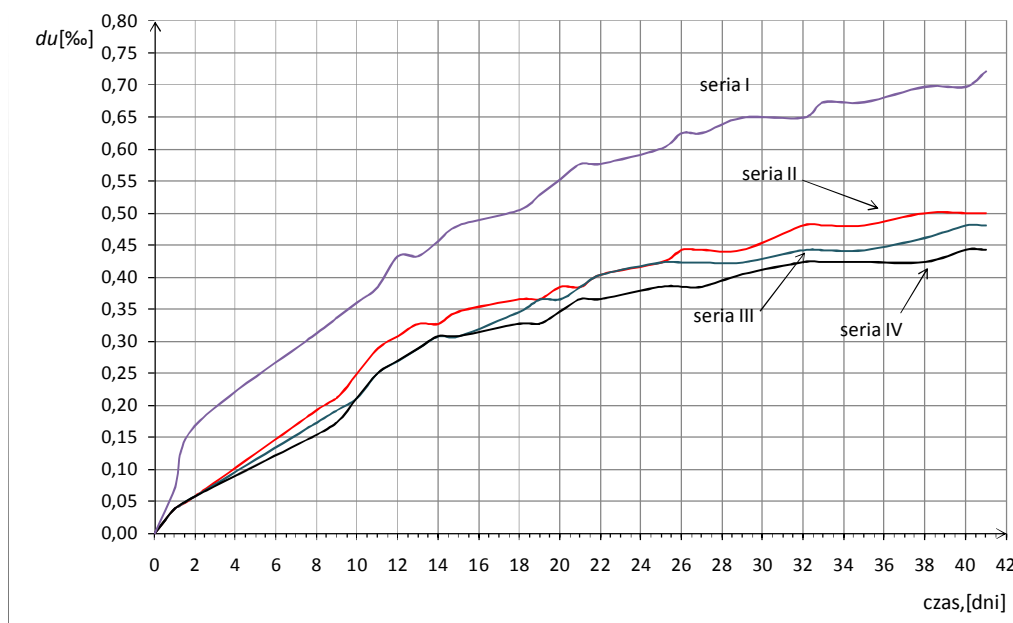
Rys.1. Wytrzymałość na ściskanie włóknokompozytu cementowego użytego w badaniach

Tablica 2. Wyniki badań wytrzymałości na rozciąganie przy zginaniu włóknobetonu (beleczi 10×10×40 cm)

Seria	V_f [%]	Wartość siły niszczącej [kN]	σ [MPa]	uwagi	Procentowy wzrost wytrzymałości na zginanie
					%
I	0	8,3	4,48	siła niszcząca	-
II	1	-	-	rysa w chwili zniszczenia	7,2
		8,9	4,81	siła niszcząca	
III	1,5	9	4,86	pierwsza rysa	55,4
		12,9	6,97	siła niszcząca	
IV	2	16,9	9,13	pierwsza rysa	114,5
		17,8	9,61	siła niszcząca	

Próbki o największej zawartości włókien $V_f = 2,0\%$ wykazały średnią wytrzymałość na rozciąganie $f_{ct,f} = 9,6$ MPa, to jest aż o 114,5% większą, niż wytrzymałość kompozytu w próbce bez włókien. Po pojawieniu się pierwszej rysy próbki z włóknami nie traciły całkowicie swej nośności pod wpływ działającej siły, lecz utrzymywały pewien zmniejszający się poziom nośności, mimo przyrostu naprężenia. Stopień spadku nośności zależał od procentowej zawartości włókien w kompozycie. W miarę wzrostu ilości włókien spadek nośności badanych beleczek był mniejszy. Całkowitemu zniszczeniu w przypadku wszystkich beleczek towarzyszyło powstanie pęknięcia w środku rozpiętości. W próbkach z włóknobetonu, nawet przy najmniejszej zawartości włókien pęknięcie nie powodowało rozpadu badanej próbki, a próbka nadal zachowywała spójność kształtu. Dalsze obciążenie powodowało natomiast wzrost ugięcia i przyrost rozwarcia rysy środkowej.

Skurcz próbek z włóknobetonu mierzono w aparacie Amslera. Na rys. 2 przedstawiono odkształcenia skurczowe czterech serii próbek po 42 dniach badania. Wykresy zmian skurczu dla zbadanych próbek z różną ilością włókien wykazały, że zwiększenie ilości włókna stalowego w kompozycie powoduje zmniejszenie skurczu, jednak zależność ta nie jest proporcjonalna. Najlepszy wynik po 42 dniach uzyskano w próbce przy $V_f = 2\%$, która wykazała obniżenie skurczu o 37% w stosunku do betonu bez zawartości włókien stalowych. Dodatek włókien wpływa więc korzystnie na obniżenie skurczu, co ma duże znaczenie w betonach na kruszywach drobnoziarnistych [6], a także np. w betonach na kruszywie z recyklingu.



Rys. 2. Odształcenia skurczowe w funkcji czasu dla poszczególnych serii badawczych

2.2 Beton z włóknami z polipropylenu

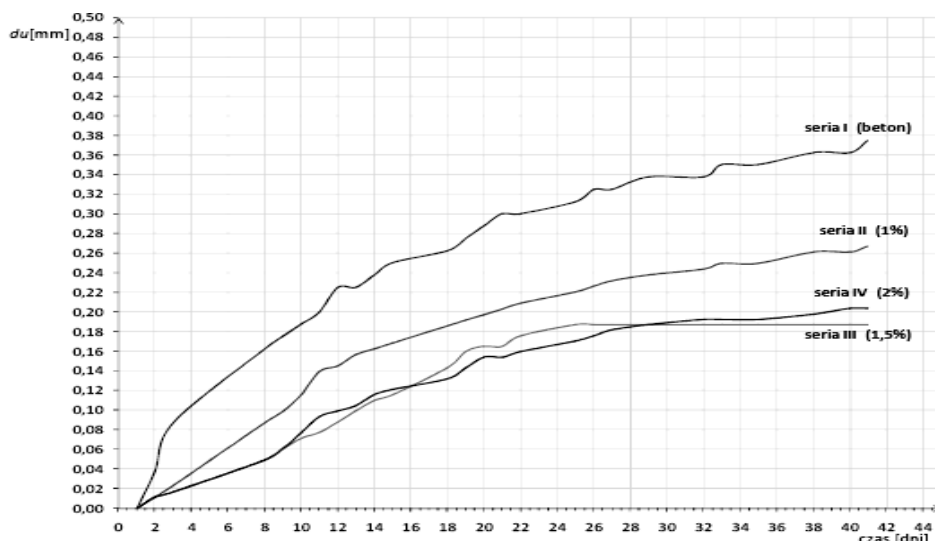
W badaniach materiałowych użyto włókien polipropylenowych o długości włókien wynoszących 19 mm. Procentowa, mierzona objętościowo zawartość włókien w kompozycie wynosiła odpowiednio 0%, 0,5%, 1,0%, 1,5% (wagowo: 0, 3,5, 7,0 i 10,5 kg/m³). Wytrzymałości na ściskanie kompozytu określane na próbkach sześciennych 10×10×10 cm podano w Tabl. 3. Badano także wytrzymałość na rozciąganie przy zginaniu oraz skurcz.

Tablica 3. Wytrzymałość na ściskanie betonu z dodatkiem włókien polipropylenowych

seria	V_f %	Średnia wytrzymałość na ściskanie[MPa]	Procentowy wzrost wytrzymałości na ściskanie
			%
I	0	19,8	0
II	0,5	24,2	22,0
III	1,0	20,4	3,0
IV	1,5	22,0	10,0

Wyniki przeprowadzonych badań wykazały, że dodanie włókna polipropylenowego do mieszanki, podwyższa nieco wytrzymałość na ściskanie kompozytu. Największą wytrzymałość na ściskanie osiągnięto w przypadku serii o zawartości $V_f = 0,5\%$. Zwiększenie zawartości włókna polipropylenowego w betonie ponad 0,5% nie wpływa proporcjonalnie na wzrost wytrzymałość, lecz odwrotnie, obniża tę wytrzymałość. Dodanie większej ilości włókna powoduje znaczne pogorszenie urabialności mieszanki betonowej, co z kolei prowadzi do zwiększenia stosunku w/c (wodno-cementowego). Ponadto większa ilość dodanego włókna ogranicza równomierne wymieszanie się składników. Badania wytrzymałości na rozciąganie przy zginaniu wykazały korzystny wpływ włókien na podwyższenie tej właściwości, chociaż przyrost wytrzymałości nie był tak znaczny, jak w przypadku włókien stalowych.

Przeprowadzono także badania skurczu próbek kompozytowych z włóknem polipropylenowym. Zmianę odkształceń w czasie dla czterech różnych serii próbek pokazano na rysunku 3. Badania te wykazały jednoznacznie, że również włókno z polipropylenu znacznie zmniejsza odkształcenia skurczowe kompozytu, w porównaniu do próbki bez włókien.



Rys. 3. Odkształcenia skurczowe dla poszczególnych serii badawczych

3 BADANIA BELEK MODELOWYCH ZE ZBROJENIEM MIESZANYM

Zaprojektowano żelbetowe belki modelowe o przekroju 80 x 120 mm i rozpiętości 1100 mm. Elementy wykonane były ze zbrojeniem prętowym w postaci 2 prętów Φ 6 mm (przy stopniu zbrojenia na zginanie 1,2 %) ze zróżnicowanym objętościowo dodatkiem włókien stalowych lub polipropylenowych. W badaniach doświadczalnych określano ugięcia doraźne belek oraz analizowano charakter ich zarysowania. Określano także nośność belek na zginanie. Celem badań było wykazanie, że zastosowanie dodatku włókien stalowych (bądź polipropylenowych) zwiększa nośność na zginanie i poprawia odkształcalność belek żelbetowych ze zbrojeniem mieszanym, w porównaniu do belek żelbetowych bez włókien, co w rezultacie umożliwia redukcję zbrojenia prętowego na zginanie.

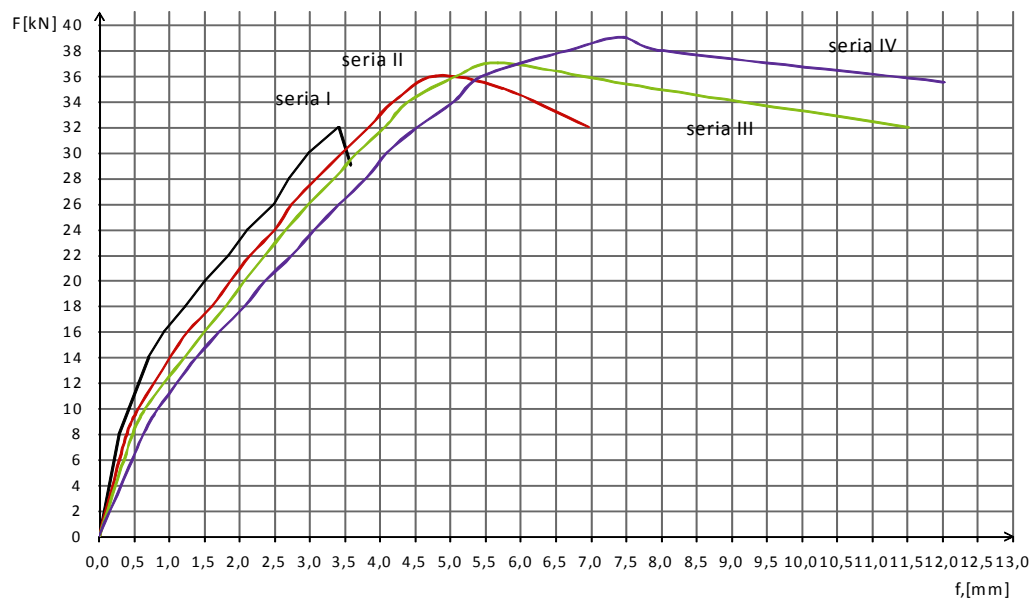
3.1 Belki modelowe z włóknem stalowym

Belki modelowe wykonane z betonu pozbawionego włókien ($V_f = 0$ %) wykazały maksymalną średnią nośność przy zginaniu odpowiadającą wartości siły niszczącej $F = 32$ kN. Po przekroczeniu tej wartości belki niszczyły się nie wykazując wzrostu ugięcia. W belkach żelbetowych zbrojonych dodatkowo włóknami stalowymi nośności na zginanie były wyraźnie wyższe, niż w przypadku belek bez dodatku włókien. Wyniki badania nośności belek modelowych przedstawiono w Tablicy 4. Najkorzystniejszy efekt wzmocnienia belki zbrojonej w sposób mieszany uzyskano dla serii IV przy zawartości włókien równej 2%. Przyrost nośności na zginanie, w porównaniu do belki bez zbrojenia rozproszonego wyniósł tu ok. 22 %. Jest to równoznaczne z możliwością redukcji pola przekroju zbrojenia prętowego na zginanie.

Wpływ zawartości włókien stalowych na ugięcia doraźne badanych belek dla poszczególnych serii badawczych pokazano na rys. 4. Przy tych samych poziomach siły obciążającej widoczny był pewien niewielki wzrost ugięcia belek o większej procentowo zawartości włókien, jednak dla wszystkich serii pomiarowych obecność włókien zwiększyła znacząco moment rysujący i zmniejszyła szerokość rys prostopadłych.

Tablica 4. Siły i momenty niszczące dla poszczególnych serii belek modelowych z włóknem stalowym

Seria	V_f [%]	Siła niszcząca F_f [kN]	Nośność M_{Ed} [kNm]	Procentowy wzrost nośności na zginanie [%]
I	0	32	5,33	-
II	1	36	6,00	12,5
III	1,5	37	6,17	15,6
IV	2	39	6,50	21,9

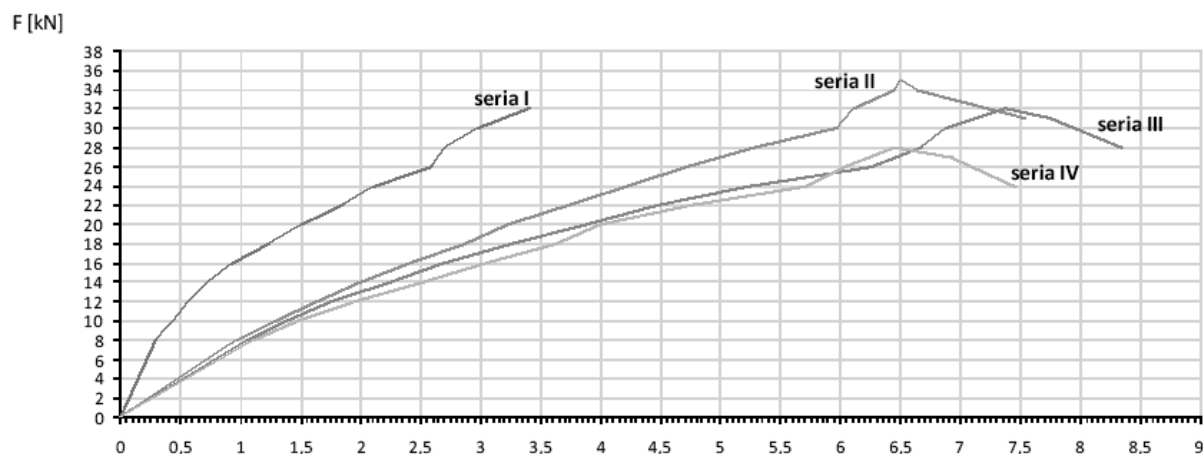


Rys. 4. Wpływ zawartości włókien stalowych na ugięcia i nośność modelowych belek żelbetowych

3.2 Belki modelowe z włóknem polipropylenowym

W badaniach modelowych zastosowano identyczne (jak w p. 3.1) konstrukcje belek żelbetowych o przekroju poprzecznym 80 x 120 mm i rozpiętości 1100 mm, wykonane z dodatkiem włókien polipropylenowych o właściwościach określonych w tablicy 3. Zaobserwowano, podobnie jak dla belek z włóknem stalowym, że belki żelbetowe po osiągnięciu maksymalnej nośności nie ulegały gwałtownemu zniszczeniu, jak miało to miejsce w przypadku belki żelbetowej bez włókien. W belkach ze zbrojeniem mieszanym wartości nośności na zginanie były zróżnicowane w zależności od zawartości włókna rozproszonego. Maksymalną nośność uzyskano przy zawartości włókna polipropylenowego wynoszącego $V_f = 1,0\%$, jednak przyrost nośności wynosił tu ok. 10 %. Okazał się więc niższy, niż zanotowany dla belek z włóknem stalowym. Wzrost procentowej zawartości włókna w betonie ponad 1% nie powodował już wzrostu nośności, w porównaniu do belek żelbetowych z zerową zawartością zbrojenia rozproszonego.

Wpływ zawartości włókien polipropylenowych na charakterystykę ugięć belek modelowych dla czterech serii pomiarowych pokazano na wykresach na rys. 5. Charakterystyka ta okazała się podobna jak dla belek modelowych z włóknem stalowym (rys.4), jednak maksymalne nośności zanotowano tu przy większych ugięciach.

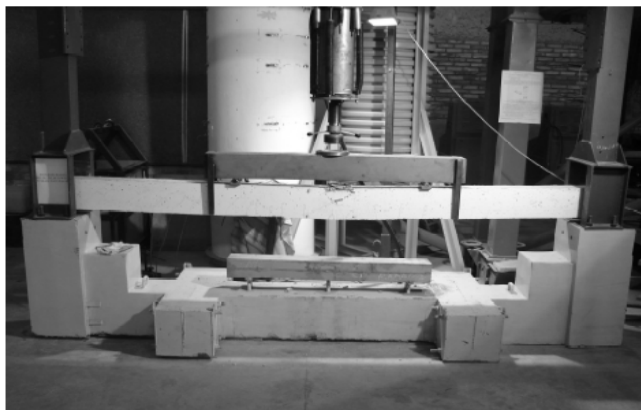


Rys. 5. Wpływ zawartości włókien na ugięcie belek żelbetowych z dodatkiem włókien polipropylenowych

4 BADANIA BELEK W SKALI NATURALNEJ

Badaniom na zginanie poddano 3 belki żelbetowe o rozpiętości 310 cm i przekroju 120 x 200 mm. Belki miały identyczne zbrojenie prętowe na zginanie (2 $\phi 12$), przy stopniu zbrojenia równym 1,8%). Zawartość objętościowa włókien w badanych belkach wynosiła: Belka 1 – z włóknem stalowym w ilości $V_f = 2\%$, Belka 2 – z włóknem z polipropylenu w ilości $V_f = 0,5\%$, Belka 3 – z zerową zawartością włókien: $V_f = 0\%$.

Zakres badań obejmował pomiar ugięć belek, kontrolę rozwarcia rys, kontrolę odkształceń podłużnych betonu na kilku poziomach wysokości przekroju poprzecznego belek oraz określenie nośności na zginanie. Widok stanowiska badawczego belek w skali naturalnej pokazano na rys.6. Wyniki badania nośności na zginanie podano w tabeli 5.



Rys. 6. Widok stanowiska badawczego belek w skali naturalnej ze zbrojeniem mieszanym

Tablica 5. Siły niszczące oraz procentowy wzrost nośności na zginanie dla poszczególnych serii badawczych belek żelbetowych w skali naturalnej

Seria belek żelbetowych	V_f [%]	Siła niszcząca belkę F [kN]	Procentowy przyrost nośności na zginanie [%]
Bez włókien	0	50	-
Włókno polipropylenowe	0,5	57	13,7
Włókno stalowe	2	59	18,0

5 WNIOSKI

Z analizy uzyskanych wyników badań wynika, że wpływ dodatku włókien stalowych na wytrzymałość na ściskanie betonu nie jest znaczący (dla włókien stalowych maksymalnie wyniósł ok. 5%). Nieco korzystniejsze efekty zaobserwowano w betonie z dodatkiem włókien polipropylenowych. W przypadku elementów z włóknem polipropylenowym o zawartości objętościowej $V_f = 0,5\%$ określono przyrost wytrzymałości na ściskanie o ok. 20%.

Na podstawie otrzymanych wyników badań belek żelbetowych zbrojonych w sposób mieszany (zbrojeniem prętowym z dodatkiem włókien stalowych) można stwierdzić, że przyrost nośności badanych belek na zginanie jest proporcjonalny do zawartości włókien. Wyniki badań jednoznacznie wskazały na efektywność stosowania dodatku włókien stalowych do betonu w celu poprawy nośności oraz rysoodporności belek pracujących na zginanie. Jest to także uzasadnione względami ekonomicznymi. Ustalono, że przy zachowaniu nośności projektowanej belki zastosowanie w betonie włókna stalowego w ilości 2% (objętościowo) pozwala zmniejszyć pole przekroju zbrojenia prętowego na zginanie o ok. 20%.

W przypadku belek żelbetowych z dodatkiem włókien polipropylenowych wpływ zbrojenia rozproszonego na poprawę nośności na zginanie był także zauważalny, jednak wzrost nośności wymaga tu głębszej analizy właściwości użytego kompozytu, z uwzględnieniem wymagań zalecanych przez producenta włókien.

W badaniach belek z włóknobetonu zauważono także inne zalety stosowania włókien rozproszonych, wpływających na korzystne zachowanie się elementów zginanych, np. zwiększoną odporność na zarysowanie, brak oznak kruchego niszczenia betonu, wydłużenie czasu do całkowitego zniszczenia, związanych z ujawnieniem się cech quasi-plastycznych betonu.

PIŚMIENNICTWO

- [1] Brandt A. M., Glinicki M.: Investigation of the flexural toughness of fiber reinforced composites (FRC). Archives of Civil Engineering, 1999/3, s. 339-426.
- [2] Katzer J.: Zastąpienie części zbrojenia prętowego włóknami stalowymi w belkach betonowych, Przegląd Budowlany, 11, 2001, s. 18-21.
- [3] Jasiczak J., Wdowska A., Rudnicki T.: Betony ultrawysokowartościowe. Właściwości Technologie, Zastosowania. Wyd. Polski Cement, 2008 s. 157.
- [4] Hulimka J.: Strefa podporowa żelbetowego stropu płaskiego o podwyższonej nośności na przebicie. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2009, str. 228.
- [5] Dinh H., Parra-Montesinos G. Wight J. K.: Shear behavior of Steel Fiber-Reinforced Concrete Beams without Stirrup Reinforcement. ACI Str. Journal. 5/2010, pp. 597 – 606.
- [6] Jonston C. D.: Fiber Reinforced Cements and Concretes. Gordon and Breach Science Publishers, Amsterdam, 2001.
- [7] Maidl B. R.: Steel Fiber Reinforced Concrete. Ernst & Sohn, 1995.

EFFECTIVENESS OF REINFORCEMENT CONSISTING OF BARS AND FIBERS IN REINFORCED CONCRETE BEAMS

Summary

The paper presents the results of investigation on RC beams with traditional reinforcement mixed with a different volume of steel or polypropylene fibers. The analysis of tests showed a beneficial effect of the use of fibers in reinforced concrete beams on the bearing capacity and cracking resistance of structural members. Some other advantages of the use of fibers have been observed, e.g. quasi-plastic behavior of RC beams.

Tadeusz URBAN¹
Marek SITNICKI²
Jerzy TARKA³
Politechnika Łódzka

WZMACNIANIE NA PRZEBICIE PŁYT ŻELBETOWYCH Z BŁĘDNIE USYTUOWANYM ZBROJENIEM GŁÓWNYM

STRESZCZENIE

Przedmiotem niniejszej pracy jest opis badań eksperymentalnych, poświęconych określeniu wpływu błędu montażowego zbrojenia głównego (niekontrolowane zwiększenie otuliny) oraz próba przeciwdziałania jego negatywnym skutkom. Cztery naturalnej wielkości modele badawcze wykonano jako symulujące wewnętrzne połączenie płyta-słup. Dwie płyty wykorzystano jako modele porównawcze – jeden z nominalną otuliną 20 mm, drugi z otuliną zwiększoną do 50 mm. Pozostałe elementy wzmocniono zewnętrznie mocowanymi płaskownikami stalowymi, których zadaniem było zwiększenie stopnia zbrojenia głównego. Pierwszy z nich (WPSK-8') wzmocniono przed przyłożeniem obciążenia, natomiast drugi (WPSK-8''), pod działającym obciążeniem. Ocenę skuteczności zastosowanego sposobu wzmocnienia dokonano na podstawie pomiarów przemieszczeń, odkształcenia zbrojenia prętowego i zewnętrznego oraz obserwacji rozwoju zarysowania na rozciąganej powierzchni płyty. Zaprezentowaną metodę wzmocniania uznano za skuteczną,

Słowa kluczowe: płyta żelbetowa, przebicie, zbrojenie, błąd montażowy

1 WPROWADZENIE

W praktyce wykonawczej monolitycznych stropów żelbetowych występuje tendencja do przemieszczania górnego zbrojenia do dołu. W ten sposób zostaje zmniejszona wysokość użyteczna płyty. W wypadku konstrukcji płytowo-słupowych newralicznym miejscem zwykle decydującym o bezpieczeństwie konstrukcji jest strefa przysłupowa. Masowość realizacji obiektów w monolitycznej technologii płytowo-słupowej, przy jednocześnie dość niskim poziomie wykonawstwa, może w przyszłości zaowocować licznymi awariami, a nawet katastrofami budowlanymi. Na (rys. 1) pokazano typowy przykład błędu montażowego zbrojenia głównego w strefie przysłupowej, który został zauważony przez autora projektu dzięki „dziwnemu” sposobowi stabilizacji elementów zbrojenia poprzecznego. Trzpieni

¹ tadeusz.urban@p.lodz.pl

² marek.sitnicki@p.lodz.pl

³ jerzy.tarka@p.lodz.pl

dwugłównych nie można było dowieźć bezpośrednio do prętów zbrojenia głównego, ponieważ dolna główka opierała się o deskowanie. Robotnicy zastosowali więc dodatkowe elementy pośrednie w postaci odcinków prętów zbrojeniowych, rozwiązując w ten sposób problem. Nikt z nadzoru inwestorskiego, ani kierownictwa budowy nie zwrócił uwagi na te błędy wykonawcze występujące we wszystkich strefach przysłupowych realizowanego obiektu. W zaprezentowanym przykładzie zbrojenie było przemieszczone do dołu o około 20 mm, co przy grubości całkowitej płyty 200 mm oznaczało zmniejszenie wysokości użytecznej o 12%.



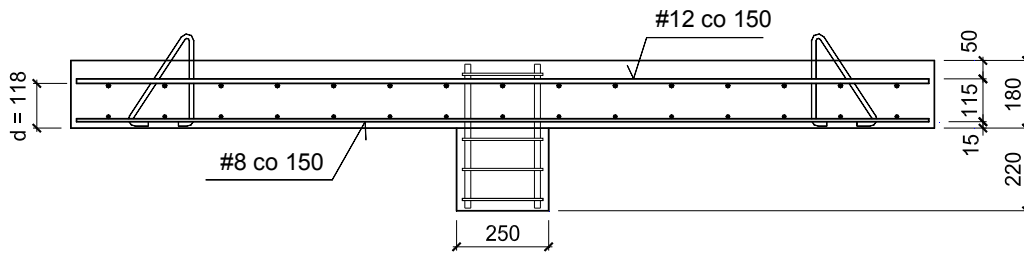
Rys. 1. Przykład obniżonego zbrojenia górnego o około 20 mm w strefie przysłupowej płaskiego stropu

Ten ważny dla praktyki problem obserwowany na większości budowli, był asumptem do podjęcia rozważań teoretycznych i badań eksperymentalnych nad ilościowym ustaleniem ubytku nośności na przebicie wraz ze zmniejszeniem się wysokości użytecznej płyty. W świetle Eurokodu 2 ubytek wysokości użytecznej d powoduje zmniejszenie obwodu kontrolnego u_1 , a co za tym idzie pola powierzchni przenoszącej naprężenia styczne, a z drugiej strony następuje wzrost stopnia zbrojenia głównego, od którego zależą naprężenia graniczne $v_{Rd,c}$. Działają więc dwa przeciwstawne czynniki mające wpływ na nośność przebicia.

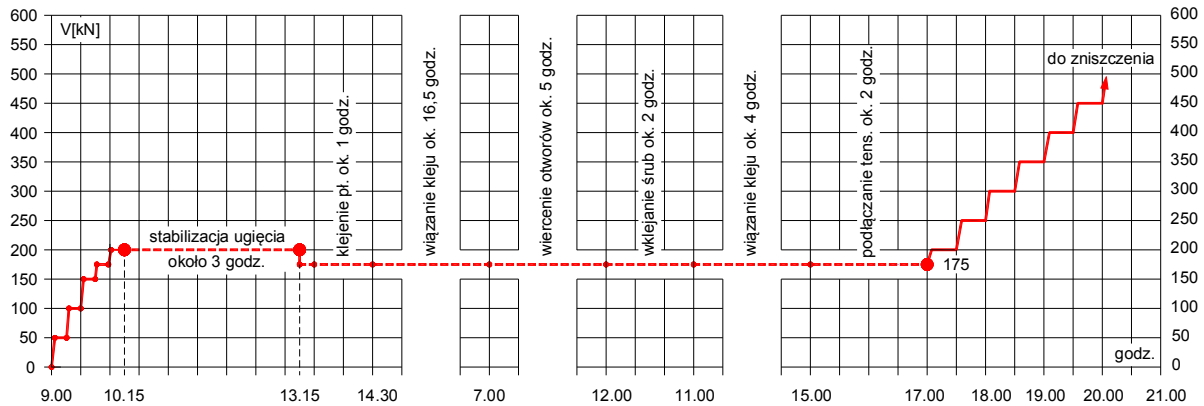
2 PROGRAM EKSPERYMENTALNY

Celem przeprowadzonych badań eksperymentalnych była ocena wpływu przedstawionego we wstępie błędu montażowego na zachowanie się wewnętrznego złącza płyta-słup oraz porównanie uzyskanych nośności przebicia. Drugi aspekt stanowiła natomiast próba naprawy tego typu błędów (w przypadku już wykonanych konstrukcji) poprzez montaż płaskowników stalowych pełniących funkcję dodatkowego zbrojenia zewnętrznego. Ideę kryjącą się za wybranym sposobem wzmocnienia, a polegającą na zwiększeniu stopnia zbrojenia podłużnego nad podporą, przedstawiono bliżej na przykładzie poprawnie wykonanych płyt z dodatkowym zbrojeniem zewnętrznym w postaci płaskowników stalowych [1] i taśm karbodurowych [2, 3].

Badania eksperymentalne składały się z 4 elementów, wykonanych jednocześnie z tej samej mieszanki betonowej. Dwa modele pełniły rolę porównawczą – pierwszy z nich, model S-3 miał nominalną otulinę równą 20 mm, natomiast drugi, S-4 – otulinę zwiększoną do 50 mm. Przekrój przez niewzmocnioną płytę z obniżonym zbrojeniem głównym pokazano na (rys. 2). Pozostałe dwie płyty, w których również obniżono górne zbrojenie prętowe, zostały wzmocnione stalowymi płaskownikami (po 8 szt. każdy), w celu rekompensaty strat nośności wynikających ze zwiększenia otuliny. Płaskowniki przyklejono do betonu na całej powierzchni styku i dodatkowo dociśnięto śrubami. Jeden z modeli WPSK-8' miał wzmocnienie wykonane przed przyłożeniem obciążenia, natomiast drugi (WPSK-8'') został wzmocniony pod działającym obciążeniem, odpowiadającym mniej więcej obciążeniu eksploatacyjnemu. Harmonogram badania ostatniej wymienionej płyty przedstawiono na (rys. 3).

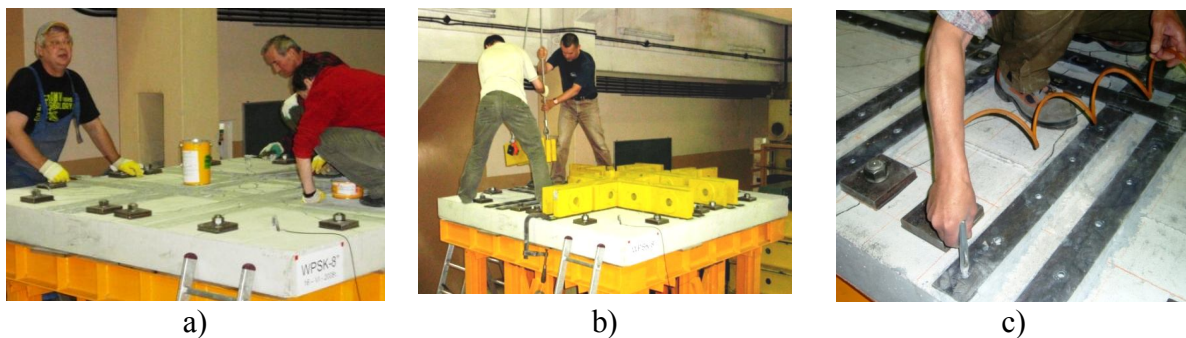


Rys. 2. Przekrój przez niewzmocnioną płytę z obniżonym zbrojeniem głównym



Rys. 3. Harmonogram badania modelu WPSK-8”

Na rysunku 4 pokazano kolejne fazy wzmacniania modelu WPSK-8” na stanowisku badawczym pod działającym obciążeniem. Pierwszym krokiem było stopniowe obciążenie modelu do poziomu 200 kN, co stanowiło ok. 54% obciążenia niszczącego. Należy tutaj zaznaczyć, że przed badaniem planowano model obciążyć do siły 250 kN, ale już przy 200 kN ujawniły się rysy o szerokości rozwarcia 1,20 mm, a jeden z czujników tensometrycznych usytuowanych na zbrojeniu głównym nad krawędzią słupa wykazał uplastycznienie pręta zbrojeniowego.



Rys. 4. Montaż wzmacnień pod obciążeniem w modelu WPSK-8””; a) rozkładanie kleju na płycie modelu, b) dociskanie płaskowników po ich ułożeniu na warstwie kleju, c) czyszczenie otworów pod śruby sprężonym powietrzem

W dalszej kolejności za pomocą kleju epoksydowego przyklejono płaskowniki na uprzednio przygotowanej powierzchni płyty. Po związaniu kleju wywiercono otwory na śruby, oczyszczono je i wklejono dodatkowe kotwienie płaskowników. Gdy klej związał, zainstalowano tensometry na zbrojeniu zewnętrznym i następnie przystąpiono do dalszego badania, obciążając płytę aż do zniszczenia.

Średnia wytrzymałość betonu określona na próbkach kostkowych (15×15×15 cm) i walcowych (15×30 cm) dla całej serii badawczej wynosiła odpowiednio 46,1 MPa i 39,8 MPa. Główne zbrojenie prętowe, o średniej granicy plastyczności równej 573,2 MPa, wykonano w postaci ortogonalnej siatki z prętów Ø12 mm w rozstawie co 150 mm obu kierunkach. W efekcie uzyskano stopień zbrojenia na zginanie równy 0,51% dla płyty z nominalną otuliną i 0,64% dla modelu odniesienia z obniżonym zbrojeniem głównym. Do wzmocnienia elementów badawczych wykorzystano płaskowniki stalowe o przekroju 80×8 mm, średniej granicy plastyczności 316 MPa (stal S235) i module odkształcalności 206 GPa.

3 WYNIKI BADAŃ

3.1 Nośność modeli eksperymentalnych

Nośność eksperymentalną V_{exp} zarejestrowaną w badaniach poszczególnych modeli zestawiono w (tab. 1). Wynika z niej, że przemieszczenie zbrojenia górnego płyty o 30 mm od poziomu nominalnego, zmniejszyło nośność na przebicie o ponad 20%, co obrazuje jak niebezpieczne może być nieprecyzyjne umiejscowienie prętów siatki zbrojeniowej. Zastosowanie zbrojenia zewnętrznego w postaci płaskowników stalowych, którego zadaniem było przeciwdziałanie redukcji nośności płyty na przebicie, pozwoliło ze znacznym zapasem zrekompensować błąd wynikający ze zmniejszenia wysokości użytecznej płyty. Wzrost nośności w stosunku do modelu nominalnego S-3 wyniósł dla płyty WPSK-8' – 47%, a dla elementu WPSK-8'' – 42%.

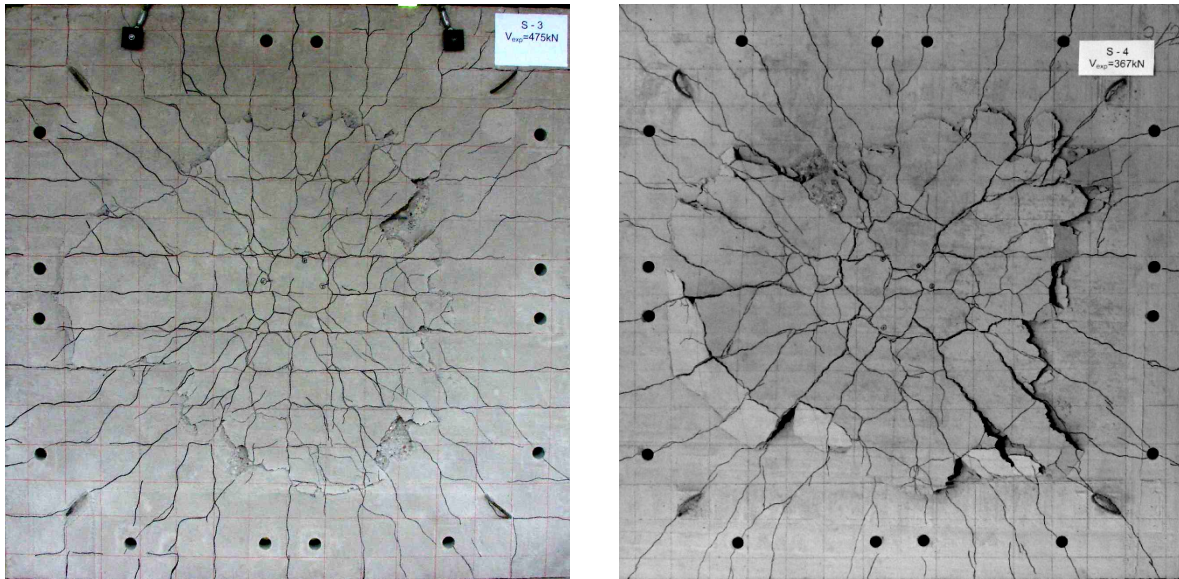
Tablica 1. Nośność modeli eksperymentalnych

Model	otulina nominalna [mm]	d [mm] (zmierzone)	V_{exp} [kN]	wskaźnik $V_{exp}/V_{exp\ S-3}$	wskaźnik $V_{exp}/V_{exp\ S-4}$
S-3	20	147	475	-	1,294
S-4	50	118	367	0,773	-
WPSK-8'		118	700	1,474	1,907
WPSK-8''		119	675	1,421	1,839

Jeszcze korzystniejsze jest porównanie nośności eksperymentalnych modeli wzmocnionych na przebicie z elementem odniesienia S-4 (o otulinie równej 50 mm). W tym przypadku osiągnięty przyrost nośności to aż 91% - model WPSK-8' i 84% - płyta WPSK-8''. Wzmacnianie płyty bezpośrednio pod obciążeniem skutkowało jedynie nieznacznie mniejszą siłą niszczącą (o około 6%) niż dla modelu, w którym zbrojenie zewnętrzne zamocowano przed przyłożeniem obciążenia zewnętrznego. Świadczy to o dużej skuteczności zastosowanej technologii, pomimo dość skomplikowanego montażu płaskowników.

3.2 Wyniki obserwacji rys

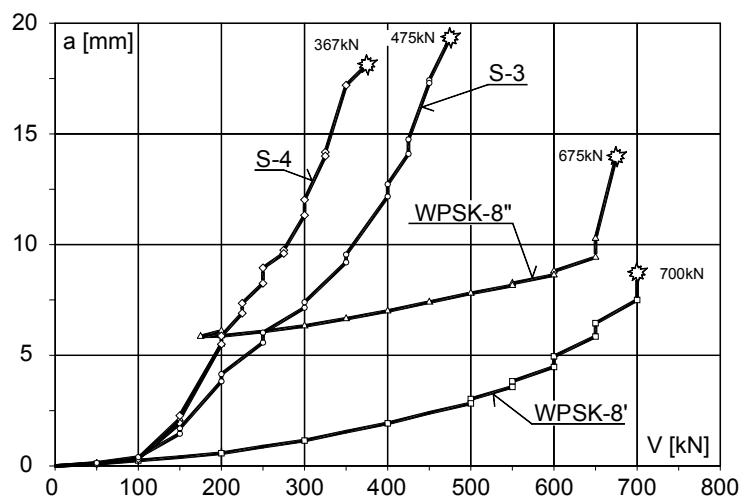
Na rysunku 5 pokazano morfologię rys w stanie granicznym nośności dwóch modeli różniących się grubością otuliny. W modelu S-3, o otulinie grubości 20 mm, daje się wyraźnie zauważyć wpływ siatki zbrojenia górnego na morfologię rys, które początkowo rozwijały się nad prętami zbrojenia górnego. Dopiero w późniejszej fazie obciążenia łączyły się ukośnymi odcinkami, tworząc układ promieniowy zgodny z kierunkami momentów głównych. W przypadku płyty S-4 od samego początku rozwój rys był zgodny z kierunkiem momentów głównych.



Rys. 5. Porównanie morfologii rys modeli różniących się grubością otuliny Po lewej model S-3 - otulina 20 mm, po prawej model S-4 - otulina 50 mm

3.3 Wyniki pomiarów przemieszczeń

Na rysunku 6 przedstawiono przyrost przemieszczenia elementów badawczych. Wyraźnie widoczny jest efekt zwiększonej sztywności modeli dzięki wzmocnieniu płyt płaskownikami stalowymi. Zbrojenie zewnętrzne zainstalowanie pod obciążeniem 175 kN (model WPSK-8'') spowodowało znaczne usztywnienie elementu, co uwidoczniło się odchyleniem wykresu w stosunku do analogicznej charakterystyki zarejestrowanej dla porównawczego modelu S-4. Do momentu aplikacji wzmocnienia oba wykresy praktycznie się pokrywają.



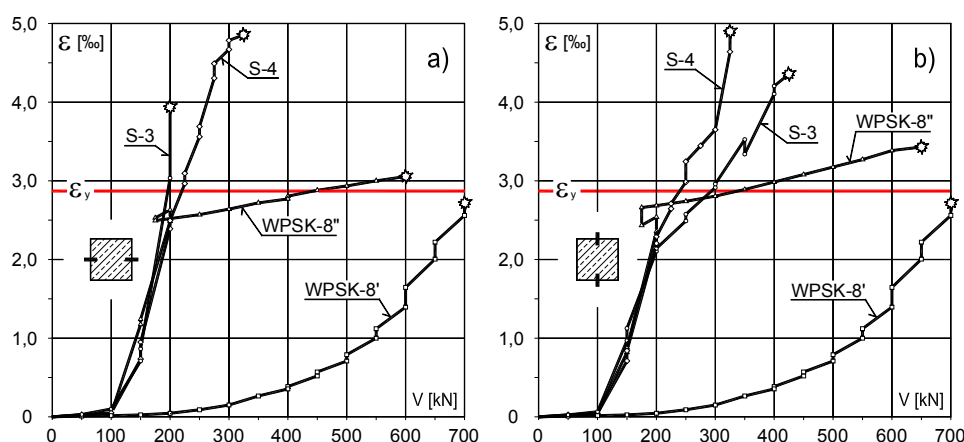
Rys. 6. Porównanie przemieszczenia płyt badawczych

Kolejnym istotnym wnioskiem płynącym z porównania ugięć jest fakt, iż wzmocnienie wykonane pod obciążeniem (model WPSK-8'') zadziałało równie skutecznie przy ograniczeniu ugięcia, jak w sytuacji montażu przed przyłożeniem na płytę siły pionowej (model WPSK-8'). Po wzmocnieniu charakter wykresów dla obu modeli jest bardzo zbliżony,

co potwierdza skuteczność przeprowadzonego procesu mocowania płaskowników do powierzchni żelbetowej płyty pod obciążeniem.

3.4 Wyniki pomiarów odkształcenia zbrojenia głównego

Wykresy na (rys. 7) przedstawiają odkształcenia zbrojenia głównego płyty w funkcji obciążenia. Jak widać, odkształcenia prętów górnej siatki zbrojeniowej płyt niewzmocnionych przyrastają w sposób zbliżony. Po zamontowaniu zbrojenia zewnętrznego (model WPSK-8''), zaobserwowano wyraźne zmniejszenie przyrostu odkształceń pod rosnącym obciążeniem. Odchylenie wykresu dla tego modelu jest znaczne i skutkuje późniejszym osiągnięciem granicy plastyczności, którą na (rys. 7) przedstawiono jako poziomą linię (ϵ_y). Na tej podstawie można zatem wnioskować, iż zbrojenie zewnętrzne skutecznie włączyło się do współpracy i przejęło część sił pierwotnie przenoszonych przez zbrojenie główne.

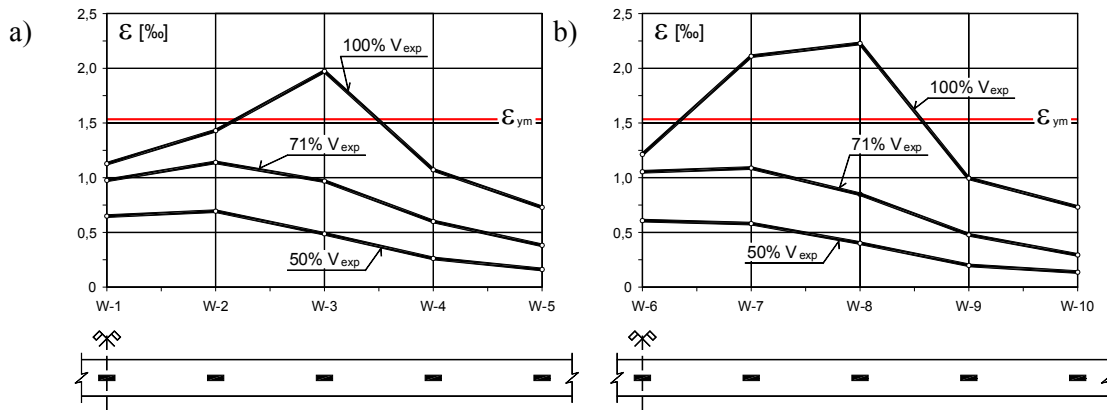


Rys. 7. Odształcenia prętów zbrojenia głównego w miejscu przecięcia z obrysem słupa a) górna siatka zbrojeniowa, b) dolna siatka zbrojeniowa

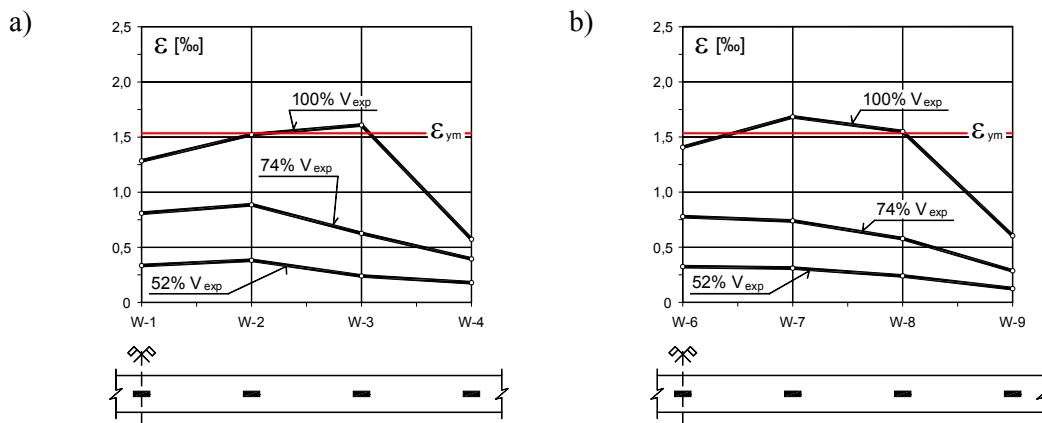
3.5 Wyniki pomiarów odkształcenia zbrojenia zewnętrznego

Do pomiarów odkształcenia zewnętrznych płaskowników stalowych wykorzystano tensometry elektrooporowe o bazie 10 mm. Niewielka liczba czujników na zbrojeniu zewnętrznym płyty WPSK-8'' wynika przede wszystkim z trudności wykonawczych i ograniczeń czasowych – ponieważ płaskowniki mocowano do płyty pod obciążeniem według przewidzianego ścisłego harmonogramu.

Odształcenia płaskowników modelu WPSK-8' i WPSK-8'' pokazano odpowiednio na (rys. 8) i (rys. 9). Wartości na wykresach są średnimi z dwóch czujników umieszczonych na płaskownikach wzajemnie do siebie prostopadłych i znajdujących się w tej samej odległości od krawędzi słupa. Jak widać z poniższych wykresów, najbardziej wyężone miejsca znajdowały się w pobliżu przekątnych płyty. W obu modelach w stanie granicznym nośności doszło do lokalnego uplastycznienia zbrojenia zewnętrznego. Świadczy to o pełnym wykorzystaniu potencjału zastosowanego zbrojenia zewnętrznego, zarówno tego usytuowanego bliżej krawędzi słupa, jak i umiejscowionego w drugim rzędzie. Montaż płaskowników pod obciążeniem (w warunkach zbliżonych do rzeczywistych), pomimo trudności aplikacyjnych, nie zmniejszył w sposób znaczący wpływu zbrojenia zewnętrznego i umożliwił jego skuteczną pracę.



Rys. 8. Odształcenia płaskowników w modelu WPSK-8' a) płaskowniki położone bliżej słupa, b) płaskowniki zewnętrzne



Rys. 9. Odształcenia płaskowników w modelu WPSK-8'' a) płaskowniki położone bliżej słupa, b) płaskowniki zewnętrzne

4 WNIOSKI

Przeprowadzone badania doświadczalne płyt żelbetowych pozwalają na sformułowanie kilku podstawowych wniosków. Przede wszystkim obniżenie położenia górnej siatki zbrojenia głównego jest poważnym błędem wykonawczym, wpływającym w sposób bardzo istotny na nośność na przebitecie. Na podstawie rozważanego przypadku przy zwiększeniu otuliny głównego zbrojenia z 20 mm do 50 mm (zmniejszenie wysokości użytecznej d z 148 mm do 118 mm) zaobserwowano redukcję nośność na przebitecie o ponad 20%.

Kolejnym istotnym wnioskiem jest fakt, iż zastosowanie płaskowników stalowych mocowanych do powierzchni płyty za pomocą kleju epoksydowego i wklejanych śrub, pozwala z zapasem przeciwdziałać negatywnemu efektowi zwiększenia otuliny – wzmacniając płytę pod obciążeniem (model WPSK-8'') uzyskano wzrost nośności na przebitecie o ponad 80% w odniesieniu do elementu z „błędem wykonawczym” S-4 i o ponad 40% względem płyty S-3 z nominalną otuliną.

Do momentu montażu zbrojenia zewnętrznego model zachowuje się jak wzorcowa płyta niewzmocniona, natomiast po aplikacji płaskowników wykazuje zachowanie analogiczne do modelu wzmacnionego przed obciążeniem - co jest zgodne z oczekiwaniami. Zatem skuteczność wykonania wzmacnienia w warunkach rzeczywistych (pod obciążeniem)

jest równie skuteczna – co znalazło także odzwierciedlenie w uzyskanej nośności eksperymentalnej na przebicie.

Zgodnie z oczekiwaniami stwierdzono, iż otulina determinuje sposób zarysowania modeli niewzmocnionych – rysy w płycie z nominalną otuliną przede wszystkim śledzą siatkę zbrojenia, podczas gdy w elemencie z powiększoną otuliną układają się wzdłuż kierunków radialnych, co wskazuje na uplastycznienie zbrojenia głównego na znacznym obszarze płyty i zniszczenie elementu bliższe wyczerpaniu nośności na zginanie.

Montaż płaskowników stalowych za pomocą kleju epoksydowego i wklejanych śrub (model WPSK-8'') pod działającym obciążeniem, pozwala osiągnąć granicę plastyczności zbrojenia zewnętrznego – podobnie jak w przypadku modelu wzmocnionego przed obciążeniem (WPSK-8').

Mając na uwadze powyższe wnioski, w przypadku wystąpienia błędu wykonawczego przybliżonego we wstępie niniejszej pracy, wzmocnienie wewnętrznego połączenia płyta-śłup zewnętrznymi płaskownikami stalowymi, jest rozwiązaniem skutecznie przeciwdziałającym powstałemu ubytkowi nośności na przebicie.

PIŚMIENNICTWO

- [1] Urban T., Sitnicki M., Tarka J.: Badania złączy płyta-śłup wzmocnianych na przebicie zbrojeniem zewnętrznym, KILiW PAN, Problemy Naukowo-Badawcze Budownictwa, Tom VI Badawczo-Naukowe Zagadnienia w Budownictwie, Wydawnictwo Politechniki Białostockiej 2008, s. 249-256.
- [2] Tarka J.: Wzmocnianie połączeń płyta-śłup taśmami CFRP, IX Konf. Naukowa Doktorantów Wydziałów Budownictwa, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Budownictwo z. 113, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej 2008, s. 335-342.
- [3] Urban T., Tarka J.: Próba prognozowania nośności złącza płyta-śłup wzmocnionego zewnętrznymi taśmami CFRP, 55 Konf. KILiW PAN i KN PZITB, Krynica 2009, s. 273-280.

STRENGTHENING OF FLAT CONCRETE SLABS AGAINST PUNCHING SHEAR IN CASE OF MAIN STEEL REINFORCEMENT DISLOCATION

Summary

The paper presents research devoted to determining the effect of main steel reinforcement dislocation (an uncontrolled increase of concrete cover) and an attempt to counteract its negative effects. Four natural scale specimens made from the same batch of concrete were analyzed. Each specimen was designed to simulate an inner slab-column connection. Two slabs were used as reference models – one with nominal concrete cover of 20 mm and the other with an increased concrete cover to 50 mm. The other specimens were strengthened with externally bonded flat iron bars in order to increase the longitudinal reinforcement ratio over the support. The slab WPSK-8' was strengthened before the application of a vertical force to the column, while specimen WPSK-8'' was strengthened under the load. An evaluation of the efficiency of the presented solution was carried out on the basis of the measurement performed during testing. The introduced strengthening method was recognized as efficient while counteracting the negative effect of reinforcement dislocation, simultaneously providing a significant increase of punching resistance.

Adam URYZAJ¹
Politechnika Poznańska
Instytut Konstrukcji Budowlanych

WPLYW WILGOTNOŚCI BETONU NA NAPRĘŻENIA PRZYCZEPNOŚCI DO STALI ZBROJENIOWEJ

STRESZCZENIE

Celem pracy jest doświadczalne określenie wpływu wilgotności betonu na naprężenia przyczepności pomiędzy betonem i stalą zbrojeniową. W pracy przedstawiono wyniki badań własnych wykonanych metodą wyciągania zabetonowanych prętów zbrojeniowych tzw. metodą „pull-out”. Badania przeprowadzono na betonie zwykłym klasy C30/37 w trzech stanach wilgotnościowych, mianowicie w stanie całkowicie suchym, w stanie powietrzno-suchym oraz w stanie pełnego nasycenia betonu wodą pod normalnym ciśnieniem atmosferycznym. W badaniach użyto prętów zbrojeniowych średnicy $\phi 8$ i $\phi 16$ mm klasy 34GS. Uzyskane wyniki badań wykazały istotny wpływ wilgotności betonu na jego przyczepność do prętów zbrojeniowych.

Słowa kluczowe: beton, stal, wilgotność, przyczepność, wytrzymałość.

1 WPROWADZENIE

Zagadnienie przyczepności betonu do stali zbrojeniowej jest jednym z podstawowych w konstrukcjach żelbetowych i sprężonych. Dzięki zjawisku przyczepności występuje współpraca pomiędzy betonem i stalą, która jest niezbędna do przenoszenia sił ze stali na beton oraz z betonu na stal. Przyczepność jest zjawiskiem bardzo skomplikowanym i zależy od wielu czynników, których wyodrębnienie jest bardzo trudne, ze względu na ich współzależność. Siły przyczepności zależą między innymi od jakości betonu, wytrzymałości betonu na ściskanie i rozciąganie, składu betonu, rodzaju cementu, rodzaju kruszywa, stosunku w/c, oraz warunków dojrzewania i pielęgnacji betonu. Naprężenia przyczepności zależą również od rodzaju prętów zbrojeniowych, ich średnicy, ukształtowania powierzchni, długości zakotwienia, korozji zbrojenia, czy zastosowanych powłok antykorozyjnych. Istotne znaczenie mają również czynniki zewnętrzne, takie jak temperatura, czy wilgotność otoczenia i materiału.

Rozpoznanie mechanizmów związanych z przyczepnością i poślizgiem pomiędzy stalą i betonem może dać podstawy do precyzyjnego opisu odkształcalności całej konstrukcji żelbetowej, a zwłaszcza procesu jej zarysowania (np.: [1], [2]). Konstrukcje budowlane

¹ adam.uryzaj@put.poznan.pl

pracują w różnych warunkach termiczno-wilgotnościowych środowiska, a często też w bezpośrednim kontakcie z wodą. Warunki środowiskowe w których pracują elementy wykonane z betonu kształtują wiele z jego właściwości, a tym samym wpływają na zachowanie się konstrukcji wykonanych z betonu oraz ich trwałość i niezawodność.

Badaniem zjawisk związanych z przyczepnością pomiędzy betonem i stalą zbrojeniową zajmowało się od samego początku istnienia żelbetu wielu badaczy. Literatura dotycząca tego tematu jest bardzo obszerna, jednak nie ma to przełożenia na praktyczne zalecenia projektowe. Normy do projektowania konstrukcji żelbetowych i sprężonych, w tym również obecnie obowiązująca Eurokod 2 [3] czy [4], w znacznym stopniu upraszczają to zjawisko. W większości norm do projektowania konstrukcji żelbetowych naprężenia przyczepności zależą w zasadzie tylko od wytrzymałości betonu na rozciąganie bądź ściskanie czasem dodatkowo od średnicy pręta. Jak wykazują badania przeprowadzone przez autorów wielu publikacji rzeczywiste wartości maksymalnych naprężeń przyczepności są niejednokrotnie znacznie większe niż wyznaczone z zależności normowych. Dlatego też wielu badaczy poszukuje własnych zależności, które uwzględniłyby więcej istotnych parametrów, a tym samym pozwalały na bardziej precyzyjne wyznaczanie rzeczywistych naprężeń przyczepności pomiędzy betonem i stalą zbrojeniową.

2 CEL I ZAKRES PRACY

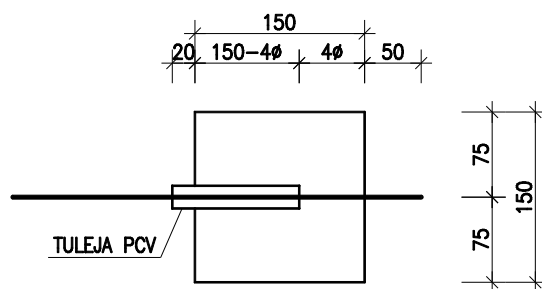
Celem pracy było doświadczalne określenie wpływu wilgotności betonu zwykłego na jego przyczepność do prętów zbrojeniowych. Badania przeprowadzono metodą wyciągania prętów zbrojeniowych z betonu tzw. metodą „pull-out”. Kształt elementów próbnych został przyjęty na podstawie zaleceń [5]. W badaniach zastosowano pręty żebrowane ze stali 34GS o dwóch średnicach, mianowicie: $\phi 8$ mm i $\phi 16$ mm. Badania zostały przeprowadzone na betonie zwykłym klasy C30/37. Szczegółowy skład zastosowanej mieszanki betonowej podano w (tabl. 1).

Tablica 1. Skład wagowy 1m³ mieszanki betonowej [6].

Rodzaj składnika	Jedn.	Ilość	Proporcja wagowa
Cement portlandzki CEM I 32,5R „Góraždze”	kg	260,0	1,000
Woda zarobowa	dm ³	139,0	0,535
Kruszywo naturalne	kg	2021,0	7,773
Plastyfikator ADDIMENT BV3	kg	0,5	0,002
Inhibitor korozji SIKA FERROGARD 901	kg	7,8	0,030

Pręty zbrojeniowe usytuowano w sposób osiowy w próbkach sześciennych o boku 150x150x150mm. Kierunek betonowania próbek był prostopadły w stosunku do ułożonych w formach prętów zbrojeniowych. Długość odcinka przyczepności l_b w każdym przypadku wynosiła 4 średnice zabetonowanego pręta ($l_b = 4\phi$), czyli odpowiednio dla prętów średnicy $\phi 8$ mm długość odcinka przyczepności wynosiła $l_b = 32$ mm, a dla prętów średnicy $\phi 16$ mm $l_b = 64$ mm. Schemat ideowy wykonanych elementów badawczych przedstawiono na (rys. 1).

Wymaganą długość zakotwienia otrzymano poprzez założenie na prętach przed zabetonowaniem tulei ochronnych z PCV oraz uszczelnienie ich silikonem. Przyjęcie w badaniach krótkich odcinków przyczepności pozwoliło przyjąć założenie, że wyznaczone wartości naprężeń przyczepności są równe na całej rozpatrywanej długości odcinka przyczepności.



Rys. 1. Schemat elementów próbnych do badania naprężeń przyczepności (wymiarów w mm).

Badania wykonano na betonie w trzech stanach wilgotnościowych: stanie całkowicie suchym, stanie powietrzno-suchym oraz stanie pełnego nasycenia betonu wodą. Za stan całkowicie suchy betonu przyjęto materiał wysuszony do stałej masy w temperaturze 105°C. Za stan powietrzno-suchy betonu uznano stan wilgotnościowy uzyskany w temperaturze około 18°C i wilgotności względnej powietrza około 50%. Jako stan pełnego nasycenia wodą przyjęto beton w pełni nasycony wodą pod normalnym ciśnieniem atmosferycznym.

Zabetonowane w próbkach pręty zbrojeniowe wyciągane były siłą działającą osiowo. W badaniach dokonywano pomiaru siły oraz przemieszczenia swobodnego końca pręta względem nieobciążonej powierzchni betonu. Pomiaru dokonywano za pomocą czujnika przemieszczeń liniowych HBM HOTTINGER typu 1-WA/10mm-T. Siła przykładana była ze stałym przyrostem przemieszczenia tłoka prasy wynoszącym 0,01 mm/s. Procesem obciążenia sterowano automatycznie za pomocą oprogramowania komputerowego Catman i aparatury pomiarowej HBM HOTTINGER BALDWIN MESSTECHNIK typu MGC plus AB22A. Badanie trwało do momentu uzyskania przemieszczenia swobodnego końca zabetonowanego pręta równego około 1,0 cm. Szczegółowy opis badań zawiera praca [6].

3 WYNIKI BADAŃ

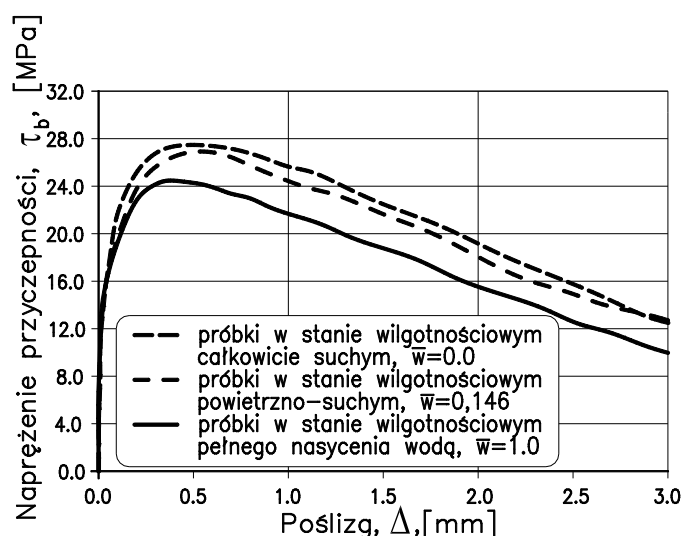
Rzeczywiste wilgotności wagowe w , wilgotności względne \bar{w} , oraz średnie wartości wytrzymałości na ściskanie, rozciąganie, modułów sprężystości i współczynników Poissona dla poszczególnych stanów wilgotności betonu przedstawiono w (tabl. 2). Jako wilgotność względną betonu przyjęto stosunek wilgotności betonu w danym stanie wilgotnościowym do wilgotności betonu w stanie pełnego nasycenia betonu wodą.

Tablica 2. Średnie wartości wilgotności betonu, wytrzymałości na ściskanie, rozciąganie, moduły sprężystości oraz współczynniki Poissona dla betonu w poszczególnych stanach wilgotnościowych uzyskane z badań doświadczalnych [7].

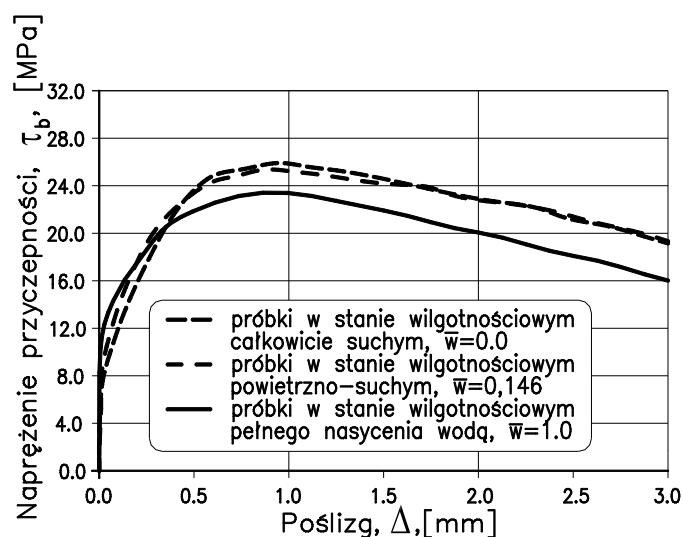
Parametr	Stan całkowicie suchy	Stan powietrzno-suchy	Stan pełnego nasycenia wodą
Wilgotność wagowa betonu, w [%]	0,00	0,65	4,45
Wilgotność względna betonu, \bar{w} [-]	0,00	0,146	1,00
Wytrzymałość na ściskanie, $f_{c,cube}$ [MPa]	55,44	51,17	44,37
Wytrzymałość na rozciąganie przy rozłupywaniu, $f_{ct,sp}$ [MPa]	3,64	3,37	2,92
Moduł sprężystości, E_{cm} , [GPa]	35,47	37,38	39,51
Współczynnik Poissona, ν , [-]	0,204	0,183	0,174

Dla każdego stanu wilgotnościowego betonu oraz rozpatrywanej średnicy prętów badania zostały przeprowadzone na minimum 6 elementach próbnych. Dla każdej próbki określono na podstawie uzyskanych wyników badań wartość maksymalnych naprężeń przyczepności, a następnie określono wartości średnie. Współczynniki zmienności wartości średnich były stosunkowo małe i wynosiły od 8% do 15%.

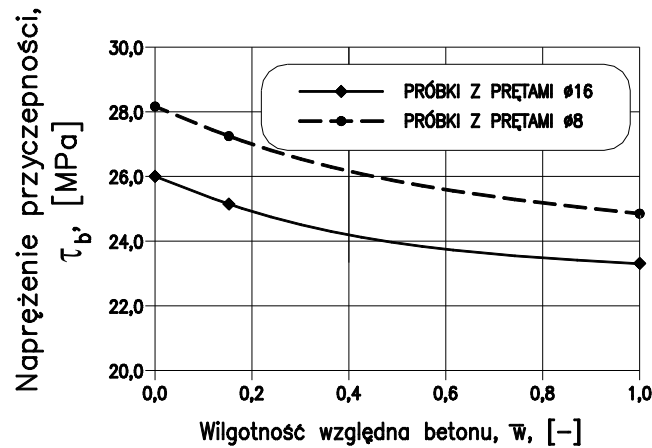
Na (rys.2) i (rys.3) przedstawiono wykresy zależności średnich wartości przemieszczeń swobodnego końca pręta w funkcji naprężenia przyczepności dla poszczególnych średnic prętów zbrojeniowych uzyskane z testów „pull-out”. Natomiast (rys. 4) przedstawia porównanie maksymalnych wartości naprężeń przyczepności w poszczególnych stanach wilgotności betonu.



Rys. 2. Wykres porównawczy średnich wartości naprężeń przyczepności prętów żebrowanych średnicy 8mm w funkcji poślizgów swobodnego końca pręta w różnych stanach wilgotnościowych.



Rys. 3. Wykres porównawczy średnich wartości naprężeń przyczepności prętów żebrowanych średnicy 16mm w funkcji poślizgów swobodnego końca pręta w różnych stanach wilgotnościowych.



Rys. 4. Wykres maksymalnych naprężeń przyczepności $\tau_{b,max}$ w zależności od wilgotności względnej betonu \bar{w} dla prętów żebrowanych.

Przedstawione wykresy wskazują na istotny wpływ wilgotności betonu na przyczepność pomiędzy stalą zbrojeniową i betonem.

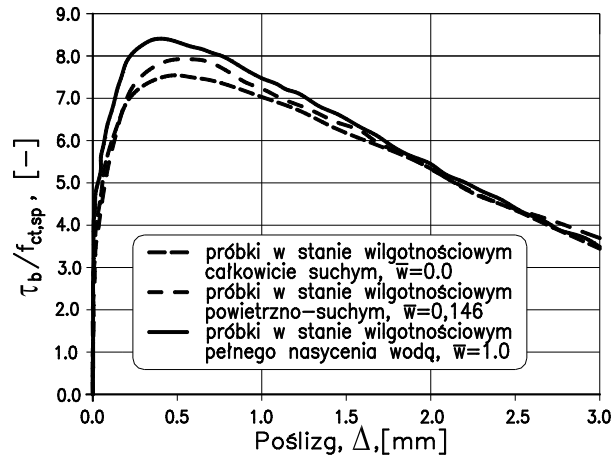
Naprężenia $\tau_{b,max}$ dla prętów żebrowanych wraz ze wzrostem stopnia zawilgocenia betonu obniżają swoją wartość. Początkowo wzrost wilgotności betonu, do pewnego poziomu obciążenia wynoszącego około 50% obciążenia maksymalnego, powodował wzrost naprężeń przyczepności. Przy wyższych obciążeniach trend ten odwraca się tak, że w strefie obciążeń maksymalnych naprężenia przyczepności dla prętów żebrowanych maleją wraz ze wzrostem wilgotności betonu.

Pręty żebrowane średnicy $\phi 8\text{mm}$ w stanie powietrzno suchym cechują maksymalne naprężenia przyczepności średnio o około 3% mniejsze w porównaniu ze stanem całkowicie suchym. W stanie pełnego nasycenia betonu wodą naprężenia te są mniejsze średnio o około 12% w stosunku do stanu całkowicie suchego. Dla prętów żebrowanych średnicy $\phi 16\text{mm}$ naprężenia $\tau_{b,max}$ w stanie powietrzno suchym są natomiast mniejsze średnio o około 3% w stosunku do stanu całkowicie suchego, a w stanie pełnego nasycenia betonu wodą średnio o około 10% w porównaniu ze stanem całkowicie suchym.

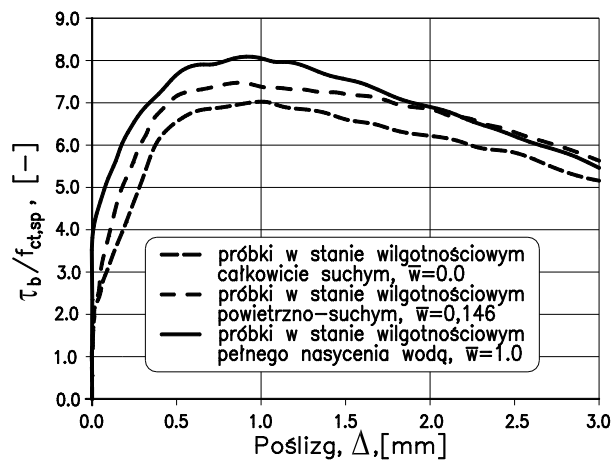
Rysunki (rys.5) i (rys. 6) przedstawiają porównanie dla rozpatrywanych stanów wilgotnościowych betonu i badanych średnic prętów zbrojeniowych zależności ilorazu naprężeń przyczepności τ_b i wytrzymałości betonu na rozciąganie przy rozłupywaniu $f_{ct,sp}$ w poszczególnych stanach wilgotności w stosunku do przemieszczeń swobodnego końca pręta.

Porównanie maksymalnych wartości ilorazu naprężeń przyczepności τ_b i wytrzymałości betonu na rozciąganie przy rozłupywaniu $f_{ct,sp}$ dla rozpatrywanych stanów wilgotnościowych betonu w funkcji wilgotności względnej przedstawiono na (rys. 7).

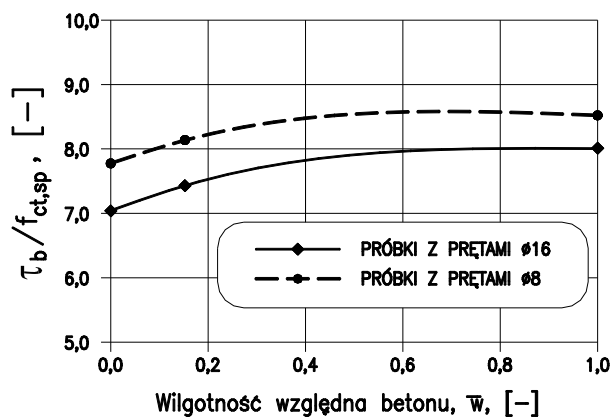
Przedstawione na (rys. 5) i (rys.6) wykresy dla obu rozpatrywanych średnic zbrojenia wskazują również na istotny wpływ zawilgocenia betonu na naprężenia przyczepności. Na podstawie tych wykresów można wyciągnąć wniosek, że naprężenia przyczepności zależą nie tylko od wytrzymałości betonu na rozciąganie czy ściskanie, ale również od pewnych innych cech materiałowych związanych z różną zawartością wody w materiale. Relacja przyrostu maksymalnych wartości ilorazów naprężeń przyczepności i wytrzymałości betonu na rozciąganie przy rozłupywaniu $\tau_b/f_{ct,sp}$ w miarę wzrostu wilgotności betonu, przedstawiona na (rys. 7), jest prawie identyczna dla obu rozpatrywanych średnic zbrojenia. Oznacza to, że wpływ wilgotności betonu na przyczepność prawdopodobnie nie zależy istotnie od średnicy prętów zbrojeniowych.



Rys. 5. Iloraz naprężeń przyczepności do wytrzymałości betonu na rozciąganie $\tau_b/f_{ct,sp}$ w zależności od przemieszczeń swobodnego końca pręta dla rozpatrywanych stanów wilgotnościowych betonu dla prętów żebrowanych średnicy 8mm.



Rys. 6. Iloraz naprężeń przyczepności do wytrzymałości betonu na rozciąganie $\tau_b/f_{ct,sp}$ w zależności od przemieszczeń swobodnego końca pręta dla rozpatrywanych stanów wilgotnościowych betonu dla prętów żebrowanych średnicy 16mm.



Rys. 7. Wykres maksymalnych wartości ilorazu naprężeń przyczepności do wytrzymałości betonu na rozciąganie $\tau_b/f_{ct,sp}$ w zależności od wilgotności względnej betonu \bar{w} dla prętów żebrowanych.

4 INTERPRETACJA WYNIKÓW BADAŃ

W przypadku prętów żebrowanych przyczepność pomiędzy betonem i prętami zbrojeniowymi powodowana jest przez siły adhezji, tarcie oraz przede wszystkim przez mechaniczne ząbienie się betonu o żeberka prętów. Na początku procesu wyciągania zabetonowanego pręta, czyli do chwili gdy na styku pomiędzy stalą i betonem na całej powierzchni pręta poślizgi są minimalne albo jeszcze nie występują, decydujące znaczenie w generowaniu naprężeń przyczepności ma zjawisko adhezji. Zjawisko początkowego wzrostu naprężeń przyczepności wraz ze wzrostem zawilgocenia betonu można wytłumaczyć przede wszystkim większą adhezją w środowisku wilgotnym. W środowisku powietrzno-suchym siły adhezji wynoszą około 50% sił adhezji w środowisku wilgotnym. Również istotną rolę odgrywać tu mogą wpływy skurczu i pęcznienia betonu. Wiele badań wykazało zmniejszenie przyczepności na wskutek skurczu. W przypadku suszenia próbek do stałej masy można prawdopodobnie zaobserwować podobne zjawisko. Pełne nasycenie betonu wodą powoduje z kolei jego pęcznienie powodujące powstanie ciśnienia betonu na pręty zbrojeniowe, co z kolei zwiększa tarcie. Achwierdow [8] uważa ponadto, że woda przy obciążeniu doraźnym w zawilgoconym betonie zachowuje się jak ciało sprężyste i wspomaga szkielet stały w przenoszeniu sił, powodując chwilowy wzrost sztywności ciała. Wraz ze wzrostem obciążeń siły adhezji przestają odgrywać znaczącą rolę, a o naprężeniach przyczepności decydują przede wszystkim czynniki mechaniczne, czyli użebrowanie prętów oraz jakość i wytrzymałość betonu. Dlatego też, przy pewnym poziomie obciążeń relacja naprężeń przyczepności w zależności od wilgotności betonu zaczyna się odwracać. W miarę wzrostu obciążenia wyrywającego zabetonowany pręt rosną naprężenia ściskające oraz naprężenia rozciągające przy czole żeberka. Przy pewnym poziomie obciążenia doprowadzają one do powstania mikrorysy. Obecność wody powoduje szybszą propagację rys [9] i prawdopodobnie szybszy proces kruszenia betonu na powierzchni styku pomiędzy czołem żeberka a betonem. Dalszy wzrost obciążeń prowadzi do zniszczenia betonu w wyniku działania sił ściskających, co oznacza osiągnięcie maksymalnych naprężeń przyczepności $\tau_{b,max}$. W zakresie obciążeń maksymalnych wartość naprężeń przyczepności $\tau_{b,max}$ staje się funkcją wytrzymałości betonu na ściskanie. W związku z tym, że wytrzymałość betonu maleje wraz ze wzrostem jego wilgotności maleją również naprężenia przyczepności pomiędzy stalą zbrojeniową i betonem.

5 WNIOSKI KOŃCOWE

Beton jest materiałem, który podlega znacznym zmianom swoich cech fizyko-mechanicznych w wyniku wnikania w jego pory wody z otaczającego go bezpośrednio środowiska. Wilgotność materiału wpływa zatem na zachowanie się całych konstrukcji wykonanych z betonu. Dlatego też podczas projektowania konstrukcji wykonanych z betonu konieczne jest uwzględnianie wpływów różnych czynników środowiskowych aby zapewnione było bezpieczeństwo i wymagana trwałość konstrukcji. Na podstawie uzyskanych wyników badań oraz ich analizy sformułowano następujące wnioski:

1. Maksymalne naprężenia przyczepności pomiędzy betonem i żebrowanymi prętami zbrojeniowymi zależą od stanu wilgotnościowego betonu,
2. Maksymalne naprężenia przyczepności pomiędzy betonem i żebrowanymi prętami zbrojeniowymi maleją wraz ze wzrostem wilgotności betonu,
3. Różnica w maksymalnych wartościach naprężeń przyczepności prętów zbrojeniowych między stanem całkowicie suchym i pełnego nasycenia betonu wodą wynosi średnio około 10%,
4. Zależność pomiędzy naprężeniami przyczepności a wilgotnością betonu jest prawdopodobnie nieliniowa.

PIŚMIENNICTWO

- [1] Mianowski K. M.: Metoda analizy przyczepności i rys w żelbecie. *Archiwum Inżynierii Lądowej*, tom XXXVI, z.1-2/1990. 81-102.
- [2] Manfredi G., Pecce M. A.: Refined R.C. beam element including bond-slip relationship for the analysis of continuous beams. *Computers and Structures*, Vol. 69, 1998, s. 53-62.
- [3] Eurocode 2: Design of Concrete Structures. Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings. Brussels, 2004.
- [4] PN-B-03264: 2002 Konstrukcje betonowe, żelbetowe I sprężone. Obliczenia statyczne i projektowanie. Warszawa, 2002.
- [5] RILEM/CEB/FIP: RC6 Bond Test for reinforcement steel. 2. Pull-out test. Technical Recommendations for the Testing and Use of Construction Materials. *Materials and Structures*, Vol.6, No. 32, May 1983, s. 218-220.
- [6] Uryzaj A.: Wpływ wilgotności betonu na jego przyczepność do prętów zbrojeniowych. Praca doktorska, Poznań, 2009.
- [7] Uryzaj A.: The influence of moisture content in concrete on the slip between concrete and reinforcing steel. The 10th International Conference Modern Building Materials, Structures and Techniques, Wilno 2010
- [8] Achwerdow I. N.: Proczność i deformatywność betonu w wodonaszczennym sostożaniu. *Trudy Koordynacyjnych Sowszczanij po Godrotechnike*, Vol. 68, Energia, Leningrad, 1971, s. 80-86.
- [9] Woliński Sz.: Właściwości betonu rozciąganego i ich zastosowania w nieliniowej mechanice pęknięcia betonu. *Budownictwo i Inżynieria Środowiska, Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej* Nr 91, z. 15, 1991.

THE INFLUENCE OF MOISTURE CONTENT IN CONCRETE ON THE BOND BETWEEN CONCRETE AND REINFORCING STEEL

Summary

The phenomenon of the bond between concrete and rebars is one of the fundamental issues in reinforced and prestressed concrete structures. Its presence ensures an interaction between concrete and steel rebars, which is vital in transmitting forces between the two components. The bond is a very complicated phenomenon and it depends on many factors which are often interrelated. The paper presents the results of the author's research on the influence of the moisture content in concrete on the bond between concrete and reinforcing steel. The experiments were carried out for ordinary concrete of C30/37 class in three states of moisture content: dry, air-dry and full saturation under ordinary atmospheric pressure. Two different bar diameters: 8mm and 16mm were used. The study shows that the influence of moisture content in concrete on the bond between concrete and reinforcing steel is important. The tests proved that when the moisture content in concrete increases, the bond between concrete and steel decreases.

KONSTRUKCJE METALOWE

Wioleta BARCEWICZ¹
Marian GIŻEJOWSKI²
Politechnika Warszawska

ANALIZA DEFORMACJI BLACH CZOŁOWYCH W WĘZŁACH STALOWYCH I ZESPOLONYCH Z WYKORZYSTANIEM FOTOGRAMETRII CYFROWEJ

STRESZCZENIE

W pracy analizowano odkształcenia blach czołowych o zróżnicowanej grubości i wysokości, w węzłach stalowych i zespolonych o zmiennym stopniu zbrojenia płyty stropowej. Węzły były uprzednio poddane niszczącym badaniom doświadczalnym, przeprowadzonym w laboratorium Zakładu Konstrukcji Budowlanych Wydziału Inżynierii Lądowej Politechniki Warszawskiej. Celem analizy jest określenie rozkładu i wielkości maksymalnych krzywizn odkształconych blach czołowych z wykorzystaniem fotogrametrii cyfrowej. Metoda ta umożliwi rekonstrukcję i przestrzenne modelowanie odkształconych powierzchni blach na podstawie zdjęć fotogrametrycznych, jak również prezentację wyników w postaci graficznej oraz plików danych do analiz numerycznych. Otrzymane wyniki pozwolą na ocenę mechanizmu plastycznego zniszczenia podatnych węzłów stalowych i zespolonych oraz ustalenie linii przebiegu załomów plastycznych. Linie załomów plastycznych są podstawą do wyznaczania długości efektywnych zginanej blachy czołowej w strefie rozciąganej, modelowanej za pomocą zastępczych króćców teowych. Model ten pozwala na identyfikację formy zniszczenia i obliczenie nośności węzła metodą składnikową według zaleceń normy PN-EN 1993-1-8. Wyniki analizy fotogrametrycznej porównano z zaleceniami normowymi.

Słowa kluczowe: węzły stalowe, węzły zespolone, blachy czołowe, fotogrametria cyfrowa

1 WPROWADZENIE

Obecna tendencja związana ze stosowaniem węzłów podatnych w konstrukcjach szkieletowych wiąże się z wykorzystaniem innych procedur ich projektowania. Aktualne wytyczne do projektowania węzłów stalowych i zespolonych są zawarte w normach [1] i [2]. Wykorzystują one metodę składnikową, która polega na identyfikacji aktywnych składników węzła, wyznaczeniu nośności i podatności tych składników oraz wyborze składników miarodajnych, będących docelowo podstawą do oszacowania nośności i sztywności całego węzła.

¹ w.barcewicz@il.pw.edu.pl

² m.gizejowski@il.pw.edu.pl

W przypadku wyznaczenia nośności stalowego węzła z cienką blachą czołową rygla połączoną śrubami z pasem słupa, można na podstawie [1] wyróżnić następujące aktywne składniki: panel środkika słupa w warunkach ścinania, środkik słupa w strefie ściskania, środkik słupa w strefie rozciągania, pas słupa lokalnie zginany, pas i środkik rygla w strefie ściskanej, środkik rygla w strefie rozciąganej oraz blacha czołowa zginana. Przy projektowaniu węzłów zespolonych tej samej konfiguracji należy zgodnie z [2] uwzględnić dodatkowo rozciągane zbrojenie płyty stropowej zespolonej z rygłem. Nośności poszczególnych składników można wyznaczyć zgodnie z zaleceniami norm [1] i [2].

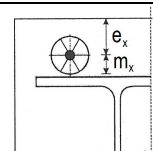
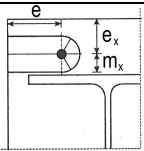
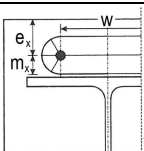
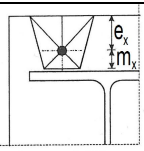
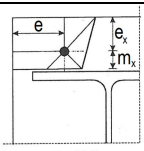
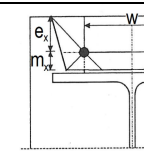
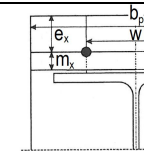
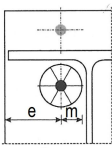
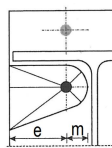
Znacznym uproszczeniem procedury normowej mogłoby być skoncentrowanie uwagi jedynie na miarodajnym składniku, o ile ukształtowanie węzła w sposób jednoznaczny pozwala na jego wyodrębnienie. Przykładowo, zastosowanie w węzłach podatnych blach czołowych o grubości mniejszej od grubości pasa słupa i w przybliżeniu równej połowie średnicy śruby, powoduje zniszczenie węzła przez uplastycznienie blachy czołowej [3]. Procedura obliczania nośności poszczególnych szeregów śrub węzła stalowego i zespolonego sprowadza się do analizy mechanizmów zniszczenia blachy czołowej według [1].

W niniejszym opracowaniu dokonano oceny mechanizmów zniszczenia blach czołowych o zróżnicowanej grubości i wysokości, w węzłach stalowych i zespolonych, porównując założenia normowe z wynikami własnych badań doświadczalnych.

2 MECHANIZMY ZNISZCZENIA BLACH CZOŁOWYCH WG PN-EN 1993-1-8

W normach [1] i [2], model zniszczenia blachy czołowej przy zginaniu węzłów stalowych i części stalowej węzłów zespolonych rozpatruje się w oparciu o zastępczy króciec teowy. Wyróżniono trzy modele zniszczenia króćca teowego: całkowite uplastycznienie pasa króćca (Model 1), zniszczenie śrub wraz z uplastycznieniem pasa (Model 2) i zniszczenie śrub (Model 3). Do wyznaczenia nośności pasa króćca teowego, poza danymi geometrycznymi i właściwościami materiałowymi śrub i blachy czołowej, potrzebna jest również znajomość długości efektywnej pasa l_{eff} zastępczego króćca teowego, odniesionej do każdego szeregu śrub i uwzględniającej lokalizację króćca. W normie [1] podano sposób modelowania króćców teowych reprezentujących poszczególne fragmenty blachy czołowej oraz określono odpowiadające im długości efektywne. W tabelicy (Tab.1) zaprezentowano wybrane definicje długości efektywnych blachy czołowej w węzłach z maksymalnie dwoma szeregami śrub w strefie rozciąganej, rozdzielonych pasem rygla.

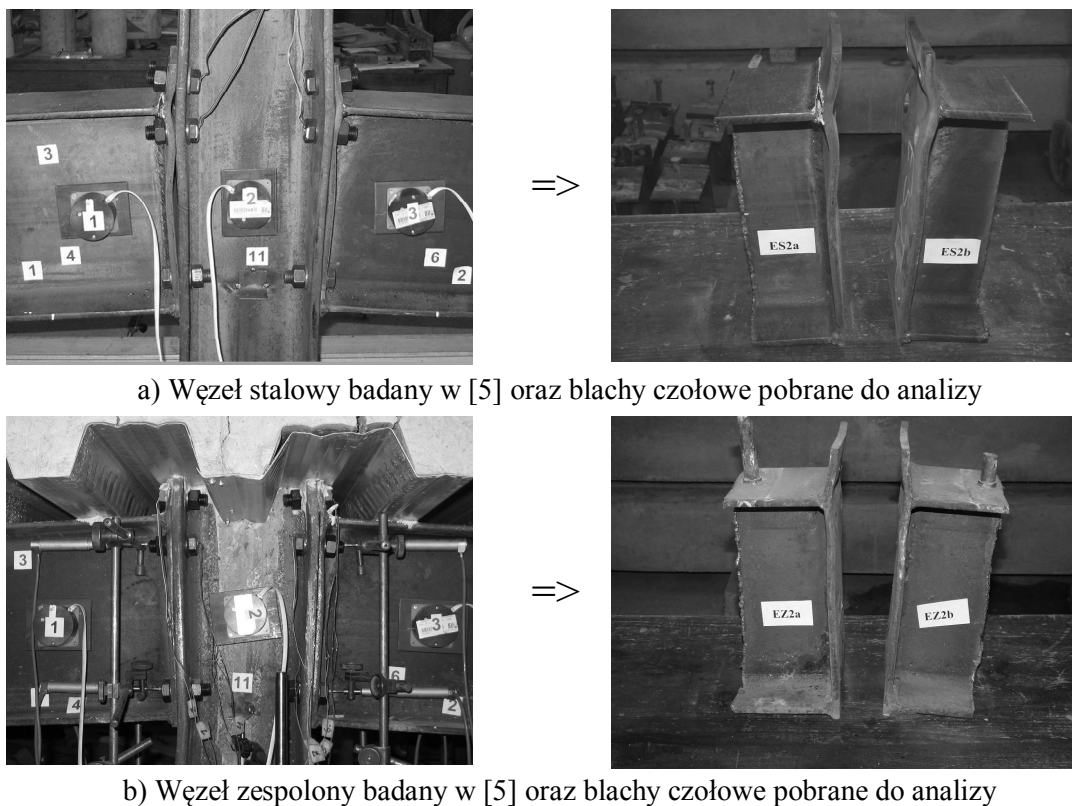
Tablica 1. Długości efektywne blachy czołowej z dwoma szeregami śrub w strefie rozciąganej [1] (por. też [4])

<i>Długości efektywne blachy czołowej dla szeregów śrub rozważanych indywidualnie</i>	
<i>Mechanizmy kołowe</i>	<i>Mechanizmy niekołowe</i>
<i>Szereg śrub poza rozciągany pasem rygla</i>	
 $2\pi m_x$	 $\pi m_x + 2e$
 $\pi m_x + w$	 $4m_x + 1,25e_x$
	 $2m_x + 0,625e_x + e$
	 $2m_x + 0,625e_x + 0,5w$
	 $0,5b_p$
<i>Pierwszy szereg śrub poniżej rozciąganego pasa rygla</i>	
 $2\pi m$	 αm

3 MECHANIZMY ZNISZCZENIA BLACH CZOŁOWYCH W BADANIACH DOŚWIADCZALNYCH

Zagadnienia związane z identyfikacją form zniszczenia węzłów stalowych i zespolonych, z blachami czołowymi o grubości w zakresie 40-60% średnicy śrub i zróżnicowanym stopniem zbrojenia płyty stropowej, były przedmiotem rozważań w pracy [5]. Węzły poddano niszczącym badaniom doświadczalnym, przeprowadzonym w laboratorium Zakładu Konstrukcji Budowlanych Wydziału Inżynierii Lądowej Politechniki Warszawskiej. W zbadanych węzłach stalowych zaobserwowano znaczne odkształcenia plastyczne blach czołowych w strefie rozciąganej, które ostatecznie przyczyniły się do zerwania spoin łączących blachy z ryglami. Natomiast badania węzłów zespolonych, z identycznie ukształtowaną częścią stalową jak w węzłach stalowych, wykazały dużą zależność formy zniszczenia od stopnia zbrojenia płyty stropowej. Przy mniejszym stopniu zbrojenia, zniszczenie węzłów było spowodowane zerwaniem prętów zbrojeniowych. Tej formie zniszczenia węzłów zespolonych towarzyszyły również odkształcenia blach czołowych, ale o mniejszej intensywności niż w węzłach stalowych. Przy większym stopniu zbrojenia płyty stropowej zniszczenie nastąpiło w dolnej części węzła z zauważalnym uplastycznieniem środnika wskutek jego ściskania. Szczegółowy opis elementów próbnych, stanowiska badawczego oraz wyników badań zaprezentowano w [5].

Poniżej przedstawiono opracowanie wyników badań związanych z inwentaryzacją zniszczonych elementów próbnych w celu oceny mechanizmów uplastycznienia blach czołowych. Próbki do analizy wycięto z elementów badanych w [5]. Składają się one z odkształconej blachy czołowej oraz fragmentu rygla o przekroju IPE300, do którego blachy były przyspawane, jak pokazano na rysunku (Rys. 1).



a) Węzeł stalowy badany w [5] oraz blachy czołowe pobrane do analizy

b) Węzeł zespolony badany w [5] oraz blachy czołowe pobrane do analizy

Rys. 1. Widok przykładowych próbek

Elementy wykonano ze stali S235JRG2. Blachy czołowe są zróżnicowane pod względem wysokości i grubości. W tablicy (Tab. 2) przedstawiono wykaz badanych 32 próbek z podziałem na grupy (w zależności od typu blachy czołowej) i serie (w zależności od stopnia zbrojenia płyty stropowej w elemencie badanym w [5]).

Tablica 2. Zestawienie analizowanych próbek

Seria (stopień zbrojenia)		Grupa (wymiary blachy czołowej)				
		A bl.10x150x320 mm	B bl.10x150x370 mm	C bl.8x150x370 mm	D bl.12x150x320 mm	
Węzły stalowe	0	ES1a, ES1b	ES2a, ES2b	ES3a, ES3b	ES4a, ES4b	
Węzły zespolone	$r = 0,60\%$	1	EZ1a, EZ1b	EZ2a, EZ2b	EZ3a, EZ3b	EZ4a, EZ4b
	$\rho = 1,35\%$	2	EZ5a, EZ5b	EZ6a, EZ6b	EZ7a, EZ7b	EZ8a, EZ8b
	$\rho = 0,35\%$	3	EZ9a, EZ9b	EZ10a, EZ10b	EZ11a, EZ11b	EZ12a, EZ12b

4 ANALIZA FOTOGRAMETRYCZNA

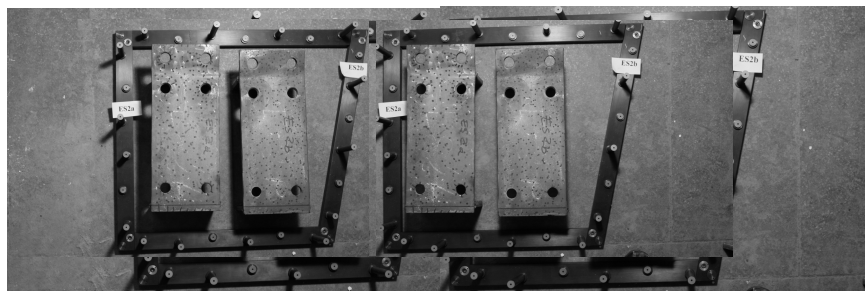
Celem podjętej analizy jest określenie rozkładu i wielkości maksymalnych krzywizn odkształconych blach czołowych z wykorzystaniem fotogrametrii cyfrowej. Metoda ta umożliwi rekonstrukcję i przestrzenne modelowanie odkształconych powierzchni blach na podstawie zdjęć fotogrametrycznych, jak również prezentację wyników w postaci graficznej oraz plików danych do analiz numerycznych. Otrzymane wyniki posłużyły do oceny mechanizmu zniszczenia podatnych węzłów stalowych i zespolonych oraz ustalenia przebiegu linii załomów plastycznych w blachach czołowych.

4.1 Etapy badań fotogrametrycznych

Badania fotogrametryczne podzielono na dwie części. Pierwszą część zrealizowano w Laboratorium Zakładu Konstrukcji Budowlanych Wydziału Inżynierii Lądowej PW. Stanowisko badawcze przedstawiono na rysunku (Rys. 2). Do badań wykorzystano aparat cyfrowy Canon EOS 20D z obiektywem 35 mm, ramkę stalową z punktami osnowy oraz oświetlenie halogenowe. Na tym etapie przeprowadzono kalibrację aparatu dla odległości fotografowania ok. 1,6 m. Następnie wykonano stereogramy (pary zdjęć) wszystkich próbek, umieszczonych w ramce z osnową referencyjną, jak pokazano na rysunku (Rys. 3).

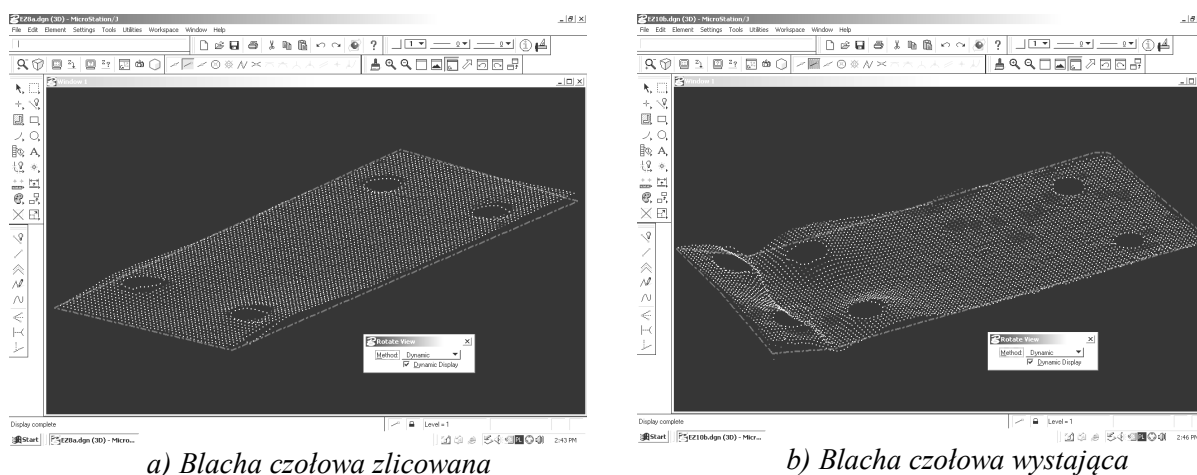


Rys. 2. Stanowisko badawcze



Rys. 3. Przykładowy stereogram dwóch próbek z blachą wystającą [6]

Drugą część badań, związaną z przetworzeniem danych (odtworzenie orientacji zewnętrznej zdjęć oraz automatyczny pomiar 3D numerycznych modeli wszystkich wybranych powierzchni), wykonano w Laboratorium Fotogrametrii Cyfrowej Zakładu Fotogrametrii Cyfrowej, Teledetekcji i Systemów Informacji Przestrzennej Wydziału Geodezji i Kartografii PW. W tym celu wykorzystano stację cyfrową Z/I Imaging firmy Intergraph oraz odpowiednie oprogramowanie komputerowe. Najpierw przetworzono wykonane zdjęcia, w celu usunięcia dystorsji obrazu wyznaczonej podczas kalibracji aparatu cyfrowego. Następnie zrekonstruowano przestrzenne modele powierzchni blach czołowych na stacji cyfrowej (funkcja IS Digital Measurement) i w programie Microstation przygotowano pliki.dng, gdzie dla każdego modelu określono obszar opracowania i obszar wyłączony, jak pokazano na rysunku (Rys.4).



Rys. 4. Przykładowe pliki .dng z wygenerowaną chmurą punktów dla blachy zlicowanej i wystającej [6]

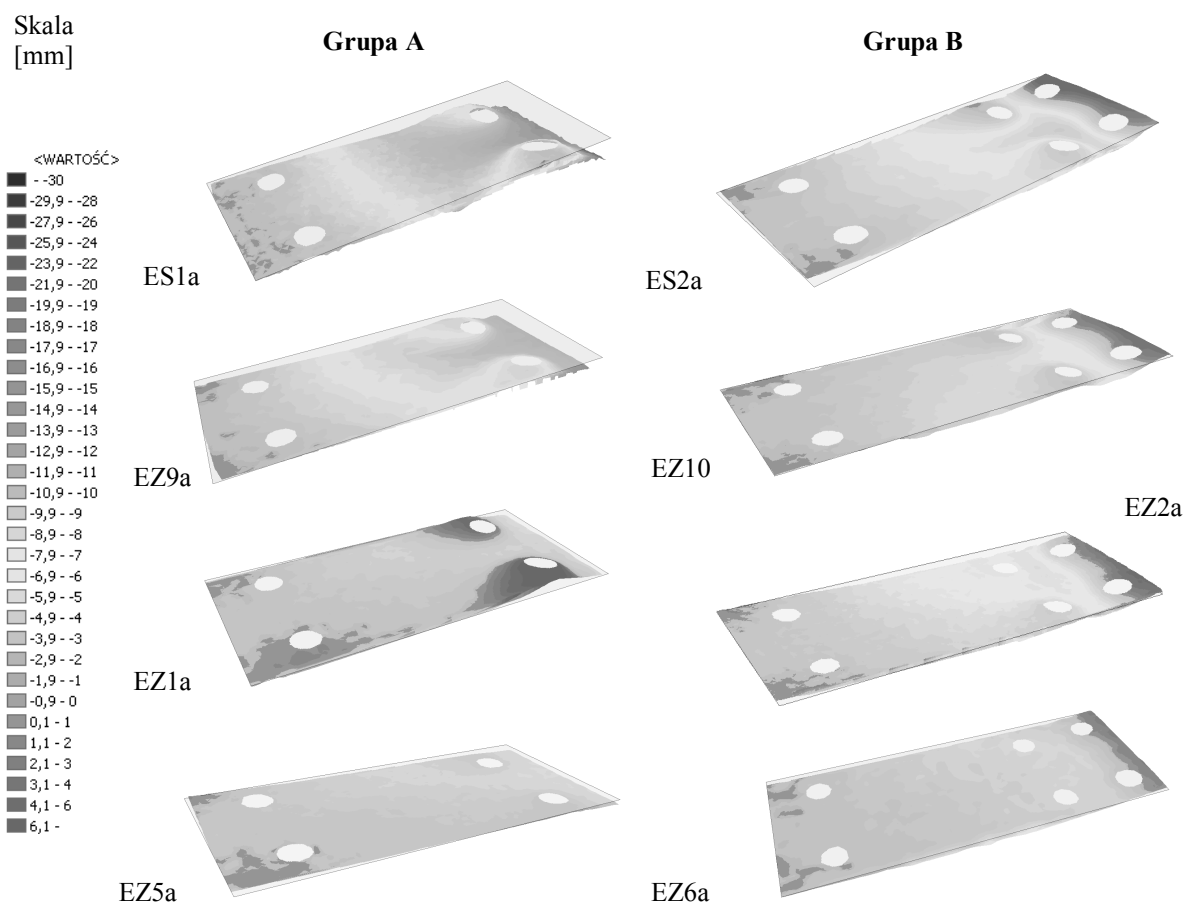
Automatycznie wygenerowano odkształcone powierzchnie blach na stacji cyfrowej (funkcja IS Automatic Elevation). Utworzone powierzchnie zapisano w plikach .dxf, a później wygenerowano powierzchnie do wizualizacji oraz wykonano profile poprzeczne i podłużne dla każdej próbki (oprogramowanie ArcGIS 3D firmy ESRI) [6].

Otrzymano następujące formy prezentacji wyników badań fotogrametrycznych:

- Wizualizacje 3D odkształconej powierzchni blach czołowych;
- Wizualizacje 2D odkształconej powierzchni blach czołowych;
- Przekroje podłużne i poprzeczne odkształconych blach czołowych;
- Zestawienie współrzędnych punktów przekrojów poprzecznych i podłużnych odkształconej płaszczyzny blachy.

4.2 Prezentacja wyników analizy fotogrametrycznej

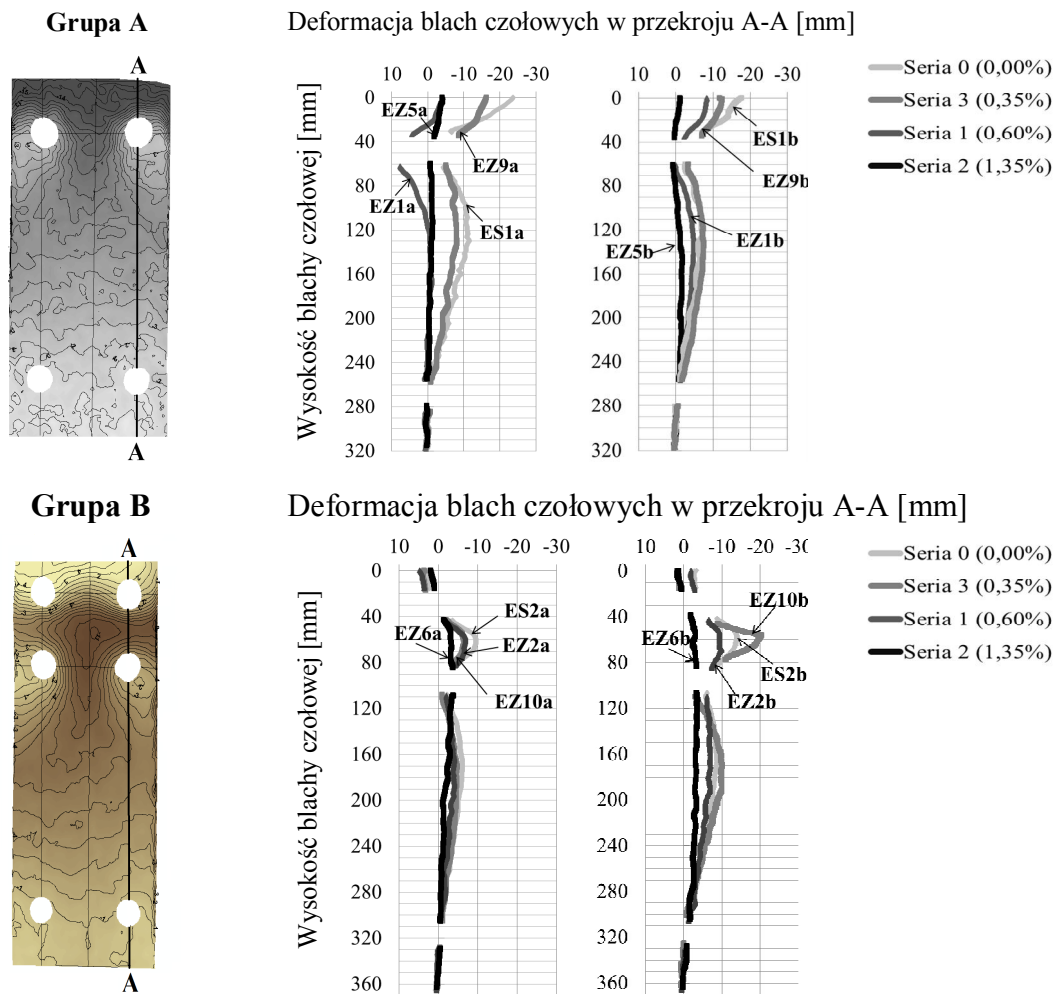
Poniżej na rysunku (Rys. 5) zaprezentowano przykładowe wyniki analizy fotogrametrycznej w postaci trójwymiarowych wizualizacji odkształconych powierzchni blach czołowych o grubości 10 mm: zlicowanych - grupa A i wystających - grupa B. Przedstawiono je w rzucie perspektywicznym i z nałożonymi warstwicami rzędnych. Na przedstawionych rysunkach wygenerowano również płaszczyznę bazową, która odwzorowuje założony zerowy poziom odniesienia dla odkształceń blachy. Do opisu tej płaszczyzny wykorzystano na każdej próbce prostą usytuowaną w odległości 15mm od dolnej krawędzi blachy czołowej. Pokrywa się ona z płaszczyzną wyznaczającą środek ściskania węzła, przyjęty w linii środkowej dolnego (ściskanego) pasa rygła. Pomiar deformacji blachy czołowej wykonano z dokładnością 0,1 mm.



Rys. 5. Wizualizacje 3D odkształcenia powierzchni blach czołowych grup A i B

Z rysunku (Rys. 5) wynika, że rozkład linii uplastycznienia poszczególnych blach czołowych jest podobny w obrębie danej grupy. W blachach czołowych zlicowanych (grupa A) są to mechanizmy zlokalizowane w pobliżu śrub poniżej rozciąganego pasa rygla. Linie uplastycznienia ujawniły się wokół śrub od strony średnika rygla i skierowane są do zewnętrznych krawędzi blachy. Krzywizny te są zwrócone w kierunku pasa słupa. Górna zewnętrzna krawędź blachy jest wygięta w stronę rygla. W blachach wystających, w części poniżej rozciąganego pasa rygla, przebieg linii uplastycznienia jest podobny jak w blachach zlicowanych. Natomiast w części wystającej powyżej górnej krawędzi rozciąganego pasa rygla, utworzyła się wyraźna płaszczyna wygięcia, począwszy od brzegu spoiny łączącej blachę z rygłem aż do linii przechodzącej przez obie śruby najwyższego szeregu. Powstała krzywizna jest skierowana w stronę rygla, w przeciwieństwie do górnego odcinka blachy czołowej, który jest skierowany w stronę słupa.

O ile charakter przebiegu linii załomów plastycznych analizowanych blach czołowych jest zbliżony w danej grupie, biorąc pod uwagę lokalizację szeregu śrub w sąsiedztwie tworzenia się plastycznych mechanizmów płynięcia, to jednak zauważyć można inną intensywność odkształcenia blach i inne wartości maksymalnej krzywizny. Zróżnicowanie wyników należy analizować w ramach kolejnych serii prób. Największe wygięcia można zaobserwować w blachach czołowych wyciętych z węzłów stalowych (seria 0) lub zespolonych o najmniejszym stopniu zbrojenia (seria 3). Intensywność odkształceń blach czołowych maleje w próbkach wyciętych z węzłów zespolonych, wraz ze wzrostem stopnia zbrojenia płyt stropowych zastosowanych w elementach badanych w [5]. Zróżnicowanie intensywności odkształceń blach czołowych jest zależne od badanej serii (stopnia zbrojenia płyty stropowej). Na rysunku (Rys. 6) przedstawiono odkształcenia blach w przekroju podłużnym blachy, zaznaczony jako przekrój A-A na rysunku (Rys. 6).



Rys. 6. Zmiana intensywności odkształceń blach czołowych grup A i B w zależności od stopnia zbrojenia

5 WNIOSKI

W niniejszej pracy przedstawiono wyniki analizy fotogrametrycznej blach czołowych, wyciętych z węzłów stalowych i zespolonych, różniących się stopniem zbrojenia płyty stropowej w strefie przywęzłowej. Ze względu na zastosowany zakres grubości blach 8-12 mm, w stosunku do średnicy łącznika śrubowego wynoszącej 20 mm, forma zniszczenia węzła okazała się odmienną niż w przypadku blachy o grubości zbliżonej do średnicy śrub, tradycyjnie stosowanej do węzłów zbliżonych do sztywnych. Zniszczenie węzła z grubą blachą związane jest wg [1] z kruchym zerwaniem śrub (Model 3) lub ewentualnie formą pośrednią, w której zerwaniu śrub towarzyszy uplastycznienie blachy (Model 2). Badania takich blach przedstawiono m.in. w [7]. Blachy czołowe, w węzłach podatnych, o grubości równej około połowy średnicy śrub, wykazują mechanizm całkowitego uplastycznienia blachy (Model 1 wg [1]).

Po porównaniu planów warstwicznych odkształconych powierzchni blach czołowych z zaleceniami normowymi - patrz (Tab.1), można stwierdzić, że najbardziej adekwatnym opisem długości efektywnych zastępczych króćców teowych modelujących blachę czołową są mechanizmy niekołowe. W przypadku szeregu śrub powyżej rozciąganego pasa rygla jest to wartość $0,5b_p$ (całkowity mechanizm w postaci poprzecznej linii uplastycznienia przy spoinie łączącej rozciągany pas rygla i przy śrubach najwyższego szeregu), natomiast w części blachy poniżej górnego pasa rygla jest to wartość αm , gdzie α należy wyznaczyć wg [1].

Ponadto, porównując maksymalne krzywizny analizowanych blach czołowych, można stwierdzić ich zależność od stopnia zbrojenia płyty w strefie przywęzłowej. Przy większym stopniu zbrojenia zaobserwowano zmniejszenie udziału blachy czołowej w nośności węzła.

PODZIĘKOWANIA

Praca niniejsza powstała w ramach Porozumienia o współpracy naukowej i badawczej pomiędzy Wydziałami Inżynierii Lądowej oraz Geodezji i Kartografii Politechniki Warszawskiej. Autorzy składają serdeczne podziękowania prof. dr hab. inż. Aleksandrze Bujakiewicz, kierownikowi Zakładu Fotogrametrii, Teledetekcji i Systemów Informacji Przestrzennej Wydziału GiK PW oraz jego pracownikom: dr inż. D. Zawieskiej, dr inż. P. Podlasiakowi i mgr inż. K. Bakule, za pomoc w realizacji badań.

PIŚMIENNICTWO

- [1] PN-EN 1993-1-8:2006. Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-8: Projektowanie węzłów. PKN, Warszawa, 2006.
- [2] PN-EN 1994-1-1. Eurokod 4. Projektowanie zespolonych konstrukcji stalowo - betonowych. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków. PKN, Warszawa, 2006.
- [3] Giżejowski M.: Modele obliczeniowe stalowych ram płaskich z węzłami podatnymi. Prace Naukowe, Seria: Budownictwo, nr 136. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2000.
- [4] Praca zbiorowa pod red. A. Kozłowskiego: Konstrukcje stalowe. Przykłady obliczeń według PN-EN 1993-1. Część pierwsza. Wybrane elementy i połączenia. Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów, 2009.
- [5] Barcewicz W.: Sztywność, nośność i zdolność do obrotu pewnej klasy węzłów w konstrukcjach stalowych ze stropami zespolonymi. Praca doktorska, Politechnika Warszawska, 2010.
- [6] Zawieska D., Podlasiak P., Bakula K.: Rekonstrukcja i modelowanie powierzchni elementów blachy. Raport w ramach pracy statutowej Nr 504/G/1082/410/0, Warszawa, 2011.
- [7] Bernuzzi C., Zandonini R., Zanon P.: Rotational Behaviour of End Plate Connections. Costruzioni Metalliche nr 2/1991, s. 74-103.

PHOTOGRAMMETRIC ANALYSIS OF THE END-PLATES DEFORMATIONS IN STEEL AND COMPOSITE JOINTS

Summary

Deformations of the end-plates of different thickness and height in steel and composite steel-concrete joints of varying reinforcement ratio of the concrete slab are analyzed. The aim of the presented research is determination of the distribution and the values of the maximum plastic curvatures of deformed end-plates by means of photogrammetric analysis. It enables the reconstruction and 3D-modeling of the deformed plate surfaces as well as a presentation of the results in graphic and numerical formats. The results of the photogrammetric analysis allow determination of the yield lines patterns, which are the basis for defining the effective length of end-plates, modeled as an equivalent T-stub. A comparison of results based on the approach used in Eurocodes and those reported on the basis of photogrammetric analysis is presented.

Roman BIJAK¹
Politechnika Świętokrzyska w Kielcach

OGÓLNY PRZYPADEK ZWICHRZENIA BELEK O DWUTEOWYM PRZEKROJU BISYMETRYCZNYM PODPARTYCH WIDELKOWO.

STRESZCZENIE

W pracy przedstawiono analityczne wzory na oszacowanie momentu krytycznego zwiczenia niestężonych bisymetrycznych belek dwuteowych podpartych widelkowo. Założono, że obciążenia poprzeczne są przyłożone w punktach o tej samej współrzędnej po wysokości przekroju. W odróżnieniu od rozwiązań przedstawionych w literaturze [4÷7], prezentowana metoda pozwala wyznaczyć moment krytyczny zwiczenia w przypadku dowolnej liczby sił poprzecznych o różnych zwrotach. Wyprowadzone wzory pozwalają na prostą i szybką kontrolę poprawności momentu krytycznego oszacowanego za pomocą MES [3].

Słowa kluczowe: zwiczenie, podparcie widelkowe, dwuteowe przekroje bisymetryczne

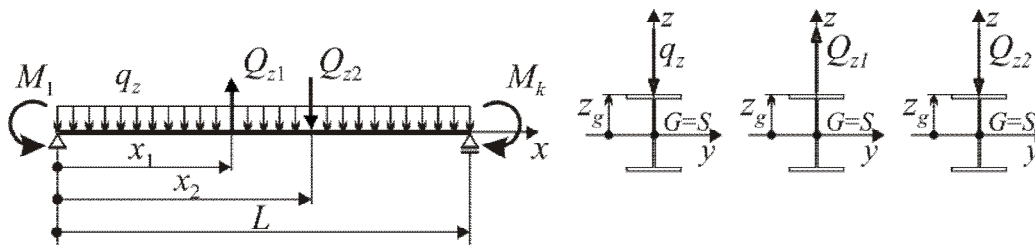
1 WYZNACZENIE MOMENTU KRYTYCZNEGO ZWICHRZENIA

W nowej normie wymiarowania konstrukcji stalowych PN-EN 1993-1-1 [1] nie zamieszczono analitycznych wzorów na wyznaczenie momentu krytycznego zwiczenia. W celu jego wyznaczenia, możemy zastosować wzory przedstawione w literaturze [2, 4÷8] lub skorzystać z programu MES [3]. W celu wyznaczenia momentu krytycznego zwiczenia bisymetrycznych belek dwuteowych analizowano metodą Bubnowa-Galerkina równanie różniczkowe giętno-skrętnej utraty stateczności w funkcji kąta skręcenia, otrzymane po uwzględnieniu warunków brzegowych dla podparcia widelkowego [7]. Kąt skręcenia przekroju aproksymowano za pomocą pierwszego wyrazu szeregu [4, 7, 8]. Przedstawione przykłady pokazują, że prowadzi to do oszacowania momentu krytycznego zwiczenia wystarczająco dokładnego z praktycznego punktu widzenia. Zaproponowana metoda pozwala wyznaczyć moment krytyczny zwiczenia w przypadku, gdy każde obciążenie poprzeczne jest przyłożone w punktach o tej samej współrzędnej po wysokości przekroju lecz posiada różne zwroty. Założono, że przekrój poprzeczny jest stały na całej długości elementu.

¹ r.bijak@tu.kielce.pl

1.1 Sformułowanie problemu

Rozpatrzmy belkę podpartą widelkowo, obciążoną momentami skupionymi na końcach oraz obciążeniem poprzecznym w przęśle (rys. 1). Każde obciążenie poprzeczne jest przyłożone w punkcie o tej samej współrzędnej po wysokości przekroju, lecz może mieć różne zwroty. Na rys. 1 środek ciężkości przekroju oznaczono przez G , natomiast środek ścinania przez S .



Rys.1 Rozpatrywane obciążenie belki

Po uwzględnieniu warunków brzegowych dla podparcia widelkowego równanie różniczkowe giętno-skrętnej utraty stateczności w zależności od funkcji kąta skręcenia $\varphi(x)$, można przedstawić w formie [7]:

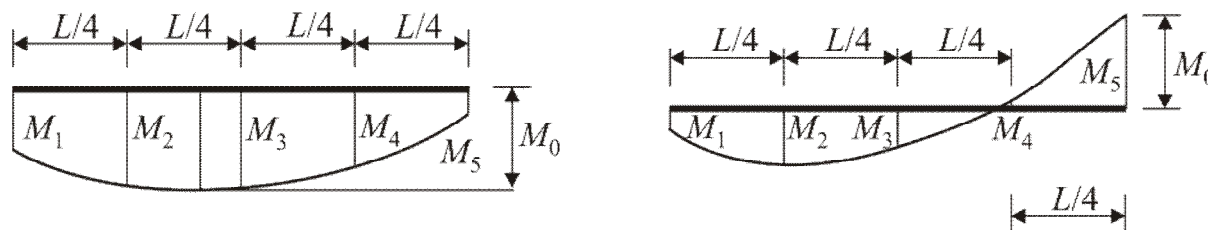
$$EI_{\omega}\varphi^{(4)} - GJ\varphi^{(2)} + q_z(x)z_g\varphi + \sum_{k=1}^N Q_{zk}z_g\Delta(x-x_k)\varphi - \frac{M_y^2(x)}{EI_z}\varphi = 0 \quad (1)$$

gdzie: L – rozpiętość belki, E , G – odpowiednio moduł sprężystości podłużnej i poprzecznej, I_z – moment bezwładności względem osi z , J – moment bezwładności skręcania St. Venanta, I_{ω} – wycinkowy moment bezwładności, q_z – obciążenie rozłożone, N – liczba sił skupionych, Q_{zk} – siła skupiona, x_k – współrzędna miejsca przyłożenia k -tej siły skupionej, Δ - funkcja Dirac'a oraz $\varphi^{(k)} = \partial^k \varphi / \partial x^k$.

Rozkład momentu zginającego $M_y(x)$ wzdłuż długości belki przedstawimy w postaci:

$$M_y(x) = M_0 m_y(x) \quad (2)$$

gdzie: M_0 – jest maksymalnym, co do wartości bezwzględnej momentem zginającym w rozpatrywanej belce (rys.2).



Rys. 2. Rozkład momentu zginającego

Wykorzystując zależności (2) oraz (4a,b,c) równanie różniczkowe (1) można przedstawić równoważnie:

$$-M_0^2 m_y^2(x) \varphi + M_0 N_{cr,z} z_g \left\{ \frac{L^2}{M_0 \pi^2} \left[q_z(x) \varphi + \sum_{k=1}^N Q_{zk} \Delta(x-x_k) \varphi \right] \right\} + N_{cr,z}^2 \left(D_1 \frac{L^4}{\pi^4} \varphi^{(4)} - D_2 \frac{L^2}{\pi^2} \varphi^{(2)} \right) = 0 \quad (3)$$

$$N_{cr,z} = \frac{\pi^2 EI_z}{L^2}, \quad D_1 = \frac{J_\omega}{J_z}, \quad D_2 = \frac{GJ}{N_{cr,z}}. \quad (4a,b,c)$$

W celu oszacowania momentu krytycznego zwichrzenia wykorzystamy metodę ortogonalizacji Bubnowa-Galerkina, aproksymując kąt skręcenia przekroju za pomocą jednego wyrazu szeregu [7]:

$$\varphi(x) = \varphi_0 \sin(\pi x/L) \quad (5)$$

gdzie: φ_0 – amplituda kąta skręcenia odpowiadająca założonej postaci zwichrzenia.

Wykonując odpowiednie przekształcenia, otrzymujemy równanie kwadratowe ze względu na maksymalny bezwzględny moment zginający M_0 (rys. 2) w rozpatrywanej belce:

$$-a_1 M_0^2 + N_{cr,z} z_g a_2 M_0 + N_{cr,z}^2 (D_1 + D_2) = 0 \quad (6)$$

Współczynnik a_1 opisuje wpływ rozkładu momentu zginającego wzdłuż długości elementu:

$$a_1 = \frac{2}{L} \int_0^L m_y^2(x) \sin^2(\pi x/L) dx \quad (7)$$

Wpływ miejsca przyłożenia obciążenia poprzecznego po wysokości przekroju jest uwzględniony we współczynniku a_2 :

$$a_2 = \frac{2L}{M_0 \pi^2} \left[\int_0^L q_z(x) \sin^2(\pi x_k / L) dx + \sum_{k=1}^N Q_{zk} \sin^2(\pi x_k / L) \right] \quad (8)$$

1.2 Moment krytyczny zwichrzenia dla obciążenia poprzecznego przyłożonego do środka ścinania S

Przyjmując oznaczenia z normy [2] moment krytyczny zwichrzenia otrzymany z rozwiązania tego równania kwadratowego (6) możemy zapisać w formie:

$$M_{0,cr} = C_1 N_{cr,z} \sqrt{D} \quad (9)$$

gdzie:

$$C_1 = \frac{1}{\sqrt{a_1}}, \quad D = D_1 + D_2. \quad (10a,b)$$

Po podstawieniu (7) do (10a) otrzymujemy wzór na wyznaczenie współczynnika C_1 :

$$C_1 = \frac{M_0}{\sqrt{\frac{2}{L} \int_0^L M_y^2(x) \sin^2(\pi x/L) dx}} \quad (11)$$

Dla niewielu schematów statycznych (patrz tabela 2) współczynnik C_1 możemy stosunkowo prosto wyznaczyć analitycznie ze wzoru (11). W przypadku dowolnego rozkładu momentu zginającego oszacujemy go za pomocą uogólnionego wzoru Simpsona przy podziale przedziału całkowania na cztery równe odcinki. Takie rozwiązanie jest zdecydowanie mniej pracochłonne od analitycznego całkowania, ale jest obarczone błędem w oszacowaniu momentu krytycznego zwichrzenia. Przykłady przedstawione w [8] oraz niniejszym opracowaniu pokazują, że jest to błąd pomijalny z praktycznego punktu widzenia.

Autor w pracy [8] proponuje przyjęcie wzoru aproksymacyjnego wynikającego z uśrednienia współczynników przy M_i^2 przyjętych przez Trahair i inni [4] oraz Serna i inni [6]:

$$C_1 = \sqrt{\frac{2M_0^2}{M_0^2 + 6M_2^2 + 8M_3^2 + 6M_4^2}} \quad (12)$$

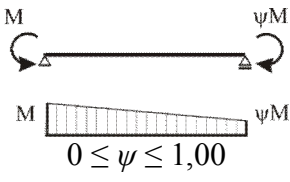
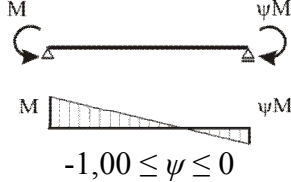
We wzorze (12) przez M_2, M_3, M_4 oznaczono momenty zginające w $1/4, 1/2$ oraz $3/4$ rozpiętości belki (rys. 2) [4, 6, 8].

W przypadku liniowego rozkładu momentu zginającego współczynnik C_1 oszacujemy na podstawie [5] ze wzoru (13):

$$C_1 = 1,77 - 1,04 \psi + 0,27 \psi^2 \quad \text{lecz } C_1 \leq 2,60 \quad (13)$$

W tabeli 1 przedstawiono współczynniki C_1 otrzymane ze wzoru (13) dla wybranych przypadków rozkładu liniowego.

Tabela 1. Współczynniki C_1 dla momentu zginającego rozłożonego liniowo

Rozkład momentu zginającego	ψ	C_1	Rozkład momentu zginającego	ψ	C_1
 $0 \leq \psi \leq 1,00$	+1,00	1,00	 $-1,00 \leq \psi \leq 0$	0,00	1,77
	+0,75	1,14		-0,25	2,05
	+0,50	1,32		-0,50	2,36
	+0,25	1,53		-0,75	2,60
	0,00	1,77		-1,00	2,60

1.3 Moment krytyczny zwichrzenia dla obciążenia poprzecznego przyłożonego poza środkiem ścinania S

Moment krytyczny zwichrzenia otrzymany z rozwiązania tego równania kwadratowego (6) zapiszemy analogicznie jak w poprzedniej wersji EC3 [2]:

$$M_{0,cr} = C_1 N_{cr,z} [\sqrt{D + (C_2 z_g)^2} + C_2 z_g] \quad (14)$$

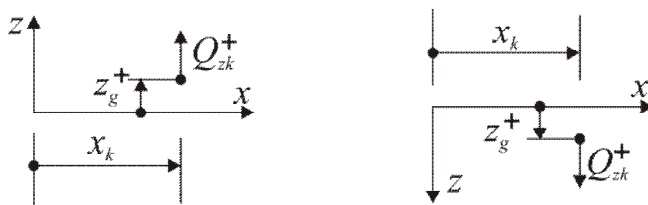
gdzie:

$$C_2 = C_1 \frac{a_2}{2}, \quad a_2 = \frac{2L}{M_0 \pi^2} \left[\frac{q_z L}{2} + \sum_{k=1}^N Q_{zk} \sin^2(\pi x_k / L) \right] \quad (15a,b)$$

Przy wyznaczaniu zależności (15b) założono stałe obciążenie rozłożone na całej długości belki. Przypadek obciążenia liniowo rozłożonego na części belki jest analizowany przez autora w pracy [8].

Różnica pomiędzy wzorem (14) a wzorem zawartym w poprzedniej wersji EC3 [2] tkwi w znaku przy współczynniku C2. W normie [2] przyjmujemy, że siła poprzeczna jest dodatnia, natomiast współrzędna z_g miejsca przyłożenia obciążenia po wysokości przekroju jest dodatnia, dla obciążeń skierowanych do środka ścinania przekroju S (rys. 1).

Rezygnacja z konwencja znakowania wg normy [2] wynika z tego, że nie pozwala ona na rozpatrywanie przypadku, w którym obciążenie poprzeczne ma różne zwroty. Możemy jednak wykorzystać współczynniki zawarte w tabeli 2 stosując zarówno wzór (14) jak i wzór z normy [2]. Wystarczy przyjąć zwrot osi z zgodny ze zwrotem siły poprzecznej. Wówczas, zgodnie ze wzorem (15a, b) współczynnik C2 jest dodatni.



Rys. 3. Oznaczenie dodatnich wartości zmiennych w zależności od przyjęcia układu współrzędnych

W tabeli 2 zamieszczono współczynniki C1, C2 dla najczęściej występujących schematów obciążenia wyznaczone na podstawie wzorów (11,15a,b) [8]. Przyjęto, że oś z jest skierowana zgodnie ze zwrotem obciążenia poprzecznego. Uwzględniając wzory (15a,b) oraz oznaczenia na rys. 3 otrzymujemy dodatni współczynnik C2. W pracy [8] przedstawiono porównanie zaproponowanych rozwiązań z rozwiązaniem otrzymanym za pomocą MES [3]. Różnica pomiędzy rozwiązaniem MES [3] a rozwiązaniem otrzymanym na podstawie równania (14) z wykorzystaniem współczynników z tabel 2 wynosi poniżej 1%.

Tabela 2. Współczynniki C1, C2 dla wybranych schematów obciążenia.

Lp	Schemat obciążenia	C ₁	C ₂	Lp	Schemat obciążenia	C ₁	C ₂
1)		1,13	0,46	4)		1,36	0,55
2)		2,25	0,92	5)		1,80	1,00
3)		2,60	1,60	6)		1,70	1,40

2 PRZYKŁADY I WNIOSKI

W poniższych przykładach analizowano podpartą widelkowo belkę, wykonaną z dwuteownika IPE 500 (stal S235). Przyjęto charakterystyki geometryczne [3]: $I_z=2141,7 \text{ cm}^4$, $J=89,665 \text{ cm}^4$, $I_\omega=1254,3 \cdot 10^3 \text{ cm}^6$, $W_{pl,y}=2194 \text{ cm}^3$ oraz stałe materiałowe: $E=210 \text{ GPa}$, $G=81 \text{ GPa}$. Moment krytyczny zwichrzenia przedstawiony w tabelach podano w kNm.

2.1 Wyznaczenie zmodyfikowanego współczynnika zwichrzenia dla dwuteowników walcowanych i ich spawanych odpowiedników

Na podstawie momentu krytycznego zwichrzenia wyznaczamy smukłość względną $\bar{\lambda}_{LT}$ (poz. 6.3.2.2 wzór (6.56) [1]). Następnie obliczamy współczynnik zwichrzenia (poz. 6.3.2.3 procedura (6.57) [1]).

W celu uwzględnienia wpływu rozkładu momentu zginającego obliczamy:

$$\chi_{LT,mod} = \frac{\chi_{LT}}{f}, \quad \text{lecz} \quad \begin{cases} \chi_{LT,mod} \leq 1,0 \\ \chi_{LT,mod} \leq 1/\bar{\lambda}_{LT}^2 \end{cases} \quad (16a,b)$$

Współczynnik korekcyjny f , uwzględniający rozkład momentu zginającego między bocznymi stężeniami elementu, wyznaczamy ze wzoru [4]:

$$f = 1 - 0,5(1 - k_c)[1 - 2,0(\bar{\lambda}_{LT} - 0,8)^2] \leq 1,0, \quad k_c = 1/\sqrt{C_1} \quad (17a,b)$$

Współczynnik C_1 w rozwiązaniu MES [3] obliczono za pomocą wzoru (14) dla obciążenia przyłożonego do środka ścinania S .

2.2 Weryfikacja poprawności współczynników przedstawionych w tabeli 1

W tabeli 3 porównano współczynniki zwichrzenia otrzymane na podstawie momentu krytycznego zwichrzenia wyznaczonego za pomocą MES [3] oraz za pomocą wzoru (9), w którym współczynnik C_1 obliczono ze wzoru (13). Analizowano belkę o przekroju IPE 500 S235 o długości $L=8 \text{ m}$ oraz $L=12 \text{ m}$. Poniżej przedstawiono ciąg obliczeń dla belki o długości $L=8 \text{ m}$ przy rozkładzie momentu zginającego zmieniającego się liniowo do zera na podporze ($\psi=0$, $C_1=1,77$). Na podstawie wzorów (4a,b,c), (10b) otrzymujemy: $N_{cr,z}=693,5 \text{ kN}$ oraz $D=1632,8 \text{ cm}^2$. Moment krytyczny zwichrzenia wyznaczony ze wzoru (9) wynosi:

$$M_{0,cr} = 1,77 \cdot 693,5 \cdot \sqrt{16328 \cdot 10^4} = 496,0 \text{ kNm} \quad (18)$$

Następnie obliczamy smukłość względną:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{2194 \cdot 10^{-6} \cdot 235 \cdot 10^3}{496,0}} = 1,020 \quad (19)$$

Na podstawie smukłości względnej (19) wyznaczamy wg normy [1] (procedura (6.57)) współczynnik zwichrzenia $\chi_{LT} = 0,627$. Następnie obliczamy współczynnik korekcyjny wg wzoru (17b): $k_c=1/\sqrt{1,77}=0,75$. Współczynnik f wyznaczamy ze wzoru (17a): $f = 1 - 0,5(1 - 0,75) \cdot [1 - 2(1,020 - 0,8)^2] = 0,888$. Zmodyfikowany współczynnik zwichrzenia obliczony ze wzoru (16a) wynosi $\chi_{LT,mod} = 0,627/0,888 = 0,706$ (spełnia warunek (16b) $\chi_{LT,mod} \leq 1/1,02^2$).

W kolumnach (7) i (11) podano błąd względny zmodyfikowanego współczynnika zwichrzenia mierzony w stosunku do rozwiązania otrzymanego za pomocą MES.

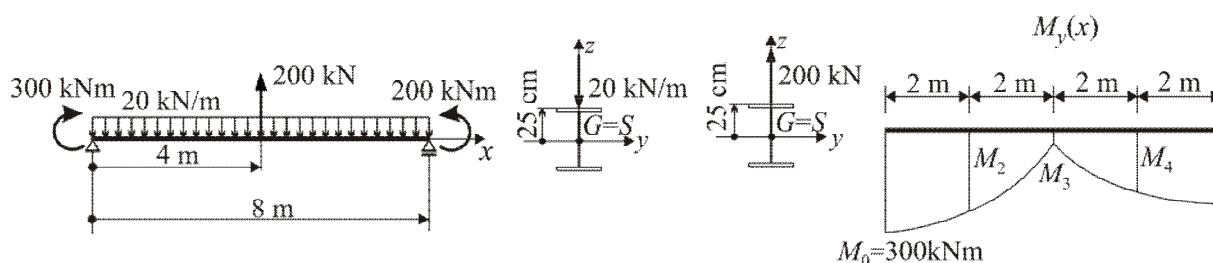
Tabela 3. Porównanie współczynników zwichrzenia dla liniowego rozkładu momentu zginającego.

Rozkład $M_y(x)$		Metoda	IPE 500 (S235) $L=8m$				IPE 500 (S235) $L=12m$				
			C_1	$M_{0,cr}$	$\chi_{LT,mod}$	[%]	C_1	$M_{0,cr}$	$\chi_{LT,mod}$	[%]	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
1	$\psi = 1,0$	MES [3]	1,00	280,3	0,448	–	1,00	167,2	0,305	–	
		wzór (13)	1,00	280,2	0,448	0,0	1,00	167,2	0,305	0,0	
2	$\psi = 0,75$	MES [3]	1,14	319,6	0,497	–	1,14	190,6	0,338	–	
		wzór (13)	1,14	319,5	0,497	0,0	1,14	190,6	0,338	0,0	
3	$\psi = 0,50$	MES [3]	1,32	369,6	0,560	–	1,32	220,2	0,377	–	
		wzór (13)	1,32	369,9	0,561	0,2	1,32	220,7	0,378	0,3	
4	$\psi = 0,25$	MES [3]	1,55	433,3	0,637	–	1,54	257,5	0,432	–	
		wzór (13)	1,53	428,8	0,631	-0,9	1,53	255,8	0,430	-0,5	
5	$\psi = 0,00$	MES [3]	1,83	513,4	0,724	–	1,82	303,6	0,504	–	
		wzór (13)	1,77	496,0	0,706	-2,5	1,77	295,9	0,492	-2,4	
6	$\psi = -0,25$	MES [3]	2,17	609,3	0,815	–	2,14	357,9	0,587	–	
		wzór (13)	2,05	574,5	0,784	-3,8	2,05	342,7	0,564	-3,9	
7	$\psi = -0,50$	MES [3]	2,54	711,2	0,897	–	2,49	415,4	0,669	–	
		wzór (13)	2,36	661,3	0,859	-4,2	2,36	394,5	0,640	-4,3	
8	$\psi = -0,75$	MES [3]	2,81	786,3	0,948	–	2,76	460,5	0,728	–	
		wzór (13)	2,60	728,6	0,909	-4,1	2,60	434,6	0,695	-4,5	
9	$\psi = -1,00$	MES [3]	2,71	760,1	0,931	–	2,69	449,0	0,715	–	
		wzór (13)	2,60	728,6	0,909	-2,4	2,60	434,6	0,695	-2,8	

2.3 Moment krytyczny zwichrzenia w przypadku sił porzecznych o różnych zwrotach

Rozpatrzmy belkę wykonaną z IPE500 S235 $L=8 m$ obciążoną jak na rys. 4. Obciążenie poprzeczne jest przyłożone do górnej półki dwuteownika, lecz ma różne zwroty (rys. 4). Z wykresu momentu zginającego otrzymujemy: $M_2 = 195 kNm$, $M_3 = 10 kNm$ oraz $M_4 = 145 kNm$. Współczynnik C_1 wyznaczony ze wzoru (12) wynosi:

$$C_1 = \sqrt{\frac{21 \cdot 300^2}{300^2 + 6 \cdot 195^2 + 8 \cdot 10^2 + 6 \cdot 145^2}} = 2,06 \tag{20}$$



Rys. 4. Obciążenie i rozkład momentu zginającego belki analizowanej w p.2.3

Współczynnik C_2 obliczamy ze wzorów (15a,b):

$$a_2 = \frac{2 \cdot 8}{300\pi^2} \left[-\frac{20 \cdot 8}{2} + 200 \cdot \sin^2(\pi \cdot 4/8) \right] = 0,648, \quad C_2 = 2,06 \cdot \left(\frac{0,648}{2} \right) = 0,67 \quad (21a,b)$$

Podstawiając współczynniki C_1 , C_2 otrzymane ze wzorów (20,21b) oraz $z_g = +25$ cm (rys. 4) do wzoru (14) otrzymujemy:

$$M_{0,cr} = 2,06 \cdot 693,5 \cdot \sqrt{1632,8 + (0,67 \cdot 25)^2} + 0,67 \cdot 25] \cdot 10^{-2} = 864,2 \text{ kNm} \quad (22)$$

Błąd względny w stosunku do momentu krytycznego zwichrzenia $M_{0,cr} = 878,6$ kNm otrzymanego za pomocą MES [3] wynosi -1,6%. Przedstawione w pracy przykłady pokazują bardzo dobrą zgodność zaproponowanej metody analitycznej z rozwiązaniami MES [3].

PIŚMIENNICTWO

- [1] PN-EN 1993-1-1:2006. Projektowanie konstrukcji stalowych – Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
- [2] ENV-1993-1-1:1993. Design of Steel Structures–Part 1-1: General Rules for Buildings.
- [3] Galéa Y.: Moment critique de déversement élastique de poutre fléchies – Présentation du logiciel LTBEAM. Revue Construction Métallique.CTICM, 2003(2).
- [4] Trahair N.S., Bradford M.A., Nethercot D.A., Gardner L.: The behaviour and design of steel structures to EC3. Furth edition, Taylor & Francis, London and New York 2008.
- [5] Stahlbau-Kalender 2009. Herausgegeben von Kuhlman U. Ernst & Sohn, Berlin 2009.
- [6] Serna M.A., López A., Puente I., Yong D.J.: Equivalent uniform moment factors for lateral–torsional buckling of steel members. Journal of Constructional Steel Research 62 (2006), 566–580.
- [7] Mohri F., Brouki A., Roth J.C.: Theoretical and numerical stability analyses of unrestrained, mono symmetric thin-walled beams. Journal of Constructional Steel Research 59 (2003), 63–90.
- [8] Bijak R.: Moment krytyczny zwichrzenia niestężonych bisymetrycznych belek dwuteowych podpartych widełkowo. ICMS2011 Conference, Wrocław 2011.
- [9] Wolfram S.: Mathematica. Cambridge University Press.

THE LATERAL BUCKLING OF SIMPLY SUPPORTED UNRESTRAINED SYMMETRIC I-SHAPE BEAMS WITH FREE WARPING

Summary

The paper investigates lateral buckling of simply supported unrestrained symmetric I-shape beams with free warping. The lateral buckling problems were formulated as distribution stability differential equations, in terms of torsion angle, bending moment M_y and load position parameter (Fig. 2). The stability equations were solved approximately using the Bubnow-Galerkin orthogonalization method. In case of simply supported beams with free warping sinusoidal mode is assumed for the torsion angle [7, 8]. The example of the proposed approximate formulas gives an estimation of lateral buckling moment with the accuracy good enough for design purposes.

Paweł BŁAŻEJEWSKI¹
Jakub MARCINOWSKI²
Instytut Budownictwa, Uniwersytet Zielonogórski

MODYFIKACJE KONSTRUKCYJNE ZADASZENIA STADIONU REDUKUJĄCE DRGANIA O CHARAKTERZE REZONANSOWYM

STRESZCZENIE

Krótko po oddaniu do użytku trybun stadionu zaobserwowano drgania pojawiające się w trakcie miarowych podskoków kibiców. Amplituda drgań zadaszania trybuny była na tyle znacząca, że wzbudziło to niepokój właściciela obiektu. Podczas kolejnych zawodów przeprowadzono pomiary, których celem było zdiagnozowanie przyczyny nadmiernych drgań. Użyto do tego celu wyspecjalizowanej aparatury pomiarowej, mierząc przyspieszenia, prędkości i przemieszczenia w wybranych miejscach konstrukcji stadionu. Wyniki badań okazały się jednoznaczne: częstotliwość drgań swobodnych konstrukcji zadaszania trybuny pokrywała się niemal z częstotliwością wymuszeń w postaci miarowych podskoków kibiców. W związku z zaistniałym problemem przeanalizowano numerycznie szereg konstrukcyjnych rozwiązań dynamicznego przestrojenia konstrukcji. Jedną z koncepcji wzmocnienia zrealizowano i poddano próbom wzbudzenia. Wyniki z przeprowadzonych analiz numerycznych oraz pomiarów wykonanych podczas zawodów zawarto w niniejszej pracy.

Słowa kluczowe: konstrukcja zadaszania, drgania, rezonans, pomiary, analizy numeryczne.

1 WPROWADZENIE

Projektowanie konstrukcji, jako ciągły proces zmian, niesie ze sobą ryzyko popełnienia wielu błędów. Niektóre z nich mogą wynikać z beztroski projektantów lub ze złego „podejścia” do rozpatrywanego zagadnienia. Istnieje jednak jeszcze jeden ważny czynnik, który może znacząco wpłynąć na zachowanie się konstrukcji. Jest to nieprzewidywalność, a w tym szczególnym przypadku nieprzewidywalność zachowań tłumu ludzi przebywającego na trybunie stadionu żużlowego.

Podczas zawodów sportowych zaobserwowano nadmierne przemieszczenia dźwigarów dachowych zadaszania trybuny. Było to przyczynkiem do wykonania serii pomiarów podczas kolejnych zawodów. Celem tych pomiarów było wskazanie przyczyny lub przyczyn

¹ P.Blazejewski@ib.uz.zgora.pl

² J.Marcinowski@ib.uz.zgora.pl

nadmiernych drgań oraz określenie ich wpływu na bezpieczeństwo konstrukcji. Wyniki były jednoznaczne: miarowe podskoki kibiców wzbudzają drgania konstrukcji zadaszenia trybuny i są to wzbudzenie o charakterze rezonansowym. Wynikało to z niespełnienia stanu granicznego użytkowania wg [1] i [4]. Po przeanalizowaniu zaistniałej sytuacji przeprowadzono analizy numeryczne kilku koncepcji przestrojenia dynamicznego, a następnie wykonano kolejne pomiary drgań dźwigarów dachowych wzmocnionych wskazanymi rozwiązaniami.

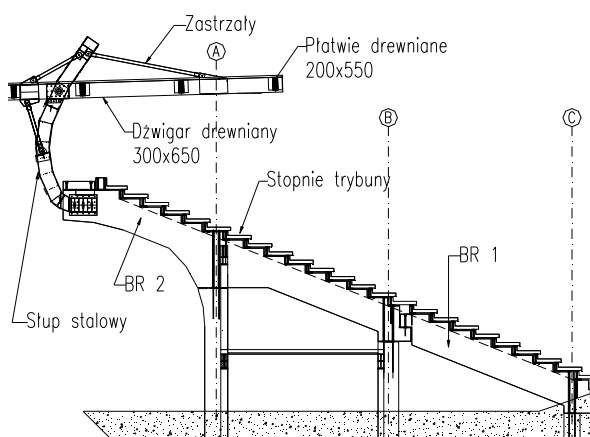
Metodologię badań, wyniki uzyskane podczas pomiarów przeprowadzonych na stadionie, jak również analizy numeryczne dynamicznego przestrojenia konstrukcji przedstawiono w niniejszej pracy.

2 OPIS KONSTRUKCJI

Przedmiotem badań była konstrukcja trybun stadionu żużlowego ze szczególnym uwzględnieniem zadaszenia. Ogólny widok trybun od strony toru pokazano na rys. 1. Trybuny zostały zrealizowane jako prefabrykowaną, szkieletową konstrukcję żelbetową. Głównym elementem nośnym są żelbetowe belki: jedna wolnopodparta (BR1), druga wolnopodparta ze wspornikiem (BR2), tworzące rygiel pochyły ramy, na którym ułożone zostały prefabrykowane belki trybun (stopnie). Na rys. 2 pokazano przekrój konstrukcyjny trybuny.



Rys. 1. Widok ogólny trybuny



Rys. 2. Przekrój konstrukcyjny trybuny

Do końców wsporników belek głównych zostały przymocowane stalowe słupy wspierające drewnianą konstrukcję zadaszenia. Słupy posiadają przekrój zdwojonego ceownika spawanego. Gałęzie słupa są połączone przewiązkami spawanymi. Te zakrzywione słupy stalowe są głównym elementem nośnym zadaszenia trybuny.

Drewniane dźwigary zadaszenia trybun wspierają się na zakrzywionych słupach stalowych tak jak to pokazano na rys. 2 oraz są dodatkowo podwieszane za pomocą trzech ściągów. Do drewnianych dźwigarów głównych zadaszenia przymocowano cztery płatwie drewniane. Na płatwiach została ułożona stalowa blacha trapezowa stanowiąca pokrycie dachu i spełniająca rolę stężenia połączeniowego dachu.

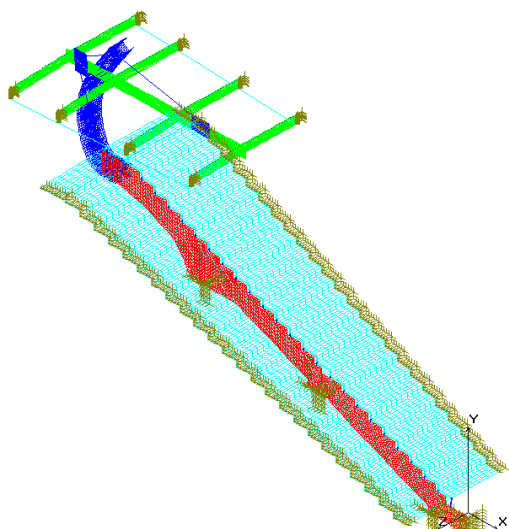
3 OPIS MODELI NUMERYCZNYCH

Na wstępie wykonano analizy numeryczne, których celem była wstępna diagnoza przyczyny nadmiernych drgań. W analizach tych wykorzystano oprogramowanie bazujące na metodzie elementów skończonych [3]. Wobec powtarzalności segmentów konstrukcyjnych trybun wykonano dwa modele. Pierwszy model (por. rys. 3) służący do wstępnych obliczeń obejmujący jeden dźwigar wraz z częścią trybun wydzielonych z całości, oraz drugi model

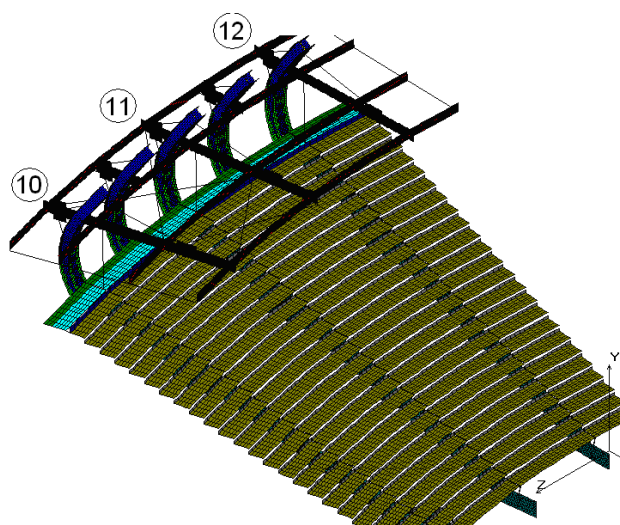
(por. rys. 4) obejmujący trzy dźwigary z trybunami czyli jeden sektor. Ponadto każdy model posiada główny dźwigar żelbetowy, wraz z belkami pod siedziska kibiców (stopniami trybun), stalowy dźwigar podtrzymujący drewnianą konstrukcję dachu, wiązar dachowy oraz płatwie. W modelach numerycznych wykorzystano trój- i czterowęzłowe elementy typu powłokowego, elementy prętowe, elementy łącznikowe oraz elementy masowe.

Poszczególnym obszarom przypisano właściwości materiałowe korespondujące z materiałami obiektu rzeczywistego, tj. żelbet, drewno i stal. Grubości elementów dobrano zgodnie z faktycznymi grubościami poszczególnych elementów konstrukcji.

Warunki brzegowe wprowadzono w taki sposób by dopuścić przemieszczenia odpowiadające możliwym deformacjom segmentu wyciętego z większego fragmentu konstrukcji. Na rys. 3 widoczne są więzy podporowe modelujące podparcie na słupach pod trybunami. Na końcach płatwi dachowych oraz na końcach belek podsiedziskowych (stopni) wprowadzono więzy uniemożliwiające przemieszczenia w kierunku obwodowym.



Rys. 3. Wstępny model numeryczny



Rys. 4. Kompletny model numeryczny

4 ANALIZA DYNAMICZNA ISTNIEJĄCEJ KONSTRUKCJI

4.1 Metodyka pomiarów

W celu określenia przyczyny jak i ewentualnych konsekwencji drgań konstrukcji zadaszania trybuny mających miejsce podczas nadmiernej aktywności kibiców wykonano pomiary w trakcie zawodów. Pod uwagę wzięto najbardziej wzbudzący się dźwigar z konstrukcji dachu. Do zlokalizowania tego dźwigara posłużono się nagraniami filmowymi wykonanymi na innych zawodach.

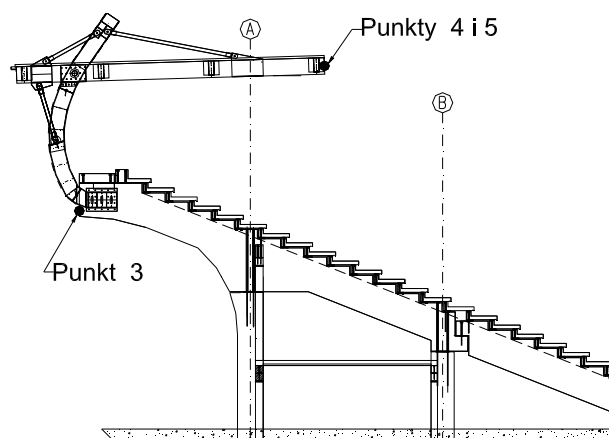
W pomiarach wykorzystano czujniki potencjometryczne o dokładności $\pm 0,1\text{mm}$. Były to czujniki cięgnowe pokazane na rys. 6. Wykorzystano także miernik drgań typu 2511 firmy Brüel & Kjær. Mierzono wartości szczytowe przyspieszeń, prędkości i przemieszczeń. Jako przetwornik drgań zastosowano akcelerometr typu 4370 firmy Brüel & Kjær.

W pomiarach wykorzystywano ponadto zestaw pomiarowy SVAN 948. Zastosowany zestaw aparaturowy umożliwiał ciągłą rejestrację drgań oraz bieżącą analizę spektralną (transformata Fouriera) odbieranych sygnałów. W danej chwili mierzono drgania w jednym miejscu i w jednym kierunku (miernik B&K) lub w trzech kierunkach (zestaw SVAN 948).

Rejestrację drgań prowadzono w sposób ciągły przez cały czas trwania zawodów. Z punktu widzenia celu badań najważniejsze były wzbudzenia maksymalne podczas miarowych podskoków kibiców na trybunach. Takie zdarzenia występowały przeciętnie co 20

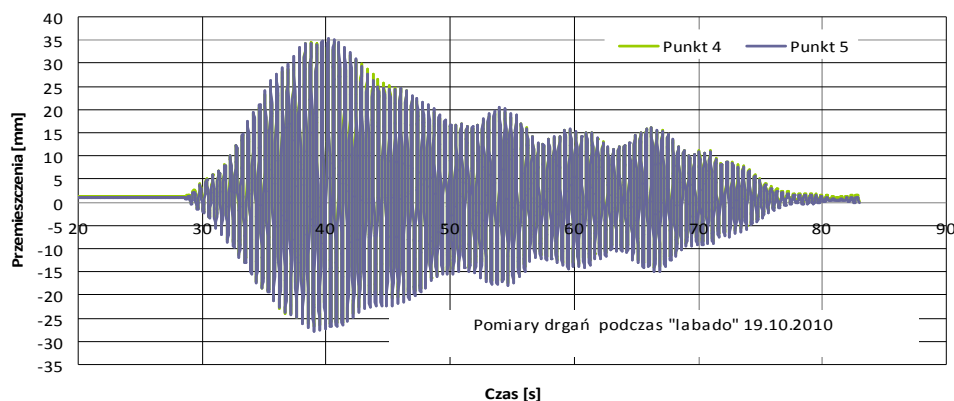
minut w ciągu zawodów. Szczegółowej analizie poddano zapisy dotyczące najsilniejszych wzbudzeń.

Na rys. 5 pokazano wybrane miejsca, w których dokonywano pomiarów. Na rys. 7 przedstawiono przemieszczenia punktów pomiarowych 4 i 5.



Rys. 5. Lokalizacja wybranych punktów pomiarowych Rys. 6. Ciężnne przetworniki przemieszczeń

Przemieszczenia punktów 4 i 5



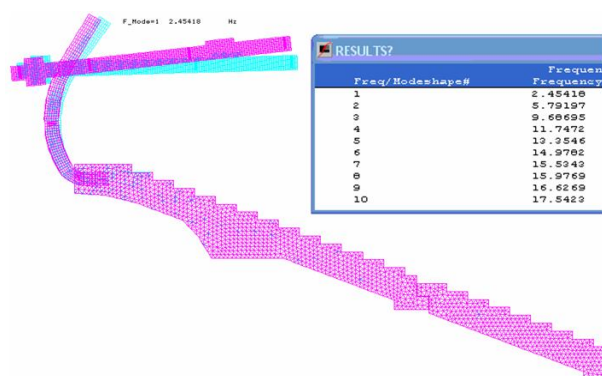
Rys. 7. Przemieszczenia punktów 4 i 5

Jak wynika z przeprowadzonych badań mierowe podskoki kibiców powodują wzbudzenie dźwigara dachowego. Wartości maksymalne przemieszczeń wynoszą około ± 35 mm. Warto zaznaczyć jest fakt, iż część wspornikowa dźwigara żelbetowego BR2 nie wykazuje tendencji do wzbudzenia. Przemieszczenia zarejestrowane w punkcie 3 wynoszą około $\pm 0,8$ mm.

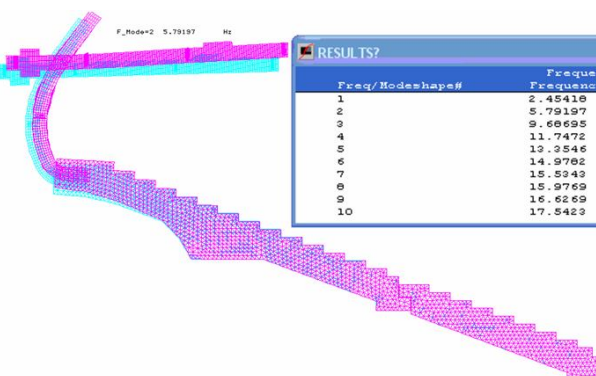
4.2 Częstotliwość drgań swobodnych

Dokładniejsze poznanie zaistniałego zjawiska wymagało przeprowadzenia numerycznej analizy dynamicznej mającej na celu wyznaczenie dziesięciu form drgań swobodnych konstrukcji oraz odpowiadających tym formom częstotliwości drgań. Na rys. 8 i 9 przedstawiono pierwszą i drugą formę drgań swobodnych analizowanego segmentu trybun.

Warto podkreślić, że pierwsza, dominująca forma drgań swobodnych charakteryzuje się częstotliwością 2,45 Hz. Jest to bardzo istotne ustalenie, gdyż częstotliwość wymuszeń (mierowe podskoki kibiców) wynosi około 2,2÷2,3 Hz.



Rys. 8. Pierwsza forma drgań swobodnych



Rys. 9. Druga forma drgań swobodnych

4.3 Wnioski

Zarejestrowane w trakcie pomiarów przebiegi drgań oraz obserwacje drgań utrwalonych na nagraniach filmowych wskazują na rezonansowy charakter wzbudzeń. Fakt ten potwierdzają także przeprowadzone symulacje numeryczne (częstotliwość drgań swobodnych $f_1=2,45$ Hz), wykonane pomiary drgań (częstotliwość drgań wzbudzonych $f=2,29$ Hz) oraz wyznaczona na podstawie filmu częstotliwość wzbudzeń (podskoki tłumy z częstotliwością ok. 2,2 Hz). Zgodność tych częstotliwości jest potwierdzeniem wzbudzenia o charakterze rezonansowym.

Ewidentnie zachodzi sytuacja pogwałcenia stanów granicznych użytkowania konstrukcji stalowej, o których mowa w punkcie 3.3 [1] oraz w załączniku A1.4.4 normy [2]. W punkcie 3.3.5 normy [1] podane jest zalecenie, by częstotliwość drgań wzbudzanych typu harmonicznego różniła się od częstotliwości drgań własnych konstrukcji nie mniej niż o 25%. Warunek ten byłby spełniony gdyby wymuszenia charakteryzowały się częstotliwościami z przedziału $<1,81$ Hz lub $>3,01$ Hz. Trudno jednak oczekiwać by dynamiczne zachowania kibiców spełniały te warunki.

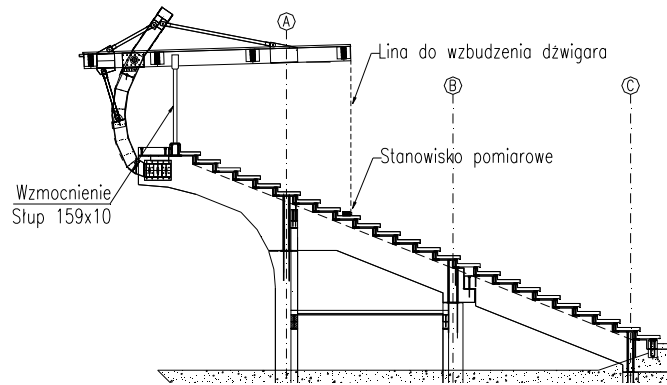
Aby konstrukcyjnie zabezpieczyć się przed wzbudzeniami koniecznym jest takie przekonstruowanie stalowego wspornika podtrzymującego zadaszanie, by częstotliwość drgań swobodnych tego fragmentu konstrukcji trybun przesunąć do bezpiecznego poziomu co najmniej 4 Hz. W ten sposób zostanie osiągnięty najbardziej pożądaný stan, stan tzw. strojenia wysokiego [4].

5 KONCEPCJA KONSTRUKCYJNEGO PRZESTROJENIA DYNAMICZNEGO

W porozumieniu z głównym wykonawcą obiektu wybrano koncepcję przestrojenia dynamicznego konstrukcji zadaszania polegającą na podparciu dźwigara drewnianego słupem stalowym o przekroju rurowym 159×10mm. Wykonano wzmocnienie na jednym sektorze trybun i ten sektor poddano badaniom. Opis oraz wyniki badań przedstawiono poniżej.

Proponowaną koncepcję wzmocnienia oraz usytuowanie stanowiska pomiarowego przedstawiono na rys. 10. Na rys. 14 i 15 pokazano sposób podparcia słupem oraz szczegół połączenia słupa z dźwigarem drewnianym.

Głównym celem badań było określenie częstotliwości drgań swobodnych. Próba wzbudzenia polegała na wywołaniu drgań o postaci odpowiadającej formie korespondującej, z pierwszą dominującą formą drgań swobodnych. Poczynione dotychczas obserwacje oraz wykonane symulacje numeryczne wskazują, że jest to forma giętna polegająca na drganiach pionowych drewnianego dźwigara dachowego wraz z połączonymi z nim elementami konstrukcji dachu.



Rys. 10. Koncepcja wzmocnienia



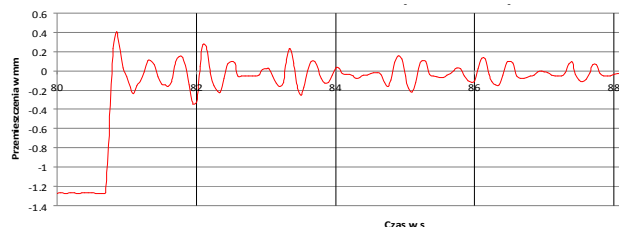
Rys. 11. Wciągarka i stanowisko pomiarowe

Wzbudzenie drgań polegało na wykorzystaniu wciągarki przymocowanej do stopnia trybuny dokładnie pod końcem belki (por. rys. 11). Linę zamocowaną do dźwigara z jednej i do wciągarki z drugiej strony, naciągnięto (co spowodowało nieznaczne ugięcie dźwigara), a następnie nagle zwolniono wywołując w ten sposób jego swobodne drgania.

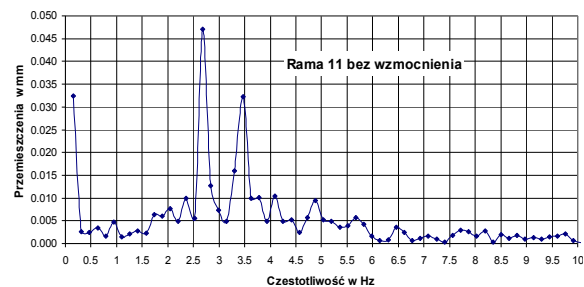
Pomiary tak wywołanych drgań zostały zrealizowane najpierw na ramie niewzmocnionej (dźwigar nr 11), a następnie na tym samym dźwigarze, ale po podparciu słupami dźwigarów 10, 11 i 12 (por. rys. 4).

Poniżej przedstawiono najbardziej miarodajne wyniki pomiarów. Drgania swobodne miały zawsze charakter nieustalonych drgań zanikających. Aby stwierdzić jakie częstotliwości dominowały w tych drganiach należało wykonać szybką transformatę Fouriera (FFT) z części sygnału dotyczącej fazy drgań swobodnych.

Na rys. 12 i 13 pokazano wyniki próby wzbudzenia wykonanej na dźwigarze nr 11 przed jego wzmocnieniem. Rys. 12 przedstawia przebieg drgań po zwolnieniu liny, a rys. 16 FFT tego sygnału. Prążki odpowiadające częstotliwościom drgań swobodnych tego dźwigara to: 2,7 Hz oraz 3,5 Hz.



Rys. 12. Przemieszczenia wzbudzonego dźwigara nr 11



Rys. 13. FFT sygnału wzbudzonego dźwigara nr 11

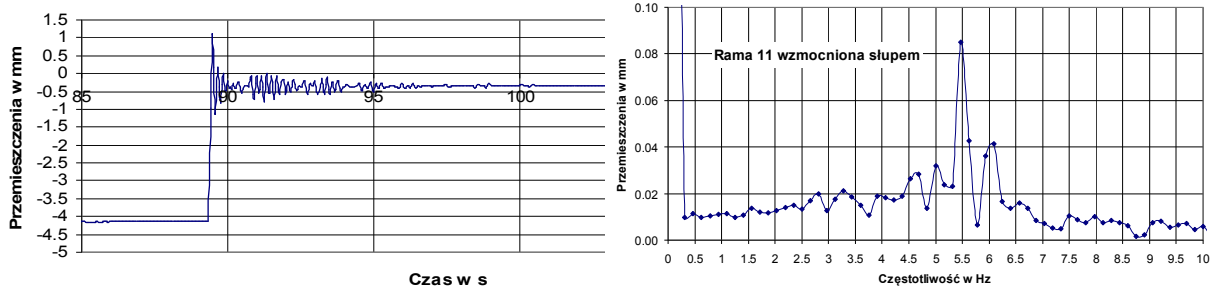


Rys. 14. Sposób podparcia słupa



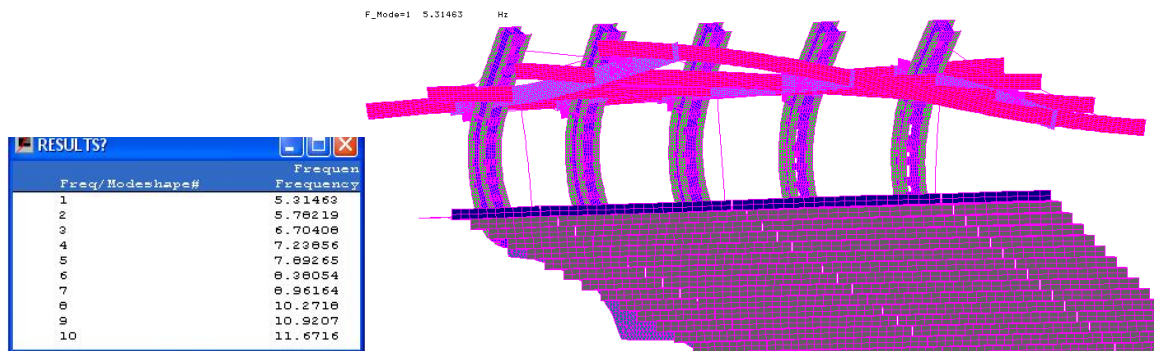
Rys. 15. Połączenie słup - dźwigar

Po zamontowaniu wszystkich słupów w sektorze (dźwigary 10, 11 i 12) wykonano trzy próby wzbudzenia drgań. W każdej z tych trzech prób w widmie częstotliwościowym dominują częstotliwości 5,5 Hz oraz 5,9 Hz. Na rys. 16 przedstawiono zarejestrowane drgania na końcu wzbudzonego dźwigara po nagłym zwolnieniu liny. FFT tego sygnału pokazano na rys. 17. Wyraźnie widać prążki odpowiadające częstotliwościom 5,5 Hz oraz 5,9 Hz.



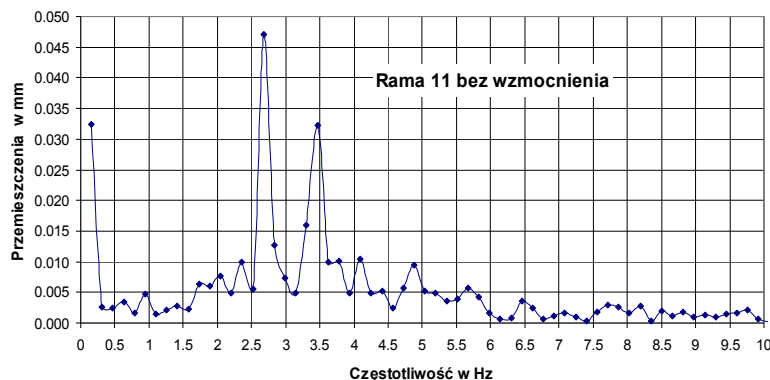
Rys. 16. Przemieszczenia wzbudzonego dźwigara nr 11 Rys. 17. FFT sygnału wzbudzonego dźwigara nr 11

Potwierdzeniem wyników uzyskanych podczas pomiarów na obiekcie jest analiza numeryczna mająca na celu określenie częstotliwości drgań swobodnych wzmocnionego układu. Na rys. 18 przedstawiono pierwszą formę oraz jej częstotliwość drgań. Daje się zauważyć bardzo dobra zgodność z wynikami pomiarów: 5,31 Hz z obliczeń i 5,50 Hz z pomiarów.

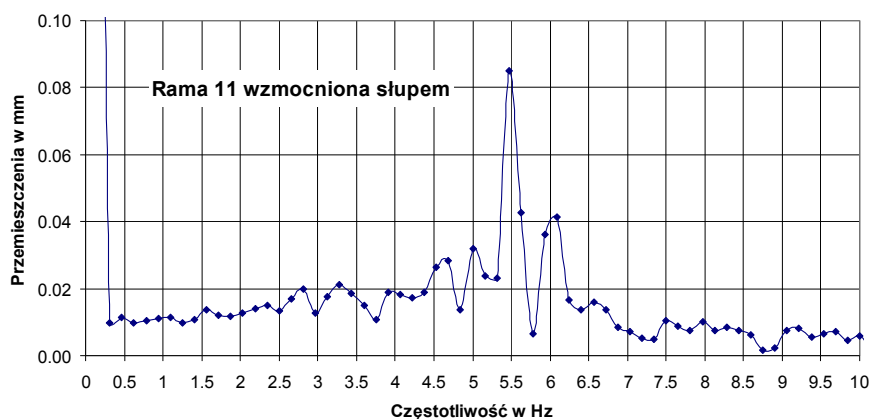


Rys. 18. Pierwsza forma drgań swobodnych wzmocnionego układu

W celu obrazowego pokazania efektywności proponowanego wzmocnienia zestawiono ze sobą dwa wykresy przedstawiające analizy FFT. Na rys. 19 widać dźwigar nr 11 przed przestrojeniem, natomiast rys. 20 pokazuje charakterystykę częstotliwościową drgań swobodnych ramy nr 11 po jej konstrukcyjnym przestrojeniu za pomocą słupa stalowego. W ramie oryginalnej dominowały częstotliwości 2,7 oraz 3,4 Hz, natomiast w ramie przestrojonej za pomocą słupa stalowego pierwsza znacząca częstotliwość pojawia się przy 5,5 Hz.



Rys. 19. FFT dźwigara 11 przed przestrojeniem



Rys. 20. FFT dźwigara 11 po przestrojeniu

Wprowadzenie słupa stalowego doprowadziło do korzystnego, dynamicznego przestrojenia ustroju nośnego zadaszenia trybuny stadionu. Miarą uzyskanego przestrojenia dynamicznego jest przesunięcie pierwszej częstotliwości drgań swobodnych do granicy ok. 5,5 Hz.

Stwierdzona w próbach wzbudzenia częstotliwość $f_1 = 5,5$ Hz różni się znacząco od rejestrowanej w czasie zawodów częstotliwości wymuszeń podskokami kibiców ($2,2 \div 2,3$ Hz), nie wchodzi więc w rachubę zagrożenie wzbudzeniem rezonansowym. Założony efekt przestrojenia dynamicznego został osiągnięty. Podczas eksploatacji tak przestrojonej konstrukcji zadaszenia trybuny będzie występował wyłącznie stan strojenia wysokiego (por. [4]) tak bardzo pożądany w obiektach narażonych na oddziaływania dynamiczne.

PIŚMIENNICTWO

- [1] PN-90/B-03200 Konstrukcje stalowe. Obliczenia statyczne i projektowanie.
- [2] PN-EN1990 Eurokod Podstawy projektowania konstrukcji.
- [3] COSMOS/M, Finite Element Analysis System, Version 2.9, Structural Research and Analysis Corporation, Electronic Manual, Los Angeles, California 2002.
- [4] Kisiel I.: Dynamika fundamentów pod maszyny. PWN, Warszawa 1957.

STRUCTURAL MODIFICATIONS OF A STADIUM ROOF REDUCING RESONANCE VIBRATIONS

Summary

In a newly opened stadium strong vibrations were observed when the spectators jumped rhythmically. The measurements taken during competitions confirmed this observation. The amplitude of roof vibrations reached the value of 35 mm and was too big from the structural safety point of view. Additional numerical analyses revealed that the frequency of free vibrations of the stadium roof was nearly equal to the frequency of rhythmical jumps of the spectators. It was clear that the phenomenon of the resonance took place. To avoid the resonance additional structural members in a form of steel columns were proposed. Numerical analyses and measurements made after the structural modification revealed that the frequency of free vibrations of the stadium roof was shifted to a very high value of 5,5 Hz and to this end the resonance was excluded. After the proposed structural modification the stadium can be exploited safely.

Monika CHABLASZEK¹
Zbigniew KOWAL²
Politechnika Świętokrzyska

NOŚNOŚĆ KRATOWNICY MISESA Z PRĘTÓW OBARCZONYCH WSTĘPNYM WYGIĘCIEM

STRESZCZENIE

W pracy rozwiązano zagadnienie rzeczywistej nośności krytycznej, z warunku przeskoku węzła, kratownicy Misesa z uwzględnieniem redukcji sztywności podłużnej prętów ściskanych. Zamieszczono algorytm oszacowania nośności krytycznej mierzonej obciążeniem węzła kratownicy zbudowanej z prętów obarczonych wstępnym wygięciem lub ugięciem wzbudzonym obciążeniem poprzecznym. Pracę zilustrowano przykładami współrzędnych ścieżek równowagi statycznej (SRS) obciążenia $P(z)$ węzła kratownicy Misesa dla różnego nachylenia prętów. Wyniki porównano z rozwiązaniami wg zeszytnionej geometrii układu, a także z wynikami dla konstrukcji złożonej z prętów idealnych. Pokazano zmniejszenie nośności kratownicy Misesa na przykładach różnie nachylonych prętów w funkcji ich początkowego nachylenia H_0/L_0 dla wskaźnika imperfekcji $C=0,05$.

Słowa kluczowe: kopuła prętowa, kratownica Misesa, przeskok węzła, redukcja sztywności podłużnej prętów.

1 WPROWADZENIE

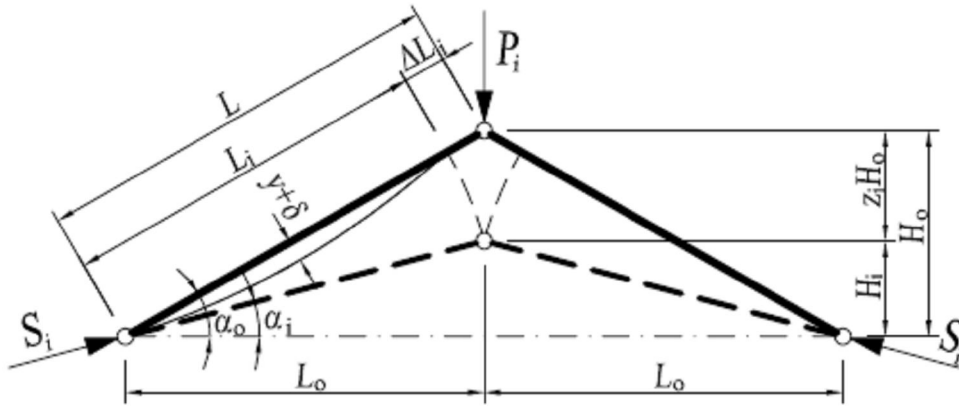
Celem pracy jest rozważenie skutków obciążenia kopuł prętowych o węzłach przegubowych dodatkowo obciążonych instalacjami absorberów energii z promieniowania słonecznego. Badanie przeprowadzono w ramach grantu: „Energooaktywne przekrycia budowlane”. Analizę przeprowadzono na przykładzie przestrzennej kratownicy Misesa zbudowanej z prętów obarczonych wstępnym wygięciem. Wstępne wygięcie prętów może być losowe lub wzbudzone międzywęzłowym zginaniem. Przeskokiem węzłów zajmowało się wielu autorów, w tym [1], [2], [3], [4], jednakże nie zwracano uwagi na to, że sztywność podłużna prętów ściskanych obarczonych wstępnym wygięciem ulega zmniejszeniu wraz ze zwiększeniem stosunku (S/N_{kr}) siły ściskającej S do nośności krytycznej N_{kr} . Przeskokowi węzłów kratownicy towarzyszą duże przemieszczenia, w przypadku których nie należy utożsamiać pierwszej pochodnej przemieszczenia y^I z tangensem $(\operatorname{tg}\alpha_i)$ kąta α_i zmiany nachylenia prętów po przemieszczeniu węzła. Gawęcki w konwencjonalnym rozwiązaniu

¹ m.chablaszek@tu.kielce.pl

² zbigko@tu.kielce.pl

przeskoku węzła [1] uwzględnił w sposób poprawny zmianę geometrii kratownicy Misesa, nie wziął jednak pod uwagę degradacji sztywności podłużnej prętów ściskanych wywołanej losowym lub wzbudzonym wygięciem.

Na rysunku (Rys. 1) pokazano schemat statyczny rozważanej kratownicy.



Rys. 1. Zmiana położenia węzła kratownicy Misesa pod obciążeniem P_i

2 WPLYW REDUKCJI SZTYWNOŚCI PRĘTÓW ŚCISKANYCH NA NOŚNOŚĆ MIERZONĄ OBCIĄŻENIEM WĘZŁA

W pracy [2] wyprowadzono wzór (1) na współczynnik η zmniejszający konwencjonalną sztywność podłużną $K_o = \frac{EA}{L}$ prętów do sztywności zredukowanej $K = \eta K_o = \eta \frac{EA}{L}$:

$$\eta = \left(1 - \frac{S}{N_{kr}}\right)^2 \cdot \left[\left(1 - \frac{S}{N_{kr}}\right)^2 + C \frac{S}{N_{kr}} \right]^{-1} \quad (1)$$

gdzie: S – siła podłużna w pręcie, $N_{kr} = \sigma_{kr} A$ – siła krytyczna, A – pole przekroju pręta.

Wskaźnik imperfekcji C pręta występujący we wzorze (1) wyznacza się ze wzoru (2):

$$C = \frac{\delta^2}{4i^2} \cdot \frac{\sigma_{kr}}{\sigma_e} = \frac{\delta^2}{4i^2} \cdot \frac{N_{kr}}{S_e} \quad (2)$$

gdzie: δ – losowe lub wzbudzone wygięcie wstępne; i – promień bezwładności przekroju pręta; $\sigma = S/A$ – średnie naprężenie ściskające w przekroju pręta; σ_{kr} – rzeczywista wytrzymałość krytyczna pręta; $\sigma_e = \pi^2 E / \lambda^2$ – eulerowska wytrzymałość krytyczna pręta $\geq \sigma_{kr}$; $S_e = \sigma_e A$ – eulerowska nośność krytyczna.

Stosunek $\sigma_e / \sigma_{kr} = S_e / N_{kr}$ w obszarze sprężystym dla $\lambda = L/i > 100$ wynosi w przybliżeniu 1, stąd parametr imperfekcji C pręta można bezpiecznie oszacować ze wzoru (3):

$$C = \frac{\delta^2}{4i^2} \quad (3)$$

Obciążenie węzła P wywołujące siły S w prętach wynosi:

$$P = n \cdot S \cdot \sin \alpha_i \quad (4)$$

gdzie: n – liczba prętów zbiegających się w węzle; $\sin\alpha_i = H_i/L_i$; $L_i = L - \Delta L$;
 $\Delta L = SL/\eta EA$ – skrócenie pręta nachylonego.

W tabelicy 1 zamieszczono współczynniki η w funkcji $\sigma/\sigma_{kr} = S/N_{kr}$ oraz wskaźnika wstępnego wygięcia pręta C [2].

Tabela 1. Współczynniki η w funkcji σ/σ_{kr} oraz parametru imperfekcji C [2].

σ/σ_{kr}	C=0,001	C=0,01	C=0,05	C=0,1	C=0,2	C=0,5	C=1
0	1	1	1	1	1	1	1
0,1	0,9999	0,9988	0,9939	0,9878	0,9859	0,9419	0,8901
0,2	0,9997	0,9969	0,9846	0,9697	0,9412	0,8649	0,7619
0,3	0,9994	0,9939	0,9703	0,9423	0,8909	0,7656	0,6203
0,4	0,9989	0,9890	0,9474	0,9	0,8182	0,6429	0,4737
0,5	0,9980	0,9804	0,9091	0,8(3)	0,7143	0,5	0,3(3)
0,6	0,9963	0,9639	0,8421	0,7273	0,5714	0,3478	0,2105
0,7	0,9923	0,9278	0,7200	0,5625	0,3913	0,2045	0,1139
0,75	0,9881	0,8929	0,625	0,4545	0,2941	0,1429	0,0769
0,8	0,9804	0,8(3)	0,5	0,3(3)	0,2	0,0909	0,0476
0,85	0,9636	0,7258	0,3462	0,2093	0,1169	0,0503	0,0258
0,9	0,9174	0,5263	0,1818	0,1	0,0526	0,0217	0,0110
0,93	0,8405	0,3451	0,0953	0,0501	0,0257	0,0104	0,0052
0,95	0,7246	0,2083	0,05	0,0256	0,0130	0,0052	0,0026
0,97	0,4813	0,0849	0,0182	0,0092	0,0046	0,0018	0,0009

3 OSZACOWANIE SRS NOŚNOŚCI WĘZŁA KRATOWNICY MISESA Z UWZGLĘDNIENIEM REDUKCJI SZTYWNOŚCI PODŁUŻNEJ PRĘTÓW

W algorytmie oszacowania SRS nośności węzła kratownicy Misesa z uwzględnieniem degradacji sztywności podłużnej prętów ściskanych występują następujące dane i związki:

n – liczba prętów; A – pole przekroju pręta; i – promień bezwładności przekroju; L – długość pręta w konfiguracji początkowej (nieobciążony węzeł); L_0 – długość rzutu pręta; H_0 – wyniosłość węzła; przemieszczenie (z H_0) węzła kratownicy mieszczące się w przedziale $0 \leq z H_0 \leq H_0$.

1. Zachowuje się zmianę długości skróconego pręta L_i według związku: $L_i^2 = L_0^2 + H_i^2$.

2. Oblicza się smukłość globalną: $\lambda_z = \frac{L}{i}$.

3. Oblicza się nośność krytyczną: $N_{kr} = \frac{\pi^2 EA}{\lambda_z^2}$,

gdzie: $E=210\text{GPa}$ – moduł sprężystości Younga.

4. Konwencjonalne skrócenie pręta: $\Delta L_m = \frac{SL}{EA}$,

gdzie: S – siła ściskająca w przekroju pręta, EA – sztywność przekroju pręta.

5. Długość konwencjonalnie skróconego pręta: $L_m = L - \Delta L_m$.

6. Skrócenie pręta według zredukowanej sztywności podłużnej: $\Delta L_k = \frac{SL}{\eta EA}$,

gdzie: η – współczynnik redukcji sztywności podłużnej.

7. Długość L_k skróconego pręta o zredukowanej sztywności: $L_k = L - \Delta L_k$.

8. Przy powyżej ustalonych związkach wyznacza się przemieszczenie węzła zH_o oraz wyniosłość węzła $H_k = H_o - zH_o$ po przemieszczeniu.

4 OBLICZENIE WSPÓLRZĘDNYCH SRS P(Z) OBCIĄŻENIA WĘZŁA

Obliczenie współrzędnych SRS P(z) obciążenia węzła pokazano na przykładzie.

Dana jest kratownica Misesa złożona z dwóch prętów ($n = 2$) postaci rury okrągłej: promień zewnętrzny $r = 212 \text{ mm}$; grubość ścianki $t = 2 \text{ mm}$; pole przekroju $A = 26,5 \text{ cm}^2$; promień bezwładności $i = 14,92 \text{ cm}$; $E = 210 \text{ GPa}$; długość rzutu pręta $L_o = 15 \text{ m}$; wyniosłość $H_o = 1,5 \text{ m}$; długość początkowa pręta $L = 15,075 \text{ m}$; procentowe nachylenie początkowe pręta – $H_o / L_o = 1,5 / 15 = 0,1$.

Przyjęto obliczeniową siłę osiową $S = 0,8N_{kr}$ oraz parametr imperfekcji $C=0,05$. Z tablicy 1 mamy $\eta = 0,5$.

Smukłość pręta λ_z :
$$\lambda_z = \frac{L}{i} = \frac{1507,5}{14,92} = 101.$$

Siła krytyczna N_{kr} :
$$N_{kr} = \frac{\pi^2 EA}{\lambda_z^2} = \frac{\pi^2 \cdot 21 \cdot 10^7 \cdot 26,5 \cdot 10^{-4}}{101^2} = 538,4 \text{ kN}.$$

Do analizy przyjęto obciążenie osiowe $S = 0,8N_{kr} = 0,8 \cdot 538,4 = 430,7 \text{ kN}$ ściskające pręty ustroju, mniejsze od nośności krytycznej N_{kr} .

Przykład 1. Oszacowanie obciążenia P_z ustroju zeszywnionego:

$$P_z = n \cdot S \cdot \sin \alpha_o = n \cdot S \cdot \frac{H_o}{L} = 2 \cdot 430,7 \cdot \frac{1,5}{15,075} = 85,7 \text{ kN}.$$

Przykład 2. Oszacowanie obciążenia P_m ustroju konwencjonalnie przemieszczonego.

Konwencjonalne skrócenie pręta:
$$\Delta L_m = \frac{SL}{EA} = \frac{430,7 \cdot 15,075}{21 \cdot 10^7 \cdot 26,5 \cdot 10^{-4}} = 0,012 \text{ m},$$

długość L_m pręta po skróceniu:
$$L_m = L - \Delta L_m = 15,075 - 0,012 = 15,063 \text{ m}$$

Wysokość węzła zmniejszyła się o:

$$z_m \cdot H_o = H_o - H_m = H_o - \sqrt{L_m^2 - L_o^2} = 1,5 - \sqrt{15,063^2 - 15^2} = 0,124 \text{ m}.$$

Współrzędna z_m wynosi:
$$z_m = 0,083.$$

Oszacowanie obciążenie P_m węzła konwencjonalnie przemieszczonego wynosi:

$$P_m = n \cdot S \cdot \sin \alpha_m = n \cdot S \cdot \frac{H_m}{L_m} = 2 \cdot 430,7 \cdot \frac{1,376}{15,063} = 78,7 \text{ kN}.$$

Przykład 3. Obciążenie P_k węzła z uwzględnieniem redukcji sztywności podłużnej prętów.

Współczynnik redukcji konwencjonalnej sztywności podłużnej dla parametru imperfekcji $C=0,05$ oraz $S/N_{kr} = \sigma/\sigma_{kr} = 0,8$ wynosi $\eta = 0,5$ (tab. 1).

Skrócenie pręta ΔL_k wynosi:
$$\Delta L_k = \frac{SL}{\eta EA} = \frac{430,7 \cdot 15,075}{0,5 \cdot 21 \cdot 10^7 \cdot 26,5 \cdot 10^{-4}} = 0,023 \text{ m},$$

długość L_k skróconego pręta:
$$L_k = L - \Delta L_k = 15,075 - 0,023 = 15,052 \text{ m}.$$

Przemieszczenie węzła wynosi:

$$z_k \cdot H_o = H_o - H_k = H_o - \sqrt{L_k^2 - L_o^2} = 1,5 - \sqrt{15,052^2 - 15^2} = 0,250 \text{ m}.$$

Współrzędna z^k wynosi:
$$z^k = 0,166.$$

Oszacowanie obciążenia P_k węzła z uwzględnieniem redukcji sztywności podłużnej prętów wynosi:

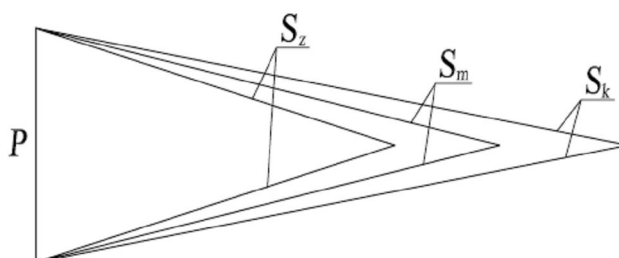
$$P_k = n \cdot S \cdot \sin \alpha_k = n \cdot S \cdot \frac{H_k}{L_k} = 2 \cdot 430,7 \cdot \frac{1,250}{15,052} = 71,5 \text{ kN}.$$

Obciążenie $P_z = 85,7$ kN wg przykładu 1 obciążające ustrój, oszacowane na podstawie zeszytnionej geometrii wywołuje ściskające siły $S = 0,8 N_{kr}$ w prętach.

Obciążenie $P_m = 78,7$ kN (o 8,2% mniejsze od obciążenia P_z) wg przykładu 2 oszacowane z uwzględnieniem konwencjonalnego przemieszczenia węzła wywoła siły osiowe $S = 0,8 N_{kr}$ w prętach.

Jeśli uwzględnimy również degradację konwencjonalnej sztywności podłużnej η , to siłę $S = 0,8 N_{kr}$ w pręcie wg przykładu 3 wywoła obciążenie $P_k = 71,5$ kN, będące o 16,6% mniejsze od P_z i o 9,2% mniejsze od P_m .

Na rysunku (Rys. 2) pokazano oszacowania sił w prętach od obciążenia P w ustroju zeszytnionym (S_z), wg Misesa (S_m) i wg pracy (S_k).



Rys. 2. Równowaga sił w węźle: S_z – wg zasady zeszytnienia, S_m – wg Misesa, S_k – wg niniejszej pracy.

5 OSZACOWANIE SRS OBCIĄŻENIA WĘZŁÓW Z UWZGLĘDNIENIEM WPLYWU REDUKCJI SZTYWNOŚCI PODŁUŻNEJ PRĘTÓW

Współrzędne $P(z)$ SRS obliczono w sposób pokazany w przykładzie dla wskaźnika imperfekcji $C=0,05$ oraz smukłości prętów z zakresu $100,7 \leq \lambda_z \leq 142,2$ za pomocą arkusza kalkulacyjnego [5]

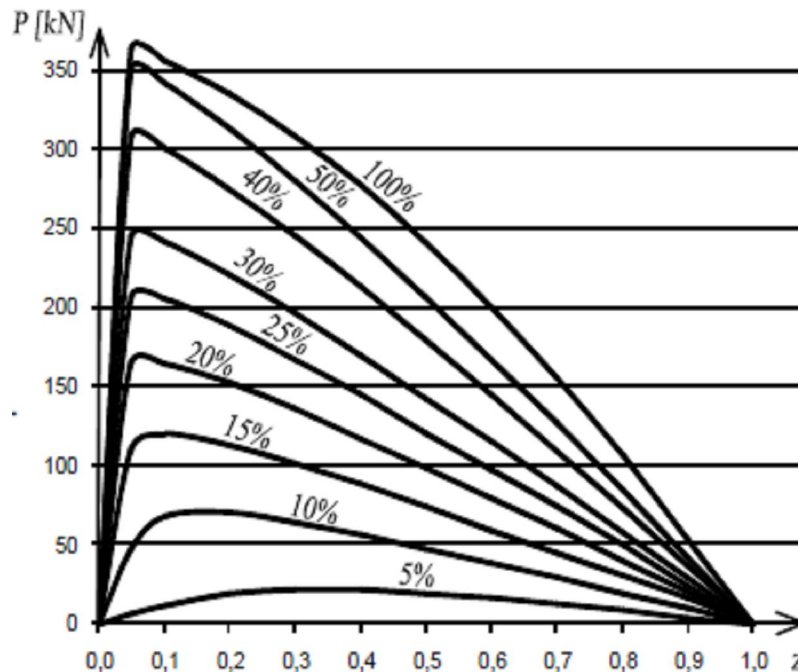
Tabela 2. Współrzędne $P(z)$ SRS węzłów kratownicy Misesa

Nachylenie prętów	100%	50%	40%	30%	25%	20%	15%	10%	5%	
z	λ	142,2	112,4	108,3	105	103,6	102,5	101,7	101	100,7
0,000		0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,050		363	350	307	245	206	165	110	47,1	6,3
0,100		356	341	300	241	205	164	119	67,6	11,6
0,200		334	313	274	220	188	152	113	70,3	18,7
0,300		308	280	244	196	167	135	101	64,3	21,5
0,400		277	244	212	170	145	117	87,6	56,4	21,1
0,500		241	206	179	143	120	98,3	73,6	47,6	18,9
0,600		200	167	144	115	97,6	79,0	59,2	38,4	15,7
0,700		155	127	109	86,4	73,5	59,5	44,6	29	12,1
0,800		106	84,9	72,9	57,8	49,1	39,8	29,8	19,4	8,2
0,900		53,6	42,6	36,6	29	24,6	19,9	16,6	9,7	4,1

W tablicy 2 zamieszczono współrzędne SRS obciążenia $P(z)$ dla wskaźnika imperfekcji $C=0,05$ oraz smukłości prętów z zakresu $100 \leq \lambda_z \leq 150$. Współrzędne wyznaczone wg wyżej pokazanego algorytmu [5]. W przypadku zmniejszania nachylenia prętów, a także zwiększania wskaźnika imperfekcji geometrycznych C nośność ustroju ulega znacznej redukcji.

Na rysunku (Rys. 3) pokazano SRS uwzględniające redukcję sztywności podłużnej prętów wywołanej wstępnym wygięciem. SRS wskazują na zasadnicze znaczenie obliczania nośności ustroju z uwzględnieniem redukcji sztywności podłużnej prętów ściskanych.

W kratownicach wzięto pod uwagę modele prętów obarczonych imperfekcjami geometrycznymi o SRS pokazanych liniami opisanymi nachyleniem prętów.



Rys. 3. Przykłady SRS $P(z)$ uwzględniające redukcję sztywności podłużnej dla $C=0,05$ i nachylenia prętów.

Na rysunku (Rys. 4) pokazano porównanie SRS P_m oraz P_k dla 10% nachylenia prętów dla przykładu pokazanego w p. 4 pracy. Maksimum obiektywnej SRS $P_k(z)$ występuje przy obciążeniu maksymalnym $P_k = 71,5$ kN przy przemieszczeniu węzła $zH_o = 0,166 H_o$

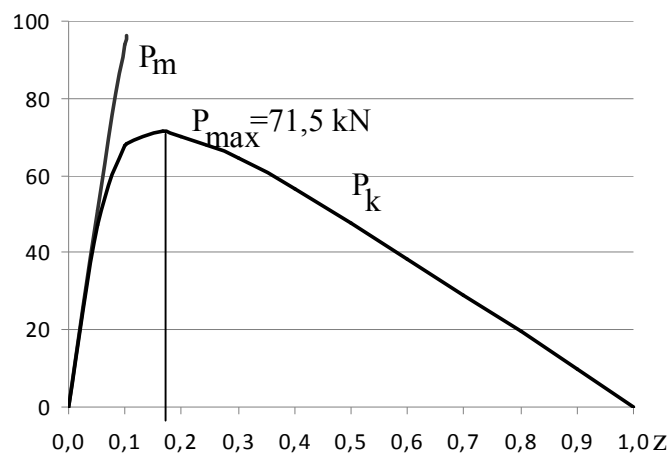


Fig. 4. Porównanie SRS P_m oraz P_k dla 10% nachylenia prętów .

6 PODSUMOWANIE

Zjawisko przeskoku węzłów zmniejszające nośność kratownicy Misesa występuje w jednowarstwowych powłokach prętowych, a zwłaszcza w jednowarstwowych kopułach prętowych, w węzłach, w których zbiegają się pręty ściskane. W praktyce należy się liczyć z tym, że każdy pręt jest obciążony losowym wygięciem, którego wielkość jest ograniczana normami. Do tego dochodzą ugięcia wzbudzone obciążeniem poprzecznym, a także imperfekcje geometryczne położenia węzłów, wpływające na nachylenie prętów względem węzłów.

Wniosek generalny. Siły osiowe w prętach jednowarstwowych kratownic przestrzennych należy obliczać z uwzględnieniem zmniejszania się sztywności podłużnej prętów w miarę zwiększania się wyężenia prętów ściskanych, mierzonego stosunkiem S/N_{kr} siły osiowej do nośności krytycznej. Przyczyną tego zjawiska jest to, że w prętach ściskanych powszechnie występują losowe lub wzbudzone obciążeniem poprzecznym ugięcia wstępne.

Wpływ redukcji sztywności podłużnej możemy ograniczyć w drodze zabiegów konstrukcyjnych a mianowicie: 1) stosowanie sztywnych połączeń prętów w węzłach, 2) stosując rozbudowane pręty przenoszące zginanie w płaszczyznach głównych kopuły. 3) blokowanie przeskoku węzłów za pomocą dodatkowego podwieszenia węzłów, co prowadzi do budowy kopuł dwuwarstwowych [6] lub innych dwuwarstwowych powłok prętowych, 4) W rachubę wchodzi kopuły żebrowo - prętowe [7] o rozbudowanej geometrii w płaszczyźnie prostopadłej do powierzchni kopuły i podwieszanie węzłów pośrednich lub kopuły żebrowo - prętowe z najeżonymi węzłami pośrednimi.

W kolejnych pracach przewiduje się analizę optymalizacyjną rozwiązań geometrycznych nakierowanych na zmniejszenie wrażliwości kopuł na przeciążanie węzłów od zawieszanych lub wspartych urządzeń do pozyskiwania energii z promieniowania słonecznego.

Wniosek generalny 2. Jako konstrukcje ergoaktywne nadające się do umieszczania absorberów na powierzchni kopuł oraz do wykorzystywania przestrzeni konstrukcyjnej w celu pozyskiwania oraz transportu energii lepiej nadają się prętowe powłoki w tym kopuły wielowarstwowe aniżeli jednowarstwowe.

PIŚMIENNICTWO

- [1] Gawęcki A.: Mechanika materiałów i konstrukcji prętowych. Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej 1998, t. 2, s.543.
- [2] Kowal Z.: Redukcja sztywności podłużnej kompozytowych prętów ściskanych. 44 Konf. KILiW PAN i KN PZITB, Poznań-Krynica 1998, s.141-146.
- [3] Kowal Z., Raducki K.: Interaction of random critical load of spatial truss joint loaded at the joint and on the bars. Third International Conference on Space Structures, Elsevier Applied Science Publishers, London and New York 1984.
- [4] Kowal Z., Radoń U.: Propozycja modelu konstytutywnego prętów ściskanych do obliczania nośności granicznej rzeczywistych konstrukcji prętowych. Inżynieria i Budownictwo nr 12/1995. s.679-683.
- [5] Arkusz kalkulacyjny. Microsoft Office Excel.
- [6] Kowal Z., Mirski J.: Patent P-339957. Budowlane przekrycie kopułą prętową, dwuwarstwową do pozyskiwania energii cieplnej. UP RP Warszawa 2007.
- [7] Kowal Z., Słowik J., Wawszczak W.: Zasady projektowania kopuł prętowo-żebrowych. Inżynieria i Budownictwo nr 7/1992. s.247-250.

LOAD BEARING CAPACITY OF VON MISES' TRUSS COMPOSED OF BARS WITH INITIAL DEFLECTION

Summary

The paper presents a solution to the question of actual critical load (from the node snap through condition) of von Mises spatial truss with account to the degradation of the longitudinal stiffness of compressed bars. The algorithm shows estimates of critical load measured by the load of the truss node built from bars with random or activated deflection. The paper is illustrated with examples of static equilibrium paths of load $P(z)$ of von Mises truss node for different inclinations of bars. The results are compared with solutions according to the stiffened geometry of the system as well as with the results for the conventional reduction of compressed bars. Decrease in the load bearing capacity of von Mises truss node is shown according to its performance by examples of differently inclined bars in the function of their initial inclination of H_0/L_0 for the imperfection ratio $C = 0.05$.

Marcin CHYBIŃSKI¹
Andrzej GARSTECKI²
Politechnika Poznańska

RACJONALNY UKŁAD ŻEBER I OTWORÓW W ŚRODNIKU BLACHOWNIC STALOWYCH

STRESZCZENIE

Praca przedstawia wyniki analizy nośności blachownic stalowych dla różnych układów żeber i otworów wyciętych w środniku. Bada się stateczność globalną i lokalną. Analizy prowadzi się metodą elementów skończonych z zastosowaniem elementów typu powłokowego. Przeprowadzono zarówno analizy liniowe jak i nieliniowe z uwzględnieniem wstępnych imperfekcji geometrycznych. Wyniki analiz potwierdziły, że zarówno konfiguracja uźebrowania jak i rozmieszczenie oraz kształt otworów w środniku mają bardzo duży wpływ na nośność blachownic, co uzasadnia celowość podjętych badań.

Słowa kluczowe: blachownice, pręty cienkościennie, żeberka usztywniające, imperfekcje, nośność blachownic, stateczność, konstrukcje stalowe

1 WSTĘP

Blachownice stalowe ze względu na znaczne smukłości środników są podatne nie tylko na utratę stateczności globalnej, lecz także stateczności lokalnej. Wtedy na nośność konstrukcji duży wpływ mogą mieć wstępne imperfekcje. Zagadnienia te nabierają znaczenia, gdyż obserwuje się dążenie do projektowania blachownic o coraz cieńszych środnikach, na co pozwalają nowe techniki spawania i zabezpieczania antykorozyjnego.

Tematykę uźebrowania ukośnego już w latach 60-tych minionego wieku podjął Z. Kowal [1], który analizował ich nośność w stanie pozakrytycznym. Zaproponowane uźebrowanie nazywane było wówczas przekątnym, gdyż nie eliminowało uźebrowania pionowego, tylko dzieliło przekątniowo pola środnika wydzielone żeberkami pionowymi. Temat uźebrowania ukośnego i jego wpływu na odporność na skręcanie belek walcowanych jak i spawanych o stosunkowo małej smukłości środnika podejmowali T. Czajkowski i H. Ostapiuk [2]. Dokonali opisu matematycznego wpływu uźebrowania ukośnego na odporność belek na skręcanie. Cz. Szymczak wraz z zespołem przedstawił serię prac na temat wpływu przepon poprzecznych i przewiązek na nośność prętów cienkościennych. Badał także wpływ sztywności przepony czołowej na stateczność blachownicy. Przegląd tych prac znajduje się w monografii [3] poświęconej analizie wrażliwości belek i ram

¹ marcin.chybinski@put.poznan.pl

² andrzej.garstecki@put.poznan.pl

cieńkościennych. Istotny wpływ na nośność ram stalowych na podatność węzłów. Tematykę tę szeroko rozwijał Giżejowski z zespołem. W pracy [4] wykazał, na podstawie licznych analiz MES i badań eksperymentalnych, że racjonalnie dobrana podatność węzłów może znacznie poprawić zachowanie się również ram stalowych z ryglami zespolonymi stalowo-żelbetowymi.

W ostatnich latach obserwuje się duże zmiany w zalecanych przez normy metodach analizy i projektowania konstrukcji. Wynika to z jednej strony z powszechnego wykorzystywania komputerów o dużej mocy obliczeniowej i zaawansowanego oprogramowania, a z drugiej strony z rosnących wymagań odnośnie projektowania konstrukcji bardzo ekonomicznych i bezpiecznych. Tendencję tę widać wyraźnie w normie Eurokod 3, która dopuszcza projektowanie konstrukcji stalowych w zakresie sprężysto-plasycznym i zaleca uwzględnianie wstępnych imperfekcji geometrycznych z zastosowaniem numerycznej analizy efektów drugiego rzędu. W związku z tym norma [5] zawiera załącznik C poświęcony zastosowaniu MES w analizie konstrukcji. Szczęólnego znaczenia dla obliczania nośności i stateczności stalowych konstrukcji cienkościennych nabierają zatem warunki wykonania elementów, ich montażu i transportu. Warunki wykonania konstrukcji zawarte są m.in. w [6] i powinny być uwzględniane w obliczeniach nośności elementów.

Niniejsza praca nawiązuje do wyżej opisanej tendencji projektowania blachownic. Stosowanie bardzo cienkich środników powoduje, iż specjalnego znaczenia nabierają zagadnienia stateczności lokalnej a także problemy związane z wstępnymi imperfekcjami geometrycznymi. Wynika stąd potrzeba racjonalnego doboru uźebrowania. Postanowiono, zatem zbadać skuteczność różnych konfiguracji uźebrowania, zarówno ortogonalnej jak i diagonalnej. Przeprowadzono analizy mające określić wpływ konfiguracji uźebrowania i rozmieszczenia otworów w środniku na nośność i stateczność blachownic spawanych o przekroju otwartym. W pracy zaprezentowano wyniki wybrane spośród wielu szerzej zakrojonych analiz parametrycznych.

2 ANALIZA LINIOWA

Analizy liniowe miały na celu ustalenie dla każdego wariantu blachownicy kilku najniższych wartości obciążenia krytycznego i rozpoznanie, z jakimi formami utraty stateczności są te wartości związane. Obciążenia krytyczne oblicza się z liniowego zagadnienia własnego. Wyznaczane wartości własne stanowią mnożnik obciążenia przyłożonego do belki. W ten sposób otrzymuje się obciążenie krytyczne. Belki modelowano wykorzystując powłokowe elementy skończone o kształcie prostokątów i trójkątów.

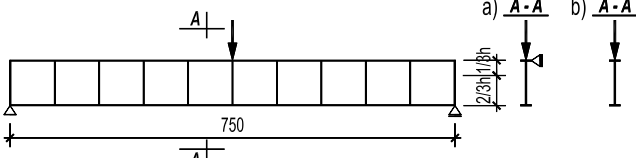
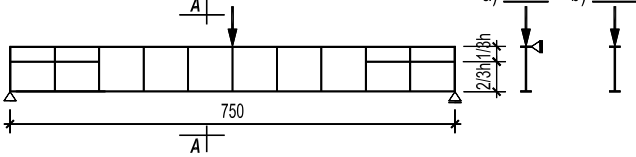
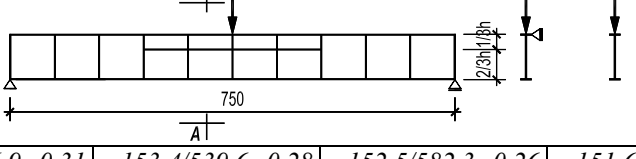
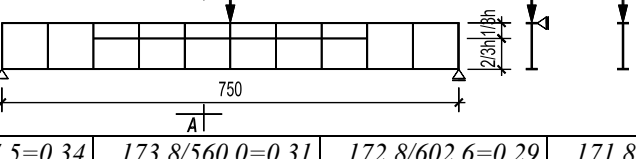
Podparcie belek modelowano w taki sposób, aby jak najwierniej oddać ideę tzw. podparcia widelkowego. Rozpatrywano blachownice obciążone siłą skupioną w środku rozpiętości belki jak i z obciążeniem równomiernie rozłożonym powierzchni pasa górnego. Analizowano belki bez podparcia pasa górnego jak i z podparciem odbierającym swobodę przemieszczeń w kierunku osi poziomej, poprzecznej do osi belki. Punktowe poprzeczne podparcie pasa górnego stosowano w przypadku obciążenia skupionego. Ciągłe podparcie stosowano w przypadku belek z obciążeniem ciągłym. Podparcie poprzeczne pasów zastosowano w celu wyeksponowania wpływu stateczności lokalnej. Uzyskiwane z analiz mnożniki obciążenia λ odnoszą się do obciążenia jednostkowego.

2.1 Wpływ konfiguracji uźebrowania środnika na nośność krytyczną blachownic

Analizowano liczny zbiór blachownic usztywnionych żeberkami usytuowanymi w stosunku do pasów blachownicy w sposób ortogonalny i diagonalny. Pozwoliło to na określenie wpływu topologii i konfiguracji żeberk usztywniających na nośność krytyczną blachownic. Analizowane blachownice miały rozpiętość 750 cm i następujący wymiar przekroju poprzecznego $740 \times (t_w=3 \div 6) \times 180 \times 10$. Konfiguracja ortogonalna uwzględniała różne zagęszczenie żeberk pionowych, a także zastosowanie dodatkowych żeberk poziomych. W konfiguracji diagonalnej także analizowano różne zagęszczenie

żeberek, a tym samym zmianę ich kąta pochylenia w stosunku do pasów blachownicy. Łącznie przeanalizowano 264 blachownice. Wybrane wyniki analiz przedstawiono w tablicach 1 i 2. Tablice obejmują blachownice o czterech grubościach środnika od 3 do 6 mm. Zawierają bezwymiarowy współczynnik materiałochłonności żeber m_z/m jako stosunek masy żeber do masy całej blachownicy. Przedstawiają wartość własną λ równą sile krytycznej F^{cr} [N].

Tablica 1. Blachownice o ortogonalnej konfiguracji żeberk usztywniających, z i bez podparcia pasa górnego, obciążone siłą skupioną przyłożoną do pasa górnego w środku rozpiętości. Współczynnik materiałochłonności żeberk m_z/m . Mnożnik obciążenia krytycznego λ oraz postać utraty stateczności.

Lp.	Konfiguracja żeberk i warianty (a) i (b) podparcia	Przekrój poprzeczny belki				
		740x3x180x10	740x4x180x10	740x5x180x10	740x6x180x10	
		Smukłość środnika				
		247	185	148	123	
1.		m_z/m [kg/kg]	113,1/455,8=0,25	112,5/498,7=0,23	111,8/541,6=0,21	111,2/584,6=0,19
		a)	<u>100 810</u> ②	<u>198 924</u> ②	<u>328 646</u> ②	<u>454 114</u> ②
		b)	67 653 ①	68 986 ①	70 166 ①	71 648 ①
2.		m_z/m [kg/kg]	154,2/496,9=0,31	153,4/539,6=0,28	152,5/582,3=0,26	151,6/625,0=0,24
		a)	<u>100 808</u> ②	<u>198 930</u> ②	<u>328 797</u> ②	<u>457 229</u> ②
		b)	71 647 ①	72 607 ①	73 650 ①	75 052 ①
3.		m_z/m [kg/kg]	154,2/496,9=0,31	153,4/539,6=0,28	152,5/582,3=0,26	151,6/625,0=0,24
		a)	139 730 ③	295 941 ③	514 666 ③	599 273 ①
		b)	80 704 ①	82 678 ①	84 175 ①	85 959 ①
4.		m_z/m [kg/kg]	174,8/517,5=0,34	173,8/560,0=0,31	172,8/602,6=0,29	171,8/645,2=0,27
		a)	160 091 ③	354 813 ③	<u>620 280</u> ②	694 180 ①
		b)	85 756 ①	87 708 ①	89 196 ①	90 990 ①

Legenda:

Lokalna utrata stateczności - kursywa

Interakcyjna utrata stateczności – kursywa z podkreśleniem

Globalna utrata stateczności – kursywa drukiem wytłuszczonym

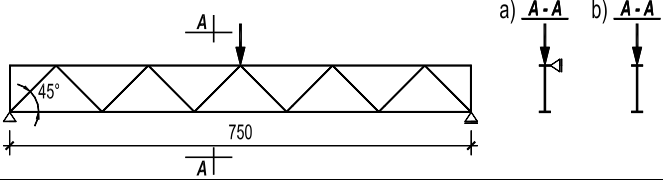
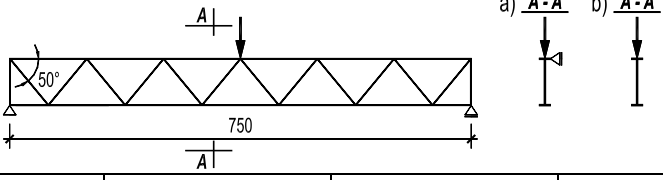
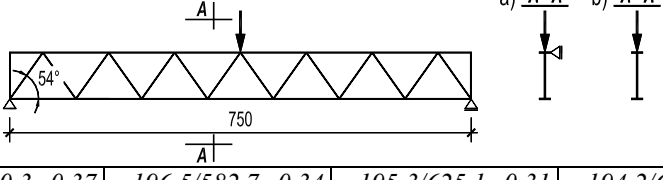
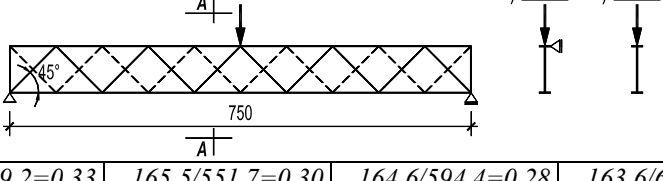
① Brak lokalnej utraty stateczności

② Lokalna utrata stateczności w pierwszym od podpory panelu bez żeberka poziomego

③ Lokalna utrata stateczności w panelach środkowych belki

④ Lokalna utrata stateczności w pierwszym od środka belki panelu bez żeberka poziomego

Tablica 2. Blachownice o diagonalnej konfiguracji żeberk. (Układ tablicy jak Tab. 1).

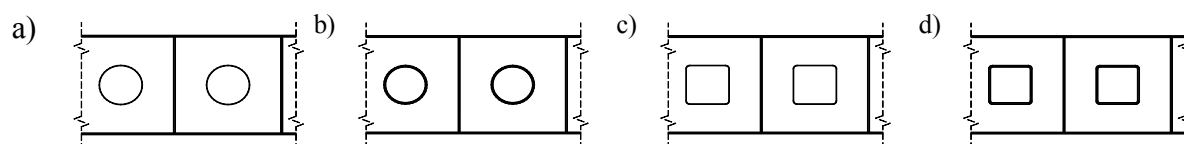
Lp.	Konfiguracja żeberk i warianty (a) i (b) podparcia	Przekrój poprzeczny belki				
		740x3x180x10	740x4x180x10	740x5x180x10	740x6x180x10	
		Smukłość środnika				
		247	185	148	123	
1.	<i>Dss3d</i> 	<i>m_z/m</i> [kg/kg]	166,5/509,2=0,33	165,5/551,7=0,30	164,6/594,4=0,28	163,6/637,0=0,26
		a)	126 709 ②	238 966 ②	385 416 ②	559 076 ②
		b)	126 709 ②	238 965 ②	385 413 ②	408 116 ②
2.	<i>Dss4g</i> 	<i>m_z/m</i> [kg/kg]	182,3/525,0=0,35	181,3/567,5=0,32	180,2/610,0=0,30	179,2/652,6=0,27
		a)	132 924 ②	248 619 ②	398 295 ②	574 444 ②
		b)	132 923 ②	248 615 ②	398 174 ②	428 171 ②
3.	<i>Dss5d</i> 	<i>m_z/m</i> [kg/kg]	197,6/540,3=0,37	196,5/582,7=0,34	195,3/625,1=0,31	194,2/667,6=0,29
		a)	138 753 ②	258 149 ②	411 491 ②	590 617 ②
		b)	138 753 ②	258 146 ②	411 186 ②	448 681 ②
4.	<i>Dss3dg</i> 	<i>m_z/m</i> [kg/kg]	166,5/509,2=0,33	165,5/551,7=0,30	164,6/594,4=0,28	163,6/637,0=0,26
		a)	166 782	325 347	534 636	791 167
		b)	166 766	325 286	421 326	423 176

W obliczeniach przyjęto stałe sprężystości: moduł Younga $E=205$ GPa i współczynnik Poissona $\nu=0,3$. Podano informacje o formie utraty stateczności i o miejscu wystąpienia ewentualnej niestateczności lokalnej. Konsekwentnie stosowano analizę liniową i stąd pewne wartości λ mogą odpowiadać naprężeniu przekraczającemu granicę proporcjonalności, szczególnie dla stali zwykłej. Nieliniowa zależność $\sigma-\varepsilon$ zostanie uwzględniona w punkcie 3. Współczynnik materiałochłonności żeberk m_z/m stanowi najprostsze kryterium ekonomicznej oceny analizowanych rozwiązań. Ocenę wg tego kryterium należy traktować jako przybliżoną. Posługując się tym kryterium wybrano po cztery konfiguracje najlepsze w klasie uźebrowania ortogonalnego i diagonalnego. Dla tych ośmiu blachownic przeprowadzono szczegółową wycenę kosztu produkcji blachownicy, uwzględniającą koszt materiału, cięcia, spawania i zabezpieczenia antykorozyjnego w dwóch wariantach. W tym celu Autor zebrał ceny jednostkowe netto z kilku zakładów średniej wielkości produkujących blachownice. Wyniki tych szczegółowych analiz zostały przedstawione w pracach [7] i [8].

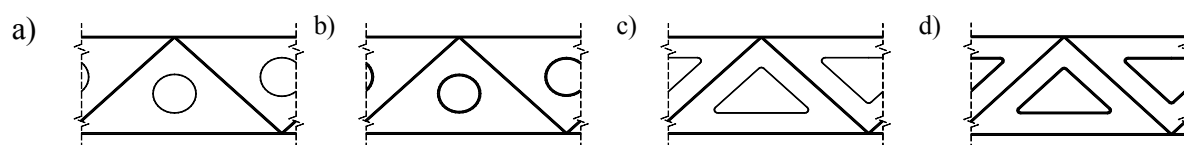
2.2 Wpływ otworów i ich rozmieszczenia na nośność krytyczną blachownicy

W praktyce projektowej często występuje potrzeba wykonania w środniku blachownicy otworu lub kilku otworów w celu umieszczenia tam różnego rodzaju instalacji. Stosuje się również wycinanie otworów na całej długości belki w celu obniżenia jej ciężaru. Jest oczywiste, że wprowadzenie otworów ma wpływ na nośność blachownicy. Dlatego przeprowadzono analizę stateczności blachownic z otworami. Stworzono zbiór blachownic ażurowych i z otworami rozmieszczonymi indywidualnie. Rozpatrywano otwory z wzmocnieniem kołnierзовym brzegu otworu i bez wzmocnienia.

Przeanalizowano belki spawane z uźebrowaniem ortogonalnym i diagonalnym ze środnikiem ażurowym, czyli z otworami w każdym polu środnika wydzielonymi żebrami usztywniającymi i z otworami rozmieszczonymi w sposób indywidualny. Otwory rozmieszczane indywidualnie zlokalizowano w miejscach, gdzie najczęściej występuje potrzeba prowadzenia przewodów instalacyjnych, czyli w okolicach przypodporowych i w środku rozpiętości belek.



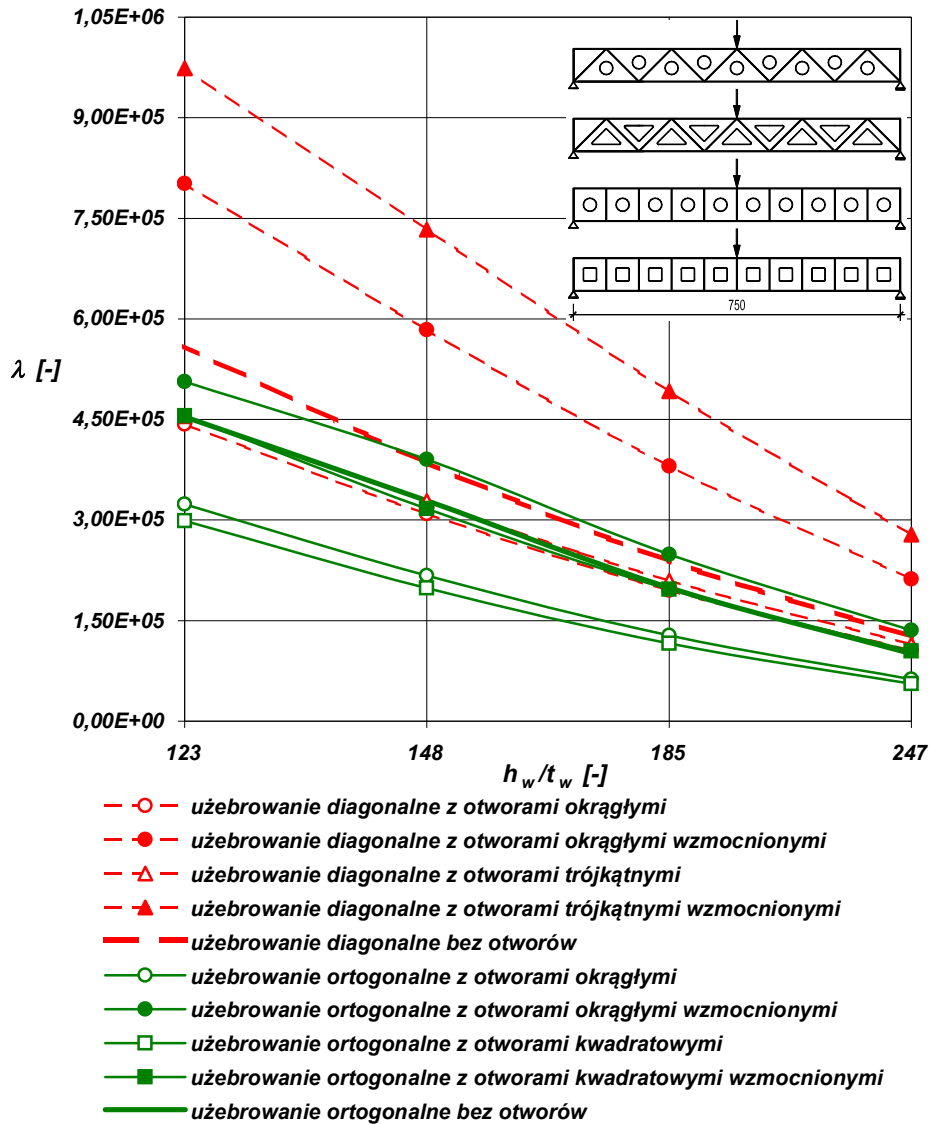
Rys. 1. Belki uźebrowane w sposób ortogonalny z otworami okrągłymi i kwadratowymi z lub bez wzmocnienia



Rys. 2. Belki uźebrowane w sposób diagonalny z otworami okrągłymi i trójkątnymi z lub bez wzmocnienia

Zastosowane w belkach otwory miały kształt kołowy (rys. 1a, 2a) lub dopasowany do kształtu pola powstałego z zastosowania ortogonalnego (rys. 1c) bądź też diagonalnego (rys. 2c) uźebrowania belki. Przeanalizowano belki z otworami bez (rys. 1a, c; 2a, c) i ze wzmocnieniem kołnierзовym na obwodzie wycięcia (rys. 1b, d; 2b, d). Wzmocnienie kołnierzowe miało grubość 5 mm i szerokość 25 mm, z każdej ze stron środnika. Wymiary otworów przyjęto w sposób umożliwiający przeprowadzenie przez nie przewodu instalacyjnego o średnicy \varnothing 300 mm. Wybrane wyniki analiz blachownic ażurowych uźebrowanych diagonalnie i ortogonalnie, z podparciem pasa górnego w środku rozpiętości i obciążonych siłą skupioną przedstawiono na (rys. 3).

Opisane wyżej analizy liniowej stateczności wykazały przewagę uźebrowania diagonalnego nad uźebrowaniem ortogonalnym. Wniosek taki wymaga jednak potwierdzenia przez analizy nieliniowe uwzględniające wstępne imperfekcje geometryczne, co zostanie przedstawione w kolejnym rozdziale.



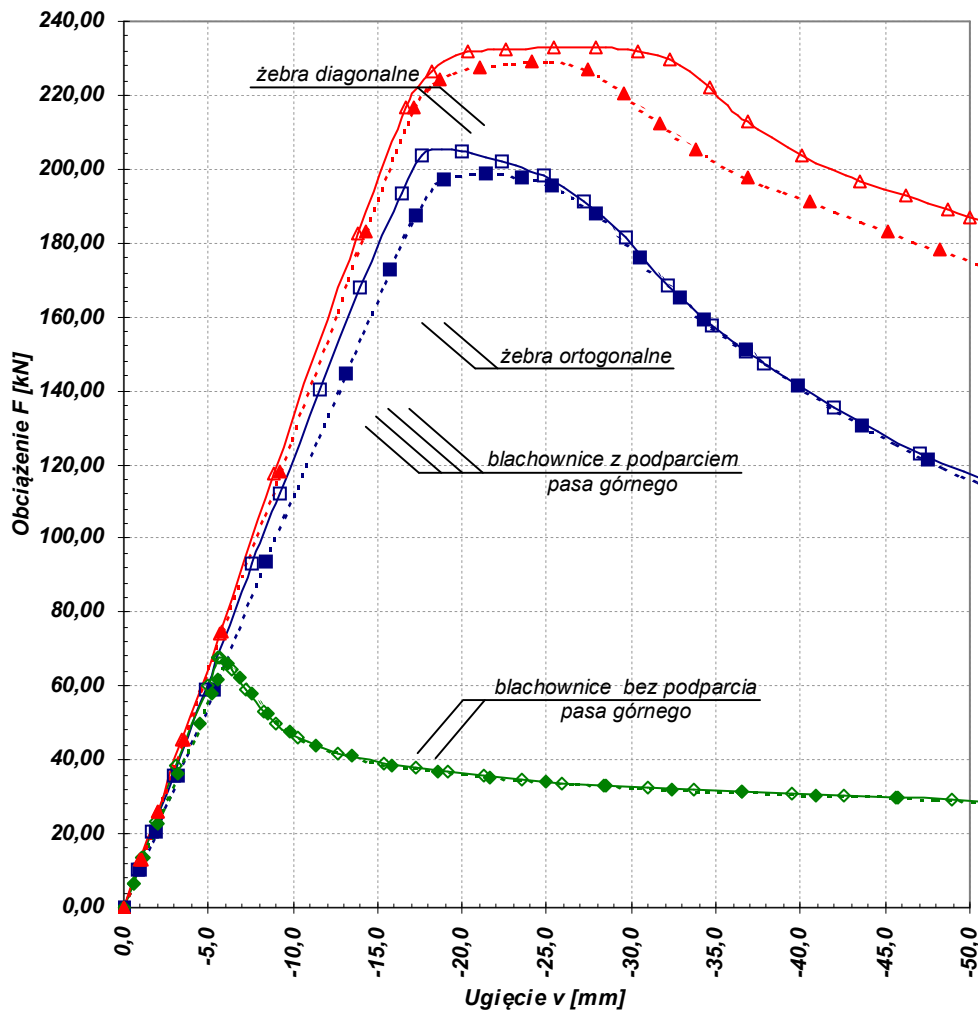
Rys. 3. Mnożnik obciążenia krytycznego λ dla różnych smukłości środnika. Belki z podparciem pasa górnego w środku rozpiętości i obciążone siłą skupioną.

3 ANALIZA NIELINIOWA

Nośność konstrukcji, a szczególnie odporność konstrukcji metalowych na utratę stateczności zależy od warunków wykonania elementów, ich montażu i transportu. Warunki te wpływają, bowiem na wielkość imperfekcji geometrycznych. Dla zbadania wpływu imperfekcji geometrycznych na zachowanie się konstrukcji pod obciążeniem potrzebna jest analiza nieliniowa zwana też analizą 2-go rzędu. W niniejszej pracy rozpatrywane będą imperfekcje geometryczne określone przez normy. Wprowadzimy takie imperfekcje geometryczne, jakie norma [4] zaleca uwzględniać w projektowaniu oraz imperfekcje dopuszczalne w produkcji blachownic [5].

Przyjęto sprężysto-plastyczny model materiału z minimalnym wzmocnieniem. Przyjęto moduł sprężystości $E=205$ GPa, współczynnik Poissona $\nu=0,3$, granicę plastyczności $f_y=235$ MPa i współczynnik wzmocnienia 0,0001. Do analiz wykorzystano metodę Riksa pozwalającą na uwzględnienie początkowych imperfekcji geometrycznych. Przeprowadzono analizy dla różnych przypadków interakcji imperfekcji globalnych z lokalnymi, a także dla różnych znaków imperfekcji w sąsiadujących polach środnika.

Na rysunku 4 przedstawiono wyniki wybranych analiz blachownic o przekroju $740 \times 3 \times 180 \times 10$ uźebrowanych ortogonalnie i diagonalnie dla różnych wartości wprowadzanych imperfekcji lokalnych.



Oznaczenia wykresów:

- znaczniki Δ , \square odnoszą się odpowiednio do uźebrowania ortogonalnego i diagonalnego,
- znaczniki Δ , \square bez wypełnienia dotyczą imperfekcji 2,0 mm, z wypełnieniem dotyczą 15,0 mm.

Rys. 4. Zależność $P-\Delta$ jako wynik analizy nieliniowej metodą Riksa blachownic z uźebrowaniem ortogonalnym i diagonalnym, dla różnych wartości imperfekcji lokalnych

Rysunek 4 pokazuje, że w przypadku blachownic ortogonalnych bez poprzecznego podparcia pasa górnego wielkość imperfekcji lokalnych środnika nie ma wpływu na zależność $P-\Delta$, a tym samym na maksymalną nośność. Wynika to z faktu, że o nośności tych blachownic decyduje stateczność globalna. Dla blachownic z poprzecznym podparciem pasa górnego obciążenie krytyczne jest związane z formą lokalną lub interakcyjną i dlatego powiększenie imperfekcji lokalnych powoduje obniżenie obciążenia granicznego. Zaskakujące jest to, że wspomniane obniżenie jest stosunkowo niewielkie. Rysunek potwierdza wyższość uźebrowania diagonalnego nad ortogonalnym. Przeprowadzono także analizy nieliniowe z imperfekcjami wstępnymi typu globalnego. Przy takich imperfekcjach przewaga uźebrowania diagonalnego nad ortogonalnym okazała się jeszcze większa, niż w przypadku imperfekcji lokalnych.

4 WNIOSKI

Przeprowadzone analizy stateczności blachownic o cienkim środniku wykazały, że racjonalny dobór konfiguracji uźebrowania zarówno w klasie uźebrowania ortogonalnego jak i diagonalnego znacznie podnosi ich nośność, przy czym uźebrowanie diagonalne wykazuje przewagę nad ortogonalnym. Uźebrowanie diagonalne wykazuje także przewagę w przypadku istnienia wstępnych imperfekcji geometrycznych. Zastosowanie uźebrowania diagonalnego nie podnosi znacząco kosztu wykonania. Duży wpływ na stateczność blachownic ma kształt otworów w środniku przy zachowaniu wielkości otworu mierzonej średnicą umieszczanego tam przewodu instalacyjnego. Wyniki badań mogą znaleźć zastosowanie w projektowaniu blachownic.

PIŚMIENNICTWO

- [1] Kowal Z.: Dźwigary blachowe z uźebrowaniem pionowym i przekątnym. Zeszyty naukowe Politechniki Wrocławskiej, nr 97, Budownictwo XXI, PWN, 1964, Wrocław.
- [2] Czajkowski T., Ostapiuk H.: Zwichrzenie sprężyste belek dwuteowych wzmocnionych żebrami ukośnymi. XXXV Konferencja Naukowa KILiW PAN i Komitetu Nauki PZITB, Wrocław-Krynica, 1989, tom 3, s. 23-28.
- [3] Szymczk Cz., Kreja I., Mikulski T., Kujawa M.: Sensitivity analysis of beams and frames made of thin-walled members. Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, 2003, Gdańsk.
- [4] Giżejowski M. A., Barcewicz W., Salah W.: Finite element modelling of the behaviour of a certain class of composite steel-concrete beam-to-column joints. Archives of Civil Engineering, LVI, 1, 2010, 19-56.
- [5] PN-EN 1993-1-5:2008. Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-5: Blachownice.
- [6] PN-EN 1090-2:2009. Wykonanie konstrukcji stalowych i aluminiowych. Część 2: Wymagania techniczne dotyczące konstrukcji stalowych.
- [7] Chybiński M., Farkas J., Garstecki A., Jarmai K., Rzeszut K.: Optimization of steel beams and columns for variable rib configuration. Proc. of the Inter. Confer. on Welded Structures, DFE 2008, Miskolc, Hungary, Horwood Publishing Limited, 113-118.
- [8] Chybiński M., Garstecki A., Rzeszut K.: Cost minimization of steel girders. Analysis of manufacturing cost for variable ribs' configuration. Proc. of the Fifth European Confer. on Steel and Composite Structures, EUROSTEEL 2008, Graz, Austria ECCS, Brussels, Vol. B, 1287-1292.

Pracę wykonano w ramach tematu 11-067/2011 DS

RATIONAL CONFIGURATION OF RIBS AND OPENINGS IN WEBS OF STEEL WELDED GIRDERS

Summary

The stability of girders with various orthogonal and diagonal configurations of ribs is studied using FEM with shell elements. Linear stability analysis was carried out for a numerous set of rib configurations, with variable web thickness and different shapes of openings. Nonlinear stability analyses accounting for initial geometric imperfection were performed for a beam with orthogonal ribs and its counterpart with diagonal ones. Linear and nonlinear analyses demonstrated that a rationally designed configuration of ribs and openings can strongly improve the stability response of girders. Diagonal configuration proved to be more favorable.

Piotr IWICKI¹
Marcin KRAJEWSKI²
Politechnika Gdańska

ANALIZA NUMERYCZNA I BADANIA DOŚWIADCZALNE KRATOWNICY ZE STĘŻENIAMI

STRESZCZENIE

W niniejszej pracy przedstawione są wyniki badań eksperymentalnych i analiz numerycznych typowej kratownicy. Przeprowadzono analizę stateczności i nieliniową analizę statyczną dla modelu prętowego konstrukcji. Przedstawione zostały zależności między sztywnością stężeń, a siłą normalną w pasie ściskanym kratownicy odpowiadającą obciążeniu wyboczeniowemu. Wyznaczone zostały również siły w stężeniu powstające na skutek przyrostu obciążenia oraz długości wyboczeniowe pasa w zależności od sztywności stężeń.

Słowa kluczowe: kratownica, sztywność stężenia, siła krytyczna, długość wyboczeniowa

1 WSTĘP

Kratownice dachowe są projektowane do przenoszenia obciążeń działających w ich płaszczyźnie. Nośność i stateczność kratownic znacznie spada gdy występują obciążenia prostopadłe do płaszczyzny kratownic lub imperfekcje powodujące wygięcie lub skrzywienie konstrukcji. Nośność wyboczeniową kratownic zwiększają stężenia. Mogą one być modelowane jako boczne podpory pasa górnego lub dolnego. Z badań [1]-[4] wynika, że w przypadku, gdy zakłada się sztywne stężenia pasa ściskanego kratownic, długości wyboczeniowe pasa przy wyboczeniu z płaszczyzny kratownicy są mniejsze od rozstawu stężeń. Stężenia mogą być również modelowane jako podpory sprężyste. Problem wyznaczania minimalnej sztywności stężeń zapewniającej uzyskanie maksymalnej nośności wyboczeniowej słupów był przedmiotem badań w [5], gdzie wykazano, że przy zwiększaniu sztywności podpory sprężystej wzrastała siła krytyczna słupa, ale tylko do momentu, gdy następowała zmiana postaci wyboczenia słupa. Dalszy wzrost sztywności podpory nie powodował już wzrostu siły krytycznej. Wyznaczenie takiej progowej sztywności stężeń bocznych jest potrzebne przy projektowaniu konstrukcji stąd też odpowiednie wzory dotyczące wymagań dla stężeń można znaleźć w normach [6], [7]. Analizy numeryczne kratownic dachowych ze stężeniami sprężystymi były przedmiotem prac [8]-[11] oraz badań doświadczalnych [12]. W pracy [10] badano kratownice ze stężeniami modelowanymi jako

¹ piwicki@pg.gda.pl

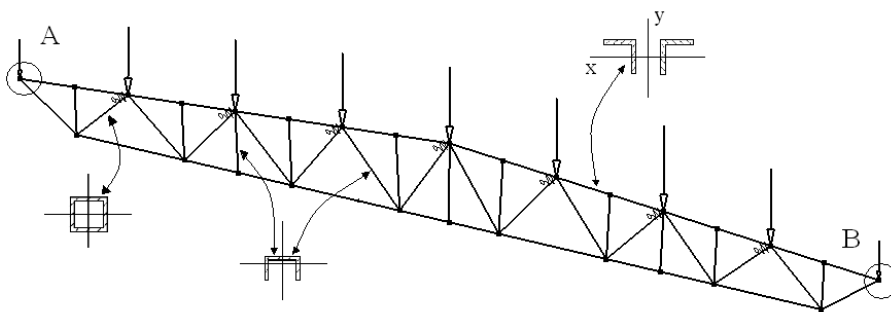
² markraje@pg.gda.pl

podpory sprężyste ograniczające przemieszczenia i skręcenia pasa ściskanego. W badaniach [11] analizowane były stężenia usytuowane skośnie do płaszczyzny kratownicy. Taka konstrukcja stężeń występuje w dachach pochyłych. W pracy [9] przedstawiono zastosowanie analizy wrażliwości do wyznaczenia sztywności stężeń zapewniających maksymalną nośność wyoboczeniową konstrukcji.

W niniejszej pracy przedstawiono wyniki badań numerycznych modelu kratownicy ze stężeniami sprężystymi badanej doświadczalnie. Kratownica jest odwzorowaniem rzeczywistej konstrukcji w skali $\frac{1}{4}$. Dla różnej sztywności i liczby stężeń badano obciążenia wyoboczeniowe, długości wyoboczeniowe pasa ściskanego oraz nieliniowe ścieżki równowagi pomiędzy siłą w pasie a przemieszczeniem kratownicy. Niektóre wyniki porównano z badaniami doświadczalnymi. Opisano problemy związane z przeprowadzeniem badań eksperymentalnych.

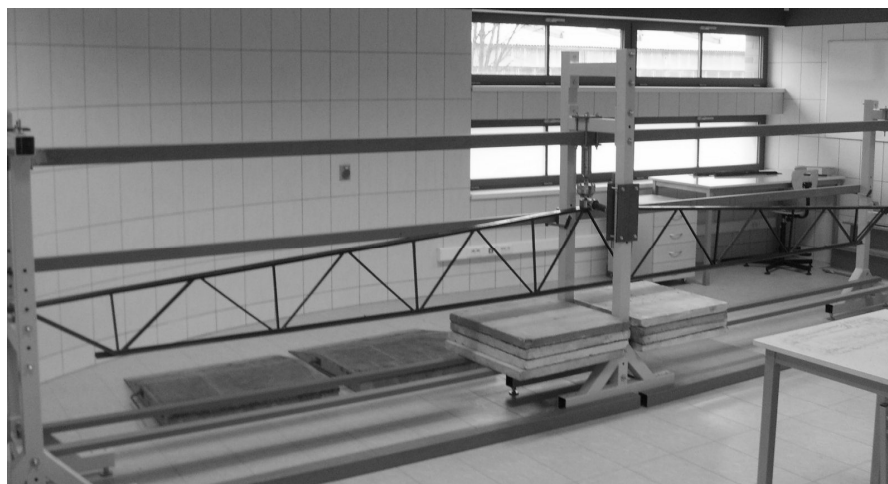
2 OPIS MODELU KRATOWNICY BADANEJ DOŚWIADCZALNIE

Analizowana kratownica ma rozpiętość $L = 6$ m i wysokość $h = 0,44$ m, rozstaw między stężeniami wynosi $0,75$ m (Rys. 1). Przyjęto, że obciążenie działa w postaci sił skupionych w węzłach pasa górnego. Pas górny i dolny zbudowany jest z profilu $2 \times L20 \times 3$. Dwa skrajne krzyżulce są wykonane z rury kwadratowej o boku 15 mm i grubości ścianki $1,5$ mm, natomiast pozostałe elementy z profilu ceowego o wysokości 15 mm, szerokości 10 mm i grubości ścianki $1,5$ mm. Profile pasa górnego połączono przewiązkami o przekroju ceowym opisanym jak wyżej. Przyjęto, że pręty są połączone w sposób sztywny. W badaniach doświadczalnych wykorzystano usztywnienie sprężyste o sztywności 10 kN/m (Rys. 3) oraz 80 kN/m. W analizach numerycznych badano kratownicę z 1, 3, 5, 7 stężeniami. W analizie numerycznej układu konstrukcyjnego zastosowano elementy prętowe z 6 stopniami swobody w węźle. Pas górny i dolny konstrukcji modelowano jako pręt o przekroju dwugąłzowym, pominięto efekty odkształceń postaciowych zakładając, że przewiązki są odpowiednio sztywne i znajdują się na każdym odcinku między węzłami kratownicy. Obliczenia wykonano za pomocą programu ROBOT STRUCTURAL ANALYSIS PROFESSIONAL 2011 [13]. W analizie nieliniowej przyjęto imperfekcję geometryczną wprowadzoną do konstrukcji pasa górnego zgodnie z wytycznymi zawartymi w [7].



Rys. 1. Kratownica z sprężystymi podporami bocznymi

Model kratownicy badany doświadczalnie przedstawiono na (Rys. 2). Na obecnym etapie do badań doświadczalnych użyty został jeden siłownik i jedno stężenie sprężyste (Rys. 3). W analizie numerycznej i badaniach doświadczalnych przyjęto dwa warianty podpór tj. schemat 1 – kratownica swobodnie podparta z blokadą skręcania na podporze B, schemat 2 – kratownica swobodnie podparta z blokadą skręcania na podporach A i B (Rys.1)



Rys. 2. Model kratownicy badany eksperymentalnie

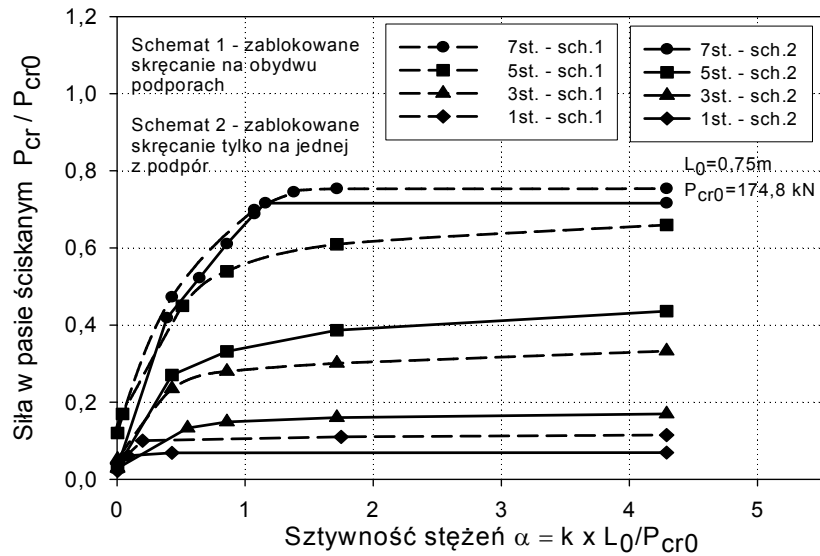


Rys. 3. Szczegół siłownika i podpory sprężystej

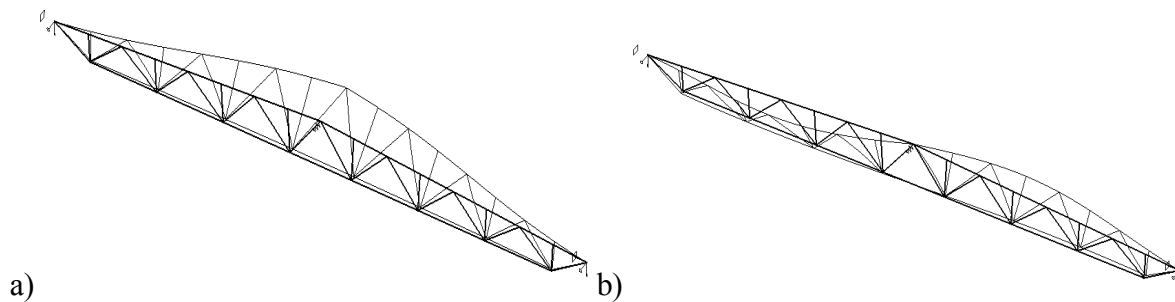
3 ANALIZA WYNIKÓW

Wyznaczono siły krytyczne oraz odpowiadające im postacie wybočenja dla różnej liczby i różnych sztywności stężeń. Z przeprowadzonej analizy wynika, że wraz ze zwiększaniem sztywności i liczby podpór bocznych zwiększa się siła krytyczna w pasie. Dla różnej liczby stężeń wyznaczono zależność względnej siły krytycznej od bezwymiarowego współczynnika sztywności stężeń, przyjmując za wartość odniesienia siłę krytyczną w pasie górnym, jednakową dla wszystkich rozpatrywanych przypadków stężeń ($P_{cr0} = \pi^2 EJ_y / L_0^2$, $L_0 = 0,75$ m). Współczynnik sztywności stężeń jest równy $\alpha = kL_0 / P_{cr0}$, gdzie k oznacza sztywność stężenia. Z przeprowadzonej analizy wynika, że istnieje pewna wartość współczynnika α powyżej której siła krytyczna nie wzrasta lub wzrost ten jest niewielki (Rys. 4). Zjawisko to związane jest ze zmianą postaci wybočenja pręta. Dla mniejszych sztywności stężeń postać wybočenja ma kształt jednej półfali, a dla większych sztywności kształt ten zmienia się na dwie lub więcej półfal (Rys. 5). Przy pewnej progowej wartości sztywności stężeń siła krytyczna osiąga wartość zbliżoną do maksymalnej. Dalszy wzrost sztywności nie powoduje wzrostu siły krytycznej lub wzrasta ona, w poszczególnych

przypadkach, w niewielkim stopniu. Wyniki analiz zostały przedstawione w (Tab. 1). Maksymalne wartości sił krytycznych podane w tabeli otrzymano dla sztywnych stężeń (k rzędu 104-108 [kN/m]).



Rys. 4. Zależność $P_{cr}/P_{cr0} - \alpha$



Rys. 5. Postać wyboczeniowa a) $k=10\text{kN/m}$, b) $k=100\text{kN/m}$

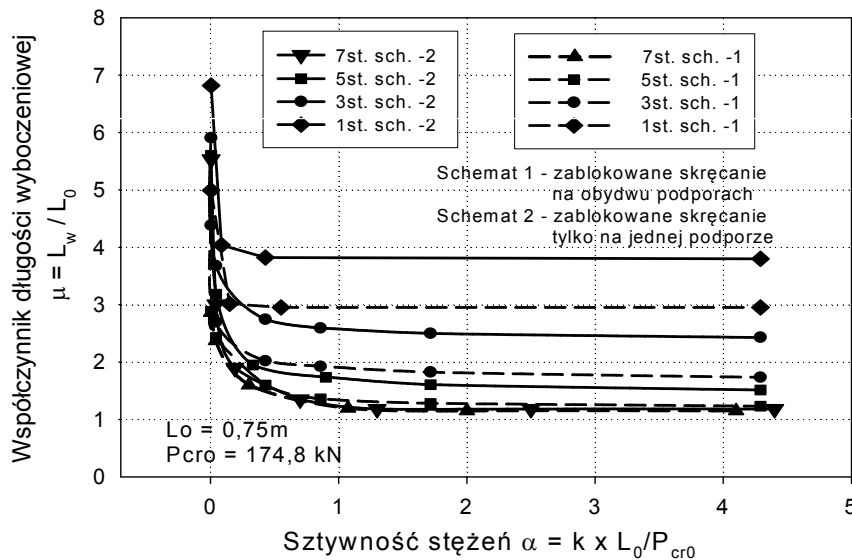
Tabela 1. Progowe wartości sztywności stężeń

Ilość usztywnień bocznych	Schemat podparcia	k [kN/m]	P_{cr} [kN]	max P_{cr} [kN] (dla $k=\infty$)	$P_{cr} / \max P_{cr}$ [%]
0	1	-	2,78	2,78	100
0	2	-	5,43	5,43	100
1	1	30	11,27	12,17	92,6
1	2	11	20,03	20,03	100
3	1	400	28	31,16	89,9
3	2	400	52,6	60,8	86,5
5	1	400	67,6	83,9	80,6
5	2	400	106,6	124,2	85,8
7	1	250	125,2	125,2	100
7	2	270	131,7	131,7	100

Na podstawie wyznaczonych sił krytycznych obliczono długości wyboczeniowe (Rys. 6) pasa ściskanego korzystając ze wzoru:

$$L_w = \pi \sqrt{\frac{EJ_y}{P_{cr}}}, \quad (1)$$

gdzie moment bezwładności pasa $J_y = 4,86 \text{ cm}^4$, $E = 205 \text{ GPa}$ (Rys.1).

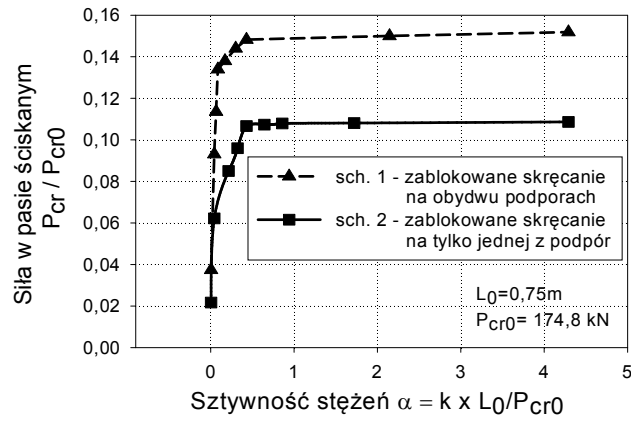
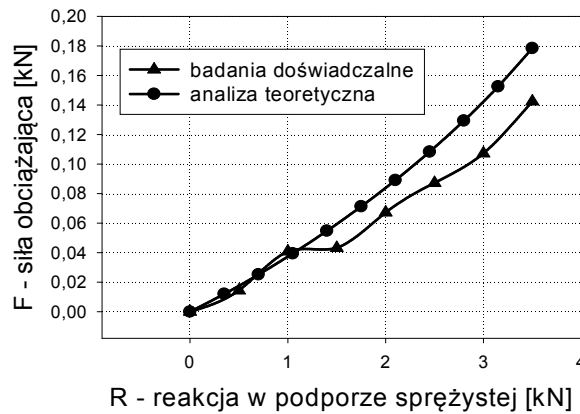
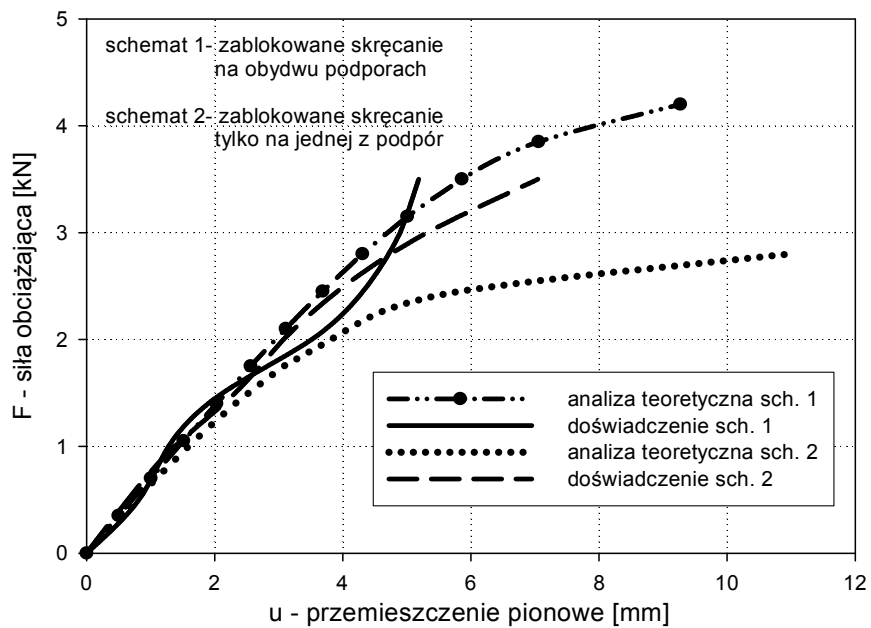


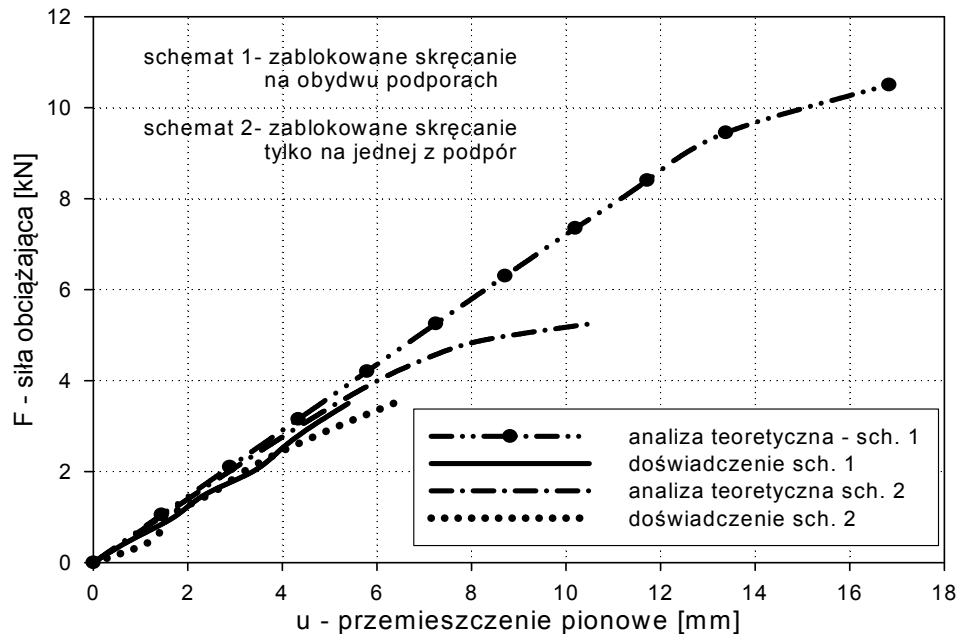
Rys. 6. Zależność $\mu - \alpha$

Nawet przy zastosowaniu siedmiu podpór bocznych o nieskończenie dużej sztywności długość wyboczeniowa nie jest równa odległości między stężeniami (Rys. 6). Jest to spowodowane tym, że przy odpowiednio sztywnych stężeniach wybaczają się najbardziej ściskany krzyżulec, a nie pas górny.

Badanie eksperymentalne przeprowadzono dla modelu kratownicy obciążonego jedną siłą w środku rozpiętości i usztywnionego jedną podporą sprężystą umieszczoną również w połowie rozpiętości konstrukcji. Zależność siły krytycznej od sztywności stężeń wyznaczoną w analizie numerycznej przedstawiono na (Rys. 7). Wartości L_0 i P_{cr0} przyjęto tak jak w analizach numerycznych kratownicy z siedmioma stężeniami.

Przeprowadzono również geometrycznie nieliniową analizę statyczną kratownicy. Zastosowano sterowanie obciążeniowe. Dla węzła pasa górnego, oddalonego o 0,75 m od środka rozpiętości układu, wyznaczono zależność przyrostu obciążenia w funkcji przemieszczeń w płaszczyźnie kratownicy dla stężeń bocznych o dwóch różnych sztywnościach (Rys. 9), (Rys. 10). Za pomocą analizy nieliniowej wyznaczono siły w stężeniu (Rys. 8). Wyniki analiz numerycznych porównano z badaniami eksperymentalnymi. Parametry sztywności sprężyn modelujących stężenia wyznaczono za pomocą maszyny wytrzymałościowej ZWICK. Obciążenie pionowe generowano za pomocą wymuszenia kinematycznego. Pomiar obciążenia wykonywano za pomocą siłomierza. Przy obciążaniu pionowym kratownicy na skutek tarcia między poszczególnymi elementami w miejscu przyłożenia siły, powstaje jej pozioma składowa. W celu jej wyeliminowania, w miejscu przyłożenia siły umiejscowiona została stalowa kulka, dzięki której kratownica może przesuwać się w kierunku poziomym i obracać się (Rys. 3).

Rys. 7. Zależność $P_{cr} / P_{cr0} - \alpha$ Rys. 8. Zależność reakcji w podporze sprężystej o sztywności $k=80\text{ kN/m}$, od wielkości obciążeniaRys. 9. Zależność przemieszczenia pionowego, węzła kratownicy od wartości siły obciążającej przy zastosowaniu stężenia o sztywności $k=10\text{ kN/m}$



Rys. 10. Zależność przemieszczenia pionowego, węzła kratownicy, od wartości siły obciążającej przy zastosowaniu stężenia o sztywności $k=80$ kN/m

4 WNIOSKI

W większości przypadków zwiększanie sztywności stężeń ponad wartości progowe nie prowadzi do poprawy nośności wyboczeniowej kratownicy gdyż wybaczą ją krzyżulce. Z przeprowadzonej analizy numerycznej wynika, że współczynnik długości wyboczeniowej, pasa górnego kratownicy z siedmioma stężeniami, przy wyboczeniu z płaszczyzny jest większy od 1. W przypadku zastosowania jednego stężenia długość wyboczeniowa osiąga wartości mniejsze od rozstawu podpór. Wydaje się, że obecnie dostępne na rynku programy analizy konstrukcji nie są w pełni wykorzystywane, gdyż długości wyboczeniowe są często zakładane, a przez to nieprecyzyjne, podczas gdy programy do analizy konstrukcji umożliwiają ich obliczanie. Stwierdzono, że siły działające w jednym z badanych eksperymentalnie stężeń mają wartość około 1,3% siły normalnej w pasie, co w badanym przypadku oznacza zgodność z wymogami normy dotyczącymi podpór bocznych elementów ściskanych [6]. Należy dodać, że badana doświadczalnie kratownica miała tylko jedno stężenie, więc ogólniejsze wnioski będzie można wyciągnąć po rozbudowie modelu o kolejne stężenia. Badany model doświadczalny mógł być obciążany maksymalną siłą pionową o wartości 3,5 kN, co z pewnością stanowi dość duży mankament. Wyniki badań doświadczalnych ukazują niedoskonałości wykonanego modelu. Rozbieżności między wynikami numerycznymi, a doświadczalnymi są między innymi spowodowane nie dość precyzyjnym wykonaniem podpór kratownicy i sposobu obciążania. Badania wykazują, że kratownica przy zwolnionym skręceniu na podporze nadal nie posiada swobody obrotu. Podczas doświadczeń zaobserwowano, że zadawane obciążenie pionowe również blokuje swobodę obrotu i przesuwu kratownicy. Przewidywana jest rozbudowa modelu, z uwzględnieniem korekty sposobu przykładania siły, tak aby jednocześnie nie blokować przemieszczeń z płaszczyzny kratownicy.

PIŚMIENNICTWO

- [1] Jankowska-Sandberg J., Pałkowski S.: Parametryczna analiza zwichrzenia sprężystego kratownicy. XLVIII Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, 2002, tom 2, s.191-197.
- [2] Biegus A., Wojczyszyn D.: Długości wyboczeniowe pasów kratownic z płaszczyzny ustroju. Inżynieria i Budownictwo, 2004, 11, s. 607-610.
- [3] Biegus A., Wojczyszyn D.: Ocena nośności pasów przy wyboczeniu z płaszczyzny kratownic. Awarie Budowlane. Zapobieganie, diagnostyka, naprawy, rekonstrukcje. XXII konferencja naukowo-techniczna, Szczecin 2005, s. 661-668.
- [4] Biegus A., Wojczyszyn D.: Współczynniki długości wyboczeniowej pasów z płaszczyzny ustroju „krótkich” kratownic. III Sympozjum Kompozyty, Konstrukcje Warstwowe, Wrocław 2006, s. 19-26.
- [5] Jura J.A., Winter's bracing approach revised. Engineering Structures, 1996, Vol. 18, No. 10, s. 821- 825.
- [6] PN-90/B-03200 Konstrukcje stalowe - Obliczenia statyczne i projektowanie.
- [7] PN-EN 1993-1-1 2006 Eurocode 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
- [8] Iwicki P., Stability of trusses with linear elastic side-supports. Thin-Walled Structures 2007, Vol. 45, No. 10-11, s. 849-854.
- [9] Iwicki P.: Sensitivity analysis of critical forces of trusses with side bracing, Journal of Constructional Steel Research, 66, 2010, 923-930.
- [10] Iwicki P.: Stability of truss with side – supports. The case of linear and rotational elastic supports. EUROSTEEL 2008: 5th European Conference on Steel and Composites Structures: research - practice - new materials, Graz, Austria, 2008, 1641-1646.
- [11] Iwicki P.: Stateczność przestrzenna podciągu kratowego z ukośnymi sprężystymi podporami bocznymi, Awarie Budowlane. Zapobieganie, diagnostyka, naprawy, rekonstrukcje, XXII konferencja naukowo-techniczna, Szczecin-Międzyzdroje, 2007, 593-601.
- [12] Kołodziej J., Jankowska-Sandberg J.: Badania doświadczalne zwichrzenia sprężystego kratownicy stalowej z uwzględnieniem podatności stężeń bocznych. LII Konferencja Naukowa Komitetu Inżynierii Lądowej i Wodnej PAN i Komitetu Nauki PZITB, Krynica 2006, Zeszyty Naukowe Politechniki Gdańskiej, nr 601, Budownictwo Lądowe, 58, 2006, 123-129.
- [13] Robot Structural Analysis Professional. Version 2010. User Manual. Autodesk Inc 2010.

NUMERICAL AND EXPERIMENTAL ANALYSES OF TRUSS WITH BRACES**Summary**

The present research shows the results of experimental and numerical analyses of a model of a typical truss. The stability analyses and non-linear static analyses are investigated for the bar model of a structure. For different stiffnesses and location of braces, the critical load and effective buckling length of the truss chord are calculated and the threshold bracing stiffness is found. The reactions in braces in the function of load increases are found. Some problems that appeared in the experimental verification of the truss model are discussed.

Agnieszka JABŁOŃSKA-KRYSIEWICZ¹
Politechnika Białostocka

ANALIZA NUMERYCZNA I EKSPERYMENTALNA STALOWYCH WĘZŁÓW ZE ŚRUBAMI SPRĘŻONYMI

STRESZCZENIE

W pracy przedstawiono porównanie wyników otrzymanych z obliczeń numerycznych i z badań doświadczalnych sprężonych połączeń śrubowych stalowych rygli ze słupami, wykonanych w płaszczyźnie mniejszej sztywności dwuteowego słupa. Model numeryczny węzła 3D, uwzględniający nieliniowość materiałową oraz nieciągłości geometryczne, wykonano za pomocą programu ANSYS. Porównanie wyników, uzyskanych z analiz MES i badań eksperymentalnych węzłów, świadczy o poprawności przyjętego modelu numerycznego i możliwości jego stosowania do zagadnień modelowania stanów deformacyjno-odkształceniowych w celach poznawczych i projektowych.

Słowa kluczowe: węzły stalowe, śruby sprężone, MES, analiza nieliniowa

1 WPROWADZENIE

Bardzo ważnymi elementami każdej konstrukcji stalowej są węzły, które decydują o stopniu złożoności konstrukcji, jej zachowaniu pod obciążeniem zewnętrznym, a także w znacznej mierze i o kosztach wytworzenia. Współczesne tendencje w projektowaniu wymuszają optymalne kształtowanie konstrukcji, które wiąże się ściśle z analizą jej pracy w przestrzeni trójwymiarowej. Względy ekonomiczne wymuszają upraszczanie kształtów elementów oraz stosowanie śrub, przyczyniających się do skrócenia czasu montażu na placu budowy. Postęp technologiczny w produkcji łączników oraz w wykonawstwie przemawia za stosowaniem śrub wysokiej wytrzymałości, których forma zniszczenia, poprzez uplastycznienie otworów, jest dużo bardziej bezpieczna z uwagi na zwiększenie zdolności do obrotu węzłów.

Zagadnienia obliczania nośności, sztywności i zdolności do obrotu węzłów znajdują się w sferze zainteresowania wielu ośrodków naukowych oraz biur projektowych. W wielu publikacjach, normach oraz bankach danych o połączeniach wskazano metody oszacowania tych wielkości, ale ograniczają się one tylko do pewnych rozwiązań konstrukcyjnych. Model składnikowy szacowania nośności i sztywności, zawarty w normie Eurokod 3 [1], wymaga aby dla węzłów nietypowych pewne parametry były potwierdzone badaniami doświadczalnymi. Mając na uwadze koszty przeprowadzenia eksperymentu dla węzłów

¹ a.krysiewicz@pb.edu.pl

w skali naturalnej, w którym uwzględniono by zmienność wielu czynników, takich jak: przekroje belek, słupów, wymiary geometryczne elementów łącznikowych (nakładki, żebra, blachy czołowe i itp.) oraz ilość i rodzaj łączników, sensownym rozwiązaniem wydaje się zastosowanie wydajnego narzędzia, jakim jest modelowanie numeryczne za pomocą MES.

2 MODELOWANIE WĘZŁÓW ZA POMOCĄ MES

Modelowanie połączeń śrubowych jest złożonym zagadnieniem z uwagi na konieczność uwzględnienia zjawisk, takich jak: sprężenie śrub, luzy w otworach, oddziaływanie śrub z płytowymi częściami węzła (zjawiska kontaktu pomiędzy trzpieniem śruby a otworem lub łbem śruby a blachą), poślizgi śrub i poszczególnych części złącznych względem siebie, naprężenia dociskowe od sprężenia i od tarcia, zmiana powierzchni kontaktowych części połączenia. Z uwagi na wielorakość i złożoność zjawisk kontaktu śruba-element płytowy węzła wprowadzono szereg uproszczeń umożliwiających przeprowadzenie analiz numerycznych. Stosowano następujące metody modelowania śrub:

- metoda I- wprowadzanie wyznaczonych doświadczalnie charakterystyk śrub [2],
- metoda II- stosowanie elementów lub systemów konstrukcyjnych zastępujących śruby [3,4],
- metoda III- bezpośrednia dyskretyzacja [5,6,7].

Z uwagi na ogromny postęp, zarówno w rozwoju możliwości obliczeniowych komputerów, jak i w opracowaniu bardzo zaawansowanych programów, obecnie najbardziej rozpowszechniona jest metoda bezpośredniej dyskretyzacji, tj. zastosowanie elementów kontaktowych pomiędzy poszczególnymi elementami złącza śrubowego. Metody I i II są stosowane dość rzadko i należy je zaliczyć do metod historycznych.

2.1 Sposoby modelowania śrub sprężonych

Modelowanie śrub sprężonych jest zagadnieniem trudnym ze względu na istnienie stref kontaktowych oraz ich wzajemne oddziaływanie. Uwzględnienie zjawiska docisku do ścianek otworu, tarcia pomiędzy poszczególnymi elementami węzła i wystąpienia efektu poślizgu, wymaga opracowania precyzyjnego modelu numerycznego oraz szeregu analiz w celu otrzymania pożądanego wyniku.

W programach typu ANSYS [8,9] można zastosować kilka metod uzyskania wymaganej siły sprężającej, których wybór zależy głównie od celu analizy numerycznej, a więc czy jest ona prowadzona do celów naukowych, czy projektowych. Do najważniejszych z nich można zaliczyć:

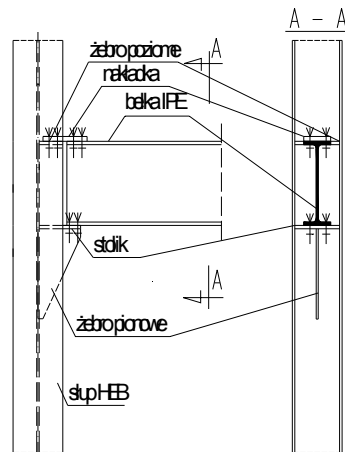
- wprowadzenie pomiędzy łącznikiem a elementami blach elementów kontaktowych typu „node-to-node”, „node-to-surface” lub najbardziej zaawansowanych typu „surface-to-surface”(Sprężenie uzyskuje się poprzez zadanie wstępnej interferencji geometrycznej, polegającej na skróceniu trzonu śruby w stosunku do grubości łączonych elementów blach),
- zastosowanie elementów kontaktowych i uzyskanie sprężenia poprzez wymuszone przesunięcie powierzchni kontaktu (Zaletą tej metody, w stosunku do metody poprzedniej, jest zachowanie stałej geometrii elementów w przypadku zmiany siły sprężającej),
- wprowadzenie obciążenia termicznego (oziebnienie trzpienia śruby),
- zastosowanie elementów ze wstępnym naprężeniem PRET179 [8].

Należy zaznaczyć, że trzy pierwsze metody wymagają iteracyjnego procesu w celu osiągnięcia pożądanego wartości siły sprężającej. Metoda ostatnia nie wymaga kilku kroków obliczeń, żeby uzyskać wymagane sprężenie. Jest jednak zawodna z powodu konieczności

ustawienia odpowiednich parametrów kontaktowych, aby nie uzyskać zbyt dużych wzajemnych penetracji elementów, takich jak: łeb, trzpień i nakrętka śruby w elementy płytowe węzła (blachy i ścianki kształtowników).

2.2 Model numeryczny 3D węzła

Do analizy za pomocą elementów skończonych wybrano węzeł pokazany na rysunku 1.



Rys.1. Śrubowy węzeł wykonany w płaszczyźnie mniejszej sztywności słupa

Analizę MES sprężonego, śrubowego połączenia rygla ze słupem, wykonanego w płaszczyźnie mniejszej sztywności słupa (rys.1), prowadzono za pomocą pakietu ANSYS 8.0 [8]. Geometria połączenia została zbudowana przy użyciu preprocesora GUI (Grafical User Interface). Wszystkie części modelu zostały zdyskretyzowane elementami bryłowymi tetraedrycznymi dziesięciowęzłowymi SOLID187. Rozpatrywano ½ połączenia z uwagi na symetrię połączenia i ograniczoną liczbę węzłów i elementów skończonych w dostępnej wersji programu.

W modelowaniu śrub przyjęto następujące uproszczenia:

- łby śruby i nakrętki uproszczono do kształtu walców o średnicy równej średnicy podkładek,
- trzpień śrub połączono z łbami i nakrętkami w celu uzyskania efektu sprężenia,
- nie modelowano podkładek pod łbami i nakrętkami z powodu wzrostu czasu potrzebnego do analizy zadania.

We wszystkich węzłach zastosowano luzy w otworach, zgodne z wymaganiami normy [1]. W modelach MES wartości sił sprężających w śrubach były zgodne z wartościami zastosowanymi w badanych węzłach.

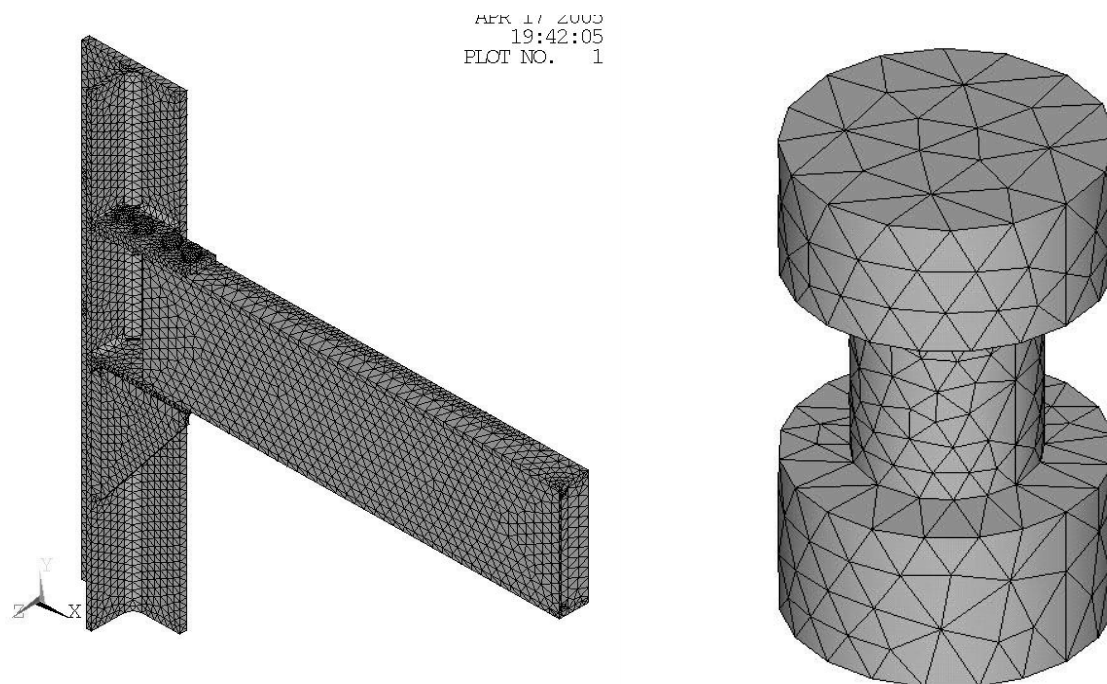
Założono następujące modele materiałowe:

- sprężysto-plastyczny z liniowym izotropowym wzmocnieniem dla elementów belki, słupa, żeber pionowych i poziomych oraz spoin, przyjęto moduł wzmocnienia równy 360 MPa,
- liniowo-sprężysty dla łbów, nakrętek i trzpieni śrub.

Przyjęto wartości granicy plastyczności dla poszczególnych węzłów, uzyskane w badaniach materiałowych próbek pobranych z elementów badawczych. Dla wszystkich części składowych danego węzła zastosowano najmniejszą wartość granicy plastyczności, jaką otrzymano z próby rozciągania próbek blach i kształtowników, wchodzących w skład danego połączenia.

Do modelowania efektów kontaktu i tarcia między powierzchniami poszczególnych

elementów połączeń zastosowano algorytm „Contact Wizard”, będący integralną częścią programu preprocesora GUI [8]. Zastosowano elementy kontaktowe typu „surface-to-surface contact” CONTA174 i TARGE170. Wartość współczynnika tarcia μ przyjęto na poziomie 0,2. Na rysunku 2. przedstawiono model numeryczny węzła i śruby.



Rys.2. Model numeryczny 1/2 węzła i śruby

Analizę MES przeprowadzono w dwóch krokach:

- krok I – wprowadzenie siły sprężającej w śrubach poprzez zastosowanie tzw. interferencji numerycznej, tj. zadanie stałej wartości przesunięcia powierzchni kontaktu („CNOF” [8]) i rozwiązanie zadania z zastosowaniem efektu dopasowania siatki („ramping step” [8]),
- krok II – obciążenie belki siłami skupionymi, działającymi w węzłach elementów skończonych i prowadzenie analizy metodą kolejnych podkroków. Zastosowano analizę sprężysto-plastyczną, realizowaną metodą dużych przemieszczeń.

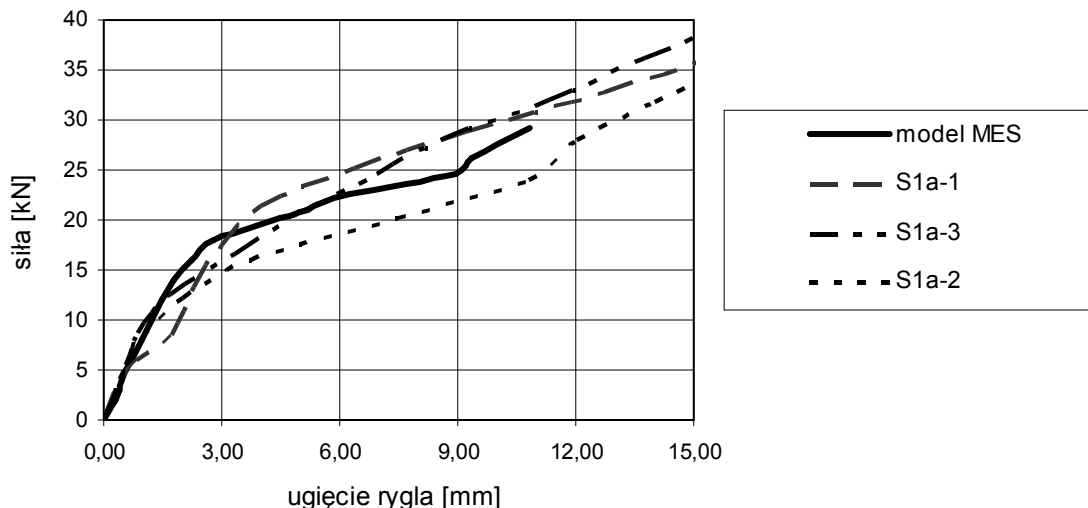
3 WYNIKI ANALIZ NUMERYCZNYCH WĘZŁÓW I PORÓWNANIE Z WYNIKAMI BADAŃ DOŚWIADCZALNYCH

Przeprowadzono analizy MES dla dwóch rodzajów węzłów (tab.1) [10].

Tablica 1. Parametry analizowanych węzłów

Oznaczenie połączenia	Kształtownik, z którego wykonano słup	Kształtownik, z którego wykonano rygiel	Średnica i klasa śrub
S1a	HEB200	I200PE	M12 kl. 8.8
S1b	HEB200	I240PE	M16 kl. 10.9

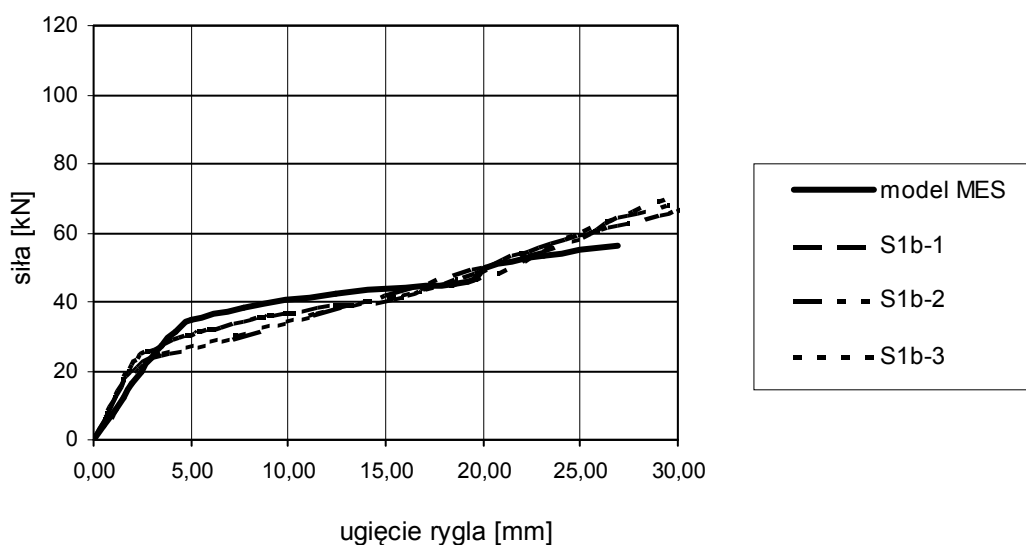
Otrzymane z obliczeń numerycznych krzywe: siła działająca na rygiel -ugięcie belki, porównano z krzywymi z badań eksperymentalnych (rys.3 i 4).



Rys.3. Wykres: siła działająca na rygiel-ugięcie końca rygla dla węzłów S1a

Odształcenia węzłów, obserwowane w badaniach doświadczalnych, jak i w modelu MES, w pierwszej fazie obciążenia są bardzo małe. Ich znaczący wzrost następuje po wystąpieniu efektu poślizgu złączy śrubowych nakładki z żebrzem poziomym i górnym pasem rygla i złączy śrubowego stolika z dolnym pasem belki. Badania doświadczalne potwierdzają poprawność przyjętego numerycznego modelu węzła typu S1a (rys.3). Niewielkie różnice mogą być spowodowane różnymi wartościami sił sprężających w śrubach elementów badawczych, wynikającymi z odchyłek geometrycznych. Inną przyczyną może być efekt skręcania trzpienia śruby podczas procesu sprężania, przyczyniający się do zaniżania rzeczywistej wartości siły sprężającej.

W przypadku węzła typu S1b (rys.4.), w badaniach doświadczalnych otrzymano mniejsze wartości siły, powodującej poślizg złączy śrubowych, w porównaniu z wynikami otrzymanymi z analizy modelu numerycznego.



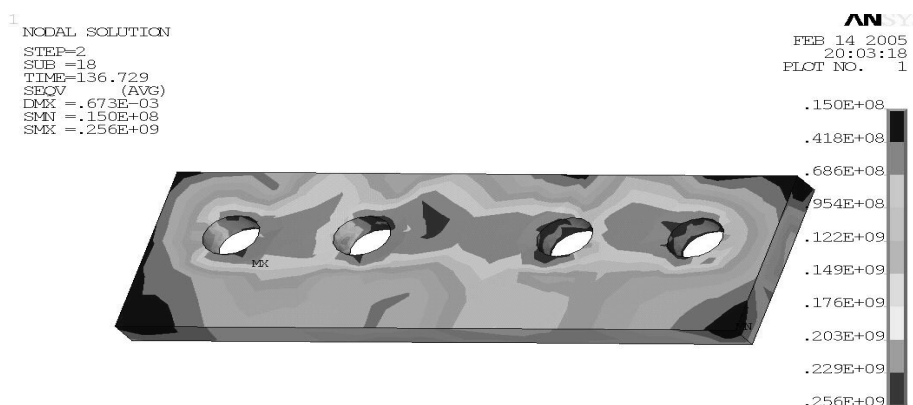
Rys.4. Wykres: siła działająca na rygiel-ugięcie końca rygla dla węzłów S1b

Przyczyną tego zjawiska było prawdopodobnie różne ułożenie śrub w otworach elementów badawczych, co przy przyjętych luzach, równych 2 mm dla śrub średnicy 16 mm, może powodować występowanie poślizgu przy różnych wartościach sił działających na belkę. W modelu numerycznym poślizg styków nakładki z zębem poziomym i górnym pasem rygla następuje niemal równocześnie, natomiast w badaniach doświadczalnych poślizgi te występowały przy różnych poziomach wartości siły. Należy również zaznaczyć, że niekorzystne zjawisko uplastycznienia nakładki na skutek docisku łbów i nakrętek, obserwowane w analizie MES, może również przyczyniać się do opóźnienia momentu pojawienia się poślizgu w złączach śrubowych.

Odształcenia, uzyskane z obliczeń modeli numerycznych, potwierdzają efekt „przechylania się” śrub, widoczny również w badaniach doświadczalnych (rys.5). W analizach MES zjawisko to niekorzystnie wpływa na proces iteracyjny, gdyż powoduje uplastycznianie się elementów składowych złączy śrubowych nakładki, stolika i pasa belki (rys.6), co prowadzi do braku zbieżnego rozwiązania dla dużych wartości sił obciążających rygiel.



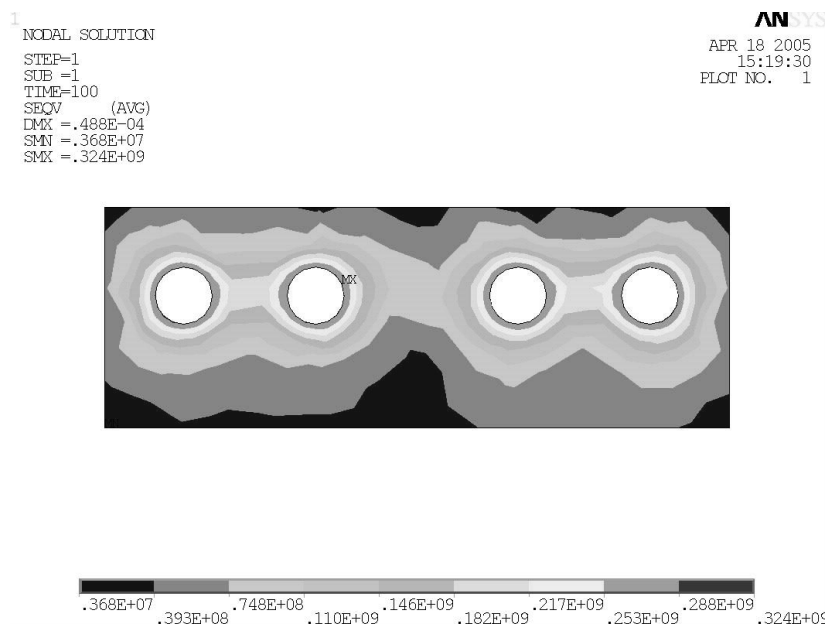
Rys.5. Efekt „przechylania się” śrub widoczny w: a) badanych węzłach, b) modelu numerycznym MES



Rys.6. Wykres naprężeń zredukowanych w modelu $\frac{1}{2}$ nakładki węzła S1a dla wartości siły działającej na rygiel $P=21,6$ kN

Bardzo istotnym zagadnieniem, na które zwrócono uwagę, jest rozkład naprężeń w elementach składowych złączy śrubowych węzłów, spowodowany efektem sprężenia łączników. Wartości maksymalne tych naprężeń występują w bezpośrednim sąsiedztwie trzpieni śrub i zmniejszają się według krzywej trzeciego stopnia wraz ze zwiększeniem się

odległości od trzpieni. W celu zobrazowania tego zjawiska pokazano rozkłady naprężeń zredukowanych dla nakładki w węzle S1a, otrzymane w analizie MES (rys.7). Należy tutaj zauważyć wzajemne oddziaływanie sił od sprężenia na sąsiednie łączniki. Przyjęcie minimalnych, zalecanych odległości pomiędzy śrubami powoduje zachodzenie na siebie stref oddziaływania od sił sprężających, co powoduje konieczność iteracyjnego procesu uzyskiwania efektu sprężenia w obliczeniach numerycznych, natomiast w przypadku rzeczywistych konstrukcji konieczność stosowania kilkietapowego procesu dokręcania śrub.



Rys.7. Rozkłady naprężeń zredukowanych od sprężenia śrub dla 1/2 modelu nakładki – węzeł S1a

4 WNIOSKI

Badania doświadczalne potwierdzają poprawność przyjętego numerycznego modelu węzła. Różnice w wartościach sił, powodujących poślizg złączy śrubowych, wynikają z przyjętego sprężysto-plastycznego modelu materiału, który przyczynia się do efektu większej penetracji łbów i nakrętek w elementy blach oraz nieuwzględnienia imperfekcji wykonawczych, występujących w badanych węzłach. Ponadto ograniczenia modelu numerycznego, wynikające z parametrów kontrolujących obliczeniowy proces iteracyjny, ustawień parametrów oddziaływania stref kontaktowych, uniemożliwiają osiągnięcie tak dużych przemieszczeń i odkształceń elementów składowych węzłów, jakie zostały zaobserwowane w badaniach doświadczalnych. Wprowadzenie rzeczywistych charakterystyk materiałowych oraz analiza bardziej złożonego modelu węzła, uwzględniającego np. zastosowanie podkładek pod łby i nakrętki śrub, prawdopodobnie mogłyby przyczynić się do uzyskania bardzo dużej zbieżności wyników z wynikami otrzymanymi z badań eksperymentalnych. Należy zaznaczyć, że czas potrzebny na obliczenie tak zaawansowanego modelu MES może znacząco wzrosnąć. Mając na uwadze bardzo szybki rozwój w dziedzinie komputeryzacji tj. zarówno sprzętu, jak i oprogramowania, tworzenie i analiza bardzo zaawansowanych modeli węzłów w przyszłości nie będzie sprawiać trudności. Jednak całkowite wyeliminowanie badań eksperymentalnych i zastąpienie ich przez analizy MES wydaje się niemożliwe. Nawet najbardziej zaawansowane modele numeryczne nie zastąpią ogromnej wartości poznawczej, jaką daje obserwacja rzeczywistego doświadczenia w laboratorium.

PIŚMIENNICTWO

- [1] Eurocode 3: EN 1993-1-8: Design of steel structures. Part 1-8: Design of joints.
- [2] Lipson L.S., Hague M.I.: Elastic-plastic analysis of single-angle bolted welded connections using the finite element method. *Computers & Structures*, Vol.9, No 6, Dec.1978.
- [3] Patel K.V., Chen W.F.: Analysis of fully bolted moment connection using NONSAP. *Computers & Structures*, Vol.21, No 3, 1985.
- [4] Dominikowski S., Bogacz P.: Determination of internal forces in end plates of simple end plate joints. *Technical Sciences*, No.12,2009, p.83-94.
- [5] Giżejowski M.A., Salah W., Barcewicz W.: Steel beam-to-column bolted joint with thin end-plates. *Proc. of European Conference on Steel Structures EUROSTEEL*, Graz 2008, p.483-488.
- [6] Chen S., Du G.: Influence of initial imperfection on the behavior of extended bolted end-plate connections for portal frames. *Journal of Constructional Steel Research*, Vol.63 (2007), p.211-220.
- [7] Danesh F., Pirmoz A., Daryan A.S.: Effect of shear force on the initial stiffness of top and seat angle connections with double web angles. *Journal of Constructional Steel Research*, Vol.63 (2007), p.1208-1218.
- [8] ANSYS 8.0. User Manuals. Online help.
- [9] www.csi-ansys.com
- [10] Garncarek R.J, Jabłońska-Krysiewicz A.: Analiza eksperymentalna sprężonych połączeń belek ze słupami, wykonanych w płaszczyźnie mniejszej sztywności słupa. *Konstrukcje Stalowe*, nr 5(63) 2003, s.41

NUMERICAL AND EXPERIMENTAL ANALYSIS OF STEEL JOINTS WITH PRELOADED BOLTS**Summary**

The paper presents a comparison between experimental and numerical studies on the behavior of bolted beam-to-column web moment connections (called “minor” axis joints). In this type of connection the beam is framed into the column web with the action of the beam moment causing bending of the column about its weak axis. In the tests the specimens used were preloaded bolts were used. The FEM model of bolted connection was developed. The ANSYS FE code was used to carry out the analysis. The models included the effects of slip by utilizing a general contact scheme. Non-linear 3D continuum elements and non-linear materials were used for all parts of the connection and the contact conditions between all the components (plates, nut, bolt head, bolt shaft). The comparison between the FE modeling and the experimental testing shows a good agreement.

Zbigniew KOWAL¹
Rafał PIOTROWSKI²
Andrzej SZYCHOWSKI³
Politechnika Świętokrzyska w Kielcach

SZTYWNOŚĆ POŁACIOWA STRUKTUR PRĘTOWYCH O OCZKACH KWADRATOWYCH

STRESZCZENIE

W pracy pokazano analizę numeryczną sztywności połączeniowej struktur o oczkach kwadratowych stosowanych jako konstrukcja przekryć hal wielkopowierzchniowych o znacznej długości. Przekrycia takie można przystosować do pozyskiwania energii z promieniowania słonecznego [1]. Celem analizy sztywności połączeniowej struktur regularnych i zredukowanych (z co drugim oczkiem pustym) było sprawdzenie możliwości przekazywania przez strukturę zróżnicowanych sił poziomych na słupy i poprzeczne stężenia ścian szczytowych. Z przebadanych struktur wynika, że największą sztywność połączeniową mają struktury regularne o węzłach sztywnych, a nieznacznie mniejszą struktury regularne o węzłach przegubowych. Struktury zredukowane mają znacząco mniejszą sztywność połączeniową. Najmniejszą sztywność wykazały najdłuższe struktury zredukowane o węzłach przegubowych. W przypadku długich hal należy uwzględnić siły przekrojowe w skrajnych prętach podłużnych struktury od obciążeń poziomych.

Słowa kluczowe: hale stalowe, energoaktywne struktury prętowe, sztywność połączeniowa

1. WPROWADZENIE

Struktury prętowe o oczkach prostokątnych nadają się szczególnie do budowy przekryć wielkopowierzchniowych, w tym hal magazynowych, usługowo-handlowych i przemysłowych. Przekrycia takie nadają się w szczególności do przekształcenia w tzw. struktury energoaktywne [1], przystosowane do czynnego pozyskiwania energii z promieniowania słonecznego. W takich przekryciach występują dodatkowe siły poziome od parcia wiatru na absorbery ferm energetycznych (o różnej konfiguracji geometrycznej) lokowanych na dachach przekryć wielkopowierzchniowych. W przypadku struktur energoaktywnych, w których w płaszczyźnie pasów górnych umieszcza się szklaną przegrodę przezroczystą [1], duża sztywność połączeniowa konstrukcji przekrycia jest niezbędna do

¹ zbigko@tu.kielce.pl

² rafalp@tu.kielce.pl

³ aszychow@tu.kielce.pl

zabezpieczenia przed pękaniem szyb. Ponadto struktury wyróżniają się niezawodnością z uwagi na szczególne cechy minimalnych krytycznych zbiorów elementów (MKZE). Zwiększone bezpieczeństwo takiego ustroju wynika z faktu, że poszczególne pręty nadliczbowe struktury występują wielokrotnie w różnych MKZE-tach, tworząc połączenia wzajemne równoległe z punktu widzenia niezawodności [2]. Te korzystne cechy można wykorzystać również w przekryciach energoaktywnych z powietrznym czynnikiem roboczym [1], w których występują zwiększone obciążenia związane z dodatkowym wpływem temperatury. Ponadto przekrycia strukturalne o naturalnej sztywności połączeniowej przenoszą obciążenia poziome na stężenia poprzeczne ścian szczytowych bez potrzeby zakładania dodatkowych podłużnych stężeń połączeniowych.

Do oszacowania sztywności połączeniowej wzięto pod uwagę struktury zredukowane (z co drugim oczkiem pustym) o węzłach sztywnych i przegubowych oraz struktury regularne (pełne) o węzłach sztywnych i przegubowych. Do numerycznego oszacowania umownych sztywności połączeniowych oraz dodatkowych sił w skrajnych prętach podłużnych przekrycia, założono poziome (poprzeczne) podparcie struktury na stężeniach w ścianach szczytowych. Zbadano kształtowanie się przemieszczeń poziomych węzłów oraz sił w prętach podłużnych w zależności od długości struktury, rozumianej jako podłużny rozstaw stężeń poprzecznych.

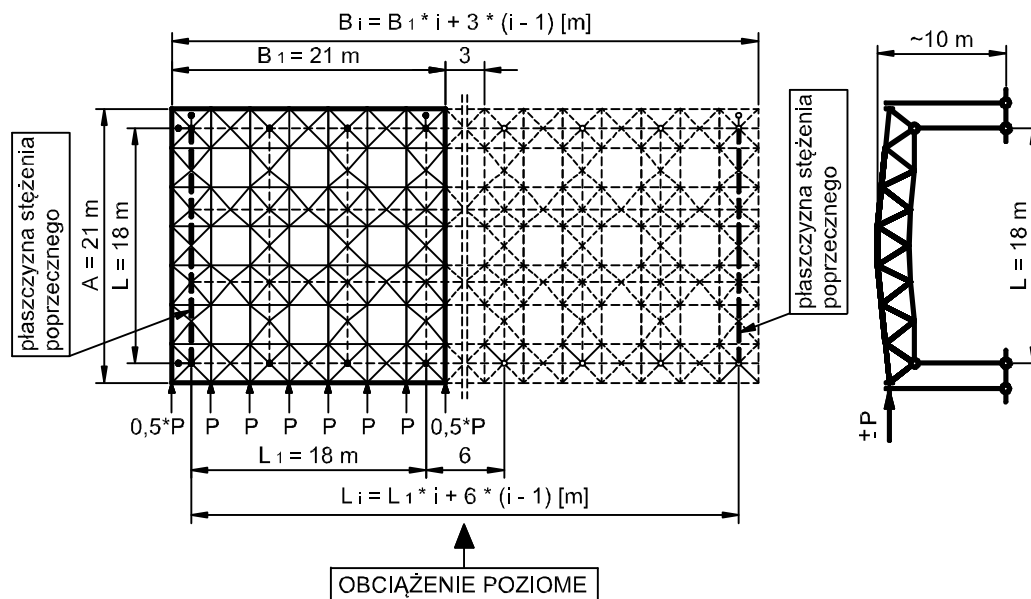
2 ZREDUKOWANE STRUKTURY PRĘTOWE

Sztywność połączeniową zredukowanych struktur prętowych o oczkach kwadratowych zbadano z uwagi na ich walory ekonomiczne oraz korzystną konfigurację prętów skratowania z warunku doświetlenia absorberów umieszczanych w płaszczyźnie pasów dolnych [1]. Przyjęto przegubowy (wahaczowy) schemat statyczny słupów (o rozstawie co 6m) w ścianach podłużnych. Ocena sztywności połączeniowej struktur o innych sposobach podparcia będzie przedmiotem dalszych badań.

Badania numeryczne (MES) przeprowadzono na modelach obliczeniowych rzeczywistej konstrukcji przekrycia systemu ZACHÓD [3, 4], rozpiętości 7 oczek o boku $a = 3\text{m}$ i szerokości przekrycia hali: $A = 7 \times 3 = 21\text{m}$. W systemie występują następujące przekroje prętów: 1) pasy górne: wzdłuż osi podłużnej hali - CE80; w kierunku poprzecznym - L60x6, L75x5; 2) pasy dolne: wzdłuż osi podłużnej hali - C80; w kierunku poprzecznym - C160; 3) krzyżulce z rur okrągłych: $\text{Ø}60.3 \times 3.6$; $\text{Ø}76.1 \times 3.6$; $\text{Ø}88.9 \times 3.6$.

Na rysunku 1 pokazano schemat rozwijania długości przekrycia strukturalnego $B_i = 21, 45, 69, 93, 117\text{m}$ poprzez dodawanie segmentów długości 21m oraz łączników piramidowych o oczkach $3 \times 3\text{m}$. Długość struktury wyznaczona rozstawem stężeń poprzecznych wynosi odpowiednio: $L_i = 18, 42, 66, 90, 114\text{m}$ (rys.1). Porównawcze obciążenie poziome $P = 10\text{kN}$ przyłożono do węzłów pasa górnego struktury. Przyjęte obciążenie porównawcze odpowiada w przybliżeniu I strefie [5] obciążenia parciem i ssaniem wiatru hali o wysokości $h \approx 10\text{m}$. Z przeprowadzonych analiz numerycznych wynika, że zsumowanie sił poziomych od parcia i ssania wiatru wg schematu pokazanego na rysunku 1 nie zmienia praktycznie obliczonych przemieszczeń ($W_{1,i}$) oraz dodatkowych sił ($S_{1(2),i}$) w skrajnych prętach podłużnych struktury.

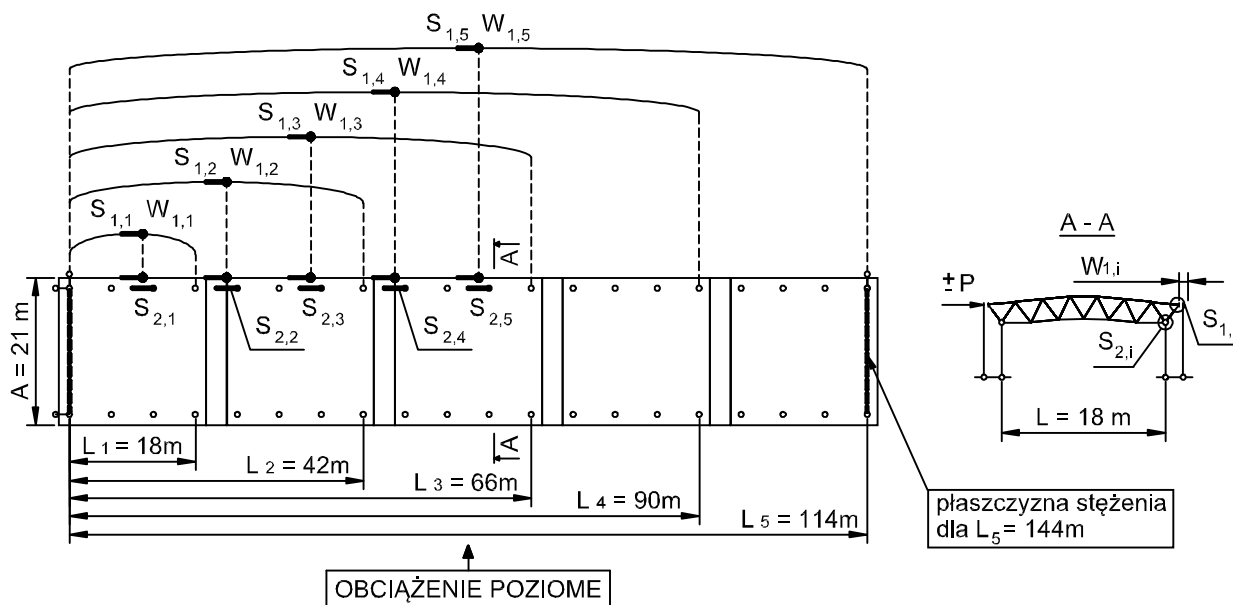
Obliczenia (MES) wykonano za pomocą programu Autodesk Robot Structural Analysis 2009 [6]. Struktury o węzłach przegubowych modelowano jako kratownicę przestrzenną. Struktury o węzłach sztywnych zamodelowano tak, że wszystkie połączenia pasów są sztywne, natomiast połączenia krzyżulców z pasami są przegubowe.



Rys. 1. Schemat rozbudowy długości struktury segmentami 21x21m (łączonymi piramidami o podstawie 3x3m).

2.1 Przesunięcia węzłów oraz siły w prętach podłużnych struktur zredukowanych

Na rysunku 2 oznaczono miejsca szacowania przemieszczeń węzłów $W_{1,i}$ oraz sił w skrajnych prętach podłużnych $S_{1(2),i}$ struktur o długościach $L_i = 18, 42, 66, 90, 114$ m.



Rys. 2. Rozmieszczenie „punktów pomiarowych” przemieszczeń węzłów i sił przekrojowych w prętach.

W tabelicy 1 zamieszczono: maksymalne przemieszczenia poziome $W_{1,i}$ (kol. 3), siły w skrajnych prętach podłużnych $S_{1,i}$ pasa górnego (kol. 4, 5) oraz $S_{2,i}$ pasa dolnego (kol. 6, 7) struktur zredukowanych o węzłach przegubowych długości L_i od 18 do 114m. (Uwaga: pokazane w kolumnach 5 i 7 siły ściskające w prętach skrajnych struktury dotyczą przeciwnego zwrotu obciążenia wiatrem P, por.rys.2).

Tablica 1. Przemieszczenia poziome oraz siły podłużne w strukturach zredukowanych o węzłach przegubowych.

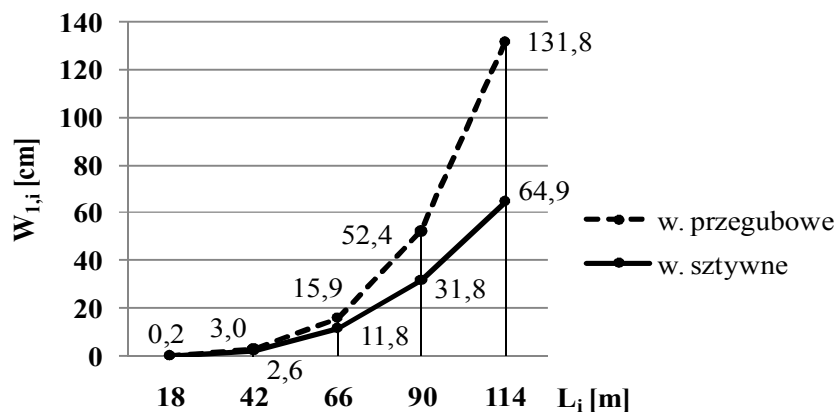
L.p.	L_i [m]	$W_{1,i}$ [cm]	$S_{1,i}$ [kN]		$S_{2,i}$ [kN]	
			pasy górne		pasy dolne	
			rozciąganie	ściskanie	rozciąganie	ściskanie
1	2	3	4	5	6	7
1	18	0,2	11,59	8,85	2,08	1,63
2	42	3,0	48,00	46,69	10,49	9,38
3	66	15,9	109,72	109,35	22,45	21,66
4	90	52,4	197,67	197,49	38,58	37,89
5	114	131,8	311,86	311,72	58,96	58,35

W tablicy 2 zestawiono analogicznie wyniki dla struktur zredukowanych o węzłach sztywnych.

Tablica 2. Przemieszczenia poziome oraz siły podłużne w strukturach zredukowanych o węzłach sztywnych.

L.p.	L_i [m]	$W_{1,i}$ [cm]	$S_{1,i}$ [kN]		$S_{2,i}$ [kN]	
			pasy górne		pasy dolne	
			rozciąganie	ściskanie	rozciąganie	ściskanie
1	2	3	4	5	6	7
1	18	0,2	11,33	8,60	2,10	1,64
2	42	2,6	43,07	41,74	10,74	9,61
3	66	11,8	86,08	85,70	23,86	23,05
4	90	31,8	133,18	132,98	42,71	42,02
5	114	64,9	180,47	180,33	67,35	66,75

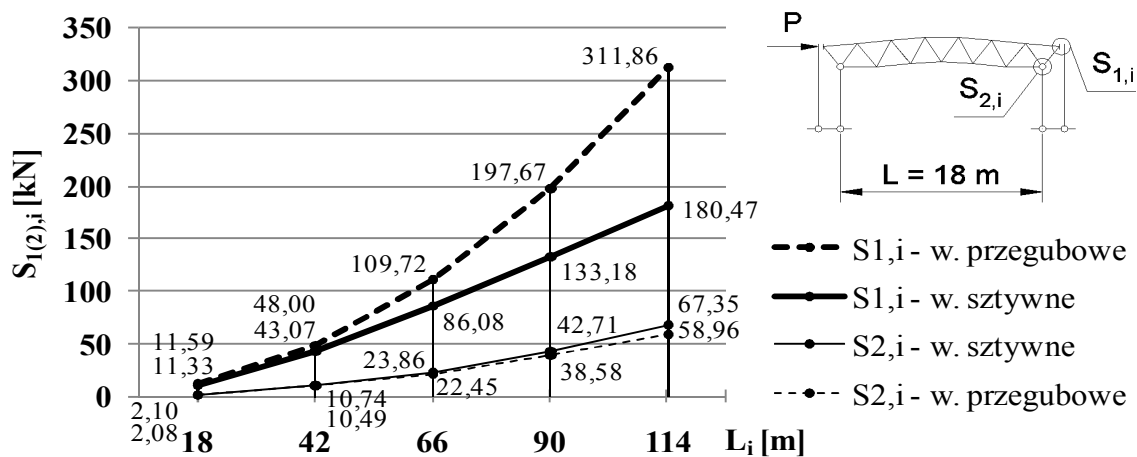
Na rysunku 3 porównano przemieszczenia poziome $W_{1,i}$ struktur o węzłach przegubowych (tab. 1; kol. 3 - linia przerywana) oraz o węzłach sztywnych (tab. 2; kol. 3 - linia ciągła) w funkcji długości L_i struktury.

Rys. 3. Przemieszczenia poziome węzłów $W_{1,i}$ struktur zredukowanych o długościach $L_i = 18, 42, 66, 90, 114$ m.

Z porównania wykresów pokazanych na rysunku 3 wynika, że przemieszczenia poziome węzłów struktur zredukowanych rosną nieliniowo wraz z długością L_i struktury. Większe przemieszczenia uzyskano dla struktur zredukowanych o węzłach przegubowych (maksymalnie o 103% dla $L_5 = 114$ m).

Na rysunku 4 porównano siły rozciągające $S_{1(2),i}$ w podłużnych prętach skrajnych (pasach) struktury zredukowanej o węzłach przegubowych (tab. 1; kol. 4, 6 - linie

przerwane) oraz o węzłach sztywnych (tab. 2; kol. 4, 6 - linie ciągłe) w funkcji długości L_i struktury.



Rys. 4. Siły rozciągające $S_{1(2),i}$ w podłużnych skrajnych prętach struktur zredukowanych.

Dodatkowe siły osiowe w pasie górnym (linia gruba przerywana) struktury zredukowanej o węzłach przegubowych rosną nieliniowo wraz z długością struktury i są większe o ok. 73% (dla $L_5 = 114\text{m}$) niż siły w pasie górnym (ciągła linia gruba) struktury o węzłach sztywnych. Siły w pasie dolnym (linia cienka przerywana) struktury zredukowanej o węzłach przegubowych są mniejsze o ok. 14% (dla $L_5 = 114\text{m}$) niż siły w pasie dolnym (ciągła linia cienka) struktury o węzłach sztywnych.

3 REGULARNE STRUKTURY PRĘTOWE

Do analizy przyjęto struktury regularne, wypełniając puste pola struktur zredukowanych piramidami oraz identyczny sposób obciążenia i podparcia konstrukcji (rys.1). Miejsca szacowania przemieszczeń poziomych węzłów $W_{1,i}$ oraz sił w skrajnych prętach podłużnych $S_{1(2),i}$ struktury oznaczono na rys. 2.

3.1 Przemieszczenia węzłów oraz siły w prętach podłużnych struktur regularnych

W tabelicy 3 zamieszczono: maksymalne przemieszczenia poziome $W_{1,i}$ (kol. 3) oraz siły w skrajnych prętach podłużnych $S_{1,i}$ pasa górnego (kol. 4, 5) oraz $S_{2,i}$ pasa dolnego (kol. 6, 7) struktur o węzłach przegubowych o długościach L_i od 18 do 114m. (Uwaga: pokazane w kolumnach 5 i 7 wyniki sił ściskających w prętach skrajnych struktury dotyczą przeciwnego zwrotu obciążenia wiatrem P , por.rys.2).

W tabelicy 4 zestawiono analogicznie wyniki dla struktur regularnych o węzłach sztywnych.

Z porównania wyników zamieszczonych w tablicach 3 i 4 wynika, że w przypadku struktur regularnych (pełnych), schemat statyczny węzłów (węzły przegubowe lub sztywne) nie wpływa istotnie na przemieszczenia poziome (tabl.3 i 4, kol.3), jak również na siły w skrajnych prętach podłużnych (tabl.3 i 4, kol.4 do 7).

Siły od porównawczych obciążeń poziomych w podłużnych pasach górnych struktur regularnych są znacznie mniejsze w stosunku do struktur zredukowanych. Natomiast siły w podłużnych pasach dolnych w obu przypadkach nie różnią się znacząco.

Tablica 3. Przemieszczenia poziome oraz siły podłużne w strukturach regularnych o węzłach przegubowych.

L.p.	L_i [m]	$W_{1,i}$ [cm]	$S_{1,i}$ [kN]		$S_{2,i}$ [kN]	
			pasy górne		pasy dolne	
			rozciąganie	ściskanie	rozciąganie	ściskanie
1	2	3	4	5	6	7
1	18	0,1	6,35	3,38	2,47	1,63
2	42	0,5	14,02	12,53	10,64	9,20
3	66	1,5	23,74	23,01	20,86	20,03
4	90	3,3	36,22	35,81	34,03	33,56
5	114	6,1	51,56	51,32	50,27	50,00

Tablica 4. Przemieszczenia poziome oraz siły podłużne w strukturach regularnych o węzłach sztywnych.

L.p.	L_i [m]	$W_{1,i}$ [cm]	$S_{1,i}$ [kN]		$S_{2,i}$ [kN]	
			pasy górne		pasy dolne	
			rozciąganie	ściskanie	rozciąganie	ściskanie
1	2	3	4	5	6	7
1	18	0,1	6,31	3,34	2,49	1,62
2	42	0,5	13,93	12,43	10,61	9,16
3	66	1,5	23,61	22,87	20,79	19,95
4	90	3,2	36,05	35,65	33,93	33,47
5	114	6,1	51,38	51,14	50,15	49,89

4 PORÓWNANIE POŁACIOWYCH SZTYWNOŚCI STRUKTUR

Umowną sztywność połączeniową $K_{1(2,3),i}$ struktury możemy oszacować ze wzoru (1):

$$K_{1(2,3),i} = \frac{qL_i}{W_{1,i}} = \frac{\sum P}{W_{1,i}} \quad [\text{kN/cm}] \quad (1)$$

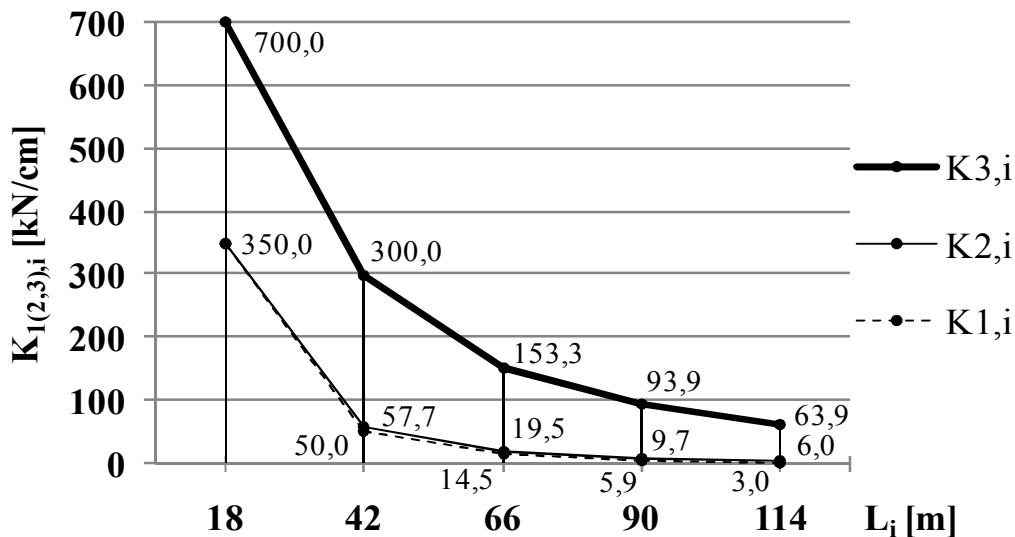
gdzie : $qL_i = \sum P$ - sumaryczne obciążenie poziome działające na strukturę o długości L_i [kN],
 $W_{1,i}$ – maksymalne poziome przemieszczenie struktury [cm].

W tablicy 5 (kol.4 i 6) zamieszczono sztywności połączeniowe struktur zredukowanych, natomiast w kolumnie 8 sztywności połączeniowe struktur regularnych.

Tablica 5. Umowne sztywności połączeniowe struktur w funkcji długości $L_i = 18, 42, 66, 90, 114\text{m}$.

L_i [m]	$\sum P$ [kN]	Struktury zredukowane				Struktury regularne	
		Węzły przegubowe		Węzły sztywne		Węzły przegubowe / Węzły sztywne	
		$W_{1,i}$ [cm]	$K_{1,i}$ [kN/cm]	$W_{1,i}$ [cm]	$K_{2,i}$ [kN/cm]	$W_{1,i}$ [cm]	$K_{3,i}$ [kN/cm]
1	2	3	4	5	6	7	8
18	70	0,2	350,0	0,2	350,0	0,1	700
42	150	3,0	50,0	2,6	57,7	0,5	300
66	230	15,9	14,5	11,8	19,5	1,5	153,3
90	310	52,4	5,9	31,8	9,7	3,3	93,9
114	390	131,8	3,0	64,9	6,0	6,1	63,9

Na rysunku 5 przedstawiono wykresy umownej sztywności połączeniowej struktur zredukowanych o węzłach przegubowych ($K_{1,i}$ - linia przerywana cienka) i o węzłach sztywnych ($K_{2,i}$ - linia cienka) oraz struktur regularnych ($K_{3,i}$ - linia gruba) w funkcji długości struktury.



Rys. 5. Umowne sztywności połączeniowe struktur zredukowanych i regularnych.

Z porównania wyników zamieszczonych w tabelicy 5 oraz wykresów pokazanych na rysunku 5 wynika, że sztywności połączeniowe struktur maleją nieliniowo wraz ze zwiększaniem rozstawu stężeń poprzecznych hali (długością struktury L_i). Największą sztywnością połączeniową charakteryzują się struktury regularne niezależnie od sztywności węzłów. Natomiast struktury zredukowane mają znacząco mniejszą sztywność połączeniową w stosunku do struktur regularnych. Najmniejsza sztywność połączeniowa występuje w najdłuższych strukturach zredukowanych o węzłach przegubowych.

5 UWAGI, WNIOSKI I ZALECENIA

Z przeprowadzonej analizy wynika, że do wyrównania poziomego obciążenia poszczególnych słupów mogą być zastosowane struktury regularne zarówno o węzłach przegubowych jak i sztywnych oraz struktury zredukowane o węzłach sztywnych.

Różnica sztywności połączeniowej między strukturami regularnymi o węzłach sztywnych i węzłach przegubowych jest pomijalnie mała.

W przypadku zastosowania słupów przegubowych i stężeń skorupowych w hali o długości większej aniżeli jej rozpiętość należy szacować dodatkowe wyężenie skrajnych, dolnych i górnych pasów podłużnych struktury.

Należy oczekiwać, że zastosowanie pokrycia na blachach fałdowych [7], połączonych z prętami warstwy górnej struktury (w każdym z analizowanych przypadków) zwiększa sztywność połączeniową struktury. Jednakże w przypadku struktur energoaktywnych [1], na pasach górnych zamiast blach fałdowych umieszcza się przegrodę przezroczystą (szklaną) wymagającą znacznej sztywności połączeniowej struktury w celu przeciwdziałania pękaniu szyb.

W przypadku struktur zredukowanych o długości większej od rozpiętości lepiej stosować węzły sztywne i szacować siły w pasach podłużnych od obciążenia wiatrem. W tym przypadku nie należy stosować słupów przegubowych (wahaczowych) na długości hali.

6 PODSUMOWANIE

Z przeanalizowanych struktur wynika, że największą sztywność połączeniową mają struktury regularne o oczkach kwadratowych, zwłaszcza ze sztywnymi węzłami. Takie struktury można obciążać fermami energetycznymi zachowując osiowe przekazywanie sił od instalacji na węzły struktury. W przypadku struktur ergoaktywnych, w których w płaszczyźnie pasów górnych umieszcza się szklaną przegrodę przezroczystą [1], duża sztywność połączeniowa struktury regularnej zabezpiecza przed pękaniem szyb.

Struktury o oczkach kwadratowych, z co drugim oczkiem pustym i węzłach sztywnych, mają znacząco mniejszą sztywność połączeniową aniżeli struktury regularne, lecz również nadają się do instalowania urządzeń absorbujących energię słoneczną.

Instalowanie urządzeń do pozyskiwania energii słonecznej lub wiatrowej na strukturach prętowych [8], wymaga oszacowania dodatkowych sił w prętach podłużnych struktury oraz stosowania stężeń poprzecznych np. w ścianach szczytowych.

PIŚMIENNICTWO

- [1] Kowal Z., Szychowski A.: Ergoaktywne struktury przestrzenne. Inżynieria i Budownictwo, nr 1/1993.
- [2] Kowal Z.: Statystyczne osłabienie i wzmocnienie konstrukcji. Inżynieria i Budownictwo, nr 7-8/1995.
- [3] Kowal Z. i inni.: System przekryć przestrzennych „Zachód”. Inżynieria i Budownictwo, nr 11/1976.
- [4] Kowal Z. i inni.: Prętowe przekrycia przestrzenne hal przemysłowych o rozpiętościach 18; 24; 30 i 36 m w systemie „Zachód”. Inżynieria i Budownictwo, nr 3/1977.
- [5] PN-EN 1991-1-4:2008. Oddziaływania na konstrukcję. Część 1-4: Oddziaływania ogólne – Oddziaływania wiatru.
- [6] ROBOT Millennium wersja 21.0 – Podręcznik użytkownika.
- [7] Gierczak J.: Nośność graniczna płyty fałdowej zginanej poprzecznie oraz ściskanej i ścinanej tarczowo. Praca doktorska. Instytut Budownictwa Politechniki Wrocławskiej 1996.
- [8] Makowski Z.S.: Steel Space Structures. “Building with Steel”. August 1972.

RIGIDITY OF HIPPED ROOF END BAR STRUCTURES WITH SQUARE MESHES

Summary

The paper presents a numerical analysis of rigidity of the hipped roof end of structures with square meshes used as large hall covers of considerable length. Such covers can be adapted to generate energy from solar radiation [1]. The purpose of the analysis of the horizontal rigidity of regular and reduced structures (with every second empty mesh) was to examine the possibility of transmission through the structure of different horizontal forces on the columns and sway brace on gable walls. It follows from the examined structures that the greatest rigidity of the hipped roof end is in regular structures with rigid nodes and in slightly less regular structures with hinged nodes. Reduced structures have a significantly lower rigidity of the hipped roof end. The lowest rigidity was found in reduced structures with hinged nodes. In the case of long halls it is necessary to take into consideration cross-section forces in extreme longitudinal bars of the structure from horizontal loading.

Aleksander KOZŁOWSKI¹
Politechnika Rzeszowska
Jan ŁAGUNA²
Biuro Inżynierskie Mostostal s.j.

O ZDOLNOŚCI DO OBROTU DOCZOŁOWYCH WĘZŁÓW KONSTRUKCJI STAŁOWYCH

STRESZCZENIE

Norma PN-EN 1993-1-8 podaje procedury obliczeniowe pozwalające oszacować nośność i sztywność węzłów. Zdolność do obrotu węzłów potraktowana jest opisowo i oszacowana bardzo zgrubnie. Procedury obliczania nośności i sztywności węzłów, mimo że oparte na wielu upraszczających założeniach, są wyjątkowo rozbudowane i pracochłonne, co skłania do korzystania z oprogramowania komputerowego. W takim wypadku wszystkie kryteria tych procedur, które są podstawą algorytmów obliczeniowych, powinny być określone bardzo precyzyjne, aby zapewnić bezpieczną ocenę właściwości połączeń w pełnym, dopuszczonym w normie zakresie kształtowania. Praktyczne wykorzystanie procedur normowych wskazuje, że wymaganie to nie zostało spełnione w odniesieniu do kryterium oceny grubości blachy czołowej zapewniającej zdolność do odkształceń plastycznych oraz w odniesieniu do rozkładu sił wewnętrznych przy ocenie nośności węzłów. W pracy przedstawiono postanowienia normowe w tym zakresie oraz podano propozycje ich modyfikacji.

Słowa kluczowe: konstrukcje stalowe, węzły doczołowe, zdolność do obrotu, metody analizy

1 WSTĘP

Norma PN-EN 1993-1-8 [1] podaje procedury obliczeniowe pozwalające oszacować nośność i sztywność węzłów. Zdolność do obrotu węzłów potraktowana jest opisowo, w bardzo zgrubny sposób. Procedury obliczania nośności i sztywności węzłów, mimo że oparte na wielu upraszczających założeniach, są wyjątkowo rozbudowane i pracochłonne, co skłania do korzystania z oprogramowania komputerowego. Metody normy [1] zostały opracowane i sprawdzają się głównie w odniesieniu do węzłów szkieletowych konstrukcji ramowych, gdzie z reguły stosuje się doczołowe węzły z blachą wpuszczoną lub wystającą, z dwoma-trzema szeregami śrub usytuowanymi w otoczeniu pasa rozciąganego belki. Pręty takich ram są najczęściej klasy 1, co umożliwi stosowanie projektowania plastycznego.

W przypadku wyższych belek, szczególnie o przekroju blachownicowym, połączonych

¹ kozlowsk@prz.edu.pl

² b.i.mostostal@wp.pl

węzłami o wielu szeregach śrub, metody normy [1] zawodzą, szczególnie w odniesieniu do kryterium oceny grubości blachy czołowej zapewniającej zdolność do odkształceń plastycznych (p. 6.4.2.(2), oraz w odniesieniu do rozkładu sił wewnętrznych przy ocenie nośności (p. 6.2.7.2(9)). W normie [1] brak jest również sprecyzowanych kryteriów wyboru metody obliczeń statycznych w zależności od zdolności węzła do obrotu.

2 ZDOLNOŚĆ DO OBROTU I REDYSTRYBUCJA SIŁ W WĘZŁACH STALOWYCH W UJĘCIU NORMOWYM

Norma [1] podaje następujące reguły określania zdolności węzłów do obrotu ϕ_{cd} :

- węzły śrubowe, o których nośności decyduje ścinanie panelu środkiem, mają zdolność do obrotu wystarczającą z punktu widzenia analizy plastycznej układu konstrukcyjnego, pod warunkiem, że smukłość środka słupa spełnia warunek: $d_{wc}/t_w \leq 69\varepsilon$,
- węzły śrubowe doczołowe, oraz węzły z nakładkami z kątowników mają odpowiednią zdolność do obrotu, pod warunkiem, że spełnione są jednocześnie dwa warunki:
 - o nośności węzłów decyduje zginanie pasów słupa, blachy czołowej lub nakładek z kątowników,
 - grubość składnika decydującego o nośności spełnia warunek:

$$t \leq 0,36d \sqrt{\frac{f_{ub}}{f_y}}, \quad (6.32) \text{ w [1]},$$

gdzie: d – nominalna średnica śruby,

f_{ub} – wytrzymałość materiału śruby na rozciąganie,

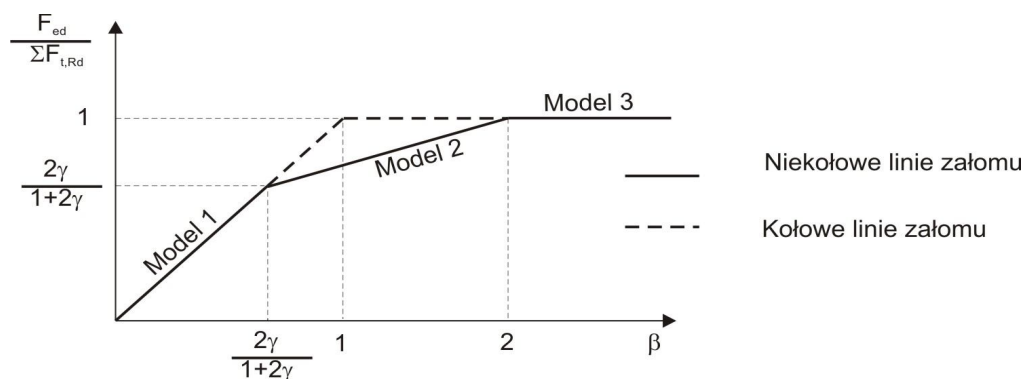
f_y – granica plastyczności stali składnika decydującego o nośności węzła.

Kryterium to zostało wyprowadzone na podstawie badań Zoetemeijera [2], w nawiązaniu do przyjętych modeli zniszczenia zastępczych króćców teowych modelujących elementy płytowe węzła: gdy elementy ulegają zniszczeniu według modelu 1 (całkowite uplastycznienie), wówczas ich zdolność do odkształceń jest nieograniczona i węzeł wykazuje wystarczającą zdolność do obrotu. Elementy wykazujące model zniszczenia 3 mają ograniczoną zdolność obrotu, ze względu na niską ciągliwość śrub poddanych rozciąganiu. W przypadku modelu 2 mogą wystąpić sytuacje pośrednie.

Granicą rozdzielającą modele zniszczenia 1 i 2 jest wartość parametru β (rys.1):

$$\beta \leq \frac{2\gamma}{1+2\gamma} \quad (1)$$

gdzie: $\gamma = \frac{n}{m}$, $\beta = \frac{4M_{pl,Rd}}{m \sum F_{t,Rd}}$.



Rys. 1. Graniczne parametry modeli zniszczenia króćców teowych

Przy założeniu, że $n = 1,25m$ otrzymuje się: $\gamma = 1,25$ oraz graniczną wartość $\beta \leq 0,71$. W ostatecznej redakcji normy [1] wartość graniczną β przyjęto o wartości 1,0 [3]. Z warunku:

$$\beta = \frac{4M_{pl,Rd}}{m \sum F_{t,Rd}} = \frac{l_{eff} \cdot t^2 \cdot f_y / \gamma_{M0}}{m \cdot \sum F_{t,Rd}} \leq 1,0, \text{ po podstawieniu wyrażenia na nośność śruby:}$$

$$F_{t,Rd} = \frac{0,9 \cdot A_s \cdot f_{ub}}{\gamma_{M2}} = \frac{0,9 \cdot 0,78 \cdot \pi \cdot d^2 \cdot f_{ub}}{4\gamma_{M2}} = \frac{0,55d^2 f_{ub}}{\gamma_{M2}}, \text{ przyjmując długość efektywną, jak w}$$

przypadku kołowych linii załomu $l_{eff} = 2\pi m$, oraz po podstawieniu wartości współczynników częściowych, otrzymano wyrażenie dane w normie wzorem (6.32).

Wykorzystanie nośności wewnętrznego szeregu śrub w doczołowym połączeniu sprężonym belki jest możliwe, gdy środnik jest w stanie przekazać odpowiednią siłę, a blachy czołowe są dostatecznie podatne, aby uchronić przed zniszczeniem szeregi bardziej odległe od osi obrotu. Wartość potrzebnego odkształcenia powierzchni styku rośnie w miarę zwiększania wysokości belki. Aby nośności wszystkich szeregów śrub w połączeniu mogły być osiągnięte należy zapewnić plastyczny model zniszczenia (model 1) we wszystkich szeregach poza najbliższym od osi ściskania. Osiągnięcie takiego stanu jest niemożliwe w połączeniach sztywnych z bardzo grubymi blachami czołowymi i w połączeniach belek wysokich o smukłych środnikach, które z powodu efektów niestateczności, nie mogą przekazać sił z pasa rozciąganego na odległe od niego śruby. W normie [1] wprowadzono zasadę liniowej redukcji sił w szeregach śrub usytuowanych poniżej szeregu, w którym nośność obliczeniowa szeregu śrub jest większa od $1,9 F_{t,Rd}$. Reguły te nie są spójne i nie podają precyzyjnie zależności między grubością blachy czołowej, redystrybucją sił w złączach wielośrubowych i metod analizy globalnej (obliczeń statycznych). Wykazano to na następujących przykładach.

Przykład 1.

Styk belek IPE 300 wykonanych ze stali S355, blacha czołowa ma grubość 13 mm, śruby M16 – 10.9.

Nośności poszczególnych szeregów śrub wynoszą:

$$F_{t,1,Rd} = 140 \text{ kN}; F_{t,2,Rd} = 200 \text{ kN}; F_{t,3,Rd} = 133 \text{ kN}; F_{t,4,Rd} = 158 \text{ kN}$$

Wszystkie szeregi śrub spełniają warunek 6.2.7.2(9) normy [1]:

$$F_{ti,Rd} < 1,9 F_{t,Rd} = 215 \text{ kN},$$

czyli nośność każdego szeregu śrub jest mniejsza niż 1,9 nośności śruby, co upoważnia do uwzględnienia wszystkich szeregów śrub w obliczeniu nośności obliczeniowej węzła.

$$M_{j,Rd} = \sum_r h_r F_{tr,Rd} = 140 \cdot 0,325 + 200 \cdot 0,255 + 133 \cdot 0,185 +$$

$$+ 158 \cdot 0,115 = 139,3 \text{ kNm}$$

Jednak grubość blachy czołowej nie spełnia warunku (6.32) z normy [1], pozwalającego na plastyczną redystrybucję sił między poszczególnymi szeregami śrub:

$$t_p = 13 \text{ mm} > 0,36 \cdot 16 \sqrt{\frac{1000}{355}} = 9,7 \text{ mm}.$$

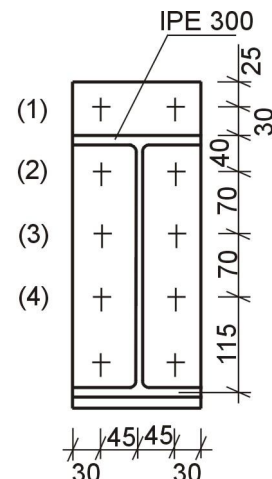
Przykład 2.

Styk belek IPE 600 wykonanych ze stali S355, blacha czołowa ma grubość 16 mm, śruby M20 – 10.9.

Nośności poszczególnych szeregów śrub wynoszą:

$$F_{t,1,Rd} = 244 \text{ kN}; F_{t,2,Rd} = F_{t,8,Rd} = 319 \text{ kN};$$

$$F_{t,3,Rd} \text{ do } F_{t,7,Rd} = 236 \text{ kN}.$$



Wszystkie szeregi śrub spełniają warunek 6.2.7.2(9) normy [1]:

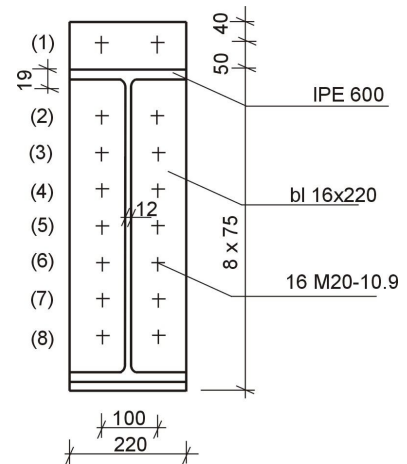
$$F_{ti,Rd} < 1,9F_{t,Rd} = 334 \text{ kN},$$

więc nośność węzła oblicza się:

$$M_{j,Rd} = 244 \cdot 0,640 + 319 \cdot 0,515 + 236(0,440 + 0,365 + 0,290 + 0,215 + 0,140) + 319 \cdot 0,065 = 156 = 683 \text{ kNm}$$

Grubość blachy czołowej nie spełnia warunku (6.32) z normy [1], pozwalającego na plastyczną redystrybucję sił między poszczególnymi szeregami śrub:

$$t_p = 16 \text{ mm} > 0,36 \cdot 20 \sqrt{\frac{1000}{355}} = 12 \text{ mm}.$$



Przykład 3.

Styk belek W760x265x220 wykonanych ze stali S355, blacha czołowa ma grubość 18 mm, śruby M24 – 10.9.

Nośności poszczególnych szeregów śrub wynoszą:

$$F_{t,1,Rd} = 309 \text{ kN}; F_{t,2,Rd} = 456 \text{ kN}; F_{t,3,Rd} \text{ do } F_{t,8,Rd} = 337 \text{ kN};$$

$$F_{t,9,Rd} = 393 \text{ kN}.$$

Wszystkie szeregi śrub spełniają warunek:

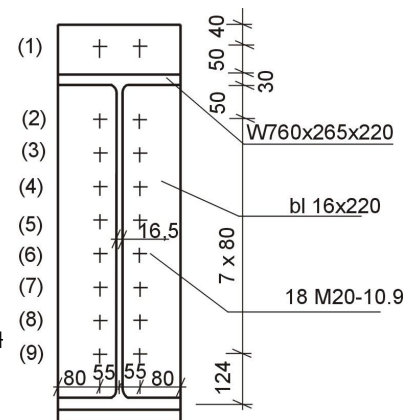
$$F_{ti,Rd} < 1,9F_{t,Rd} = 482 \text{ kN},$$

więc nośność węzła oblicza się:

$$M_{j,Rd} = 309 \cdot 0,814 + 456 \cdot 0,684 + 337(0,604 + 0,524 + 0,444 + 0,364 + 0,284 + 0,204) + 393 \cdot 0,124 = 1429 \text{ kNm}$$

Grubość blachy czołowej nie spełnia warunku (6.32) z normy [1], pozwalającego na plastyczną redystrybucję sił między poszczególnymi szeregami śrub:

$$t_p = 18 \text{ mm} > 0,36 \cdot 24 \sqrt{\frac{1000}{355}} = 14,5 \text{ mm}.$$



Powyższe przykłady wskazują na brak konsekwencji w normie [1]. Spełnienie warunków podanych w p. 6.2.7.2(9) normy upoważnia do uwzględnienia wszystkich, nawet tych najbliższych półce ściskanej szeregów śrub mimo, że grubość blachy nie pozwala na plastyczną redystrybucję sił pomiędzy poszczególnymi szeregami śrub. Również wyniki badań doświadczalnych styków belek, w których dokonywano pomiaru sił w śrubach, wskazują, że szeregi śrub odległe od pasa rozciąganego mają niewielki udział w nośności węzła [4], [5], [6].

3 KLASYFIKACJA WĘZŁÓW POD KĄTEM ZDOLNOŚCI DO OBROTU

Węzły, podobnie jak pręty, powinny być podzielone na klasy, w zależności od zdolności do odkształceń plastycznych. Rozróżnia się następujące klasy węzłów:

- klasa 1: węzły które mogą osiągnąć nośność obliczeniową, mają zdolność odkształceń plastycznych i redystrybucji sił zarówno na poziomie szeregu śrub, jak i pomiędzy szeregami śrub,
- klasa 2: węzły które mogą osiągnąć nośność obliczeniową, ale są zdolne jedynie do redystrybucji sił na poziomie danego szeregu śrub,
- klasa 3: węzły niezdolne do odkształceń plastycznych.

Podział na klasy węzłów wiąże się z ich modelem zniszczenia. Węzły klasy 1 wykazują model zniszczenia 1 (całkowite uplastycznienie), węzły klasy 2 charakteryzują się modelem zniszczenia 2 (uplastycznienie półki z zerwaniem śrub), podczas gdy węzły klasy 3 ulegają zniszczeniu zgodnie z modelem 3 (zerwanie śrub).

Przyjmując za podstawę kryteria ustalone przez Zoetemeijera, można określić graniczną grubość blachy zapewniającą węzłowi osiągnięcie klasy 1.

Gdy przyjmie się $\beta \leq \frac{2\gamma}{1+2\gamma}$ czyli $\beta \leq 0,71$ otrzymuje się:

$$t_{cl1} \leq 0,32d \sqrt{\frac{f_{ub}}{f_y}} \quad (2)$$

Granice między klasą 2 i 3 można wyprowadzić przyjmując wartość $\beta \leq 2,0$ (rys. 1) lub z równoważnego warunku, zapewniającego model zniszczenia 2:

$$F_{T,2,Rd} \leq 1,9F_{t,Rd} \quad (3)$$

Podstawiając:

$$F_{T,2,Rd} = \frac{2M_{pl,Rd} + n \sum F_{t,Rd}}{m+n} = \frac{2 \cdot 0,25l_{eff}t^2 \frac{f_y}{\gamma_{M0}} + 1,25m \cdot 2 \cdot 0,55d^2 \frac{f_{ub}}{\gamma_{M2}}}{m+1,25m},$$

oraz przyjmując niekołowe linie załomu, jak dla modelu 2:

$l_{eff} = 4m + 1,25e$, po podstawieniu $e = n = 1,25m$, co daje $l_{eff} = 5,56m$, otrzymuje się:

$$t_{cl2} \leq 0,53d \sqrt{\frac{f_{ub}}{f_y}} \quad (4)$$

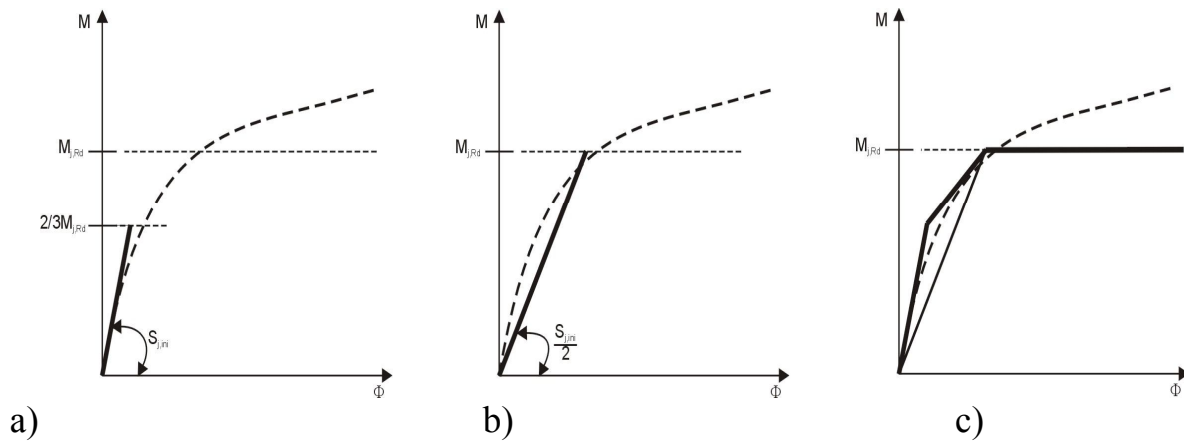
Zastosowanie w konstrukcji węzła klasy 1, o grubości składnika płytowego (pasa słupa, blachy czołowej lub nakładki z kątownika) mniejszej od danej wzorem (2) zapewnia pełną redystrybucję sił w połączeniu pomiędzy szeregami śrub, co pozwala na stosowanie metod teorii plastyczności w obliczeniach statycznych. Takie projektowanie określa się jako P-P, czyli plastyczne na poziomie konstrukcji i węzła. Pręty, które biorą udział w plastycznej redystrybucji sił wewnętrznych, powinny charakteryzować się klasą przekroju 1.

Przyjęcie węzła klasy 2, o grubości odpowiedniego składnika mniejszej od podanej wzorem (4), zapewnia redystrybucję sił na poziomie węzła, ale nie w konstrukcji. Jest to tzw. projektowanie E-P, czyli analiza sprężysta na poziomie konstrukcji i plastyczna na poziomie węzła. Przekroje prętów powinny być klasy klasy 1 lub 2.

W przypadku zastosowania grubszych blach czołowych niż określona wzorem (4) konstrukcje należy projektować w stanie E-E, tzn. obliczenia statyczne wykonywać w zakresie sprężystym, a nośność węzła określać z uwzględnieniem liniowego rozkładu sił w poszczególnych szeregach śrub. Zdolność do obrotu węzła nie jest wtedy wymagana.

Z powyższymi ustaleniami ściśle wiążą się metody modelowania węzłów:

- węzły klasy 3 modeluje się odcinkiem liniowym o nachyleniu $S_{j,ini}$, z ograniczeniem wartości momentu w węźle do $2/3 M_{j,Rd}$ (rys. 2a),
- węzły klasy 2 modeluje się odcinkiem liniowym o nachyleniu $S_{j,ini}/\eta$, współczynnik η według normy [1] można przyjmować o wartości 2 (rys. 2b),



Rys. 2. Modele obliczeniowe węzłów do obliczeń statycznych

- węzły klasy 1 można modelować w obliczeniach statycznych stosując zależności krzywoliniowe, wieloodcinkowe itp. ustalone na podstawie badań doświadczalnych lub analitycznych metod prognozowania, np. [4] (rys. 2c).

Przedstawione zależności na graniczne grubości składników płytowych węzła wyprowadzono przy założeniu wybranych długości współpracujących l_{eff} . Aby uogólnić wyprowadzone zależności na inne wartości długości efektywnych, proponuje się wprowadzenie parametru $\alpha = \frac{l_{eff}}{m}$. Wtedy otrzymuje się następujące zależności:

- w stanie P-P (węzeł klasy 1):

$$t_{cl1} \leq 0,91d \sqrt{\frac{f_{ub}}{\alpha f_y}} \quad (5)$$

- w stanie E-P (węzeł klasy 2):

$$t_{cl2} \leq 1,25d \sqrt{\frac{f_{ub}}{\alpha f_y}} \quad (6)$$

Spełnienie warunku dla stanu E-P pozwala na uzyskanie ciągłej postaci zniszczenia w danym szeregu śrub, ale nie zapewnia możliwości dalszej redystrybucji sił na szeregi pozostałe. Spełnienie warunku dla stanu P-P zapewnia plastyczną formę odkształcenia blachy czołowej w danym szeregu i dalsze przekazywanie sił wewnętrznych na następne szeregi.

Przyjmowane małych grubości blach dla stanu P-P nasuwa obawy dotyczące bezpieczeństwa spoin przy dużych odkształceniach giętnych i wynikającego z nich spiętrzenia naprężeń przy śrubach. Aby zapewnić swobodę plastycznego odkształcenia i nie spowodować miejscowego odrywania blachy trzeba zachować odpowiednie odległości śrub od podpartych krawędzi i stref spawania. Wydaje się konieczne, aby w stanie plastycznym, w którym oczekiwane są znaczne odkształcenia blachy, odległości śrub od brzegów spoin na krawędziach podpartych spełniały warunek: $m \geq d + t$.

4 PROPOZYCJE MODYFIKACJI POSTANOWIEŃ NORMOWYCH

W 6.2.7.2.(9) normy [1] proponuje się zamiast wzoru (6.26) wprowadzić wzory (6.26a) i (6.26b) oraz zmienić tekst jak niżej:

$$t_{\max} = \omega d \sqrt{\frac{f_{ub}}{\alpha f_y}} \quad (6.26a)$$

gdzie: $\alpha = l_{eff}/m$,

w stanie E-P $\omega = 1,25$ oraz $t_{max} = t_{max,EP}$,

w stanie P-P $\omega = 0,91$ oraz $m \geq d + t$ i $t_{max} = t_{max,PP}$.

Przy wyznaczaniu nośności na zginanie połączeń doczołowych przyjmuje się reguły doboru grubości blach czołowych według 6.4.2, oraz następujące zasady uwzględniania nośności poszczególnych szeregów śrub:

- w węzłach, w których wymagana jest zdolność do obrotu wystarczająca z punktu widzenia analizy plastycznej konstrukcji, warunek (6.26a) dla stanu P-P powinien być spełniony we wszystkich uwzględnianych w obliczeniach szeregach śrub,
- w połączeniach belek ze środnikami klasy 1 i 2 można uwzględnić obliczeniową nośność danego szeregu śrub, gdy we wszystkich szeregach położonych bliżej pasa rozciąganego jest spełniony warunek (6.26a) dla stanu P-P,
- gdy w szeregu śrub (x) nie jest spełniony warunek (6.26a) dla stanu P-P, to obliczeniowe siły w szeregach bliższych osi ściskania należy wyznaczać z redukcją właściwą dla stanu E-E według wzoru:

$$F_{tr,Rd} \leq \frac{F_{t(x+1),Rd} h_r}{h_x} \quad (6.26 b),$$

gdzie: $F_{t(x+1),Rd}$ - obliczeniowa nośność sąsiedniego szeregu wewnętrznego (bliższego osi ściskania),

h_r - odległość szeregu śrub (r) od osi ściskania,

h_x - odległość szeregu śrub (x) od osi ściskania.

- w połączeniach sztywnych (w których warunek (6.26a) dla stanu E-P nie jest spełniony) oraz w połączeniach belek ze środnikami klasy 3 uwzględnia się obliczeniową nośność szeregów śrub przylegających do pasa rozciąganego oraz nośność zredukowaną szeregów pozostałych. według zasady podanej w c).
- w połączeniach pełnoośnych belek ze środnikami klasy 3 i 4, obliczeniowe nośności szeregów śrub przylegających do pasa rozciąganego, nie powinny być mniejsze od nośności obliczeniowej pasa, a w połączeniach niepełnoośnych od siły obliczeniowej w tym pasie. Odstąpienie od tej zasady jest możliwe po odpowiednim usztywnieniu żebrami i uzasadnieniu obliczeniowym,
- w połączeniach belek ze środnikami klasy 4 uwzględnia się tylko obliczeniowe nośności szeregów śrub przylegających do pasa rozciąganego.

W 6.4.2 proponuje się usunąć wzór (6.32), zmienić treść (2) b), wprowadzić tekst (3) jak niżej oraz zmienić obecny numer (3) na (4).

- (2) b) mniejsza z grubości t pasa słupa, blachy czołowej belki lub półki łącznika pasa rozciąganego, w każdym przypadku spełnia warunek (6.26a) dla stanu P-P, z uwzględnieniem wymagań podanych w (3).
- (3) Stosuje się następujące zasady oceny zdolności do obrotu węzłów zależnie od grubości t pasa słupa, blachy czołowej belki lub grubości półki łącznika pasa rozciąganego:
 - połączenia, w których mniejsza z grubości t spełnia warunek $t > t_{max,EP}$, (patrz wzór (6.26a)), nie mają zdolności do obrotu i do pełnego rozdziału obciążenia na poszczególne szeregi śrub. Projektuje się je jako sztywne, albo oblicza konstrukcję z takimi węzłami w zakresie sprężystym (E-E) przyjmując liniowy model sztywności węzła $S_{j,ini}$ z ograniczeniem do $2/3M_{Rd}$ (patrz rys. 2a),
 - połączenia podatne, w których mniejsza z grubości t spełnia warunek $t_{max,PP} < t \leq t_{max,EP}$ w każdym szeregu śrub, (patrz wzór (6.26a)), są zdolne do obrotu w stanie sprężystym, ale nie są zdolne do pełnego rozdziału obciążeń na poszczególne

- szeregi. Konstrukcje z tymi węzłami projektuje się w zakresie sprężystym z modelem liniowym węzła o sztywności $0,5S_{j,ini}$ (patrz rys. 2b),
- c) połączenia podatne, w których mniejsza z grubości t spełnia w każdym szeregu śrub warunek $t \leq t_{max,PP}$ (przy $m \geq d + t$), są zdolne do obrotu w stanie plastycznym i do pełnego rozdziału obciążenia na poszczególne szeregi. Konstrukcje można obliczać w zakresie plastycznym.

5 PODSUMOWANIE

Zastosowanie ww. propozycji wywołuje następujące konsekwencje w odniesieniu do przedstawionych przykładów.

W przykładzie 1 grubość maksymalna blachy czołowej dla szeregu (2) wg wzoru (6.26a)

$$\text{przy: } \omega=0,91 \text{ i } \alpha=6, \quad t_{\max} = \omega d \sqrt{\frac{f_{ub}}{\alpha f_y}} = 0,91 \cdot 16 \sqrt{\frac{1000}{6 \cdot 355}} = 10 \text{ mm} < 13 \text{ mm}.$$

Grubość blachy czołowej nie spełnia warunku podatności dla stanu P-P w szeregu (2), więc nośność połączenia określa się w stanie E-P wprowadzając liniową redukcję sił w szeregach położonych bliżej osi ściskania według zależności (6.26b). Nośność węzła wynosi wtedy:

$$M_{j,Rd} = 140 \cdot 0,325 + 200 \cdot 0,255 + 133 \cdot 0,1852/0,255 + 133 \cdot 0,1152/0,255 = 121,2 \text{ kNm},$$

a więc jest mniejsza od wyliczonej według normy [1] o 13 %. W przykładzie 2 różnica ta wynosi 21 %, a w przykładzie 3: 23 %. Świadczy to o tym, że obliczone według normy [1] nośności węzłów mogą być w wielu przypadkach zawyżone.

PIŚMIENNICTWO

- [1] PN-EN 1993-1-8. Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-8: Projektowanie węzłów. PKN, 2006.
- [2] Zoetemeijer P.: Summary of researches on bolted beam-to-column connection. Report 6-85-7, TH Delft, 1983.
- [3] Jaspert J.P.: Recent advances in the field of steel joints. Universite de Liege, 1997.
- [4] Douty R. Mc Guire W.: High Strength of Bolted Moment Connections. Journal of Structural Division. ASCE, ST2, 1965.
- [5] Palme E.: Schraubenkräfte in Kopfplattenstößen. Bauingenieur, Nr 49/1974.
- [6] Łaguna J.: Nośność zginanych połączeń doczołowych sprężonych śrubami o wysokiej wytrzymałości. Praca doktorska, ITB, Warszawa, 1984.

ON THE ROTATION CAPACITY OF END-PLATE STEEL JOINTS

Summary

Design procedure of EN 1991-1-8 to calculate moment resistance, stiffness and rotation capacity of steel joint is very complicated, time consuming and devoted rather to be implemented in computer programs, used as design tools. Then, all criteria of this procedure used in design algorithms should be very precise, to ensure safe estimation of joints properties in full range of application. Presented below statements and worked examples show that these requirements are not fulfilled in relation to estimation of thickness of end plate, ensuring ability to plastic deflection [EN 1991-1-8 /6.4.2.(2)], and internal forces distribution needed to estimation of moment capacity of joints [EN 1991-1-8 /6.2.7.2]. Proposal for improvement of these paragraphs has also been presented.

Piotr LEWANDOWSKI¹
Elżbieta URBAŃSKA-GALEWSKA²
Politechnika Gdańska

WPLYW WARUNKÓW BRZEGOWYCH NA NAPRĘŻENIA STALOWYCH OKŁADZIN KASETONOWYCH

STRESZCZENIE

Na przestrzeni ostatnich lat można zauważyć wzrost zastosowania okładzin kasetonowych nie tylko w przemyśle, lecz również w budownictwie publicznym, głównie ze względu na walory estetyczne jak i łatwość montażu. Jednakże przy projektowaniu przedmiotowych okładzin konieczna jest odpowiedź na pytanie, jak określić warunki brzegowe dla płyty kasetonu. Ze względu na konstrukcję elewacji zbudowanej z rusztu podporowego i kasetonów, warunków brzegowych płyty kasetonu, determinujących stan naprężeń w płycie jak i sztywność kasetonu, nie można bezpośrednio zakwalifikować, jako typową krawędź utwierdzoną, czy też wolnopodpartą. W niniejszym artykule sformułowano problem definiowania warunków brzegowych dla typowej płyty kasetonu elewacyjnego oraz przedstawiono kryteria optymalizacji wymiarów płyt kasetonów. Artykuł zawiera przykład obliczeniowy ilustrujący wpływ zmiennych warunków brzegowych na wartość naprężeń w płycie kasetonu.

Słowa kluczowe: konstrukcje stalowe, płyty, kasetony, warunki brzegowe

1 WPROWADZENIE

Wraz z rozwojem technologii wytwarzania konstrukcji stalowych coraz częściej elementy stalowe są stosowane nie tylko na konstrukcje nośne, ale również na elewacyjne elementy wykończeniowe w formie tzw. kasetonów. Podstawowym obciążeniem płyt okładzinowych w trakcie eksploatacji obiektu jest obciążenie wiatrem. Jednakże w czasie montażu, szczególnie w przypadku kasetonów o wydłużonych kształtach, mogą wystąpić również obciążenia w postaci skręcania płyt. Z uwagi na bardzo wysokie wymagania dotyczące płaskości zamontowanych kasetonów, nie można dopuścić do sytuacji, że zarówno w czasie montażu jak i eksploatacji, na powierzchni kasetonu pojawią się „zafalowania” powodujące nierównomierne odbicia światła na fasadzie budynku. Tak więc płyty kasetonów muszą wykazywać odpowiednią sztywność z uwagi na obciążenie wiatrem i na skręcanie w trakcie montażu. Z kolei ze względu na masę konstrukcji elewacji wskazana jest minimalizacja grubości płyt przy określonym rozstawie elementów podporowych. Przy

¹ piotr.lewandowski@wilis.pg.gda.pl

² elzbieta.urbanska-galewska@wilis.pg.gda.pl

projektowaniu elementów obudowy istnieje konieczność określenia maksymalnego dopuszczalnego rozstawu podpór rusztu przy spełnionych warunkach nośności i sztywności stalowych kasetonów. Zadanie to powinno uwzględniać warunki sprężystego podparcie płyt kasetonowych na ich obwodzie, będącego efektem jedno- lub wielokrotnego zaginania blachy kasetonu na jego krawędziach.

Pierwszym etapem projektowania elementów płytowych powinno być zdefiniowanie warunków brzegowych. Powszechnie stosowane w literaturze przedmiotu warunki brzegowe w formie krawędzi swobodnie podpartych lub sztywno utwierdzonych z czasem zostały rozszerzone o warunki odzwierciedlające ich sprężyste zamocowanie. W pracy [1] autorzy poruszają tematykę zginania płyt z brzegami sprężystie podpartymi i sprężystie utwierdzonymi w sposób ciągły, brakuje jednak rozwiązań dla nieciągłych warunków podparcia. Szilard [2] opracował tabele zawierające formuły do wyznaczania sił wewnętrznych oraz ugięć w płytach prostokątnych jak i kołowych, obciążonych zarówno obciążeniem skupionym jak i ciągłym. W pracy tej brakuje jednak informacji definiujących warunki sprężystego podparcia krawędzi płyt. Dopiero w 1980 Nowacki [3] opisał zachowanie się zginanej płyty na przykładzie półpasma płytowego, swobodnie podpartego na dwóch krawędziach a na trzeciej krawędzi w części swobodnie podpartego, w części sprężystie utwierdzonego. Obszerną analizę sprężystego utwierdzenia ścianek, jako wynik ich zagięcia, zaprezentował Mądry w pracy [4], w której zawarł uwagi i poprawki do klasycznych wzorów Kalyanaramana [5]. Uwagi dotyczyły oszacowania współczynnika niestateczności miejscowej k_σ – którego wartości w oryginale były zbyt konserwatywne, w stosunku do wyników przeprowadzonych badań. Marsh [6] analizował wpływ promienia gięcia r_o na wartość naprężeń krytycznych w ścianie ściskanej przekroju, które wzrastały wraz ze wzrostem promienia gięcia.

Pomimo tego, że istnieje wiele prac na temat zginania płyt z uwzględnieniem warunków podparcia, nadal brakuje rozwiązań odzwierciedlających rzeczywiste warunki podparcia stalowych płyt kasetonowych. Zagadnienie to podjęto w niniejszej pracy w odniesieniu do okładzin kasetonowych.

2 KONSTRUKCJA ŚCIANY OSŁONOWEJ

2.1 Elementy składowe

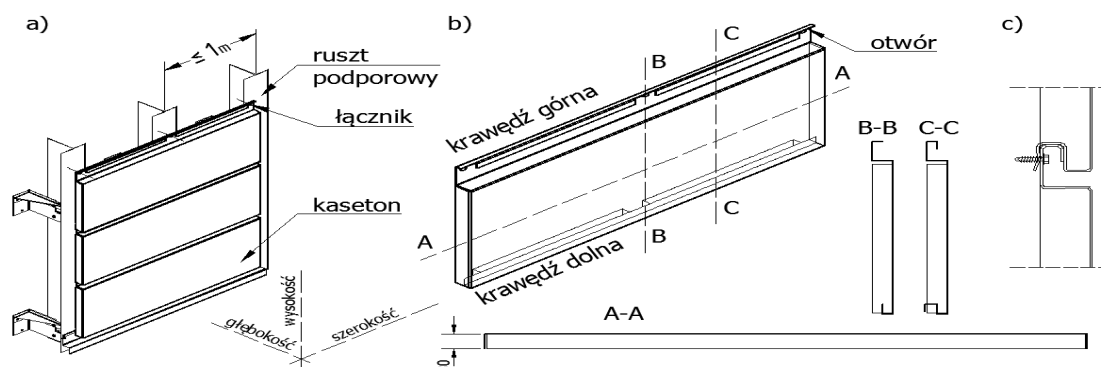
Stalowe kasetony stosowane do obudowy ścian, są to płyty prostokątne o krawędziach zaginanych na zimno. Na rys.1 przedstawiono konstrukcję ściany osłonowej zbudowanej z kasetonów.

Pionowe krawędzie kasetonu są zagięte na całej wysokości pod kątem 90° . Natomiast zagięcia na dolnej i górnej krawędzi płyty są ukształtowane w sposób umożliwiający połączenie płyt między sobą (rys.1b, c). Kaseton do stalowego rusztu mocowany jest za pomocą łącznika umieszczonego na górnej krawędzi kasetonu. Okładziny układane są od dołu ku górze elewacji, jedna na drugiej. Jest to możliwe dzięki zamkowi, który zakleszcza się ograniczając możliwość obrotu i translacji poziomych krawędzi kasetonu. Szczegół zakleszczania się elementów w zamku przedstawiony jest na rys.1c.

Opis warunków podparcia płyt komplikuje fakt, że kasetony są mocowane do stalowego rusztu, który pełni rolę stałych podpór wzdłuż krawędzi pionowych kasetonu. W zależności od szerokości kasetonu, może być on podparty tylko wzdłuż dwóch krawędzi bocznych (pionowych) lub dodatkowo w środku rozpiętości, gdy rozstaw elementów rusztu przekracza wartość 1m. (rys. 1a).

Na rys.1b, w górnej części kasetonu widoczne są otwory, w których umieszczone zostaną łączniki do przytwierdzenia okładziny do stalowego rusztu podporowego.

W celu określenia nośności i sztywności kasetonów konieczne jest zdefiniowanie warunków brzegowych analizowanych elementów płytowych. Przyjęto założenie, że stalowy ruszt podporowy, z uwagi na zamocowanie do ściany budynku, pozostaje nieodkształcony pod wpływem obciążeń, a więc stanowi podporę stałą dla płyt okładzinowych. Jednakże warunki brzegowe samej płyty będą różne, w zależności od kierunku przyłożonego obciążenia wiatrem.



Rys.1 Konstrukcja elewacji zbudowanej z kasetonów: a) mocowanie kasetonów do ściany budynku, b) konstrukcja pojedynczego kasetonu, c) szczegół zamka łączącego kasetony w pionie

2.2 Warunki brzegowe dla kasetonu obciążonego parciem wiatru.

W przypadku obciążenia elewacji parciem wiatru, obciążenie przyłożone do płyty kasetonu przekazywane jest przez zagięte krawędzie płyty na ruszt podporowy, a z niego na konstrukcję ściany. W istniejących konstrukcjach ścian elewacyjnych podpory rusztu umieszcza się w rozstawie nie przekraczającym wartości 1m, co powoduje, że kasetony są podparte w sposób ciągły nieprzesuwany wzdłuż krawędzi bocznych oraz punktowo, w rozstawie co 1 m, wzdłuż krawędzi poziomych. Płyta kasetonu jest więc podparta w sposób podatny wzdłuż krawędzi poziomych, pomiędzy podporami rusztu. Ponadto, liczba zagięć w dolnej i górnej krawędzi kasetonu jest równa 4 (konstrukcja zamka- rys. 2b) w porównaniu z krawędziami pionowymi (jedno zagięcie), co powoduje, że sztywności podparcia na tych krawędziach są różne. Należy również uwzględnić fakt, iż zagięte ścianki boczne kasetonu częściowo ograniczają obrót samej płyty kasetonu.

2.3 Warunki brzegowe dla kasetonu obciążonego ssaniem wiatru.

W przypadku ssania wiatru podparcie kasetonu na górnej krawędzi stanowią łączniki mocujące kaseton do rusztu (podparcie punktowe) - natomiast na dolnej krawędzi - zamek połączenia z płytą niżej położoną. Wartości deformacji oraz naprężeń w płycie kasetonu zależą od sztywności zagięć blachy na krawędziach poziomych i pionowych kasetonu.

3 OPTIMALIZACJA KONSTRUKCJI ŚCIANY ELEWACYJNEJ

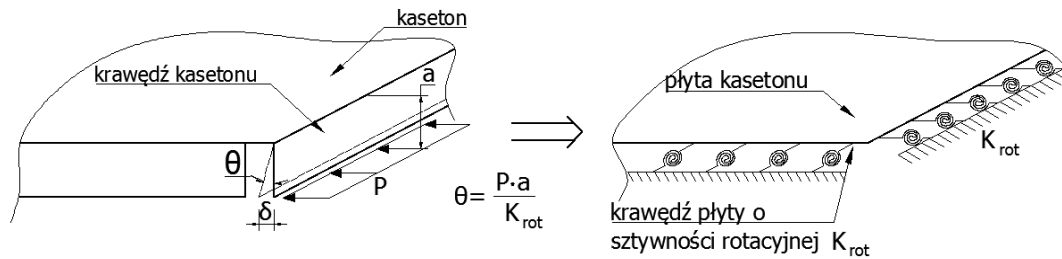
3.1 Cel optymalizacji

W przypadku elewacji wykonanej ze stalowych kasetonów, bardzo istotnym kryterium optymalizacyjnym jest masa całej elewacji, na którą składają się elementy stalowego rusztu podporowego oraz masa samych kasetonów. Z kolei masa rusztu zależy wprost od rozstawu pionowych elementów wsporczych. Tak więc minimalizacja masy rusztu łączy się ze zwiększeniem rozstawu podpór kasetonów, co pociąga za sobą konieczność zwiększenia ich

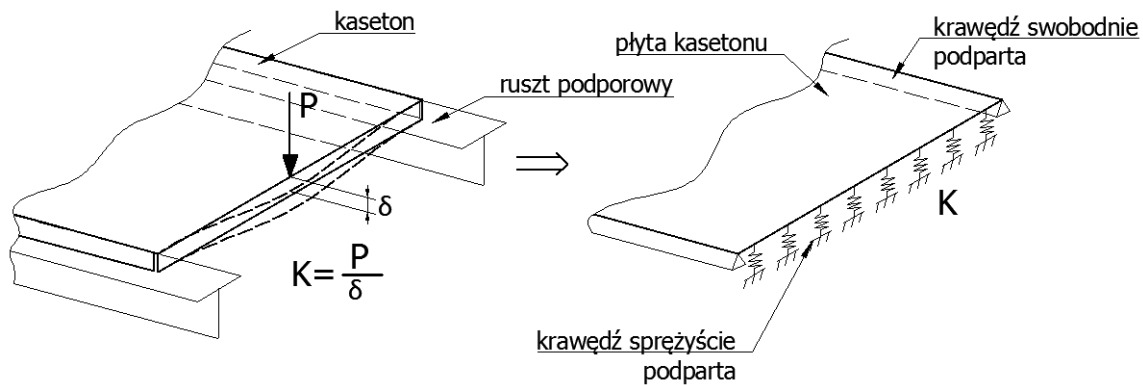
szttywności. Szttywność kasetonów zależy od ich grubości a także od wymiarów zagięć blachy na wszystkich czterech krawędziach kasetonu. Poszukiwania optymalnego rozstawu podpór rusztu przy założonej grubości blachy, z której wykonany jest kaseton oraz określonych wymiarach zagięć krawędzi jest typowym zadaniem optymalizacyjnym.

3.2 Model obliczeniowy płyty kasetonu dla przypadku parcia wiatru

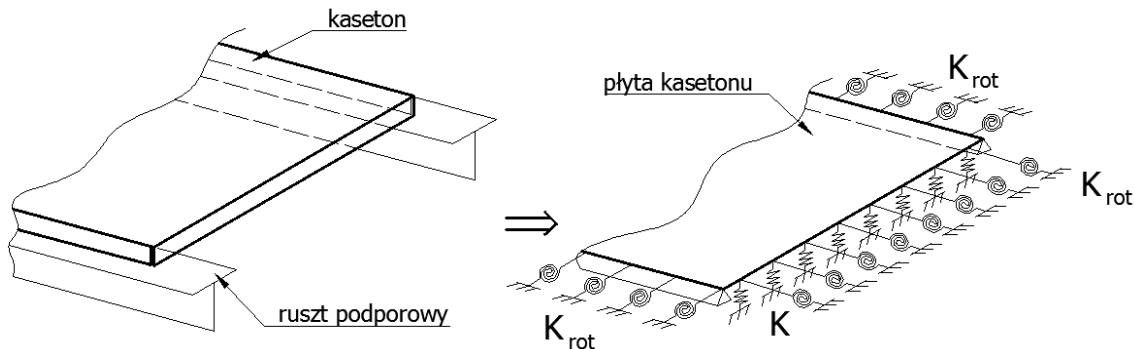
a)



b)



c)



Rys.2 Modelowanie warunków brzegowych dla płyt kasetonowych: a) określanie sztywności rotacyjnej podpory sprężystej, b) określanie sztywności translacyjnej podpory sprężystej, c) złożone warunki brzegowe płyty

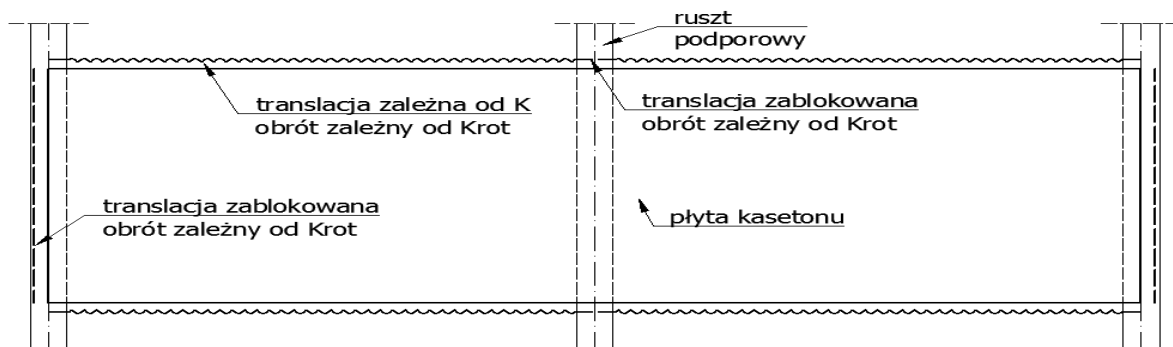
We wstępnie przyjętym modelu obliczeniowym założono, że wszystkie cztery krawędzie kasetonu charakteryzują się taką samą sztywnością na obrót, której stopień podatności wynika z zagięcia blachy pod kątem 90° (rys.2a), na głębokość 30mm. Przy obciążeniu parciem wiatru, dla krawędzi pionowych kasetonów, opartych bezpośrednio na ruszcie, przyjęto brak translacji w kierunku muru (rys.2b). Pomiędzy podporami stalowego rusztu, tam gdzie brak jest bezpośredniego podparcia kasetonu, blokada translacji brzegu płyty następuje w sposób sprężysty. Parametry sprężystego podparcia płyty na brzegach poziomych wynikają z podatności konstrukcji zamka (rys.1c), tzn. z sumarycznej podatności usztywnień brzegowych płyt wchodzących w skład połączenia, co będzie przedmiotem

dalszych badań. Na rys. 2c przedstawiono przyjęty model obliczeniowy, w którym dwie pionowe krawędzie płyty kasetonu są podparte nieprzesuwnie, z ograniczoną wartością obrotu, a krawędzie poziome podparte sprężystie z również ograniczoną wartością obrotu.

4 ANALIZA WPŁYWU WARUNKÓW PODPARCIA NA ROZKŁAD NAPRĘŻEŃ

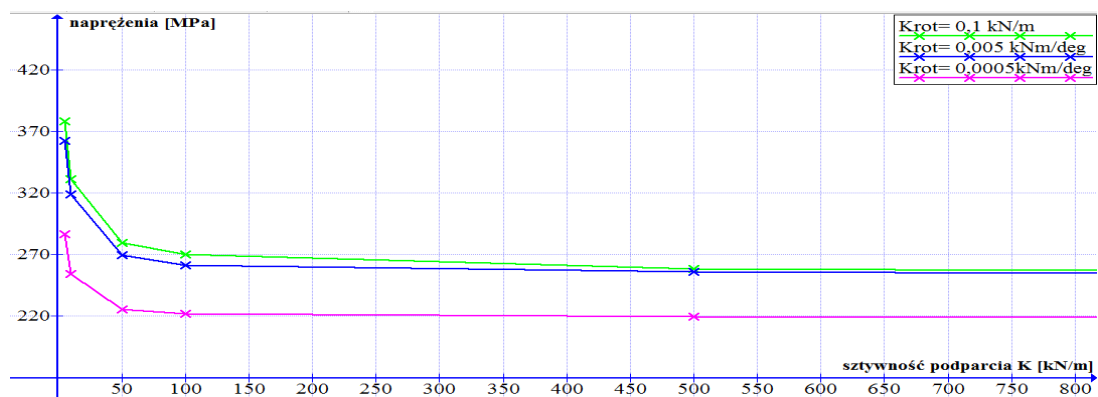
W celu zobrazowania wpływu sztywności podpór na rozkład naprężeń w płycie kasetonu, wykonano obliczenia dla przykładowego elementu. Dla kasetonu z blachy o grubości 1,25 mm i wymiarach 2400x800 mm, ruszt podporowy jest usytuowany co 1200 mm, wzdłuż krawędzi pionowych o długości 800 mm. Płyta obciążona została ciężarem własnym oraz parciem wiatru o intensywności 1,4 kN/m².

Analizę przeprowadzono w programie Robot Structural Analysis. Sprawdzeniu podlegały naprężenia główne w płycie zgodnie z teorią Hubera Von Missesa. Zmiennymi w analizie były warunki podparcia. Na wszystkich krawędziach założono stałą dla każdej serii obliczeń sztywność obrotową K_{rot} (rys.3). W miejscach podparcia płyty na ruszcie, tj. wzdłuż bocznych krawędzi oraz w części środkowej górnego i dolnego brzegu płyty założono brak translacji prostopadłych do płaszczyzny płyty, natomiast wzdłuż krawędzi poziomych pomiędzy podporami rusztu - podparcie sprężyste. Na rysunku 4 przedstawiono wpływ zmienności podatności podpory sprężystej (osi rzędnych) oraz wpływ sztywności zagięć krawędzi kasetonu (K_{rot}) na wartość naprężeń w analizowanej płycie.



Rys.3 Zmienne warunki brzegowe na obwodzie płyty kasetonowej.

Jak można zaobserwować na poniższym wykresie, zarówno podatność translacyjna jak i obrotowa podpór, mają decydujący wpływ na wartość naprężeń w elemencie płytowym. Zaplanowane jest przeprowadzenie badań na elementach w skali 1:1, co pozwoli na wyznaczenie dokładnych wartości sztywności translacyjnych i rotacyjnych dla tego typu konstrukcji.



Rys.4 Wykres zależności σ -Kpodarcia dla analizowanego kasetonu elewacyjnego.

PIŚMIENNICTWO

- [1] Timoshenko S.P., Gere J.M.: Theory of elastic stability, London 1961.
- [2] Szilard R.: Theory and Analysis of Plates, New Jersey 1974.
- [3] Nowacki W.: Dźwigary powierzchniowe, Warszawa 1980.
- [4] Mądry D.: Niestateczność miejscowa trapezowego przekroju zginanego z uwzględnieniem sprężystego utwierdzenia ścianek, Inżynieria i Budownictwo 1/2006.
- [5] Kalyanaraman V.: Local buckling of cold-formed steel members. "Journal of the Structural Division", ASCE, May 1979.
- [6] Marsh C.: Influence of bend radii on local buckling in cold-formed shapes. "Journal of Structural Engineering", ASCE, December 1977.

BOUNDARY CONDITIONS EFFECT ON RAINSCREEN PANELS RESISTANCE AND STIFFNESS

Summary

The paper raises the subject of the effect of boundary conditions on the resistance and stiffness of rainscreen panels. Steel rainscreen panels used in wall covering are rectangular plates with cold formed edges. Taking into consideration the side, upper or lower fringes, the shape of a bend is dissimilar, which causes the boundary conditions to differ. As far as the direction of the applied load is concerned, the boundary conditions differ entirely. The analyses show that the influence of stiffness is crucial because the rate of stiffness directly affects the stresses in a loaded plate.

Mariusz MAŚLAK¹
Politechnika Krakowska
Marcin ŁUKACZ²
Politechnika Krakowska, studia doktoranckie

NORMOWA OCENA NOŚNOŚCI STALOWYCH BELEK Z FALISTYM ŚRODNIKIEM UOGÓLNIONA NA PRZYPADEK POŻARU

STRESZCZENIE

W pracy podjęto próbę oceny stopnia redukcji nośności stalowych belek typu SIN (ze środkiem z blachy fałdowej) w warunkach pożaru rozwiniętego. Szczegółowej analizie poddano nośność belki na czyste zginanie z możliwością globalnej utraty stateczności (zwichrzenia) oraz nośność środka na czyste ścinanie. W rozważaniach wykorzystano prosty model teoretyczny oparty na uogólnieniu tradycyjnego podejścia obliczeniowego rekomendowanego w PN-EN 1993-1-5 i powiązano go z zaleceniami PN-EN 1993-1-2. Uwzględniono redukcję podstawowych właściwości mechanicznych stali, w tym w szczególności granicy plastyczności i modułu sprężystości podłużnej, ze wzrostem temperatury materiału. Oszacowano również wpływ temperatury pożarowej na efektywną wartość odpowiednich współczynników niestateczności. Wykazano przy tym niedostatki podejścia normowego i zwrócono uwagę na potrzebę stosowania bardziej złożonych modeli obliczeniowych. Praca ma charakter studialny i stanowi wstęp do dalszych badań.

Słowa kluczowe: belki SIN, nośność, zginanie, ścinanie, pożar rozwinięty, zwichrzenie.

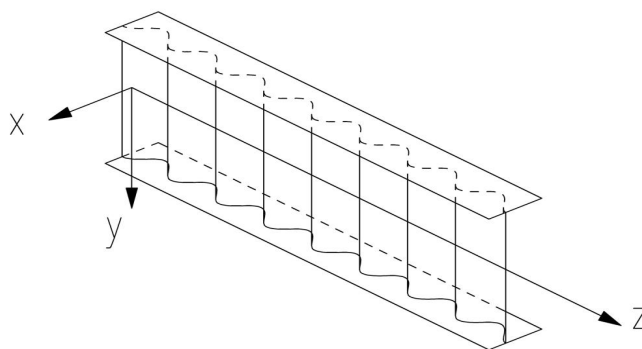
1 WPROWADZENIE

Stalowe belki z profilowanym środkiem niewątpliwie trzeba zaliczyć do podstawowego asortymentu wyrobów stosowanych w ostatnim czasie w nowoczesnym budownictwie. Ich powszechne wykorzystywanie w ustrojach nośnych różnego typu konstrukcji jest wypadkową wielu niezaprzeczalnych zalet, w szczególności małego stosunku zużytej masy stali do osiągniętej rozpiętości, a także stosunkowo dużej odporności na wszelkie formy lokalnej utraty stateczności. Z tego względu wiele uwagi poświęca się na zbudowanie odpowiednio wiarygodnego modelu teoretycznego pozwalającego na odwzorowanie zachowania się takich belek w prostych i złożonych stanach obciążenia.

¹ mmaslak@pk.edu.pl

² marcinlukacz@gmail.com

Znajduje to odzwierciedlenie w bardzo bogatej literaturze przedmiotu. Musi jednak dziwić, że tak szerokie i wieloaspektowe zainteresowanie specjalistów nie przełożyło się jak dotąd na podjęcie próby opisu zachowania się tego typu belek w wyjątkowej sytuacji projektowej pożaru rozwiniętego. Brak jakichkolwiek prac poświęconych temu zagadnieniu, zarówno teoretycznych jak i doświadczalnych, stanowi zauważalną lukę, która powinna być wypełniona. W niniejszej pracy autorzy podjęli próbę wstępnego oszacowania wpływu warunków pożarowych na efektywną nośność rozważanych belek. Wykorzystano prosty model obliczeniowy polegający na odpowiednim uogólnieniu zaleceń normowych. Otrzymane rezultaty mają zatem charakter jedynie stosunkowo zgrubnych przybliżeń i powinny zostać zweryfikowane w oparciu o bardziej złożoną analizę. W rozważaniach w zasadzie skupiono się na belkach ze średnikiem z blachy falistej (w tym w szczególności typu SIN – z sinusoidalnym kształtem fałdy), z uwagi na dostępny w Polsce asortyment wyrobów, niemniej jednak do zaproponowanego algorytmu obliczeń zostały adaptowane wybrane rozwiązania otrzymane dla elementów o trapezowym kształcie fałdy. Przypomnijmy, że oznaczenie handlowe tego typu wyrobów to WT (z języka niemieckiego „Wellstegträger”). Kształt analizowanej belki pokazano na rys. 1.



Rys. 1. Typowy kształt belki typu SIN.

Ponieważ za punkt wyjścia do rozważań przyjęto zalecenia norm PN-EN 1993-1-2 [1] oraz PN-EN 1993-1-5 [2] zatem stopień redukcji właściwości mechanicznych stali w temperaturze pożarowej Θ_a (jest to temperatura elementu stalowego nie zaś temperatura otaczających go gazów spalinowych $\Theta_g \neq \Theta_a$) opisują odpowiednie współczynniki $k_{x,\Theta}$, w szczególności $k_{y,\Theta} = f_{y,\Theta} / f_{y,20}$ zdefiniowany dla granicy plastyczności materiału i $k_{E,\Theta} = E_{a,\Theta} / E_{a,20}$ wyspecyfikowany dla modułu sprężystości podłużnej (temperatura $\Theta_a = 20^\circ C$ jest traktowana jako temperatura pokojowa). Wartości tych współczynników, zgodne z rekomendacjami normy [1], zestawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Współczynniki redukcyjne w odniesieniu do temperatury $20^\circ C$

Θ_a	$20^\circ C$	$100^\circ C$	$200^\circ C$	$300^\circ C$	$400^\circ C$	$500^\circ C$	$600^\circ C$	$700^\circ C$	$800^\circ C$	$900^\circ C$	$1000^\circ C$	$1100^\circ C$	$1200^\circ C$
$k_{y,\Theta}$	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,780	0,470	0,230	0,110	0,060	0,040	0,020	0,000
$k_{E,\Theta}$	1,000	1,000	0,900	0,800	0,700	0,600	0,310	0,130	0,090	0,0675	0,045	0,0225	0,000

2 NOŚNOŚĆ NA ZGINANIE ZE ZWICHRZENIEM

Zgodnie z uproszczonym modelem teoretycznym, opisanym szczegółowo w Załączniku D normy [2], zakłada się że naprężenia normalne w rozpatrywanej belce przenoszone są jedynie przez powierzchnię przekroju pasów [3]. Zatem w przypadku belki o przekroju

bisymetrycznym, przy jednakowej grubości t_f i szerokości b_f pasa na całej długości elementu, obliczeniowa nośność na zginanie jest określana z zależności (h_0 jest wysokością środka w świetle pasów):

$$M_{Rd} = \chi_{LT} b_f t_f (h_0 + t_f) f_y / \gamma_{M1} \quad (1)$$

W wyjątkowej sytuacji projektowej uwzględniającej rozgorzenie pożaru powyższa formuła sprowadzi się do postaci:

$$M_{Rd,\Theta} = \chi_{LT,\Theta} b_f t_f (h_0 + t_f) f_{y,\Theta} / \gamma_{M,\Theta} \quad (2)$$

W równaniu (2) dolny indeks Θ wyraża zależność danej wielkości od temperatury stali. Zauważmy, że w przypadku skutecznego zabezpieczenia belki przed zwichrzeniem (także w czasie trwania pożaru) zachodzi $\chi_{LT,\Theta} = 1,0$, a stąd:

$$M_{Rd,\Theta} / M_{Rd} = k_{y,\Theta} \gamma_{M0} / \gamma_{M,\Theta} \quad (3)$$

co oznacza, że redukcja nośności belki w temperaturze pożarowej jest proporcjonalna do redukcji granicy plastyczności stali. Aby zatem określić nośność elementu w pożarze wystarczy przeprowadzić odpowiednie obliczenia dla podstawowej sytuacji projektowej (bez uwzględniania pożaru), a następnie otrzymany rezultat przemnożyć przez współczynnik redukcyjny $k_{y,\Theta}$ odczytany z tabeli 1. Zmiana rodzajów częściowych współczynników bezpieczeństwa w cytowanych powyżej zależnościach nie ma przy tym praktycznego znaczenia, gdyż zgodnie z krajowymi wytycznymi $\gamma_{M0} = \gamma_{M1} = \gamma_{M,\Theta} = 1,0$. Komentując formuły (1), (2) i (3) trzeba wyraźnie zawęzić zakres ich stosowania do belek o falistym środku. Tylko wtedy bowiem granica plastyczności stali f_y nie musi być redukowana do wartości $f_{y,r} = f_y f_T$ na skutek tak zwanego strumienia ścinania ($f_T = 1,0$).

Znacznie bardziej interesujący wydaje się przypadek gdy zwichrzenie belki jest realne. Wtedy, w przypadku pożaru, zachodzi:

$$\chi_{LT,\Theta} = \left(\Phi_{LT,\Theta} + \sqrt{\Phi_{LT,\Theta}^2 - \lambda_{LT,\Theta}^2} \right)^{-1} \quad (4)$$

gdzie:

$$\Phi_{LT,\Theta} = 0,5 \left[1 + \alpha_{LT} (\lambda_{LT,\Theta} - 0,2) + \lambda_{LT,\Theta}^2 \right] \quad (5)$$

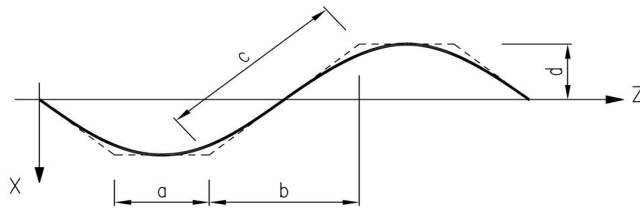
przy czym:

$$\lambda_{LT,\Theta} = \sqrt{M_{p,\Theta} / M_{cr,\Theta}} \quad (6)$$

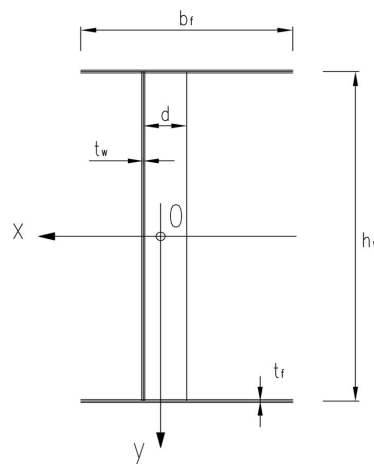
Wielkość $M_{p,\Theta}$ jest miarą plastycznej nośności przekroju przenoszącego zginanie, a więc - zgodnie z modelem teoretycznym - liczonego z pominięciem powierzchni przekroju poprzecznego profilowanego środka [3], czyli:

$$M_{p,\Theta} = b_f t_f (h_0 + t_f) k_{y,\Theta} f_{y,20} \quad (7)$$

Dla uproszczenia zapisu do dalszych rozważań wprowadzimy wielkość $h_w = h_0 + t_f$ wyrażającą ramię pary sił tworzących moment $M_{p,\Theta}$. Do wyznaczenia wartości krytycznego momentu $M_{cr,\Theta}$ uogólniono formułę wyspecyfikowaną i zweryfikowaną w pracach [4], [5] i [6] dla podstawowej sytuacji projektowej (bez rozważania pożaru), miarodajną dla belek z fałdą trapezową. W tym celu należy określić warunki równoważności fałdy sinusoidalnej i trapezowej (patrz rys. 2). Na rys. 3 natomiast pokazano interpretację oznaczeń stosowanych w dalszych rozważaniach.



Rys. 2. Warunki równoważności fałdy sinusoidalnej i trapezowej.



Rys. 3. Przekrój poprzeczny belki i główne centralne osie bezwładności.

Ogólna postać wzoru na $M_{cr,\Theta}$, uogólniona na przypadek pożaru, jest następująca:

$$M_{cr,\Theta} = \frac{\pi}{L} \sqrt{k_{E,\Theta} E_{a,20} I_{y,c} G_{c,\Theta} J_c} \sqrt{1 + W_{\Theta}^2} \quad (8)$$

przy czym:

- $G_{c,\Theta}$ - moduł sprężystości przy ścinaniu dla stali belki z falistym środkiem [7] (patrz rys. 2):

$$G_{c,\Theta} = \frac{a+b}{a+c} G_{\Theta}, \quad \text{gdzie} \quad G_{\Theta} = \frac{k_{E,\Theta} E_{a,20}}{2(1+\nu)} \quad \text{oraz} \quad \nu = 0,3 \quad (9)$$

- $I_{y,c}$ - główny centralny moment bezwładności względem osi y (patrz rys. 3):

$$I_{y,c} = \frac{t_f b_f (2t_f b_f^3 + t_w h_w b_f^2 + 12d^2 t_w h_w)}{6(2t_f b_f + t_w h_w)} \quad (10)$$

- J_c - stała skręcania swobodnego przekroju belki dwuteowej o średniku z fałdą trapezową [4], [5]:

$$J_c = \frac{1}{3} (2b_f t_f^3 + h_w t_w^3) \quad (11)$$

- $C_{w,c}$ - stała skręcania skrępowanego przekroju belki dwuteowej o średniku z fałdą trapezową [4], [5]:

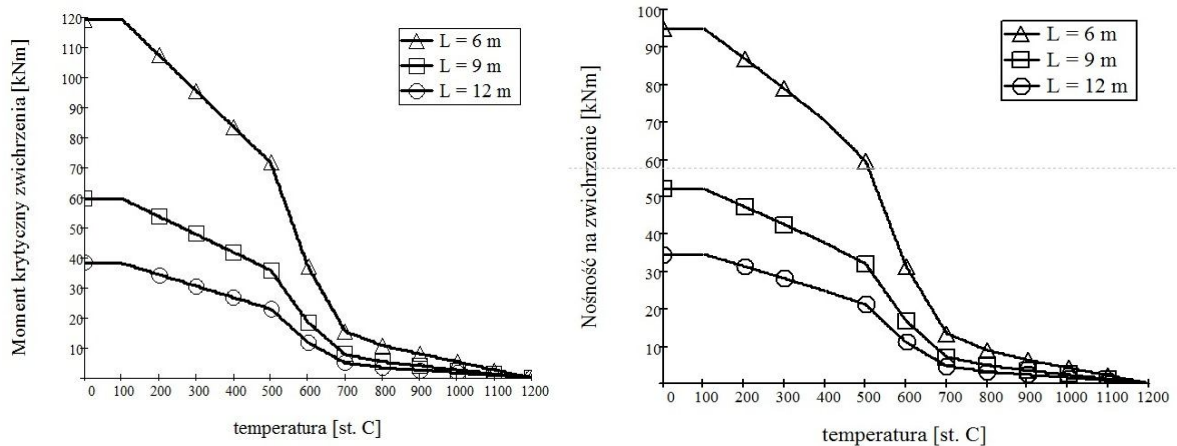
$$C_{w,c} = \frac{h_w^2 t_f b_f (6t_f b_f^3 + t_w h_w b_f^2 + 12d^2 t_w h_w)}{24(6t_f b_f + t_w h_w)} \quad (12)$$

- W_Θ - współczynnik uwzględniający efekt spaczenia [4], [5]:

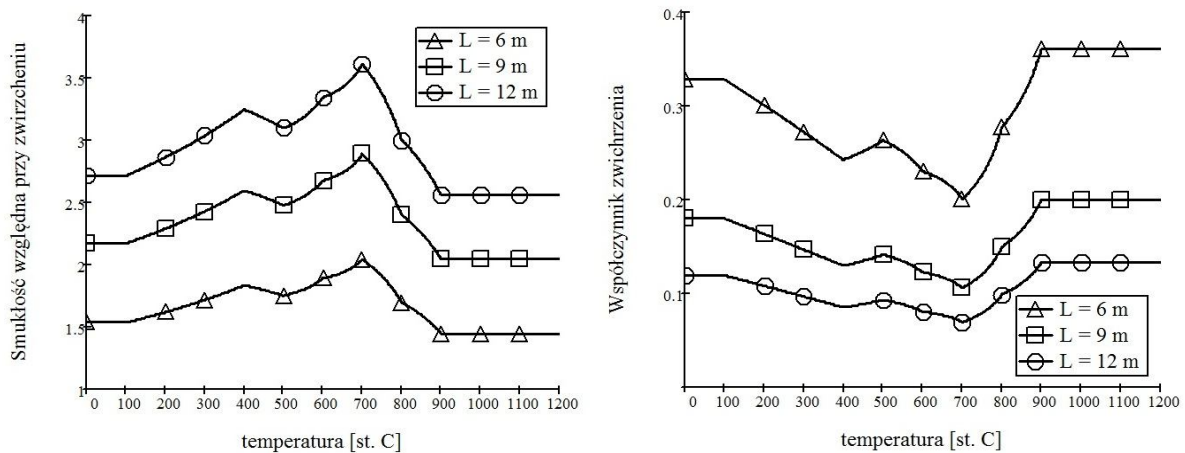
$$W_\Theta = \frac{\pi}{L} \sqrt{\frac{k_{E,\Theta} E_{a,20} C_{w,c}}{G_{c,\Theta} J_c}} \quad (13)$$

Szczegółową analizę stopnia redukcji nośności elementu na zginanie w warunkach pożaru przeprowadzono dla belki WTA500x200x12, dla której (patrz rys. 2 i rys. 3): $b_f = 200\text{mm}$, $t_f = 12\text{mm}$, $h_0 = 500\text{mm}$, $t_w = 2\text{mm}$, $a = 30\text{mm}$, $b = 47,5\text{mm}$, $c = 62,1\text{mm}$, $d = 20\text{mm}$. Wykresy zamieszczone w niniejszej pracy sporządzono dla stali S235 o parametrach: $f_{y,20} = 235\text{MPa}$, $E_{a,20} = 210\text{GPa}$, $G_{20} = 81\text{GPa}$, $\nu = 0,3$. Rozważano belkę swobodnie podpartą o rozpiętości przęsła L równej odpowiednio: 6m , 9m i 12m . Moment krytyczny $M_{cr,\Theta}$ obliczono przy założeniu równomiernego rozkładu momentu zginającego na długości belki. Dla innych rozkładów momentu należy wprowadzić odpowiednią korektę do otrzymanej wartości współczynnika $\chi_{LT,\Theta}$. Uzyskaną z obliczeń zależność momentu krytycznego $M_{cr,\Theta}$ od temperatury stali Θ_a pokazano na rys. 4. Porównując ten wykres z wartościami współczynnika $k_{E,\Theta}$ z tabeli 1 można dojść do wniosku, że zmiany momentu krytycznego ze wzrostem temperatury w zasadzie odzwierciedlają odpowiednie zmiany modułu sprężystości liniowej. Prawidłowość ta w dużej mierze przekłada się również na zależność efektywnej nośności $M_{Rd,\Theta}$ w funkcji temperatury. Trzeba jednak zwrócić szczególną uwagę na przebieg zmian współczynnika niestateczności $\chi_{LT,\Theta}$ (patrz rys. 5). Jest on ściśle powiązany z odpowiednią zmiennością smukłości względnej $\lambda_{LT,\Theta}$ (patrz rys. 5). Wykresy zaprezentowane na rys. 5 mogą budzić zdziwienie. Są one jednak bezpośrednim efektem przyjęcia w normie [1] sposobu opisu zmian wartości granicy plastyczności i modułu sprężystości podłużnej stali przy pomocy linii łamanych (patrz tabela 1). Nie wynikają zatem z samej natury zjawiska fizycznego, ale jedynie z zastosowanej formalnie metodyki jego modelowania. Warto przy tym podkreślić, że z uwagi na bardzo znaczny rozrzut statystyczny wartości współczynników $k_{y,\Theta}$ i $k_{E,\Theta}$, otrzymanych w wielokrotnie powtarzanych, znormalizowanych próbach laboratoryjnych, jednoznaczne określenie ich miarodajnej

wartości w zadanej temperaturze stali w zasadzie nie jest możliwe.



Rys. 4. Zależności pomiędzy temperaturą stali a momentem krytycznym zwichrzenia (po lewej) i nośnością na zginanie ze zwichrzeniem (po prawej) przy różnych rozpiętościach belki.



Rys. 5. Zależność smukłości względnej (po lewej) i współczynnika zwichrzenia (po prawej) od temperatury stali.

3 NOŚNOŚĆ NA ŚCINANIE

Współczynnik redukcyjny z uwagi na niestateczność przy ścinaniu w warunkach pożarowych definiowany jest przez autorów niniejszej pracy jako minimum z określonych w danej temperaturze stali wartości współczynników kwantyfikujących efekty lokalnej i globalnej formy utraty stateczności, w szczególności:

$$\chi_{c,\Theta} = \min \left(\frac{1,15}{0,9 + \sqrt{\frac{k_{y,\Theta} f_{y,20}}{\tau_{cr,l,\Theta} \sqrt{3}}}}; \frac{1,5}{0,5 + \sqrt{\frac{k_{y,\Theta} f_{y,20}}{\tau_{cr,g,\Theta} \sqrt{3}}}} \right) \quad (14)$$

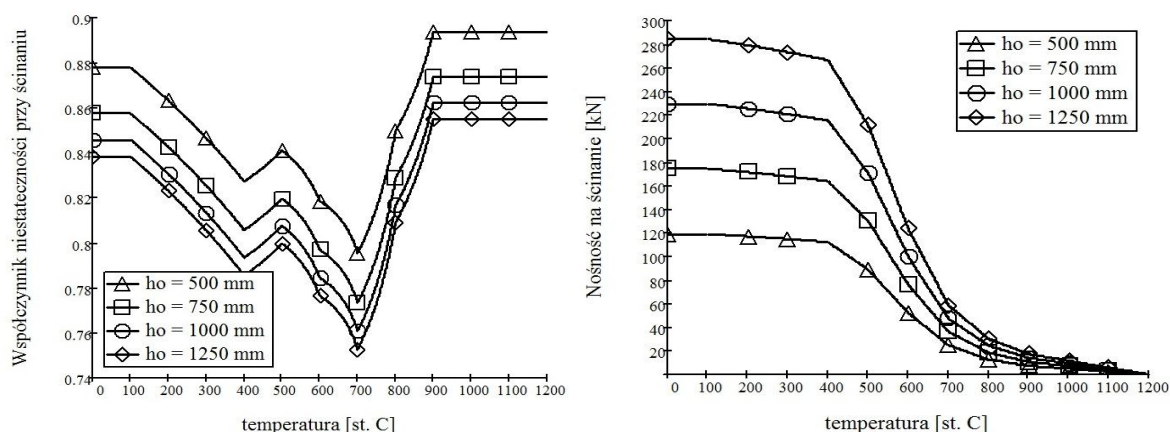
gdzie $\tau_{cr,l,\Theta}$ i $\tau_{cr,g,\Theta}$ są zależnymi od temperatury stali naprężeniami krytycznymi przy ścinaniu, określonymi odpowiednio dla lokalnej (dolny indeks l) i globalnej (dolny indeks g) formy niestateczności. Zgodnie z zaleceniami normy [2] wylicza się je z zależności:

$$\tau_{cr,l,\Theta} = \left(5,34 + \frac{a_3 s}{h_0 t_w} \right) \frac{\pi^2 k_{E,\Theta} E_{a,20}}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t_w}{s} \right)^2 \quad (15)$$

$$\tau_{cr,g,\Theta} = \frac{32,4}{h_0^2 t_w} \sqrt[4]{\frac{k_{E,\Theta} E_{a,20} t_w^3}{12(1-\nu^2)} \frac{w}{s} \left(\frac{k_{E,\Theta} E_{a,20} I_z}{w} \right)^3} \quad (16)$$

w których s jest długością sinusoidalnej fałdy mierzoną po jej konturze, $a_3 = 2d$ (patrz rys. 2) zdwojoną amplitudą fałdy, $w = a + b$ (patrz rys. 2), natomiast I_z jest momentem bezwładności pojedynczej fałdy przedstawionej na rys. 2 względem osi z . Bardziej szczegółowe rozważania na temat parametrów niestateczności przy ścinaniu belek ze środkiem z blachy profilowanej można znaleźć na przykład w [8]. Ostatecznie uogólniona na przypadek pożaru obliczeniowa nośność belki ścinanej wyrazi się formułą:

$$V_{Rd,\Theta} = \chi_{c,\Theta} \frac{k_{y,\Theta} f_{y,20}}{\sqrt{3} \gamma_{M,fi}} h_w t_w \quad (17)$$



Rys. 6. Zależność współczynnika niestateczności (po lewej) i nośności na ścinanie (po prawej) od temperatury stali.

Szczegółową analizę w tym przypadku przeprowadzono dla belek WTA500x200x12, WTA750x200x12, WTA1000x200x12 i WTA1250x200x12, których podstawowe wymiary geometryczne są następujące: $b_f = 200\text{mm}$, $t_f = 12\text{mm}$, $t_w = 2\text{mm}$, $a = 30\text{mm}$, $b = 47,5\text{mm}$, $c = 62,1\text{mm}$, $d = 20\text{mm}$ i wysokość środka odpowiednio $h_0 = 500; 750; 1000; 1250\text{ mm}$. Właściwości stali przyjęto identycznie jak w analizie nośności na zginanie. Otrzymane zależności pomiędzy temperaturą stali a współczynnikiem niestateczności $\chi_{c,\Theta}$ oraz obliczeniową nośnością $V_{Rd,\Theta}$ zostały pokazane na rys. 6. Ich kształt z formalnego punktu widzenia odpowiada przebiegowi zmienności ze wzrostem temperatury stali analogicznych wielkości określonych dla przypadku zginania (porównaj rys. 4).

4 UWAGI KOŃCOWE

Zaprezentowany w pracy prosty algorytm obliczeniowy pozwala na wstępne oszacowanie stopnia degradacji nośności belki typu SIN w warunkach pożaru. W obliczeniach należy uwzględnić nie tylko redukcję podstawowych właściwości mechanicznych stali, ale i zależność od temperatury różnego typu współczynników

niestateczności, w tym χ_{LT} i χ_c . Dalsze badania powinny umożliwić rozważenie roli interakcji potencjalnych form lokalnej utraty stateczności środnika. Zaproponowane podejście trzeba ograniczyć do belek o przekrojach klasy 1, czyli takich dla których w temperaturze pożarowej prawdziwa jest nierówność $0,5(b_f - t_w)/t_f \leq 9\sqrt{k_{E,\Theta}/k_{y,\Theta}}\sqrt{E_{a,20}/f_{y,20}}$ [9].

PIŚMIENNICTWO

- [1] PN-EN 1993-1-2, Eurokod 3. Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-2: Reguły ogólne. Obliczanie konstrukcji z uwagi na warunki pożarowe.
- [2] PN-EN 1993-1-5, Eurokod 3. Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-5: Blachownice.
- [3] Elgaaly M., Seshadri A., Hamilton R. W.: Bending strength of steel beams with corrugated webs, *Journal of Structural Engineering*, 1997, 123 (6), str. 772-782,
- [4] Jiho Moon, Jong-Won Yi, Byung H. Choi, Hak-Eun Lee: Lateral-torsional buckling of I-girder with corrugated webs under uniform bending, *Thin-Walled Structures*, 47/2009, str. 21-30,
- [5] Ngoc Duong Nguyen, Sung Nam Kim, Seung-Ryong Han, Young-Jong Kang: Elastic lateral-torsional buckling strength of I-girder with trapezoidal web corrugations using a new warping constant under uniform moment, *Engineering Structures*, 32/2010, str. 2157-2165,
- [6] Sayed – Ahmed E. Y.: Lateral torsion-flexure buckling of corrugated web steel girders, *Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Structures and Buildings*, 158, Feb. 2005, str. 53-69,
- [7] Samanta A., Mukhopadhyay M.: Finite element static and dynamic analyses of folded plates, *Engineering Structures*, 1999, 21, str. 227-287,
- [8] Jongwon Yi, Heungbae Gil, Kwangsoo Youm, Hakeun Lee: Interactive shear buckling behaviour of trapezoidally corrugated steel webs, *Engineering Structures*, 2008, 30, str. 1659-1666,
- [9] Maślak M.: Trwałość pożarowa stalowych konstrukcji prętowych, Monografia 370, Seria „Inżynieria Lądowa”, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków, 2008.

RESISTANCE OF STEEL BEAMS WITH SINUSOIDALLY CORRUGATED WEB – STANDARD APPROACH TO EVALUATION GENERALIZED TO THE FIRE CASE

Summary

A simple calculation technique, helpful in the evaluation of fire resistance of steel I-beams with sinusoidally corrugated web, is shown in detail and widely discussed in the presented paper. It is based on the PN-EN 1993-1-5 standard recommendations and, moreover, it is fully compatible with the design approach given in PN-EN 1993-1-2. Both bending carrying capacity with the imminence of the occurrence of lateral-torsional buckling and shear resistance of corrugated web are estimated for fully developed fire conditions. Not only the values of basic material properties, particularly of steel yield point and elasticity modulus, are reduced when high temperature is taken into account, but also the corresponding instability factors, quantifying the influence of local and global buckling phenomena. The proposed methodology is applicable for the assessment in such analysis only if the beam cross-section belongs to class 1 and, conclusively, the plastic deformations of the member are acceptable.

Anna PALISSON SOKÓŁ¹
Leopold SOKÓŁ²
SOKOL PALISSON Consultants, Francja
SOKOL Consultants, Francja

WYMIAROWANIE BLACH FAŁDOWYCH STOSOWANYCH W PŁYTACH ZESPOLONYCH STALOWO-BETONOWYCH

STRESZCZENIE

Zgodnie z normą europejską ENV 1994-1-1 z roku 1992 ([1]), blachy fałdowe stosowane w płytach zespolonych stalowo-betonowych należało obliczać w stanie sprężystym, wykluczającym pojawienie się przegubów plastycznych na podporach.

W wyniku prac badawczo – wdrożeniowych zrealizowanych na początku lat dziewięćdziesiątych ubiegłego stulecia wykazano, że ten typ obliczeń prowadził do rozwiązań nieekonomicznych, nieuzasadnionych z punktu widzenia technicznego i zaproponowano model zachowania z przegubami plastycznymi na podporach ([2]).

Model ten został zaakceptowany przez komitet naukowy i techniczny SC4/TC250 i wprowadzony do ostatecznej wersji EN 1994-1-1 [3]. Procedura dla tych obliczeń, przeznaczona również dla blach przekryć dachowych, została podana w EN 1993-1-3 ([4]).

Warunkiem stosowania tego sposobu obliczeń jest doświadczalne sprawdzenie zachowania blachy na podporach pośrednich:

- wytrzymałość przekroju (interakcja momentu i reakcji),
- zdolność przekroju do obrotu (zależność moment – obrót),

przy czym w odniesieniu do blach fałdowych stosowanych w płytach zespolonych należy dodatkowo uwzględnić schematy obciążeń według normy EN 1991-1-6 ([5]).

Należy tu jednak zauważyć, że wyżej wymienione normy nie zawsze podają szczegółowo i w sposób "explicite" tok postępowania. W niniejszym opracowaniu podane są więc dodatkowe informacje przeznaczone dla użytkowników tych norm.

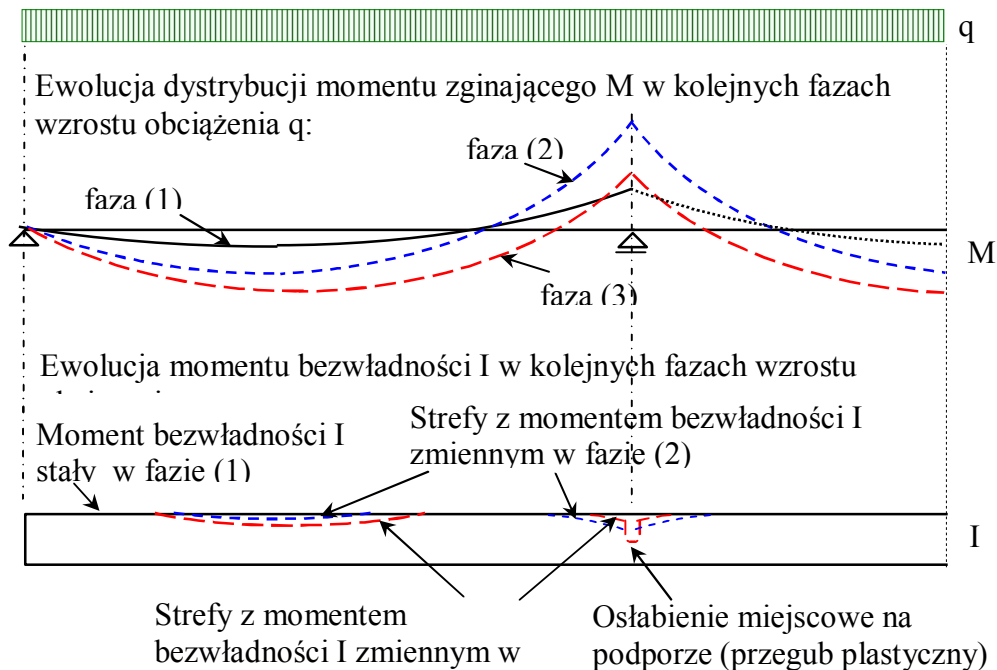
Słowa kluczowe: Blacha fałdowa, faza konstrukcji, interakcja moment – reakcja, płyta zespolona stalowo – betonowa, przegub plastyczny, przekrój zastępczy, zależność moment – obrót

¹ spconsultants@yahoo.fr

² leopoldsokol@aol.com

1 WSTEP

Weźmy blachę fałdową w układzie wieloprzęsłowym poddaną stopniowo zwiększającemu się obciążeniu jednostajnie rozłożonemu. Rozróżnimy trzy fazy pracy układu ([6],[7]) zilustrowane na Rys. 1.



Rys. 1 Fazy pracy blachy w układzie ciągłym

W fazie (1), przy małych naprężeniach, moment bezwładności na całej długości zachowuje swoją pełną wartość I_b . Układ znajduje się w fazie zachowania liniowego – sprężystego: moment zwiększa się z zależnością homotetyczną, ugięcie jest proporcjonalne do obciążenia.

Od chwili gdy przekroje najbardziej obciążone (w obrębie podpory pośredniej) wchodzi w stan post-krytyczny, zaczyna się faza (2), w czasie której moment bezwładności nie jest stały na całej długości, w związku z czym układ nie zachowuje się liniowo. Stateczność sprężysta ścianek i ewentualnych usztywnień podłużnych jest osiągnięta, natomiast naprężenia nie osiągają jeszcze granicy sprężystości. Po odciążeniu układ wraca do swojego wyjściowego położenia, bez odkształceń plastycznych, to znaczy że zachowuje się on elastycznie, choć już nie liniowo.

Po spowodowaniu odkształceń plastycznych pod wpływem interakcji momentu i reakcji, na podporze jest utworzony przegub plastyczny i układ wchodzi w fazę (3): w miarę jak obciążenie wzrasta, moment rezydualny na podporze się zmniejsza, natomiast ugięcie i moment przęsłowy wzrastają.

Zniszczenie następuje, gdy w przęśle tworzy się drugi przegub plastyczny, zamieniając układ w mechanizm (układ geometrycznie zmienny), lub gdy na podporze skrajnej jest osiągnięta wytrzymałość przekroju na zmiążdżenie.

Reasumując, można zauważyć, że w zachowaniu układu ciągłego zasadniczą rolę odgrywa przekrój znajdujący się nad podporą pośrednią, na którym w niniejszym opracowaniu zostanie skoncentrowana nasza uwaga.

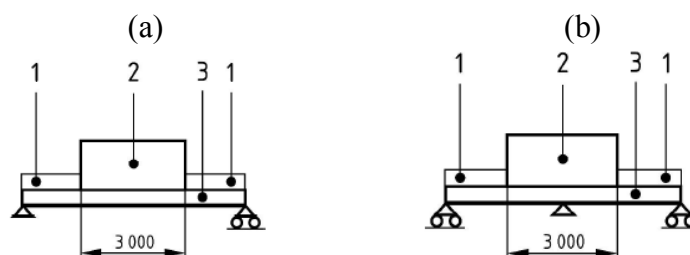
2 OBCIĄŻENIA DZIAŁAJĄCE NA BLACHĘ W FAZIE WYKONAWCZEJ

W fazie wylewania betonu przed jego związaniem należy uwzględnić następujące obciążenia:

- ciężar własny blachy i betonu mokrego,
- obciążenia konstrukcyjne, zawierające akumulację lokalną betonu określoną w normie [5],
- wpływ dodatkowego ciężaru betonu spowodowanego ugięciem blachy.

Stosownie do normy [5], w fazie wykonawczej należy uwzględnić takie położenie obciążeń, przy którym rozważany efekt jest największy.

W dużym skrócie i uproszczeniu można powiedzieć, że na przykład dla sprawdzenia wytrzymałości w przęśle, należy przyjąć obciążenie według schematu (a) i dla sprawdzenia wytrzymałości na podporze pośredniej, według schematu (b) (Rys. 2).



Rys. 2 Rozkład obciążeń w fazie konstrukcji według normy [5]

3 SPRAWDZENIE WYTRZYMAŁOŚCI BLACHY W UKŁADZIE CIĄGŁYM

3.1 Stanowisko normy EN 1993-1-3 [4]

3.1.1 Obliczenia teoretyczne

Według [4] obliczenia teoretyczne należy wykonywać przy założeniu zachowania sprężystego. W stanie granicznym nośności przekrój na podporze powinien spełnić warunek:

$$M_{i,Ed} / M_{i,Rd} \leq 1 \quad (1)$$

$$R_{i,Ed} / R_{i,Rd} \leq 1 \quad (2)$$

$$\frac{M_{i,Ed}}{M_{i,Rd}} + \frac{R_{i,Ed}}{R_{i,Rd}} \leq 1.25 \quad (3)$$

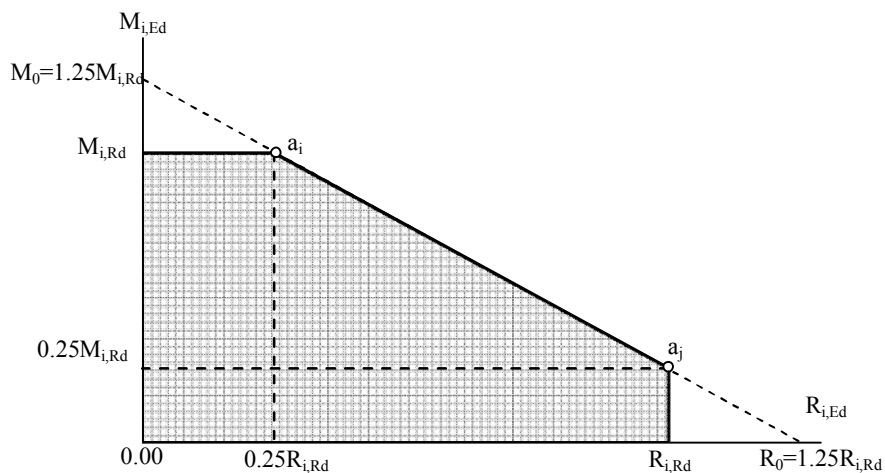
gdzie: $M_{i,Ed}$ jest momentem spowodowanym obciążeniem obliczeniowym

$M_{i,Rd}$ jest wytrzymałością obliczeniową na zginanie

$R_{i,Ed}$ jest reakcją spowodowaną obciążeniem obliczeniowym

$R_{i,Rd}$ jest wytrzymałością obliczeniową na reakcję podporową

Zależności (1) – (3) można zobrazować wykresem pokazanym na Rys. 3.



3 Wykres przedstawiający wytrzymałość przekroju na podporze pośredniej

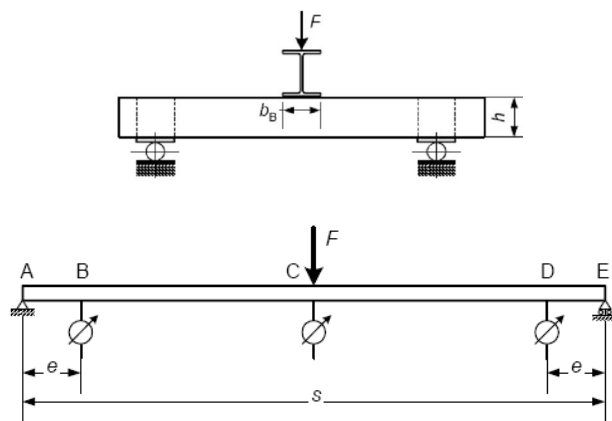
3.1.2 Obliczenia wspomagane badaniami

Aby móc wykorzystać rezerwę plastyczną po przekroczeniu wytrzymałości przekroju na podporze, należy dysponować następującymi danymi:

- zależność moment – reakcja (nazywana w umownym skrócie "M-R")
- zależność moment – obrót (nazywana w umownym skrócie "M- θ ")

W literaturze można spotkać próby teoretycznego ujęcia tych zależności ([8], [9]), [10] i [11]), jednakże nie znalazły one praktycznego zastosowania.

Norma [4] przewiduje, że dane te należy uzyskać z badań doświadczalnych, według procedury podanej w Aneksie A tej normy. Układ badawczy jest pokazany na Rys. 4.



Rys. 4 Układ badawczy dla określenia zachowania blachy na podporze pośredniej [4]

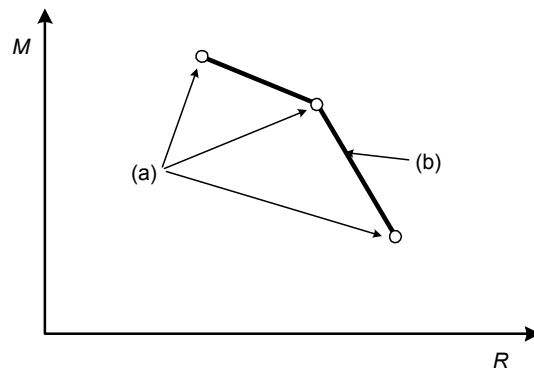
Obciążenie F z siłownika przekazane jest na blachę za pośrednictwem belki, która odpowiada podporze o szerokości b_e . W tym układzie moment i reakcja pod siłą F są związane zależnością:

$$M = F \cdot s / 4 \quad (4)$$

Aby pokryć zakres przewidzianych rozpiętości (z wartością minimalną L_{min} i maksymalną L_{max}), rozpiętość s próbek jest zawarta w granicach $0.4L_{min} \leq s \leq 0.4L_{max}$. Czujniki ugięć usytuowane w punktach B i D pozwalają na wyeliminowanie wpływu

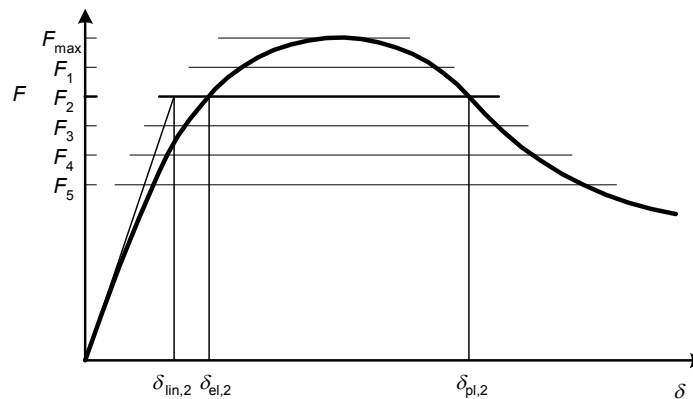
osiadania próbki na podporach. Aby móc kontynuować badania po przekroczeniu wytrzymałości blachy, obciążenie siłownika należy dozować z kontrolą przesunięcia.

Wyniki "brutto" badań należy najpierw skorygować biorąc pod uwagę odchyłki od nominalnej granicy sprężystości i grubości blachy a następnie określić wartości charakterystyczne przy pomocy analizy statystycznej w funkcji odchylenia standardowego i ilości przebadanych próbek należących do jednej populacji. Otrzymane w ten sposób wartości "M-R" dla różnych długości próbek, oznaczone jako (a), są przedstawione schematycznie na Rys. 5.



Rys. 5 Wyniki badań typu "M-R" dla 3 różnych długości próbek

Linia łamana (b) określa wytrzymałość pod jednoczesnym działaniem momentu i reakcji. W czasie obliczeń, punkty odpowiadające tej parze wysiłków muszą znajdować się poniżej tej linii. Dla każdej grupy próbek o tych samych wymiarach, określa się następnie zależność " $F - \delta$ " (obciążenie - ugięcie). Przykład takiej zależności jest pokazany na Rys. 6.



Rys. 6 Przykład zależności siły F od ugięcia δ , otrzymanej z badań ([4])

Obrót θ przekroju jest określony funkcjami:

$$\theta = \frac{2(\delta_{pl} - \delta_e - \delta_{lin})}{0,5s - e} \quad (5a)$$

$$\theta = \frac{2(\delta_{pl} - \delta_e - \delta_{el})}{0,5s - e} \quad (5b)$$

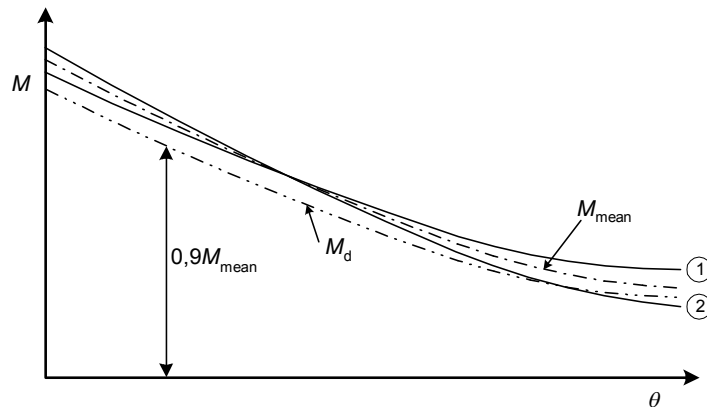
gdzie: δ_{el} jest ugięciem dla danego obciążenia F_i na części wznoszącej wykresu, przed osiągnięciem obciążenia F_{max}

δ_{pl} jest ugięciem na części opadającej wykresu, odpowiadające temu samemu obciążeniu F_i
 δ_{in} jest ugięciem zastępczym, które byłoby otrzymane przy zachowaniu liniowym
 δ_e jest ugięciem zmierzonym w odległości e od podpory
 s jest rozpiętością próbki

Wzór (5a) ma zastosowanie, gdy w obliczeniach dystrybucji momentów w wyniku obrotu θ przyjmuje się stały moment bezwładności na całej długości, równy momentowi całkowitemu ("brutto") przekroju.

Wzór (5b) ma zastosowanie, gdy w obliczeniach dystrybucji momentów w wyniku obrotu θ przyjmuje się zmienny moment bezwładności, równy momentowi zastępczemu bezwładności spowodowanemu momentem w danym przekroju. W praktyce dzieli się wówczas przeszło na określoną ilość odcinków, ze stałym "uśrednionym" momentem dla każdego odcinka.

Przykład zależności " $M-\theta$ " jest pokazany na Rys. 7.



Rys. 7 Przykład zależności " $M-\theta$ " dla grupy próbek o danej długości ([4]).

Dla każdej grupy próbek o tych samych wymiarach, określa się krzywe "średnie zredukowane" (średnia wartość pomnożona przez współczynnik redukcyjny 0,9) przedstawiające zależność obliczeniową " $M-\theta$ ".

3.2 Interpretacja zasad podanych w [4]

Naszym celem będzie teraz określenie wspólnej płaszczyzny dla obliczeń teoretycznych z zależnością pokazaną na Rys 3 i obliczeń wspomaganých badaniami, z zależnością pokazaną na Rys. 5.

Z punktu widzenia formalnego, w obliczeniach wspomaganých badaniami można sparametryzować obliczenia w odniesieniu do każdego z odcinków interpolacyjnych (b) pomiędzy punktami (a) otrzymanymi z badań próbek o różnych długościach. Obliczenia te są jednakże utrudnione w porównaniu do znacznie prostszego prawa zachowania przyjętego w obliczeniach teoretycznych wg Rys. 1.

Nasuwa się, więc idea uproszczenia polegającego na zastąpieniu linii łamanej złożonej z wielu odcinków (b) przez jeden odcinek poprowadzony w taki sposób, by żaden z punktów pomiarów nie znalazł się poniżej tego odcinka, według schematu pokazanego na Rys. 8.

Prosta przechodząca przez punkty a_i i a_j przecina osie układu w punktach M_0 i R_0 określona wzorami:

$$M_0 = M_{i,max} * \alpha_M \quad (6)$$

$$R_0 = R_{i,max} * \alpha_R \quad (7)$$

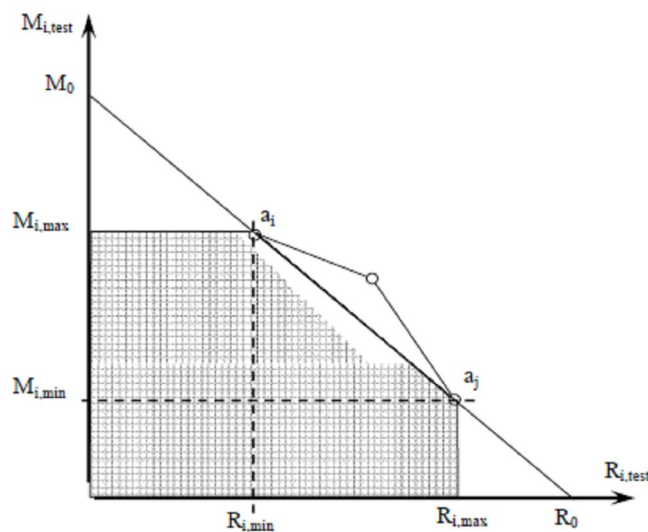
gdzie:

$$\alpha_M = \frac{\eta_M \eta_R - 1}{\eta_M (\eta_R - 1)} \quad (8)$$

$$\alpha_R = \frac{\eta_M \eta_R - 1}{\eta_R (\eta_M - 1)} \quad (9)$$

$$\eta_M = \frac{M_{i,max}}{M_{i,min}} \quad (10)$$

$$\eta_R = \frac{R_{i,max}}{R_{i,min}} \quad (11)$$



Rys. 8 Schemat zastępczy dla sprawdzenia interakcji "M-R" na podporze

Aby otrzymać zapas bezpieczeństwa 10% wymagany klauzula 7.2(1) normy [4], wartości M_0 i R_0 należy przemnożyć przez współczynnik $\chi = 0.9$ i ostatecznie otrzymuje się następującą zależność dla interakcji "M-R":

$$\frac{M_{i,Es}}{\alpha_M M_{i,max}} + \frac{R_{i,Es}}{\alpha_R R_{i,max}} \leq \chi \quad (12)$$

gdzie: $M_{i,Es}$ jest momentem spowodowanym obciążeniem charakterystycznym
 $R_{i,Es}$ jest momentem spowodowanym obciążeniem charakterystycznym
 $M_{i,max}$ i $R_{i,min}$ są wytrzymałościami odpowiadającymi punktowi a_i na Rys. 8
 $R_{i,max}$ i $M_{i,min}$ są wytrzymałościami odpowiadającymi punktowi a_j na Rys. 8
 Należy oczywiście spełnić dwa związane z tym warunki:

$$M_{i,Es} / M_{i,Rs} \leq \chi \quad (13)$$

$$R_{i,Es} / R_{i,Rs} \leq \chi \quad (14)$$

Zauważmy, że jeśli wyrazimy równanie (3) w postaci:

$$\frac{M_{i,Ed}}{1.25 M_{i,Rd}} + \frac{R_{i,Ed}}{1.25 R_{i,Rd}} \leq 1 \quad (3')$$

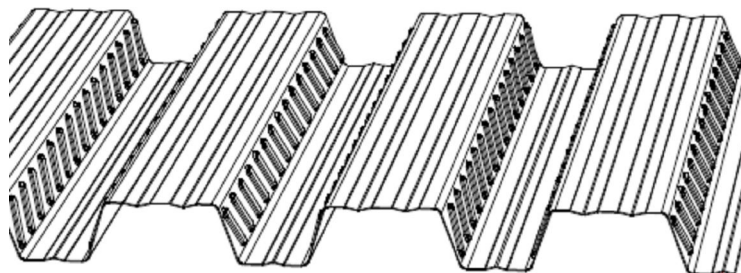
wówczas równanie (12) będzie przedstawiało uogólnioną postać równania (3').

Należy tu jednak zwrócić uwagę na zasadniczą różnicę w zasadach stosowania tych równań:

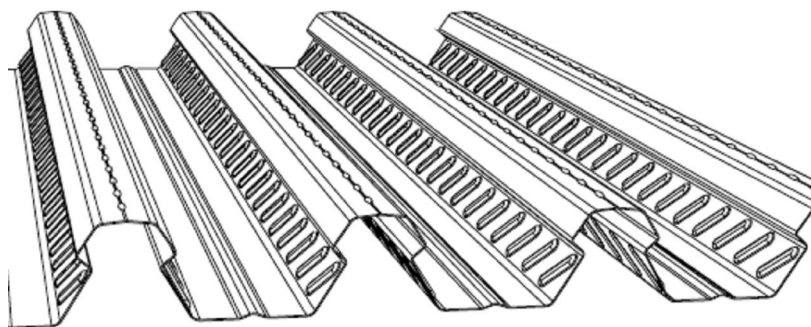
- przy obliczeniu teoretycznym wysiłki $M_{i,Ed}$ i $R_{i,Rd}$ obliczane są w stanie granicznym nośności,
- przy obliczeniu teoretycznym wysiłki $M_{i,Es}$ i $R_{i,Rs}$ obliczane są w stanie granicznym użyteczności.

Wynika z tego, że obliczenia wspomagane badaniami są znacznie korzystniejsze niż obliczenia teoretyczne.

Zanim przejdziemy do praktycznej ilustracji interpretacji badań według wyżej przedstawionej procedury, zaprezentujemy przykłady blach stosowanych w płytach zespolonych (Rys. 9. i 10):

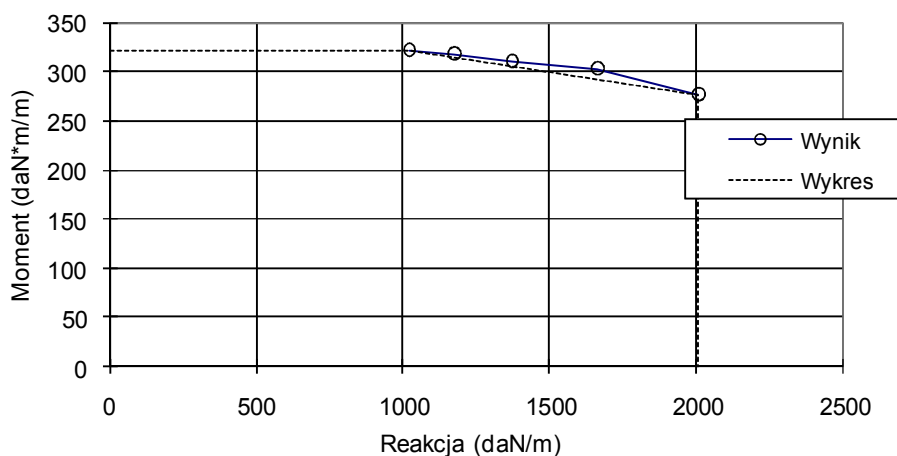


Rys. 9. Profil Cofraplus 60 firmy ArcelorMittal



Rys. 10. Profil Cofrastra 70 firmy ArcelorMittal

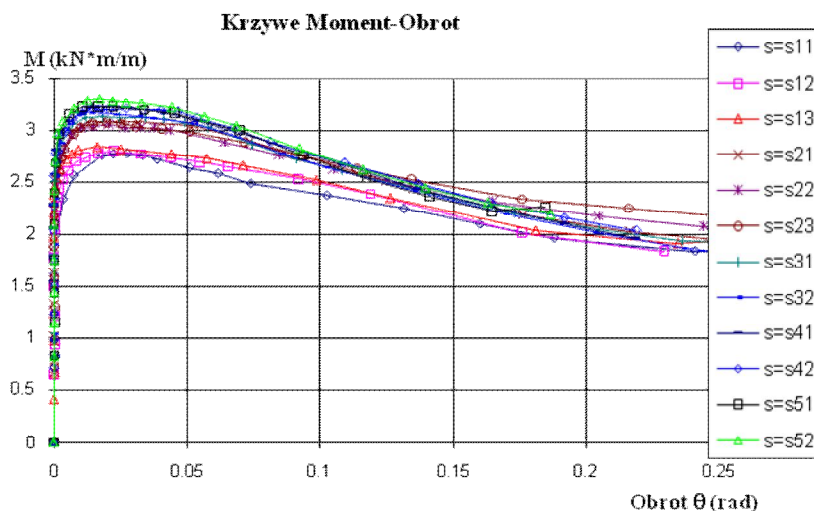
W poniższym przykładzie, populacja próbek badawczych składa się z pięciu grup blach o tej samej grubości i o różnych długościach. Wykres otrzymanej zależności "M-R" dla każdej z tych grup jest pokazany na Rys. 11.



Rys. 11 Wykres wytrzymałości na interakcje otrzymanej z badań

Wyniki podane na wykresie odpowiadają wartościom charakterystycznym, to znaczy po korekcie i interpretacji statystycznej.

W danym przypadku obroty θ są określone przy pomocy równania (5a), które ma tę zaletę, że w czasie obliczeń dystrybucji momentów pozwala uniknąć dodatkowej iteracji związanej ze zmianą zastępczego momentu bezwładności podczas iteracji obrotu na podporze. Otrzymana zależność " $M-\theta$ " jest pokazana na Rys. 12.



Rys. 12. Wykres zależności " $M-\theta$ " otrzymany z badań dla kompletu próbek

Na rys. 12 $s=s_{ij}$, gdzie: i wskazuje numer grupy próbek o danej długości, - j wskazuje numer próbki o danej długości.

Kształt krzywych na rys 12 wskazuje, że:

- zachowanie nieliniowe zaczyna się w końcowej części fazy sprężystej, przed osiągnięciem wytrzymałości,
- w fazie nieliniowej, w miarę jak wzrasta obrót na podporze, moment rezydualny w przegubie plastycznym maleje, zachowując jednak wielkość znaczącą (na ogół od 40 do 70% wielkości maksymalnej).

Zasady obliczeń z wykorzystaniem zależności " $M-R$ " i " $M-\theta$ " są następujące:

- stan graniczny użyteczności jest określony dwoma kryteriami:
 - ugięcie graniczne ($L/180$),
 - osiągnięcie wytrzymałości na podporze pośredniej, określone warunkami (12) – (14)
- stan graniczny nośności jest określony następującymi warunkami:
 - osiągnięcie wytrzymałości na zginanie w przęśle, przekształcające układ w mechanizm,
 - osiągnięcie wytrzymałości na podporze skrajnej,
 - przekroczenie zdolności do obrotu (maksymalnego obrotu zarejestrowanego w badaniach).

Uwaga:

Według normy [4], nie jest dopuszczalne utworzenie przegubu plastycznego na podporach tymczasowych (stemplach). Znaczy to, że wytrzymałość na tych podporach jest sprawdzana w stanie granicznym nośności według wzorów:

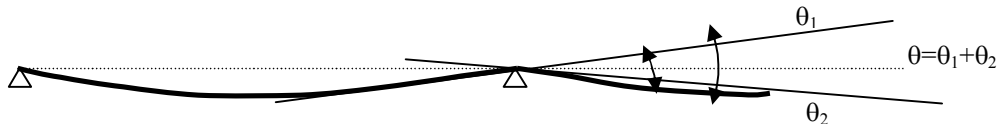
$$\frac{M_{i,Ed}}{\alpha_M M_{i,max}} + \frac{R_{i,Ed}}{\alpha_R R_{i,max}} \leq 1 \quad (15)$$

$$M_{i,Ed} / M_{i,max} \leq 1 \quad (16)$$

$$R_{i,Ed} / R_{i,max} \leq 1 \quad (17)$$

3.3 Model obliczeniowy

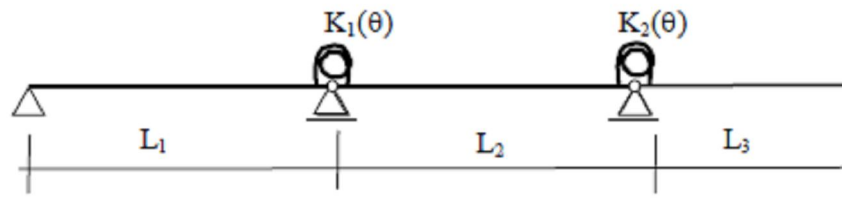
Obrót przekroju na podporze pośredniej w układzie ciągłym wieloprzęsłowym jest określony kątem pomiędzy stycznymi linii ugięcia po obu stronach nieciągłości na podporze (Rys. 13).



Rys. 13. Obrót przekroju w przegubie plastycznym na podporze

Mamy tu do czynienia z belką wieloprzęsłową, z przegubami sprężystymi na podporach (Rys. 14), przy czym stałe sprężyste $K_I(\theta)$ przegubów są funkcją obrotu θ :

$$K(\theta) = \frac{M}{\theta} \quad (18)$$



Rys. 14. Schemat statyczny układu

Układ ten nie nadaje się oczywiście do obliczeń "ręcznych", należy uciec się tutaj do metod komputerowych. W obliczeniach tych korzystnie jest zastąpić wartości dyskretne M - θ funkcjami analitycznymi $\theta_i(M_i)$. Funkcje te można określić, na przykład, przy pomocy szeregów Fouriera, minimalizując błąd metodą średnich kwadratów.

Obliczenia można robić metodą iteracyjną, w każdym kolejnym kroku zastępując poprzednią wartość przez wartość następną $\theta(M)$, interpolując jednocześnie między funkcjami $\theta_i(M_i)$ odpowiadającymi różnym wartościom M_i/R_i .

W schematycznym ujęciu, procedura obliczeń jest następująca:

1. Wprowadzenie danych
2. Określenie funkcji analitycznych $\theta_i(M_i)$ na miejsce wartości dyskretnych otrzymanych z badań
3. Inicjalizacja sztywności sprężyn $K(\theta)$. W pierwszym kroku można przyjąć dowolną arbitralną wartość $K(\theta)$
4. Przystępuje się do obliczeń iteracyjnych. W każdym kroku iteracji, na podporach pośrednich:
 - oblicza się moment M , reakcję R i obrót θ ,

- dla otrzymanego stosunku M/R znajduje się wartość $\theta(M)$ przez interpolacje między krzywymi $\theta_i(M_i)$, odpowiadającymi sąsiednim wartościom M_i/R_i ,
- jeśli dwie ostatnie wartości θ są wystarczająco bliskie, zatrzymujemy iterację, jeśli zaś nie, to kontynuujemy przyjmując w następnym kroku $K(\theta)=M/[\theta(M)]$, aż do uzyskania zadowalającej dokładności.

4 PODSUMOWANIE

W artykule podano:

- komentarze ułatwiające zastosowanie norm europejskich [3 i 4], dotyczących obliczania blach stosowanych w płytach zespolonych, w fazie konstrukcyjnej;
- dodatkowe informacje dotyczące realizacji badań doświadczalnych,
- dodatkowe informacje dotyczące interpretacji badań doświadczalnych związanych z określeniem parametrów dla obliczeń blach z wykorzystaniem przegubów plastycznych na podporach,
- uogólnioną postać równania dla wytrzymałości przekroju podporowego na interakcje moment – reakcja, wspólną dla metody teoretycznej obliczeń i dla metody obliczeń wspomaganą badaniami.

PIŚMIENNICTWO

- [1] ENV 1994-1-1: 1992 Eurocode 4 - Design of composite steel and concrete structures, Part 1.1 General rules and rules for buildings
- [2] Sokol, L.: Nonlinear Calculation Model for Steel Decking in Construction Stage, Working Background Document SC4/TC250, 1994.
- [3] PN EN 1994-1-1 Eurokod 4: Obliczenia konstrukcji zespolonych stalowo-betonowych, Część 1-1 : Reguły ogólne i reguły dla budynków, 2005
- [4] EN 1993-1-3 PN-EN 1993-1-3:2008, Eurokod 3 - Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-3: Reguły ogólne. Reguły uzupełniające dla konstrukcji z kształtowników i blach profilowanych na zimno
- [5] EN 1991-1-6 Eurocode 1 - Actions on the structures, Part 1-6 : General actions – Actions during execution, 2005
- [6] Sokol, L.: Some Specific Aspects of Elastic-Plastic Behaviour of Profiled Steel Sheeting and Decking, Thin-Walled Structures Vol 29, Nos. 1- 4, pp. 101-112, 1997
- [7] Sokol, l.: A non linear design model for continuous multi-span light gauge sheeting and Members, 14th international specialty conference on cold formed steel structures, october 15 – 16, 1998, University of Missouri - Rolla, St. Louis, Missouri
- [8] Tsai, Y.-M.: Comportement sur appuis de tôles minces formées à froid, Thèse no. 689, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 1987
- [9] Luure P., Crisinel M.: Redistribution of moments at the interior support for cold formed sheeting, ICOM 288, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, October 1993
- [10] Baker Monique C.M.: Web Crippling of Cold-Formed Steel Members, Ph.D. Thesis, Eindhoven University of Technology, 1992
- [11] Hofmeyer H.: Combined Web Crippling and Bending Moment Failure of First-generation Trapezoidal Steel Sheeting, Eindhoven University Press, 2000
- [12] Publication ECCS - Design Manual for Composite Slabs, Technical Committee 7, Working Group 7.6, N° 87, 1995

DESIGN OF STEEL SHEETING FOR COMPOSITE SLABS

Summary

According to the European norm ENV 1994-1-1 from 1992, in construction stage the steel sheeting for composite slabs was calculated in elastic area behavior.

On the basis of theoretical and experimental research, a non linear model, with plastic hinges at the supports in Ultimate Limit State, has been proposed and accepted for the version EN 1994-1-1 from 2005.

The basic condition for the application of this method is an experimental determination of the calculation parameters, so called M-R and M- θ relations. However, the information about the testing given in the relevant norms is not always sufficient for the users.

The aim of the paper is to give complementary information about testing, interpretation of tests, and use of results of testing in the proposed calculation model.

Zdzisław PISAREK¹
Politechnika Rzeszowska

MECHANICZNY MODEL WĘZŁA ZESPOLONEGO OBCIĄŻONEGO MOMENTEM DODATNIM

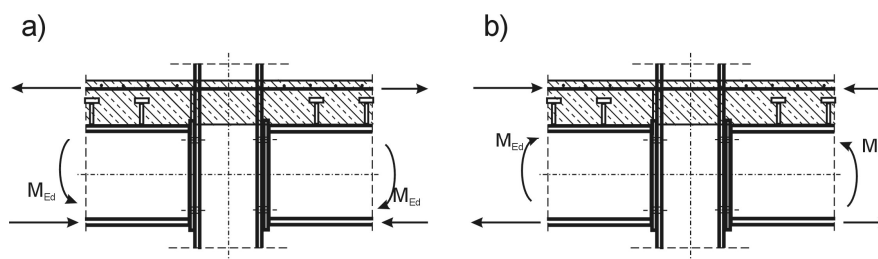
STRESZCZENIE

W konstrukcjach ramowych, połączenia rygli ze słupami są projektowane na momenty ujemne pochodzące od obciążeń grawitacyjnych. W niektórych jednak sytuacjach, węzły te są poddane obciążeniu momentem dodatnim. W referacie przedstawiono propozycję mechanicznego modelu węzła służącego do określania jego charakterystyk podatnościowych. Model ten został oparty na „metodzie składnikowej” rekomendowanej przez Eurokody. Omówiono także wpływ odkształceń konstrukcji na rozkład sił w węźle. Przedstawiono również procedurę obliczania nośności i sztywności początkowej węzła obciążonego momentem dodatnim.

Słowa kluczowe: konstrukcje zespolone, węzły, obciążenia wyjątkowe, model mechaniczny, metoda składnikowa

1 WPROWADZENIE

Konstrukcje ramowe budynków coraz częściej projektowane są z zastosowaniem stropów zespolonych. Węzły takich ram są projektowane głównie do przenoszenia momentów ujemnych (Rys. 1a). Wtedy siły ściskające i ścinanie przenosi połączenie stalowego rygła, a siły rozciągające pręty zbrojeniowe żelbetowej płyty. W przypadku znacznego obciążenia poziomego wywołanego przez wiatr, trzęsienie ziemi lub inne zdarzenia wyjątkowe, węzły mogą być obciążone momentem dodatnim. Siły ściskające wtedy przenosi płyta żelbetowa, natomiast rozciąganie połączenie rygła stalowego ze słupem (Rys. 1b).



Rys. 1. Połączenie rygła ze słupem obciążone a – momentem ujemnym, b – momentem dodatnim.

¹ pisarzd@prz.edu.pl

2 NOŚNOŚĆ WĘZŁA OBCIĄŻONEGO MOMENTEM DODATNIM

Rekomendowane w Eurokodzie [1], [2] analityczne metody do określania nośności i sztywności połączeń są oparte na “metodzie składnikowej”. Procedury przedstawione w tych normach odnoszą się jedynie do węzłów obciążonych momentem ujemnym. W metodzie składnikowej, nośność każdej ze stref węzła jest uzależniona od jej najsłabszego składnika. Dlatego wyodrębnia się w połączeniu składniki podstawowe i określa ich nośność i współczynniki sztywności.

W połączeniach rygła ze słupem wyróżnia się trzy podstawowe strefy przenoszące obciążenia – ściskaną, ścinaną i rozciąganą. W węzłach obciążonych momentem dodatnim, strefa rozciągana jest połączeniem stalowym i może być obliczana zgodnie z procedurami podanymi w [2]. Ścinany panel środkika słupa również może być obliczany według procedur podanych w [2]. W przypadku gdy środkik słupa jest obetonowany, to obliczeniowa nośność panelu środkika na ścinanie, może być zwiększona wg [1], [3]. Nośność strefy ściskanej jest zależna od wytrzymałości ściskanej płyty żelbetowej. Wytrzymałość płyty żelbetowej w strefie ściskanej można obliczać ze wzoru:

$$F_{c,sc,Rd} = b_{eff} \cdot \lambda \cdot x \cdot \eta \cdot \zeta \cdot f_{cd} + F_{c,s,Rd} \quad (1)$$

gdzie f_{cd} jest obliczeniową wytrzymałością betonu na ściskanie,
 λ, η są współczynnikami uwzględniającymi prostokątny rozkład naprężeń oraz wysokość strefy ściskanej przekroju betonowego według [4],
 x jest efektywną wysokością strefy ściskanej w płycie,
 ζ jest współczynnikiem uwzględniającym wpływ zarysowania płyty żelbetowej na jej nośność na ściskanie,
 $F_{c,s,Rd}$ jest nośnością prętów zbrojeniowych płyty żelbetowej w strefie ściskanej,
 b_{eff} jest efektywną szerokością współpracującą płyty żelbetowej.

Efektywna szerokość płyty żelbetowej według [1] zależy od rozpiętości belki z warunku:

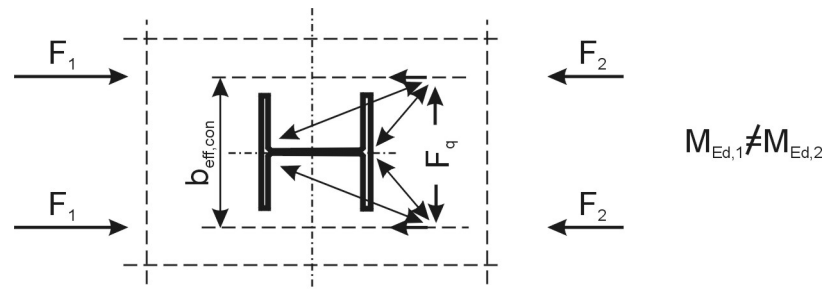
$$b_{eff} = b_0 + \sum b_{ei} \quad (2)$$

gdzie b_0 jest odległością między środkami skrajnych łączników zespalających,
 b_{ei} jest efektywną szerokością półki betonowej z każdej strony belki,
 b_{eff} jak powyżej.

Efektywną szerokość półki betonowej z każdej strony środkika belki przyjmuje się jako $L_e/8$, ale nie więcej niż wynosi odległość od skrajnego łącznika do środka odległości między środkami sąsiednich belek. W [5] przyjęto, że szerokość efektywna płyty zależy od wysokości przekroju słupa ze wzoru:

$$b_{eff,conn} = b_0 + 0,7 \cdot h_c \leq b_{eff} \quad (3)$$

gdzie h_c jest wysokością przekroju słupa,
 $b_{eff,conn}$ jest efektywną szerokością współpracującej płyty żelbetowej (Rys. 2),
 b_0, b_{eff} jak powyżej.



Rys. 2. Model kratownicowy przekazywania niezrównoważonej siły z płyty żelbetowej na słup.

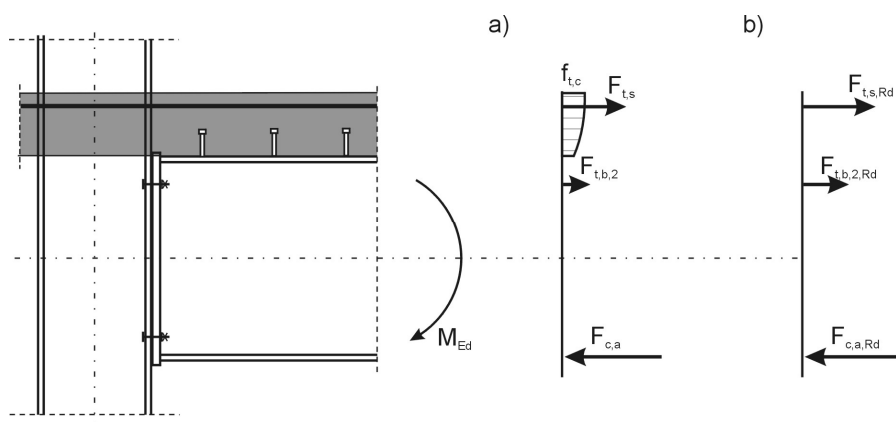
Wyrażenie (3) odnosi się do przypadków, gdy obciążenia przyłożone po obydwu stronach słupa jest różne i przenosi się ono bezpośrednio na słup. Dotyczy to głównie słupów skrajnych w konstrukcji ramowej.

Pręty zbrojeniowe, które znajdują się w obrębie strefy ściskanej żelbetowej płyty stropowej zwiększają jej nośność i mogą być uwzględnione w obliczeniach. Nośność ściskanych prętów zbrojeniowych można obliczyć ze wzoru:

$$F_{c,s,Rd} = A_s \cdot f_{yd,s} / \gamma_s \quad (4)$$

gdzie A_s jest przekrojem prętów zbrojeniowych rozmieszczonych na efektywnej szerokości płyty stropowej,
 $f_{yd,s}$ jest granicą plastyczności materiału prętów zbrojeniowych,
 γ_s jest współczynnikiem bezpieczeństwa dla stali zbrojeniowej.

Charakterystyka połączenia w konstrukcji nie zależy jedynie od jego parametrów wytrzymałościowych, lecz także od historii obciążenia. Połączenia są projektowane do przenoszenia obciążeń w eksploatacyjnej sytuacji obliczeniowej. W przypadku stadium montażu i przy niewielkich obciążeniach użytkowych, mocno zbrojona płyta nad podporą przenosi momenty zginające bez zarysowania (Rys. 3a). W stadium eksploatacji, zazwyczaj obciążenia są na tyle duże, że następuje zarysowanie płyty żelbetowej, a pręty zbrojeniowe ulegają wydłużeniu z lokalnym uplastycznieniem (Rys. 3b). Zjawisko to nie jest brane pod uwagę w połączeniach podczas normalnej ich pracy w stadium eksploatacji, ale wpływa na nośność i sztywność węzła obciążonego momentem dodatnim.



Rys. 3. Rozkład sił wewnętrznych w połączeniu obciążonym momentem ujemnym

a) przed zarysowaniem,
 b) po zarysowaniu.

Zarysowanie żelbetowej płyty stropowej powoduje degradację nośności betonu przy ściskaniu. Zmniejszenie nośności można zaobserwować na przykład w węzłach poddanych obciążeniu cyklicznie zmiennemu. Degradacja wytrzymałości betonu po pierwszych cyklach obciążenia nie przekracza zwykle 5 procent, dlatego:

$$\zeta = \begin{cases} 1,0 & \text{- dla niezarysowanej płyty żelbetowej (Rys. 3a)} \\ 0,95 & \text{- dla zarysowanej płyty żelbetowej (Rys. 3b)} \end{cases} \quad (5)$$

Nośność strefy ściskanej jest ograniczona przez grubość płyty stropowej ($x \leq h_{slab}$). Warunek ten zazwyczaj jest spełniony, ponieważ połączenie śrubowe w strefie rozciąganej jest przyjmowane konstrukcyjnie dla normalnej sytuacji obliczeniowej. Z warunku równowagi wysokość strefy ściskanej oblicza się z wykorzystującym wyrażenie:

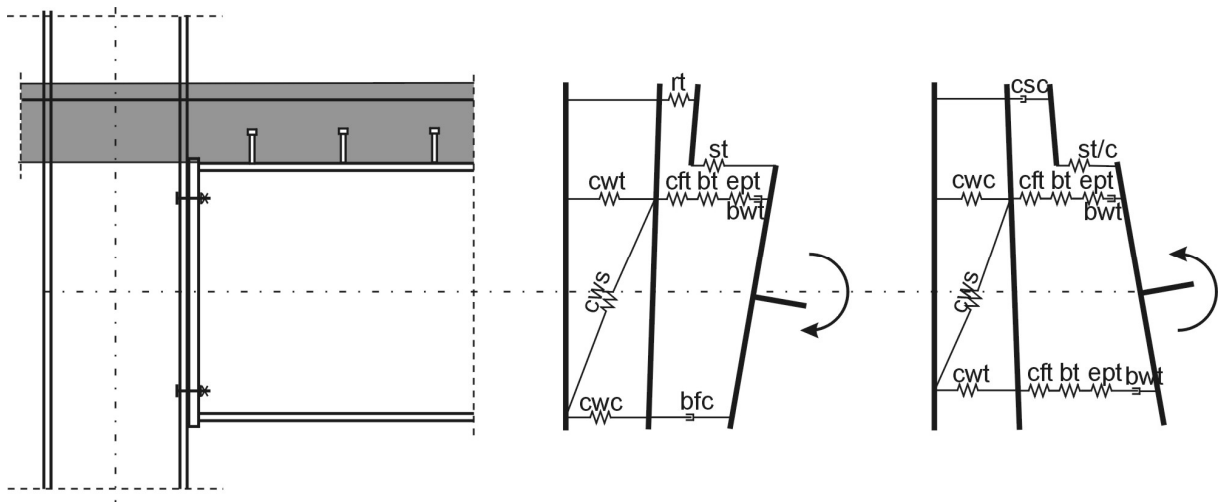
$$F_{c,cs,Rd} = \sum_r F_{t,r,Rd} \quad (6)$$

gdzie $F_{t,r,Rd}$ jest nośnością na rozciąganie r -tego szeregu śrub,

3 SZTYWNOŚĆ POCZĄTKOWA WĘZŁA

Obliczenia sztywności początkowej węzła wymagają znajomości podatności każdej z części podstawowej węzła i jej pozycji w połączeniu. Charakterystyki każdego ze składników zwykle definiujemy jako sprężysto-plastyczne lub sztywno – plastyczne [6]. Przyjmuje się, że składniki sztywno plastyczne są nieodkształcalne i w większości wypadków nie biorą udziału w globalnych odkształceniach węzła. Niekiedy jednak, zwłaszcza gdy mamy do czynienia z obciążeniem zmiennoznakowym części podstawowej o asymetrycznej charakterystyce, sumaryczne odkształcenia mogą być znaczące i należy je uwzględnić w obliczeniach. W połączeniach obciążonych najpierw momentem ujemnym a następnie dodatnim, niektóre składniki węzła są odkształcone plastycznie.

Proponowany model mechaniczny węzła, obciążonego ujemnym i dodatnim momentem zginającym przedstawiono na rys. 4.



Rys. 4. Proponowany moment model mechaniczny do oszacowania sztywności początkowej węzła.

Sztywność początkową możemy obliczać ze wzoru:

$$S_j = \frac{E \cdot z^2}{\mu \cdot \sum_i \frac{1}{k_i}} \quad (7)$$

gdzie k_i jest współczynnikiem sztywności i -tej części podstawowej węzła,
 E jest modułem sprężystości podłużnej stali,
 z jest ramieniem sił wewnętrznych w węźle,
 μ jest parametrem uwzględniającym stopień wyężenia części składowych węzła.

Połączenie obciążone momentem dodatnim składa się z następujących części podstawowych.

- środnik słupa w strefie rozciąganej (cwt),
- środnik słupa w strefie ściskanej (cwc),
- środnik słupa w strefie ścinanej (cws),
- zginany pas słupa w strefie rozciąganej (cft),
- zginana blacha czołowa w strefie rozciąganej (ept),
- śruby w strefie rozciąganej (bt),
- środnik belki w strefie rozciąganej (bwt),
- płyta żelbetowa w strefie ściskanej (csc), oraz
- poślizg w połączeniu zespolenia płyty z belką stalową przy ściskaniu (st/c).

Większość z części podstawowych występuje w typowych węzłach stalowych łączących rygiel ze słupem, a ich charakterystyki są znane i mogą być przyjęte np. wg. [2].

Jedynym "nowym" składnikiem jest płyta żelbetowa w strefie ściskanej (csc). Płyta żelbetowa poddana ściskaniu jest zwykle traktowana jako sztywna, a jej współczynnik sztywności jest przyjmowany jako nieskończoność. Jednak, przy dużych obciążeniach wywołanych globalnym efektem dźwigni oraz biorąc pod uwagę zarysowanie płyty w stadium eksploatacji, odkształcenia płyty powinny być wzięte pod uwagę przy określaniu sztywności węzła. Współczynnik sztywności żelbetowej płyty stropowej może być obliczony z warunku [5]:

$$k_{c,s,c} = 0,8 \cdot \frac{E_c}{E} \cdot \sqrt{b_{eff} \cdot x} + \frac{w}{s_r} \cdot l \quad (8)$$

gdzie E_c jest siecznym modułem sprężystości podłużnej betonu,
 w jest średnią szerokością rozwarcia rysy powstałej w fazie eksploatacji,
 s_r jest średnim rozstawem rys w fazie eksploatacji,
 l jest zasięgiem dodatniego momentu zginającego na długości belki,
 b_{eff}, x, E jak wyżej.

Poślizg w połączeniu zespolenia, pomiędzy żelbetową płytą stropową, a belką stalową przy ściskaniu, może być przyjmowany w sposób identyczny jak dla węzłów obciążonych momentem ujemnym [1], przy czym należy wziąć pod uwagę charakter odkształceń łączników zespolenia. W przypadku łączników, których forma zniszczenia nie jest sprężysta, należy uwzględnić ich odkształcenia powstałe w stadium eksploatacji. Sztywność pojedynczego łącznika ścinanego przyjmuje się na podstawie badań doświadczalnych, jako stosunek obciążenia do poślizgu przypadającego na jeden łącznik, gdy obciążenie jest na poziomie 70% charakterystycznej nośności łącznika na ścinanie. Wyniki badań łączników zespalających można znaleźć w literaturze np. [7], [8].

4 CIĘGNOVA PRACA KONSTRUKCJI I GLOBALNY EFEKT DŹWIGNI

Przedstawiony powyżej model obliczeniowy odnosi się do przypadku, gdy mamy do czynienia jedynie z węzłem obciążonym momentem zginającym. W realnych konstrukcjach możemy wyróżnić dwa przypadki. Gdy konstrukcja jest obciążona bocznym działaniem wiatru, lub trzęsieniem ziemi o niewielkiej amplitudzie, schemat statyczny układu konstrukcyjnego nie zmienia się, zmienia się tylko znak momentu węzłowego. Siły podłużne w ryglach ramy w tym przypadku są znikome i mogą być pominięte przy analizie węzłów. W przypadkach wyjątkowych, gdy słupy ramy zostają zniszczone przez detonację materiałów wybuchowych w zamkniętej przestrzeni, uderzenie pojazdu bądź pożar, zmienia się schemat statyczny układu ramowego. Zwykle towarzyszą temu znaczne odkształcenia konstrukcji.

Podczas projektowania, obciążenia które miał przenieść zniszczony słup przekazują się na pozostałą część konstrukcji. Obciążenie to jest przejmowane przez rusztową lub powłokową pracę stropów i zależy od systemu konstrukcyjnego budynku. W analizie ram płaskich, siły te są przejmowane przez belkową lub cięgnową pracę rygli i zależą od sztywności i nośności węzłów.

4.1 Efekt cięgnowy

W przypadku zniszczenia słupa pośredniego, zachowanie się konstrukcji zależy od sztywności i nośności przyległych belek i węzłów. Jeżeli połączenia są wystarczająco sztywne, układ przyległych belek uciąga się i tworzy belkę o podwójnej rozpiętości. Jeżeli połączenia są nie dość sztywne, następuje odkształcenie konstrukcji a rygle zaczynają pracować jako cięgna.

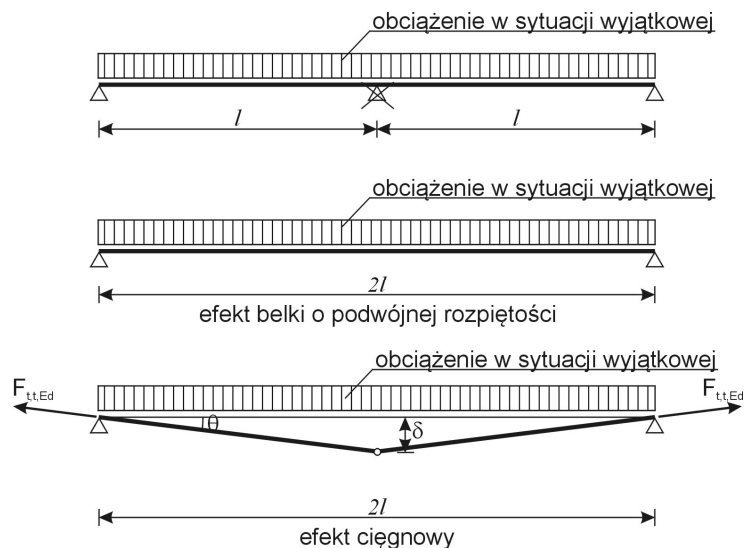
Pokazany na rysunku 5, schemat podpowiada sytuacji, gdy węzły słupa środkowego idealnie sztywne bądź idealnie przegubowe. W rzeczywistych konstrukcjach jest to trudne do uzyskania. Siły wewnętrzne w węzle zależą od sztywności konstrukcji i samych węzłów. Przykładową zależność momentu węzłowego od sztywności podpory wewnętrznej przedstawiono na rysunku 6.

Zależności przedstawione na rys. 6, otrzymano dla belki z dwuteownika IPE300 o rozpiętości 6 m obciążonej obciążeniem równomiernie rozłożonym o wartości 15 kN/m.

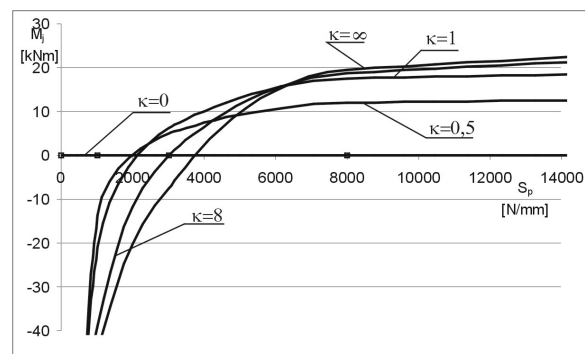
gdzie S_p jest sztywnością podpory wewnętrznej,

M_j jest nośnością węzła,

κ jest stosunkiem sztywności węzła do sztywności rygla.



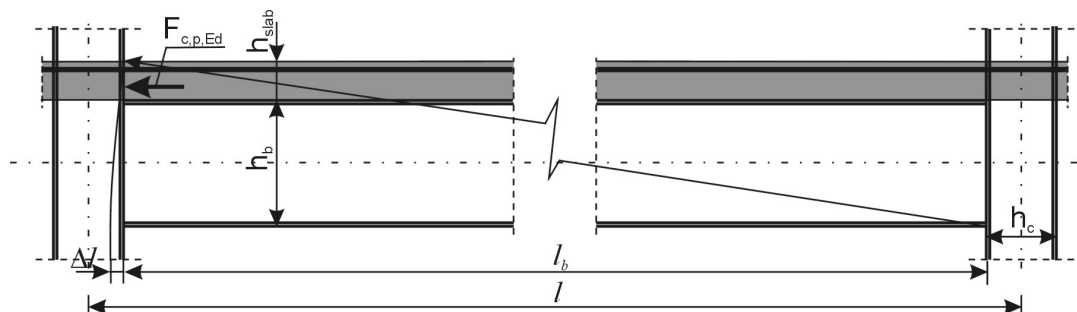
Rys. 5. Schemat efektu belkowego i cięgnowego w ryglach.



Rys. 6. Zależność momentu węzłowego od sztywności podpory pośredniej.

4.2 Globalny efekt dźwigni

Przesunięcie węzła ramy wywołane np. zniszczeniem słupa powoduje obrót przyległych belek. Traktując rygiel jako ciało sztywne, jego obrót związany jest z geometrycznym wydłużeniem (Rys. 7). Powstaje wtedy siła ściskająca zwana globalnym efektem dźwigni. Wartość tej siły zależy od geometrii i sztywności układu konstrukcyjnego.



Rys. 7. Schemat powstawania globalnego efektu dźwigni.

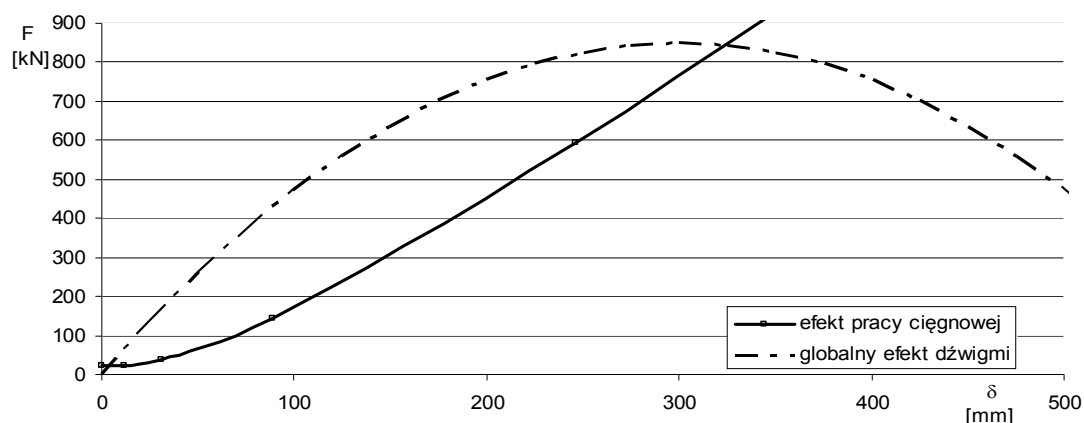
Wartość siły możemy oszacować ze wzoru:

$$F_{c,p,Ed} = \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{l_b}{\sqrt{(h_b + t_{slab})^2 + l_b^2}} \right) \left(E \cdot (A_s + A_b) + E_c \cdot b_{eff} \cdot t_{slab} \right) \quad (9)$$

gdzie A_b jest przekrojem poprzecznym ryglu,
 l_b jest długością ryglu w świetle słupów.

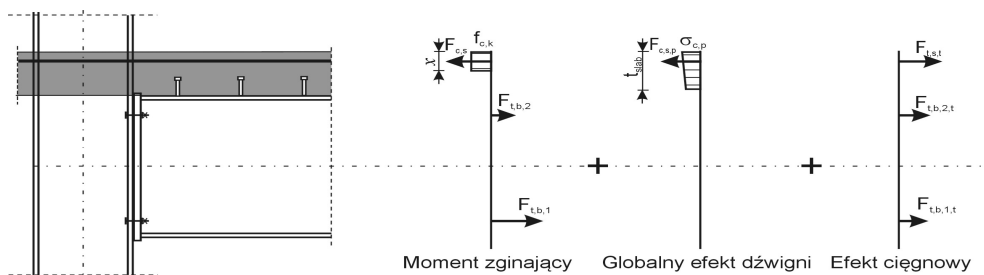
4.3 Wpływ sił osiowych na charakterystykę węzła

Siły osiowe powstałe w wyniku globalnego efektu dźwigni i ciągnowej pracy konstrukcji obciążają dodatkowo części podstawowe węzła. Nie działają one jednak w tym samym czasie. Wartość tych sił jest uzależniona od deformacji i sztywności konstrukcji (Rys. 8).



Rys. 8. Zależność siły osiowej w ryglu od pionowego przemieszczenia węzła pośredniego.

Proponowany model mechaniczny węzła z uwzględnieniem wpływu siły osiowej przedstawiono na rys. 9



Rys. 9. Model mechaniczny węzła zespolonego z uwzględnieniem sił osiowych w ryglu.

5 PODSUMOWANIE

Przedstawiony w referacie model obliczeniowy węzła pozwala na określenie rozkładu sił w węźle obciążonym dodatnim momentem zginającym i siłą osiową. Pozwala również na wyznaczenie podstawowych charakterystyk potrzebnych do analizy konstrukcji w sytuacjach wyjątkowych.

PIŚMIENNICTWO

- [1] PN-EN 1994-1-1 Eurokod 4. Projektowanie zespolonych konstrukcji stalowo-betonowych. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków. PKN 2008.
- [2] PN-EN 1993-1-8 Eurokod 3. Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-8: Projektowanie węzłów. PKN 2005.
- [3] Projektowanie i obliczanie połączeń i węzłów konstrukcji Stalowych. T.2. Red. Bródka J., Kozłowski A. PWT 2009.
- [4] PN-EN 1992-1-1 Eurokod 2: Projektowanie konstrukcji z betonu. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków. PKN 2008.
- [5] Demonceau J.F., Jaspert J.P., Klinkhammer R., Oerder R., Weynand K., Labory F., Cajot L.G.: "Recent developments on composite connections" Proc Int. Conference EUROSTEEL 2008, pp. 447-452, Graz, 2008.
- [6] Ahmed B., Nethercot D.A.: Prediction of initial stiffness and available rotation capacity of major axis flush endplate connections. Journal of Constructional Steel Research Vol. 41. No. 1 pp. 31-60, 1997.
- [7] Kucharczyk W.: Belki zespolone stalowo betonowe w konstrukcjach budowlanych. Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, 2001.
- [8] Kozłowski A., Pisarek Z.: Łączniki do zespolenia płyty betonowej z belką stalową, Konstrukcje stalowe, Polska Izba Konstrukcji stalowych, 2008.

MECHANICAL MODEL OF STEEL-CONCRETE COMPOSITE JOINT SUBJECTED TO SAGGING BENDING MOMENT

Summary

In buildings with steel-concrete composite floors, joints are designed to transmit mainly hogging bending moment. In case of the large horizontal loads due to wind, earthquake or accidental events, sagging bending moments in a joint can also occur. Additionally, large deformations of the structure cause tying and prying effects.

In the paper, a mechanical model based on "component method" for evaluation of characteristics of the composite joint is presented. The influence of tying and prying actions on distribution of the internal forces in a joint is also analyzed. The procedure for calculation of the characteristics of the composite joint with bolted end-plate connection is elaborated too.

Marcin SKWAREK¹

Pracownia Projektowa M.Skwarek, J.Hulimka Sp.J., Zabrze

Jacek HULIMKA²

Politechnika Śląska, Gliwice

WYBRANE PROBLEMY WYZNACZANIA OBCIĄŻENIA WIATREM WIEŻ KRATOWYCH W UJĘCIU NORM PN-EN

STRESZCZENIE

Referat niniejszy stanowi częściowe podsumowanie dotychczasowych prac związanych z analizą nośności stalowych wież kratowych na podstawie norm PN-EN. Z uwagi na ograniczenie objętości tekstu, ujęto w nim jedynie problemy związane z oddziaływaniem wiatru na wieże kratowe i dyskusję najistotniejszych zagadnień dotyczących wyznaczenia tego obciążenia. Analizując ujęte w normach Eurokod zasady i reguły wskazano alternatywne możliwości prowadzenia obliczeń, skutkujące uzyskaniem wyraźnie różnych wyników. Stwarza to oczywiste problemy, a wręcz uniemożliwia jednoznaczną ocenę stopnia wykorzystania nośności konstrukcji.

Słowa kluczowe: stalowe wieże kratowe, obciążenie wiatrem wież kratowych

1 WPROWADZENIE

Podstawowym dokumentem Eurokod regulującym zasady obliczania wież kratowych jest norma [1]. Zasadniczy tekst tego aktu określić można mianem ogólnych wytycznych, odsyłających w miarę potrzeby do innych norm, a także po „poradę specjalisty”. W załącznikach [1] dodatkowo podano reguły uzupełniające, specyficzne dla wież i masztów kratowych. Zaznaczyć należy, że wszystkie one mają status informacyjny, jednak z oczywistych względów, w praktyce inżynierskiej traktowane będą jako normatywne.

Patrząc na wszystkie zapisy normy [1] i innych w niej przywołanych, wskazać można trzy główne grupy zagadnień, specyficzne dla obliczeń wież kratowych. Są to:

- wyznaczenie obciążenia wiatrem trzonów kratowych wież,
- wyznaczenie obciążenia wiatrem jw. lecz z uwzględnieniem elementów wyposażenia wież (drabiny, pomosty, anteny, trakty kablowe, itp.),
- sprawdzenie nośności (stateczności) prętów trzonu kratowego wieży wg załączników G oraz H [1].

Do powyższych, jako specyficzne, dodać można jeszcze zagadnienia związane z kształ-

¹ marcin.skwarek@pracowniaprojektowa.com.pl

² jacek.hulimka@polsl.pl

towaniem konstrukcji wież, w szczególności dotyczące zapewnienia stateczności dynamicznej poszczególnych elementów kratownicy, czyli konieczności wyeliminowania możliwości drgań rezonansowych pojedynczych prętów z pulsującymi prędkościami wiatru.

Niniejsza praca poświęcona została w całości pierwszej ze wskazanych wyżej grup, tj. wyznaczaniu obciążenia wiatrem trzonów wież kratowych. Świadomie wyodrębniono tu typowy przypadek, w którym w obliczeniach brane są pod uwagę elementy wyposażenia. Dochodzi tu bowiem konieczność określenia (z zachowaniem postanowień normowych [1]) współczynników oporu aerodynamicznego elementów wyposażenia, wydzielonych bądź liniowych oraz uwzględnienia interferencji aerodynamicznej w zakresie trzon wieży – wyposażenie. Warunki normowe [1] są w tym względzie na tyle rozbudowane, że, zdaniem autorów, niezbędne jest odrębne opisanie tych zagadnień. Wcześniej jednak wymagana jest znajomość reguł ogólnych oraz dotyczących samych trzonów kratowych.

Celem referatu jest, wobec powyższego, omówienie zasad wyznaczania obciążenia wiatrem trzonów kratowych wież stalowych. W odróżnieniu od pracy [2], gdzie na potrzeby porównania norm PN-EN i PN przyjęto jedną wybraną ścieżkę wyznaczania obciążenia wiatrem wież, tutaj zaprezentowane zostaną różne, zamienne procedury norm Eurokod.

2 WARTOŚĆ SZCZYTOWA CIŚNIENIA PRĘDKOŚCI WIATRU

Z punktu widzenia modelowania obciążenia wiatrem, wartość szczytowa ciśnienia prędkości wiatru wiąże w sobie zależność prędkości wiatru od rodzaju i ukształtowania terenu oraz wysokości nad nim, a także chwilowe fluktuacje prędkości wiatru wokół jej wartości średniej (bazowej). Zgodnie z normą [3], można zapisać zależność określającą wartość szczytową ciśnienia prędkości wiatru jako

$$q_p(z) = C_e(z) \cdot q_b \quad (1)$$

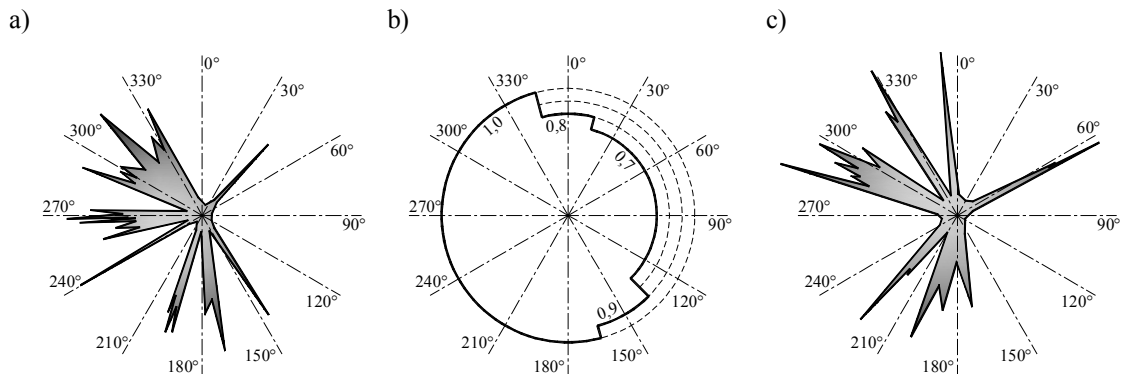
gdzie: $C_e(z)$ - współczynnik ekspozycji uwzględniający rodzaj (chropowatość) terenu, wysokość nad nim oraz intensywność turbulencji prędkości wiatru,
 q_b - wartość bazowa ciśnienia prędkości wiatr

Bazowa wartość ciśnienia prędkości wiatru wyznaczana jest, zgodnie z [3], wprost z bazowej wartości prędkości wiatru. Korzystając jednak z podanych w tablicy NA.1 załącznika krajowego normy [3], podstawowych wartości bazowego ciśnienia prędkości wiatru, w myśl wzoru (4.10) i (4.1) normy, można zapisać równanie

$$q_b = q_{b,0} \cdot C_{dir}^2 \cdot C_{season}^2 \quad (2)$$

Podejście takie pozwala wprost uwzględnić rozrzedzenie powietrza wraz ze wzrostem wysokości w trzeciej strefie obciążenia wiatrem, co wprowadza wzór załącznika krajowego [3], określający podstawową wartość bazowego ciśnienia prędkości wiatru $q_{b,0}$. Występujące we wzorze (2) współczynniki to: współczynnik kierunkowy C_{dir} oraz współczynnik sezonowy C_{season} . Ten drugi miałby zastosowanie dla konstrukcji tymczasowych, jednak może zostać pominięty, gdyż zarówno tekst podstawowy [3] jak i załącznik krajowy zalecają przyjęcie jego wartości równej 1,0. Współczynnik kierunkowy został natomiast określony w tabeli NA.2 załącznika krajowego [3], w sektorach o rozwartości 30° , poczynając od kierunku N. Stosowanie tego współczynnika w przypadku obiektów wieżowych, wyniosłych ponad przyległy teren i budowlę, wydaje się jednak nieuzasadnione. Przy najniższej wartości, może on prowadzić do zmniejszenia wartości ciśnienia prędkości wiatru o ponad połowę. Jak wynika z pracy [4], tak znaczne zmniejszenie to efekt poddania analizie statystycznej wiatrów niżowych, bez uwzględnienia sytuacji burzowych. Argumentem przemawiającym za przyjęciem $C_{dir} = 1,0$ mogą być także obserwacje autorów niniejszej pracy, na podstawie danych mete-

orologicznych uzyskanych z automatycznych stacji pomiarowych, zlokalizowanych na szczytach górskich Gubałówka i Jaworzyna Krynicka. Dane te przedstawiono poniżej w postaci rozkładu maksymalnych kwartalnych, chwilowych prędkości wiatru (prędkości porywów wiatru)



Rys.1. Rozkład największych kwartalnych, chwilowych prędkości wiatru oraz współczynnika kierunkowego a) Gubałówka; b) współczynnik C_{dir} dla trzeciej strefy obciążenia wiatrem; c) Jaworzyna Krynicka

Analiza taka stanowi oczywiście pewne uproszczenie. Można tutaj jednak stwierdzić realność wystąpienia silnych wiatrów porywistych, na kierunkach obciążenia normowego złagodzonego współczynnikiem kierunkowym.

Jak napisano wcześniej, w normie [3] współczynnik ekspozycji ujmuje nie tylko wpływ rodzaju terenu (chropowatości) i wysokości nad nim, ale także porywistości wiatru. Wychoząc ze wzoru (4.8) normy [3], uwzględniając wzory (4.3) i (4.10), zapisać można następującą zależność określającą współczynnik ekspozycji, podaną także w pracy [4]

$$C_e(z) = [1 + 7 \cdot I_v(z)] \cdot C_r^2(z) \cdot C_o^2(z) \quad (3)$$

gdzie: $I_v(z)$ - intensywność turbulencji na wysokości z ponad terenem, wyznaczana na podstawie wzoru (4.7) normy [3],

$C_r(z)$ - współczynnik chropowatości terenu wyznaczany ze wzoru (4.4) normy [3], ustalający profil prędkości wiatru nad powierzchnią ziemi, w zależności od kategorii terenu (tablica 4.1 normy),

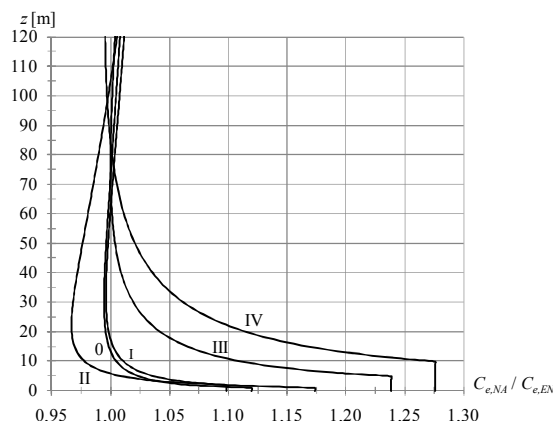
$C_o(z)$ - współczynnik rzeźby terenu (orografii), uwzględniający wpływ pojedynczych wzgórz lub skarp, lecz tylko w terenie płaskim lub lekko pofalowanym.

Podana wyżej zależność (3) bazuje na logarytmicznym profilu prędkości wiatru, określonym w normie [3] wzorem (4.4). Natomiast w załączniku krajowym tej samej normy, podane zostały wzory potęgowe. Ogólnie współczynnik ekspozycji wg załącznika krajowego normy [3] określony będzie wzorem

$$C_e(z) = k \cdot \left(\frac{z}{10}\right)^\alpha \quad (4)$$

w którym parametry k i α zależą od kategorii terenu i określone są w tablicy NA.3 załącznika krajowego normy [3].

Oznaczając teraz wartość współczynnika ekspozycji wyznaczoną wg wzoru (3) przez $C_{e,EN}$ oraz odpowiadającą jej wartość wyznaczoną ze wzoru (4) przez $C_{e,NA}$, na poniższym wykresie przedstawiono różnicę obydwu wielkości, wyrażoną przez ich iloraz.



Rys.2. Różnice wartości współczynnika ekspozycji dla różnych kategorii terenu (opis w tekście)

Widoczne są tu znaczne rozbieżności dla kategorii terenu III i IV, szczególnie istotne dla niższych obiektów. Należy przy tym pamiętać, że logarytmiczny profil prędkości wiatru jest słuszny jedynie do wysokości 200m npt.

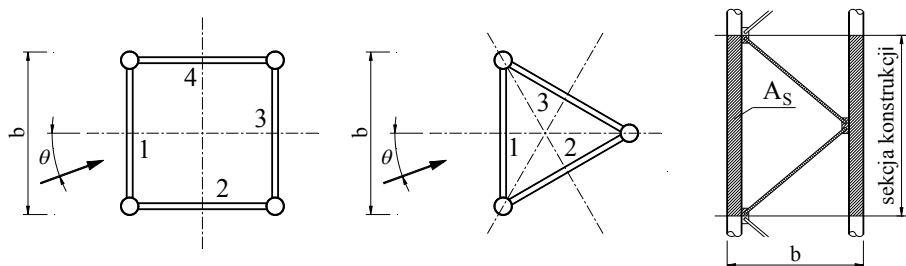
3 OPÓR AERODYNAMICZNY WIEŻ KRATOWYCH

Wielkością określającą wartość oporu aerodynamicznego jest współczynnik oporu aerodynamicznego, nazwany w normach [1] i [3] współczynnikiem siły oddziaływania wiatru c_f , odniesiony do wydzielonej sekcji konstrukcji. Eurokod zasadniczo podaje w tym zakresie dwie metody. Pierwszą z nich, stosowaną do wyznaczania sił oddziaływania wiatru na konstrukcje kratowe z pasami rozmieszczonymi na planie kwadratu lub trójkąta równobocznego, podano w pkt. B.2.1.3 załącznika B normy [1]. Uwzględniając ograniczenie tematu pracy do samej konstrukcji wieży, współczynnik siły oddziaływania wiatru określony będzie wzorem

$$c_f = K_\theta \cdot c_{f,s,0} \quad (5)$$

gdzie: K_θ - współczynnik natarcia wiatru zależny od kąta θ (Rys. 3),

$c_{f,s,0}$ - współczynnik oporu aerodynamicznego wydzielonej sekcji konstrukcji dla kąta natarcia $\theta = 0^\circ$, z pominięciem wpływu smukłości aerodynamicznej, wyznaczony zgodnie z punktem B.2.2.2 normy [1].



Rys.3. Wyznaczanie współczynnika oporu aerodynamicznego trzonów kratowych wg [1]

Dalsza procedura wyznaczania współczynnika siły oddziaływania wiatru wg tej metody omówiona została wyczerpująco w pracy [2].

Drugą metodę, jako wytyczne dotyczące przypadków specjalnych, podano w punkcie B.2.7 normy [1]. Kryterium jej stosowania jest obliczanie konstrukcji kratowych o przekroju prostokątnym oraz ocena nośności konstrukcji w stanie istniejącym. Współczynnik całkowitej

siły oddziaływania wiatru jest tu określony poniższymi wzorami, dla konstrukcji o przekroju kwadratowym lub prostokątnym

$$c_f = c_{1e} \cos^2 \theta_1 + c_{2e} \sin^2 \theta_1 \quad (6)$$

oraz dla konstrukcji o przekroju trójkątnym

$$c_f = c_{1e} \cos^2(0,75\theta_1) + c_{2e} \sin^2(0,75\theta_1) \quad (7)$$

w których c_{1e} oraz c_{2e} to odpowiednio współczynniki efektywnej siły oddziaływania wiatru dla ścian 1 i 2 (Rys. 3). Określają je wzory

$$c_{1e} = (c_1 + \eta_1 c_3) K_{\theta_1} \quad ; \quad c_{2e} = (c_2 + \eta_2 c_4) K_{\theta_2} \quad (8)$$

dla konstrukcji o podstawie kwadratowej lub prostokątnej oraz

$$c_{1e} = [c_1 + 0,5\eta_1(c_2 + c_3)] K_{\theta_1} \quad ; \quad c_{2e} = [c_2 + 0,5\eta_2(c_1 + c_3)] K_{\theta_2} \quad (9)$$

w przypadku konstrukcji o podstawie trójkątnej.

Podane we wzorach (8) i (9) współczynniki kąta natarcia wiatru obliczane są jak w metodzie pierwszej, przy czym kąty θ_1 oraz θ_2 mierzone są odpowiednio względem normalnej do ściany 1 i 2 (Rys. 3). Współczynniki siły oddziaływania wiatru c_1 do c_4 dotyczą w niniejszej pracy jedynie elementów konstrukcji pojedynczych ścian kratownicy przestrzennej. Oznaczając numer kolejnej ściany trzonu kratowego indeksem i , na podstawie [3], zapisać można następujący wzór

$$c_i = c_{f,i} \frac{A_{f,i}}{A_{s,i}} + c_{c,i} \frac{A_{c,i}}{A_{s,i}} + c_{c,sup,i} \frac{A_{c,sup,i}}{A_{s,i}} \quad (10)$$

gdzie: c_f, A_f - współczynnik siły i powierzchnia rzutowa ściany złożonej z profili płaskościennych (kształtowników),

c_c, A_c - współczynnik siły i powierzchnia rzutowa ściany złożonej z profili o przekroju okrągłym w zakresie opływu podkrytycznego ($Re \leq 4 \cdot 10^5$),

$c_{c,sup}, A_{c,sup}$ - współczynnik siły i powierzchnia rzutowa ściany złożonej z profili o przekroju okrągłym w zakresie opływu nadkrytycznego.

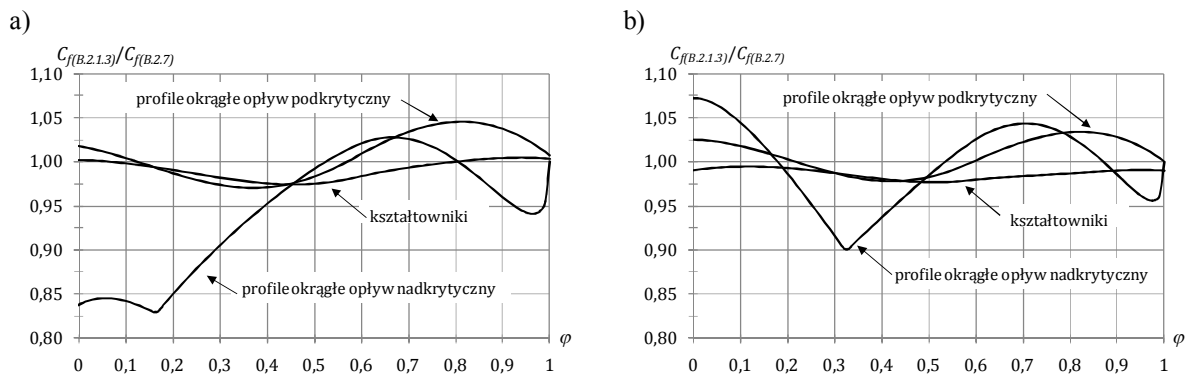
Wymienione wyżej częściowe współczynniki oporu aerodynamicznego pojedynczej ściany skratowania oblicza się na podstawie stopnia (współczynnika) wypełnienia φ , wg wzorów podanych w punkcie B.2.7.2 normy [1].

Przedstawiona wyżej, druga z metod wyznaczania współczynnika siły oddziaływania wiatru na konstrukcję kratową wieży, polega zatem na sumowaniu współczynników oporu pojedynczych ścian kratownicy przestrzennej, z uwzględnieniem współczynników efektywnego ich osłonięcia η_1 oraz η_2 , wyznaczonych wg wzorów podanych w pkt. B.2.7.1 [1].

Podobnie jak wcześniej, na rysunku nr 4 przedstawiono wykresy obrazujące różnice wartości współczynników oporu aerodynamicznego wg opisanych dwóch metod.

Uważna lektura normy [3], a szczególnie opisu jej zakresu, daje potencjalnie trzecią metodę wyznaczania współczynnika oporu aerodynamicznego – wg pkt. 7.11, lecz tylko dla wież o pasach równoległych. Biorąc jednak pod uwagę, że w tym wypadku uzyskuje się znaczące rozbieżności w stosunku do opisanych wyżej metod, proponuje się w zakresie

wyznaczania sił oporu aerodynamicznego trzonów wież kratowych uznane za normatywne postanowienia załącznika B [1].



Rys. 4. Różnice wartości współczynnika oporu aerodynamicznego ($\theta = 0^\circ$) wg dwóch metod normy [1]
a) kratownice o podstawie trójkąta równobocznego; b) kratownice o podstawie kwadratu

4 ODPOWIEDŹ DYNAMICZNA WIEŻ KRATOWYCH

Podstawową metodą podaną w normie [1], pozwalającą uwzględnić drgania konstrukcji w kierunku średniej prędkości wiatru, jest zastępcza metoda statyczna. Podane jest przy tym kryterium jej stosowania, wyrażone wzorem B.12 [1]. Zastępcze obciążenie porywami wiatru oblicza się wg wzoru

$$F_{T,W}(z) = F_{m,W}(z) \left\{ 1 + \left[1 + 0,2 \left(\frac{z_m}{h} \right)^2 \right] \cdot \frac{[1 + 7I_v(z)] \cdot c_s c_d - 1}{c_o(z_m)} \right\} \quad (11)$$

gdzie: z_m - wysokość oddziaływania obciążenia,

h - całkowita wysokość wieży,

$c_s c_d$ - współczynnik konstrukcyjny wyznaczany zgodnie z normą [3],

oraz

$$F_{m,W}(z) = \frac{q_p}{1 + 7I_v(z)} \cdot c_f \cdot A_{ref} \quad (12)$$

średnie obciążenie wiatrem wydzielonej sekcji konstrukcji o powierzchni referencyjnej A_{ref} .

W przypadku wież o stałym nachyleniu pasów (krawężników) lub gdy osie pochylonych krawężników przecinają się powyżej jej wierzchołka, stosuje się jeden schemat obciążenia, z zastępczym oddziaływaniem porywów wiatru wg wzoru (11), przyłożonym na całej wysokości konstrukcji. Jeżeli natomiast punkt przecięcia osi pasów znajduje się wewnątrz obrysu trzonu, stosuje się następujące schematy obciążeń (pkt. B.3.2.2.2 oraz B.3.2.2.3 [1]):

- jeden schemat zastępczego obciążenia porywami wiatru jak na rysunku B.3.1 (a) normy [1] – do wyznaczania sił w pasach, reakcji podporowych oraz ugięć i obrotów,
- dwa schematy obciążenia odcinkowego dla każdego punktu przecięcia osi krawężników wewnątrz obrysu wieży, tj. z zastępczym obciążeniem porywami wiatru jedynie powyżej lub poniżej tego punktu, jak na rysunku B.3.1 (b) oraz (c) normy [1] – do wyznaczania sił poprzecznych w trzonie, a więc sił w prętach skratowania.

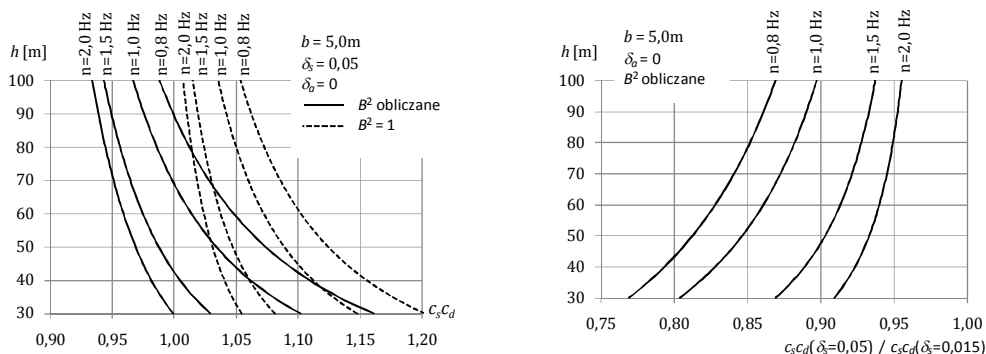
Wyznaczenie wartości zastępczego obciążenia porywami wiatru wg wzoru (11) wymaga wcześniejszego obliczenia wartości współczynnika konstrukcyjnego $c_s c_d$. W przypadku opisywanych tu konstrukcji określony on będzie jako iloczyn współczynnika rozmiarów c_s oraz współczynnika dynamicznego c_d . Stosowane są wzory [3]

$$c_s = \frac{1 + 7 \cdot I_v(z_s) \cdot \sqrt{B^2}}{1 + 7 \cdot I_v(z_s)} \quad ; \quad c_d = \frac{1 + 2 \cdot k_p \cdot I_v(z_s) \cdot \sqrt{B^2 + R^2}}{1 + 7 \cdot I_v(z_s) \cdot \sqrt{B^2}} \quad (13)$$

gdzie: z_s - wysokość odniesienia, równa w tym wypadku wysokości konstrukcji,
 B^2 - współczynnik odpowiedzi pozarezonansowej, uwzględniający brak pełnej korelacji ciśnienia na powierzchni konstrukcji,
 R^2 - współczynnik odpowiedzi rezonansowej, uwzględniający oddziaływanie turbulentne wiatru w zakresie rezonansowym z drganiami własnymi konstrukcji,
 k_p - współczynnik wartości szczytowej, określony jako stosunek maksymalnej wartości składowej fluktuacyjnej odpowiedzi konstrukcji do jej odchylenia standardowego.

Norma [3] podaje dwie alternatywne procedury wyznaczania powyższych wartości, wskazując jako zalecaną (także w załączniku krajowym) metodę opisaną w załączniku B.

W tym przypadku występują dwa potencjalne źródła różnej interpretacji zapisów normowych. Pierwsze z nich związane jest z wyznaczaniem współczynnika B^2 , gdzie, prócz wzoru (B.3), norma [3] podaje, iż bezpiecznie jest przyjąć jego wartość równą 1,0. Oznaczałoby to pełną korelację ciśnienia prędkości na powierzchni konstrukcji wieży. Tymczasem obliczone wartości współczynnika są z reguły znacznie mniejsze od jedności.



Rys.5. Różne wartości współczynnika konstrukcyjnego wg [3] (1 strefa obciążenia; kategoria terenu II)

Drugim źródłem rozbieżności wyników może być tu sposób przyjęcia całkowitego logarytmicznego dekrementu tłumienia konstrukcji δ . Przy braku urządzeń tłumiących jest to suma logarytmicznego dekrementu tłumienia konstrukcyjnego δ_s oraz aerodynamicznego δ_a . W przypadku tłumienia konstrukcyjnego kłopotliwym jest przyjęcie określonej wartości δ_s wg tablicy F.2 [3]. Zgodnie z opisem kolejnych pozycji słuszną będzie tu wartość 0,05 jak dla budynków stalowych, ale także 0,015 jak dla kominów stalowych bez wykładziny połączonych ze sobą. Uwzględnienie tłumienia aerodynamicznego jest natomiast pewną nowością w świetle postanowień poprzednich norm. Zjawisko to, na swój sposób oczywiste w przypadku ciała drgającego w ośrodku płynnym jakim jest powietrze, opisane zostało znacznie wcześniej dla kominu stalowego w pracy [5]. Na podstawie załącznika F normy [3] wzór F.18 oraz pracy [5], logarytmiczny dekrement tłumienia aerodynamicznego można wyznaczyć ze wzoru

$$\delta_a = \frac{c_f \cdot \rho \cdot V_m(z_s)}{2 \cdot n_1 \cdot m_e} \quad (14)$$

gdzie: $V_m(z_s)$ - średnia prędkość wiatru na wysokości odniesienia z_s jw.,
 n_1 - podstawowa częstotliwość drgań własnych (w pierwszej postaci),
 m_e - masa równoważna na jednostkę wysokości konstrukcji,
 b - szerokość konstrukcji.

W przypadku obliczeń wg wzoru (14) wątpliwym może być przyjęcie szerokości budowli b dla wieży kratowej. Wychodząc z istoty i definicji zjawiska tłumienia aerodynamicznego, proponuje się tu przyjęcie szerokości zastępczej wynikającej z podzielenia łącznej powierzchni referencyjnej A_{ref} dla górnej 1/3 wysokości konstrukcji przez $h/3$.

Zaznaczyć należy także, że wartość współczynnika konstrukcyjnego będzie zmieniać się w zależności od przyjętego profilu prędkości wiatru (logarytmiczny bądź potęgowy).

5 PODSUMOWANIE

Podsumowując niniejszą pracę stwierdzić należy, iż procedury norm Eurokod w zakresie wyznaczania obciążenia wiatrem stalowych wież kratowych pozwalają na wielowariantowe prowadzenie analiz. Ponieważ wszystkie te algorytmy są równoprawne i sankcjonowane normami, trudno wskazać „bardziej słuszną” metodę. Płyną z tego więc wnioski dwojakiego rodzaju. W zastosowaniach inżynierskich konieczne jest szczegółowe opisywanie założeń i przyjętych metod, dla umożliwienia pełnego zinterpretowania wyników obliczeń. W dziedzinie naukowej zaś, wykazane rozbieżności otwierają pola do prowadzenia badań.

PIŚMIENNICTWO

- [1] PN-EN 1993-3-1:2008 Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 3-1: Wieże, maszty i kominy. Wieże i maszty. PKN, Warszawa 2008.
- [2] Rykaluk K.: Obciążenie wiatrem wież stalowych w ujęciu norm polskich i europejskich. Inżynieria i Budownictwo, nr 7/2009, s. 367-374.
- [3] PN-EN 1991-1-4:2008 Eurokod 1. Oddziaływania na konstrukcje. Część 1-4: Oddziaływania ogólne. Oddziaływania wiatru. PKN, Warszawa 2008.
- [4] Żurański J. A.: Oddziaływania wiatru na konstrukcje budowlane w ujęciu normy PN-EN 1991-1-4:2008. Inżynieria i Budownictwo, nr 7/2010, s. 360-367.
- [5] Żurański J. A.: Aerodynamiczne tłumienie drgań komina stalowego spowodowanych porywami wiatru. Inżynieria i Budownictwo, nr 2/96, s. 111-113.

SOME SELECTED ISSUES IN ESTIMATION OF THE LATTICED TOWERS WIND LOADING ACCORDING TO PN-EN CODES

Summary

The paper is a partial recapitulation of the authors' previous experience in steel latticed towers analysis with PN-EN codes. Due to the paper space-limit, its content relates only to wind loading of latticed towers structure and the most important problems in estimation of this action. Following the analysis of Eurocode principles and rules, alternative possibilities of calculations which bring different results have been shown. In fact, these divergences generate a lot of questions and make an accurate verification of load capacity of steel latticed towers structures impossible.

Andrzej SZYCHOWSKI¹
Politechnika Świętokrzyska w Kielcach

MIEJSCOWA UTRATA STATECZNOŚCI ŚCISKANEJ PÓLKI CIENKOŚCIENNEGO KSZTAŁTOWNIKA GIĘTEGO

STRESZCZENIE

Zagadnienie miejscowej utraty stateczności ściskanej półki cienkościennego kształtownika giętego sprowadzono do analizy wyboczenia jednostronnie sprężyste zamocowanej „na obrót” płyty przęsłowej przy udziale obciążeń wywołujących zmienność naprężeń w kierunku jej długości. Zaproponowano funkcję ugięcia umożliwiającą modelowanie warunków brzegowych na jednej krawędzi podłużnej od swobodnego podparcia, przez sprężyste zamocowanie w środku elementu cienkościennego, do pełnego utwierdzenia. Wyznaczono wykresy płytowych współczynników wyboczeniowych w zależności od stopnia sprężystego zamocowania krawędzi podłużnej.

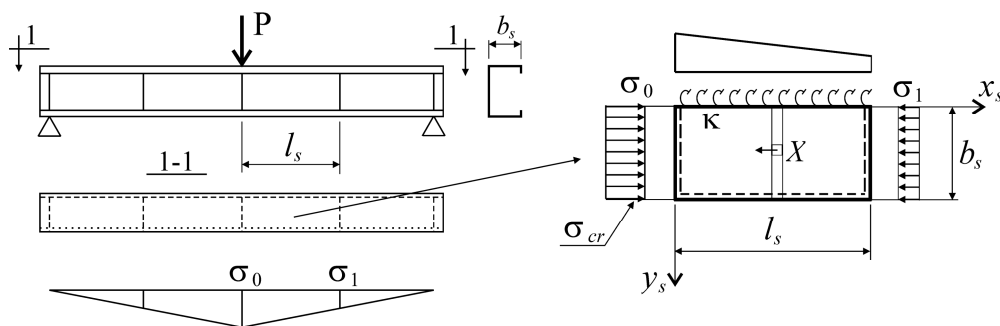
Słowa kluczowe: pręty cienkościenne, lokalne wyboczenie, wzdłużna zmienność naprężeń

1 WPROWADZENIE

W prętowych elementach cienkościennych o przekroju otwartym zbudowanym z płaskich ścianek (płyt cienkich) występują przypadki, w których wspornikowa ścianka półki np. z pojedynczym odgięciem krawędzi swobodnej jest osiowo ściskana przy wzdłużnej zmienności naprężeń na długości segmentu (rys.1). Segment elementu cienkościennego zdefiniowano jako odcinek pomiędzy usztywnieniami poprzecznymi (żebami, przeponami) lub podporami zapewniającymi sztywny kontur przekroju. Ścianka wspornikowa półki ściskanej jest na ogół sprężyste zamocowana „na obrót” w środku pręta cienkościennego (tzw. ściance przęsłowej) oraz podatnie podparta „na ugięcie” w odgięciu (usztywnieniu) krawędziowym. Należy tutaj podkreślić, że pod względem stateczności lokalnej, ścianki wspornikowe zawierające odgięcie usztywniające krawędź swobodną charakteryzują się znacznie większą odpornością na naprężenia ściskające w stosunku do ścianek wspornikowych bez odgięcia. Są jednak wrażliwe na wyboczenie dystorsyjne objawiające się ugięciem płyty wraz z usztywnieniem krawędziowym w płaszczyźnie odgięcia. Pod tym względem ścianki wspornikowe z usztywnieniem krawędzi charakteryzują się mniejszą odpornością na naprężenia ściskające w stosunku do ścianek przęsłowych, dla których obie krawędzie podłużne są niepodatnie podparte. W praktyce projektowej [1], do wystąpienia

¹ aszychow@tu.kielce.pl

w przekroju naprężeń krytycznych wybożenia dystorsyjnego ($\sigma \leq \sigma_{cr}^D$), ściankę wspornikową z odgięciem traktuje się jako płytę przęsłową „niepodatnie” podłużnie podpartą zarówno na środku jak również na usztywnieniu krawędziowym. W technicznie ważnym przypadku półki ściskanej, zawierającej pojedyncze odgięcie krawędzi swobodnej (tzn. odgięcie o tej samej grubości co ścianka), wpływ sprężystego zamocowania „na obrót” na „swobodnej” krawędzi płyty jest nieznaczny [2] i z technicznego punktu widzenia może zostać pominięty. Wynika to z małej sztywności na skręcanie pojedynczego odgięcia krawędziowego, zredukowanej dodatkowo wpływem naprężeń ściskających. Natomiast korzystny wpływ sprężystego zamocowania „na obrót” krawędzi półki połączonej ze środkiem (ścianką przęsłową) może być wykorzystany w modelu obliczeniowym [1]. Poprawne wyznaczenie naprężeń krytycznych wybożenia lokalnego (σ_{cr}^L) dla tak podpartej i obciążonej płyty składowej pręta cienkościennego służy do dokładniejszego szacowania efektywnej szerokości ścianki w nadkrytycznej fazie pracy przekroju.



Rys.1. Wydzielona z segmentu pręta cienkościennego płyta przęsłowa przy wzdłużnej zmienności naprężeń

W pracy [2] podano wykresy i wzory aproksymacyjne płytowych współczynników wybożeniowych (k) dla osiowo ściskanych płyt przęsłowych i wspornikowych sprężyste zamocowanych na krawędziach podłużnych przy stałej intensywności naprężeń na długości płyty. W pracy [3] analizowano wpływ wzdłużnej zmienności naprężeń na stateczność osiowo ściskanych płyt przęsłowych i wspornikowych dla granicznych warunków brzegowych (przegub, utwierdzenie) na krawędziach podpartych. Liniowy rozkład naprężeń normalnych na długości płyty uzyskano w [3] poprzez uwzględnienie naprężeń stycznych.

Inny sposób uzyskania zmienności naprężeń w kierunku długości osiowo ściskanej płyty przęsłowej zastosował Kowal w pracach [4, 5]. Płytę obciążono równomiernie rozłożonymi siłami na krawędziach poprzecznych oraz wzdłużnymi siłami masowymi działającymi w jej płaszczyźnie środkowej.

W pracach [6, 7] przedstawiono wyniki badań stateczności mimośrodowo ściskanych płyt wspornikowych (bez odgięcia krawędziowego) przy wzdłużnej zmienności naprężeń dla: 1) granicznych przypadków podparcia (przegub, utwierdzenie) [6], 2) sprężystego zamocowania „na obrót” krawędzi podłużnej [7]. Zmienność naprężeń na długości płyty uzyskano poprzez wprowadzenie wzdłużnych sił masowych. Ponadto w [6] wyprowadzono wzory na pracę sił zewnętrznych przy obciążeniu wywołującym wzdłużny rozkład naprężeń normalnych wg funkcji liniowej oraz wg paraboli 2° . Natomiast w pracy [8], zagadnienie stateczności lokalnej ściskanego pasa dźwigara skrzynkowego sprowadzono do analizy wybożenia obustronnie sprężyste zamocowanej płyty przęsłowej.

Do technicznego rozwiązania wielu zagadnień wybożenia lokalnego, poprzedzającego nośność graniczną zimnogiętych elementów cienkościennych o przekrojach otwartych (złożonych z płaskich ścianek), brakuje rozwiązań stanu krytycznego jednostronnie sprężyste zamocowanych „na obrót” płyt przęsłowych przy uwzględnieniu wzdłużnej zmienności naprężeń.

2 WARUNKI BRZEGOWE PÓLKI ŚCISKANEJ

Założono, że: 1) płaska ścianka półki ściskanej z odgięciem krawędziowym przy $\sigma_{cr}^L < \sigma_{cr}^D$ zachowuje się jak płyta przęsłowa jednostronnie sprężysto zamocowana „na obrót” w środku elementu cienkościennego i swobodnie podparta na usztywnieniu (odgięciu) krawędziowym, 2) poprzeczne krawędzie płyty są swobodnie podparte (rys.1). Stopień sprężystego zamocowania „na obrót” podłużnej krawędzi płyty ($y_s=0$) opisano za pomocą współczynnika ε wg [2] oraz wskaźnika κ wg [9] w następującej postaci:

$$\varepsilon = C_\theta \cdot b/D \quad (1)$$

$$\kappa = \left(1 + \frac{2D}{bC_\theta}\right)^{-1} \quad (2)$$

gdzie: C_θ - sztywność obrotowa krawędzi podpartej równa momentowi zginającemu powstałemu podczas obrotu o kąt jednostkowy, b - szerokość płyty, D - płytowa sztywność zginania.

Współczynnik ε wg wzoru (1) zmienia się od $\varepsilon = 0$ dla podparcia przegubowego do $\varepsilon = \infty$ dla pełnego utwierdzenia, natomiast wskaźnik κ wg wzoru (2), od $\kappa = 0$ (przegub) do $\kappa = 1$ (pełne utwierdzenie). Pomiędzy współczynnikiem ε , a wskaźnikiem κ zachodzą następujące zależności [7]:

$$\kappa = \frac{\varepsilon}{2 + \varepsilon} \quad \varepsilon = \frac{2\kappa}{1 - \kappa} \quad (3ab)$$

Przybliżone wzory do szacowania sztywności obrotowej C_θ krawędzi podłużnej półki ściskanej sprężysto zamocowanej „na obrót” w środku pręta cienkościennego o przekroju otwartym podano m.in. w pracach [10, 11, 12]. W większości przypadków sztywność obrotową uzależniono od geometrii ścianki podpierającej (średnika) oraz jej stanu obciążenia (np. ściskanie lub tarczowe zginanie).

3 FUNKCJA UGIĘCIA JEDNOSTRONNIE SPRĘŻYŚCIE ZAMOCOWANEJ „NA OBRÓT” PŁYTY PRZĘSŁOWEJ

W większości znanych z literatury przypadków, do opisu pola przemieszczeń jednostronnie podłużnie zamocowanych płyt przęsłowych używano szeregów trygonometrycznych np. [13] lub kombinacji funkcji trygonometrycznych i hiperbolicznych np. [2]. Osobną grupę stanowią prace np. [14, 8], w których do opisu pola przemieszczeń płyt przęsłowych o różnych warunkach brzegowych na krawędziach podłużnych użyto kombinacji funkcji trygonometrycznych i wielomianów potęgowych.

Na podstawie przeprowadzonych w niniejszej pracy badań teoretycznych różnych postaci funkcji ugięć, do aproksymacji postaci wybożenia osiowo ściskanej i jednostronnie sprężysto zamocowanej „na obrót” płyty przęsłowej, przy udziale obciążeń wywołujących wzdłużną zmienność naprężeń, proponuje się zastosowanie funkcji postaci szeregu:

$$w_s(x_s, y_s) = t_s \sum_{i=1}^{i_0} [f_{i1}((1-\kappa)Y_1 + \kappa Y_2) + f_{i2}((1-\kappa)Y_3 + \kappa Y_4)] \sin\left(\frac{i\pi x_s}{l_s}\right) \quad (4)$$

gdzie: t_s , l_s - grubość, długość płyty (ścianki s), κ - wskaźnik sprężystego zamocowania wg (2), f_{ip} - parametry funkcji ugięcia, Y_n - wielomiany potęgowe o ustalonych współczynnikach.

Postać oraz fizyczną interpretację wielomianów Y_n (dla $n = 1, 2, 3, 4$) zastosowanych w szeregu (4) zamieszczono w tabelicy 1 (gdzie: $\eta = y_s/b_s$).

Tabela 1. Zastosowane w szeregu (4) wielomiany potęgowe

$Y_1 = \eta - 2\eta^3 + \eta^4$	$Y_2 = 3\eta^2 - 5\eta^3 + 2\eta^4$	$Y_3 = \eta - 10\eta^3 + 15\eta^4 - 6\eta^5$	$Y_4 = \eta^2 - 7\eta^3 + 10\eta^4 - 4\eta^5$

Funkcja ugięcia wg (4) spełnia warunki brzegowe płyty podpartej na wszystkich krawędziach i umożliwia w ogólnym przypadku opis złożonego kształtu wybożenia płyty jaki występuje przy osiowym ściskaniu i wzdłużnej zmienności naprężeń. Ponadto umożliwia modelowanie zmiennych warunków brzegowych na jednej krawędzi podłużnej ($y_s=0$) od swobodnego podparcia ($\kappa=0$), przez sprężyste zamocowanie „na obrót” w segmencie elementu cienkościennego ($0 < \kappa < 1$, rys.1), do pełnego utwierdzenia ($\kappa=1$).

4 STAN NAPRĘŻENIA W PŁASZCZYŹNIE PŁYTY

W przypadku analizy lokalnej stateczności ściskanej półki podpartej w segmencie elementu cienkościennego na czterech krawędziach, w której akceptuje się hipotezę płaskich przekrojów, a wpływ efektu tzw. „szerokiego pasa” może być pominięty, rozkład naprężeń normalnych w płycie przeszłowej (rys.1) można przedstawić w postaci:

$$\sigma_x = \sigma_o \beta(x_s) \quad (5)$$

gdzie: σ_o - krawędziowe naprężenia normalne (dodatnie jeśli ściskające), $\beta(x_s)$ - funkcja rozkładu naprężeń normalnych na długości płyty.

W niniejszej pracy rozpatrzono przypadki: 1) liniowego rozkładu naprężeń σ_x na długości płyty, oraz 2) nieliniowego rozkładu naprężeń σ_x wg paraboli 2^o, dla których funkcję $\beta(x_s)$ do wzoru (5) można przedstawić odpowiednio w postaci:

$$\beta(x_s) = 1 - m \frac{x_s}{l_s} \quad \beta(x_s) = 1 - m \frac{x_s^2}{l_s^2} \quad (6ab)$$

gdzie: $m = 1 - \sigma_1/\sigma_o$.

Zmienność rozkładu naprężeń normalnych na długości płyty przeszłowej można uzyskać poprzez wprowadzenie naprężeń stycznych lub wzdłużnych sił masowych o rozkładzie dobranym w zależności od sposobu obciążenia pręta cienkościennego (por.rys.1). Sposób zastąpienia naprężeń stycznych odpowiednim rozkładem sił masowych w osiowo ściskanych płytach przeszłowych opisano w pracach [4, 5], natomiast w mimośrodowo ściskanych płytach wspornikowych w pracy [6].

Wprowadzenie wzdłużnych sił masowych oraz opis rozkładu naprężeń normalnych wg wzoru (5) pozwala na analizę stateczności jednostronnie sprężysto zamocowanej „na obrót” płyty przeszłowej w tych przypadkach, w których rozkład i intensywność naprężeń stycznych nie wpływa istotnie na postać lokalnej utraty stateczności. W takiej sytuacji redukcja obciążenia płyty do naprężeń normalnych z udziałem sił masowych (rys.1) pozwala uprościć

funkcję ugięcia (4) poprzez zredukowanie ilości niezbędnych parametrów jej "dopasowania" do postaci wyboczenia. W niniejszej pracy wzdlużną zmienność naprężeń uzyskano przez wprowadzenie wzdlużnych sił masowych wg schematu pokazanego na rys.1.

5 NAPRĘŻENIA KRYTYCZNE

Naprężenia krytyczne (σ_{cr}) wyboczenia lokalnego osiowo ściskanej płyty przęsłowej przy wzdlużnej zmienności naprężeń odniesiono do najbardziej ściskanej krawędzi płyty (por.rys.1) i wyrażono w postaci klasycznego wzoru:

$$\sigma_{cr} = k\sigma_E \quad (7)$$

gdzie: σ_E - naprężenia krytyczne Eulera dla płyty wg [2].

Płytkowe współczynniki wyboczeniowe (k) do wzoru (7) wyznaczono metodą energetyczną. Całkowita energia potencjalna układu wynosi:

$$U_s = V_{s,1} + V_{s,2} - L_s \quad (8)$$

gdzie: $V_{s,1}$ - energia sprężysta zginania płyty, $V_{s,2}$ - energia sprężystego zamocowania krawędzi podłużnej ($y_s=0$), L_s - praca sił zewnętrznych.

Z uwagi na fakt, że funkcję ugięcia płyty zapisano szeregiem sinusowo – wielomianowym postaci (4), energię sprężystą ($V_{s,1}$) wyznaczono w sposób zaproponowany w pracy [14], a funkcję pracy sił zewnętrznych (L_s) przy obciążeniu płyty wg rys.1 wyznaczono z sekwencji wzorów wyprowadzonych w pracy [6]. Natomiast energię sprężystego zamocowania ($V_{s,2}$) krawędzi podłużnej wyznaczono ze wzoru (9) wg [2]:

$$V_{s,2} = \frac{C_\theta}{2} \int_0^{l_s} \left[\left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)_{y_s=0} \right]^2 dx \quad (9)$$

Płytkowe naprężenia krytyczne obliczono z układu równań:

$$\partial U_s / \partial f_{ip} = 0 \quad (10)$$

srowadzając zagadnienie do problemu wyznaczania wartości i wektorów własnych.

Do obliczenia współczynników (k) naprężeń krytycznych jednostronnie sprężyste zamocowanej płyty przęsłowej opracowano w środowisku pakietu Mathematica® [15] program obliczeniowy "Ncr-płyta-przęsło-spręż-(2).nb". Program umożliwia tablicowanie współczynników oraz graficzną prezentację wyników obliczeń (wykresy, postacie wyboczenia). Funkcję ugięcia płyty aproksymowano szeregiem (4), przy narzuceniu wartości początkowych wskaźnika utwierdzenia wg wzoru (2) od $\kappa=0$ dla krawędzi podłużnej swobodnie podpartej do $\kappa=1$ dla krawędzi utwierdzonej. Parametr i_o określający ilość „półfal” funkcji sinus w kierunku osi x_s szeregu (4) dobierano w zależności od stosunku wymiarów płyty (l_s/b_s), rozkładu naprężeń działających w jej płaszczyźnie oraz wskaźnika κ . Na podstawie analizy zbieżności wyników (analogicznej do przedstawionej w pracy [6]), do obliczeń współczynników k jednostronnie sprężyste zamocowanych płyt przęsłowych o $l_s/b_s \leq 8$ oraz wartości parametrów: $0 \leq m \leq 1$ oraz $0 \leq \kappa \leq 1$ przyjęto w praktyce $i_o = 16$ co daje wystarczającą dokładność z technicznego punktu widzenia.

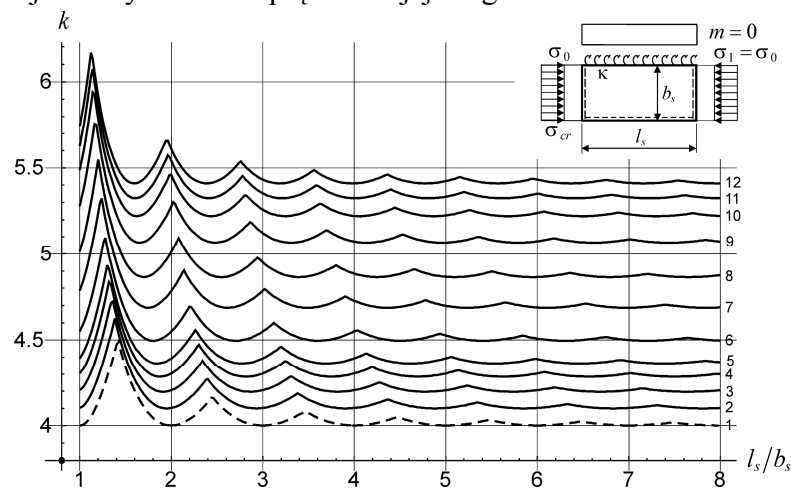
Prezentowane w dalszej części pracy wykresy współczynników k wyznaczono dla wartości parametrów $E = 205$ GPa oraz $\nu = 0,3$. W tablicy 2 podano przyporządkowanie

numeru krzywej na poszczególnych wykresach (rys.2 do rys.4) do wskaźnika κ oraz współczynnika ε wg wzorów (3ab).

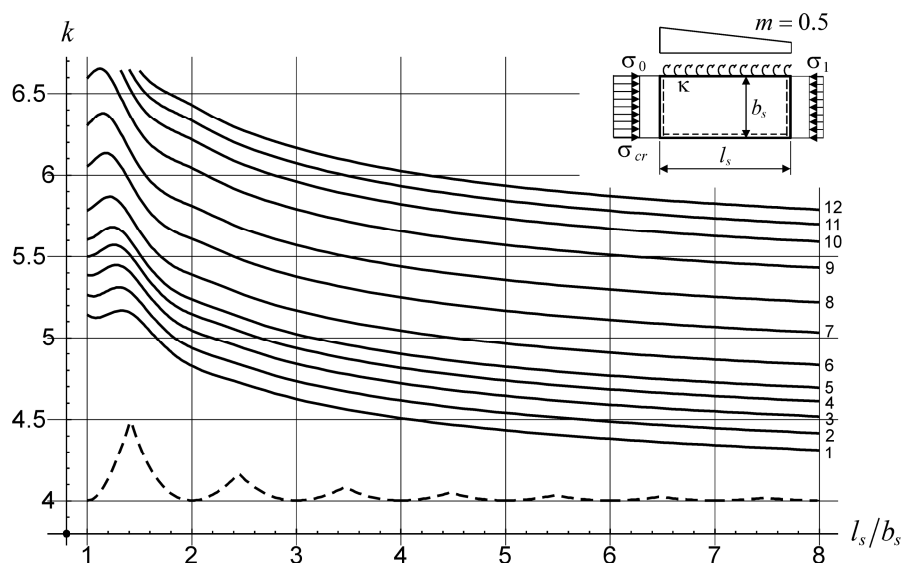
Tablica 2. Przyporządkowanie numeru krzywej na rys.2 - 4 do wskaźnika κ oraz współczynnika ε .

Nr	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
κ	0	0,2	0,333	0,429	0,5	0,6	0,714	0,8	0,882	0,937	0,972	1
ε	0	0,5	1	1,5	2	3	5	8	15	30	70	10^5

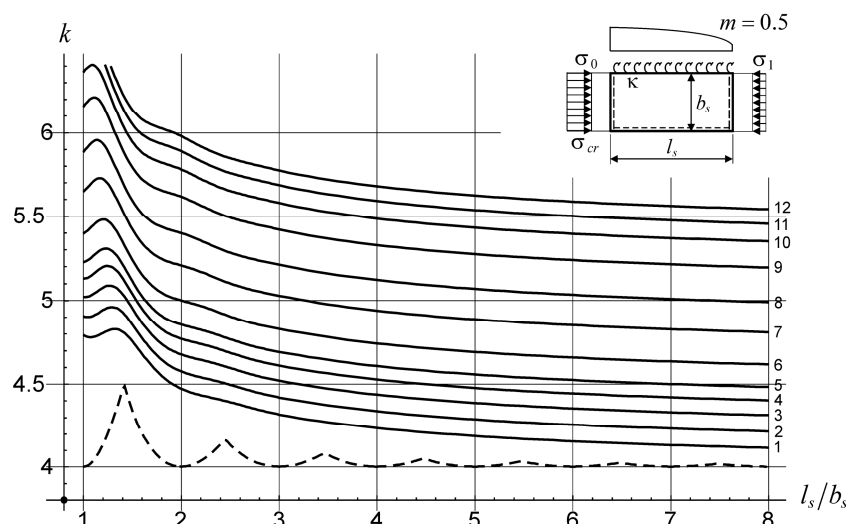
Na rys.2 do rys.4 przedstawiono wykresy współczynnika (k) naprężeń krytycznych sprężystie zamocowanych (tab.2) i osiowo ściskanych płyt przęsłowych przy: 1) stałej intensywności naprężeń normalnych na długości płyty (rys.2), 2) liniowym rozkładzie naprężeń wg wzorów (5 i 6a) dla parametru $m=0,5$ (rys.3), oraz 3) nieliniowym rozkładzie naprężeń wg wzorów (5 i 6b) dla $m=0,5$ (rys.4). Dla porównania, linią przerywaną pokazano klasyczny (girlandowy) wykres współczynnika k dla swobodnie podpartej płyty przęsłowej ($\kappa = 0$) przy stałej intensywności naprężeń na jej długości.



Rys.2. Wykresy współczynników k dla osiowo ściskanej i jednostronnie sprężystie zamocowanej (tab.2) płyty przęsłowej przy stałej intensywności naprężeń na jej długości



Rys.3. Wykresy współczynników k dla osiowo ściskanej i jednostronnie sprężystie zamocowanej (tab.2) płyty przęsłowej przy liniowym rozkładzie naprężeń w kierunku jej długości wg (5 i 6a) dla $m = 0,5$



Rys.4. Wykresy współczynników k dla osiowo ściskanej i jednostronnie sprężysto zamocowanej (tab.2) płyty przęsłowej przy nieliniowym rozkładzie naprężeń w kierunku jej długości wg (5 i 6b) dla $m = 0,5$

Z porównania wykresów zawartych na rys.2 do rys.4 wynika, iż ze wzrostem wskaźnika utwierdzenia krawędzi płyty κ wg wzoru (2) oraz parametru m wg wzorów (6ab) rosną współczynniki (k) naprężeń krytycznych jednostronnie sprężysto zamocowanych „na obrót” płyt przęsłowych. Dla $m > 0$, mniejsze współczynniki k przy tych samych wartościach parametrów κ , m oraz l_s/b_s uzyskano dla nieliniowego rozkładu naprężeń normalnych na długości płyty (por.rys.3 i rys.4). W przypadku płyty jednostronnie podłużnie utwierdzonej ($\kappa = 1$ dla $y_s = 0$) przy stałej intensywności naprężeń na jej długości (rys.2, krzywa 12), otrzymany wykres pokrywa się z wynikami uzyskanymi przez Bulsona [2].

6 PODSUMOWANIE

Zaproponowana w pracy funkcja ugięcia płyty przęsłowej w postaci szeregu wielomianowo – sinusowego (4) umożliwia modelowanie warunków brzegowych na jednej krawędzi podłużnej ($y_s = 0$) od swobodnego podparcia ($\kappa = 0$), przez sprężyste zamocowanie w środku elementu cienkościennego ($0 \leq \kappa \leq 1$), do pełnego utwierdzenia ($\kappa = 1$).

Efektywnym sposobem opisu zmienności naprężeń normalnych na długości osiowo ściskanej płyty przęsłowej jest wprowadzenie wzdłużnych sił masowych działających w jej płaszczyźnie środkowej. Rozkład sił masowych jest dobierany w zależności od wzdłużnej zmienności naprężeń [4, 5, 8]. Takie podejście pozwala uprościć funkcję ugięcia (4) poprzez zredukowanie ilości niezbędnych parametrów jej dopasowania do postaci wybożenia płyty.

Uwzględnienie sprężystego zamocowania „na obrót” podłużnej krawędzi półki w środku elementu cienkościennego oraz wzdłużnej zmienności naprężeń prowadzi do dokładniejszego oszacowania naprężeń krytycznych wybożenia lokalnego. Służy to dokładniejszemu szacowaniu szerokości efektywnej ścianki w nadkrytycznej fazie pracy przekroju.

Ze wzrostem wskaźnika utwierdzenia krawędzi płyty (κ) wg wzoru (2) oraz parametru wzdłużnego rozkładu naprężeń m wg (6ab) rosną naprężenia krytyczne jednostronnie sprężysto zamocowanych „na obrót” płyt przęsłowych. Dla $m > 0$, mniejsze współczynniki k przy tych samych wartościach parametrów κ , m oraz l_s/b_s uzyskano dla nieliniowego rozkładu naprężeń normalnych na długości płyty.

Przy wzdłużnej zmienności naprężeń o rozkładzie odmiennym od pokazanych na rys.3 lub rys.4, oszacowanie „od dołu” współczynnika k można uzyskać z wykresów pokazanych na rys.2 (dla stałej intensywności naprężeń, $m = 0$) w zależności od wskaźnika (κ) sprężystego zamocowania „na obrót” podłużnej krawędzi płyty.

PIŚMIENNICTWO

- [1] PN-EN 1993-1-3. Eurokod 3. Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-3: Reguły uzupełniające dla konstrukcji z kształtowników i blach profilowanych na zimno.
- [2] Bulson P.S. The Stability of Flat Plates, Chatto and Windus, London 1970.
- [3] Yu C, Schafer BW. Effect of longitudinal stress gradients on elastic buckling of thin plates. *J Eng Mech ASCE* 2007;133(4):452-63.
- [4] Kowal Z. Stateczność ściskanego pasa w dźwigarze blachowym o przekroju skrzynkowym. *Zeszyty Naukowe Politechniki Wrocławskiej, Budownictwo* 1965;122: 73-85.
- [5] Kowal Z. Stateczność blachy górnej metalowego fundamentu pontonowego. *Węgiel Brunatny* 1966; 4: 331-333.
- [6] Szychowski A. The stability of eccentrically compressed thin plates with a longitudinal free edge and with stress variation in the longitudinal direction. *Thin-Walled Structures* 2008; 46 (5): 494-505.
- [7] Szychowski A. Stateczność sprężyste zamocowanych płyt wspornikowych przy wzdłużnej zmienności naprężeń. 56 Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, Kielce - Krynica 2010.
- [8] Szychowski A. Stateczność ściskanego pasa dźwigara skrzynkowego przy wzdłużnej zmienności naprężeń. XII Międzynarodowa konferencja Naukowo-Techniczna „Konstrukcje Metalowe”, Wrocław 2011 (przyjęto do druku).
- [9] Rykaluk K. Pozostające naprężenia spawalnicze w wybranych stanach granicznych nośności. *Prace Naukowe Instytutu Budownictwa Politechniki Wrocławskiej*, 29, seria: Monografie 11, Wrocław 1981.
- [10] Lau S.C.W., Hancock G.J. Distortional buckling formulas for channel columns. *J. Struct. Engng ASCE*, 113(5); 1987:1063-1078.
- [11] Hancock G.J. Design for Distortional Buckling of Flexural Members. *Thin-Walled Structures* 1997; 27 (1): 3-12.
- [12] Rogers C.A., Schuster R.M. Flange/Web Distortional Buckling of Cold-Formed Steel Sections in Bending. *Thin-Walled Structures* 1997; 27 (1): 13-29.
- [13] Żeligowski A. Nieliniowe zagadnienie stateczności ściskanych płyt prostokątnych przy różnych warunkach brzegowych. *Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej* Nr 495, *Mechanika* z. 74, 1988, 83-93.
- [14] Jakubowski S.: Macierzowa analiza stateczności i drgań własnych ścian dźwigarów cienkościennych. *Archiwum Budowy Maszyn* (1986), Tom XXXIII, Z.4, 357-375.
- [15] Wolfram S. *Mathematica*. Cambridge University Press.

LOCAL STABILITY OF THE COMPRESSED FLANGE OF A COLD-FORMED THIN-WALLED SECTION**Summary**

The problem of local stability of a compressed flange of a cold-formed thin-walled member was reduced to the buckling analysis of the internal plate one-sidedly elastically restrained “on rotation” (Fig.1) with the participation of loadings generating the variation of stresses in the direction of its length. Deflection function (4) was proposed to enable modeling of boundary conditions on one longitudinal edge from a simple support, through elastic restraint in the web of a thin-walled member, to a built-in edge. Plots of plate buckling coefficient (k) depending on the degree of elastically restrained longitudinal edge were determined.

Lucjan ŚLĘCZKA¹
Politechnika Rzeszowska

ZASTOSOWANIE METODY SKŁADNIKOWEJ DO OCENY CHARAKTERYSTYKI WĘZŁÓW OBCIĄŻONYCH CYKLICZNIE

STRESZCZENIE

W pracy przedstawiono główne założenia i zasady wyznaczania właściwości strukturalnych węzłów ram stalowych za pomocą metody składnikowej. Zaproponowano sposób jej modyfikacji taki, aby było możliwe rozszerzenie zakresu stosowania na węzły obciążone momentem zginającym w sposób cyklicznie zmienny. Jest to możliwe przez zdefiniowanie charakterystyk siła przemieszczenie ($F-\Delta$) poszczególnych składników w zakresie nie tylko obciążenia, lecz również odciążenia i obciążenia w przeciwnym kierunku, a także przez zmodyfikowanie zasad składania części podstawowych w jeden globalny model. W pracy zaprezentowano przykład analizy śrubowego węzła doczołowego z blachą zlicowaną i wyznaczenia jego charakterystyki $M-\phi$ w przypadku obciążenia cyklicznie zmiennego.

Słowa kluczowe: węzły ram, metoda składnikowa, obciążenia zmienne

1 WPROWADZENIE

Zgodnie z zaleceniami normy PN-EN 1993-1-8 [1] podczas przeprowadzania analizy globalnej konstrukcji należy uwzględnić wpływ zachowania się węzłów. Istotnymi z tego punktu widzenia właściwościami strukturalnymi węzłów ram stalowych i zespolonych są nośność, sztywność obrotowa i zdolność węzła do obrotu. Charakterystyki te mogą być wyznaczone za pomocą tzw. metody składnikowej, której główne zasady zawarte są w normie PN-EN 1993-1-8 [1]. Pierwszy etap stosowania tej metody to wyróżnienie w węźle części podstawowych (składników), dla których w następnym kroku określa się charakterystyki siła przemieszczenie ($F-\Delta$) każdego pojedynczego składnika, traktując je jako sprężysto-plastyczne sprężyny obciążone siłą podłużną. Ostatnim etapem jest złożenie składników w jeden model podlegający obciążeniu momentem zginającym i wyznaczenie dla takiego układu mechanicznego globalnej charakterystyki moment-obrót $M-\phi$, opisującej zachowanie całego węzła.

¹ slecza@prz.edu.pl

Zaletami metody składowej jest wszechstronność stosowania i możliwość uzyskania wiarygodnych rezultatów przy stosunkowo niedużym nakładzie pracy obliczeniowej. Inne sposoby służące do wyznaczania właściwości strukturalnych węzłów (np. badania doświadczalne czy metoda elementów skończonych) są o wiele bardziej pracochłonne.

Ograniczeniem metody składowej w ujęciu normy [1] jest możliwość jej stosowania tylko do węzłów łączących elementy o przekroju dwuteowym oraz do węzłów podlegających tylko oddziaływaniu momentu zginającego o monotonicznie wzrastającej wartości.

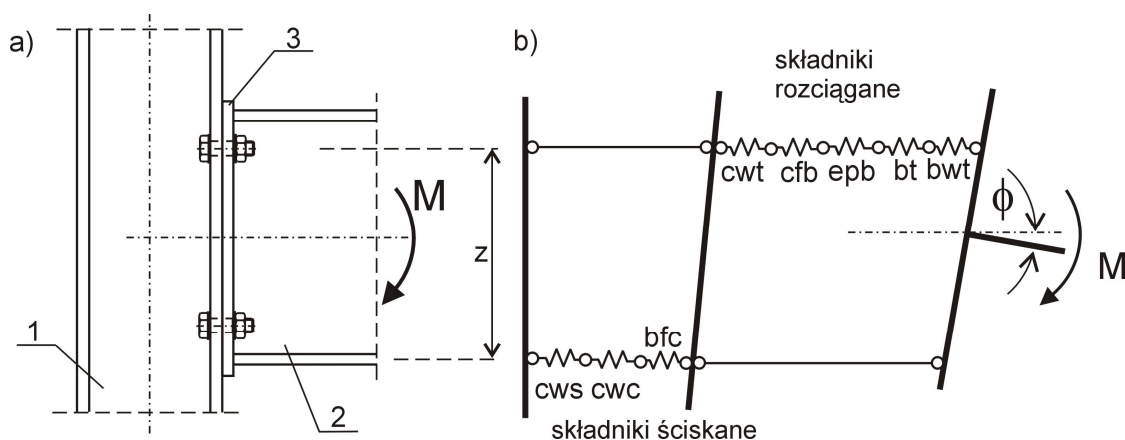
Wobec coraz to bardziej narastającej konieczności brania pod uwagę przy projektowaniu konstrukcji oddziaływań sejsmicznych oraz oddziaływań wyjątkowych, takich jak eksplozje czy uderzenia, pojawia się konieczność uwzględniania w takich analizach zachowania się węzłów. W takich przypadkach podlegają one obciążeniu momentem zginającym, którego wartość jest zmienna w czasie, często cyklicznie zmienna, lub podlegają równoczesnemu działaniu momentu zginającego węzeł wraz z siłą podłużną, ściskającą lub rozciągającą. Zapisy dotyczące metody składowej zawarte w normie [1] nie uwzględniają takiego zakresu jej stosowania.

W referacie podano sposób, w jaki metoda składowa może zostać rozszerzona na przypadki obciążenia innego niż monotoniczny, lub na przypadek równoczesnego działania momentu i siły podłużnej.

2 BUDOWA MODELU WĘZŁA OBCIĄŻONEGO CYKLICZNIE

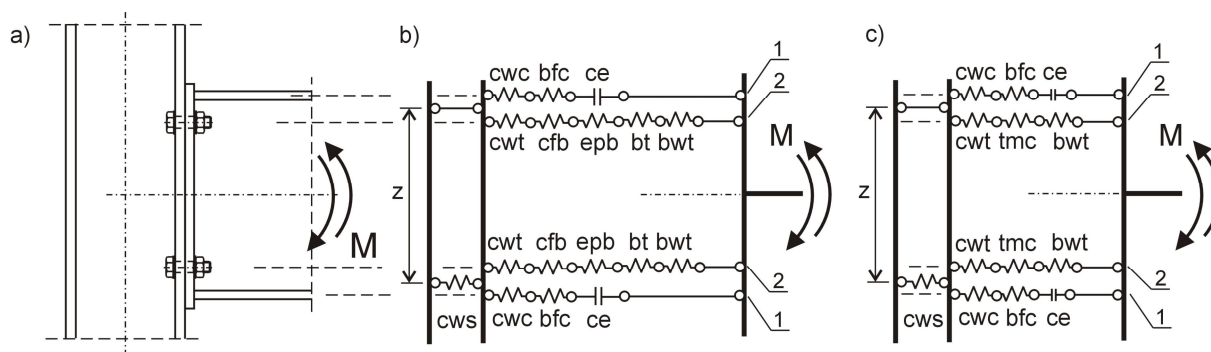
2.1 Układ geometryczny modelu

Budując składowy model węzła zdolny do prześledzenia jego odpowiedzi pod wymuszeniem działającym w sposób zmienny lub cykliczny, należy przejść przez takie same etapy, jak w przypadku typowego modelowania składowego. Etap pierwszy, którym jest wyróżnienie w węźle części podstawowych (składowców), jest identyczny jak w przypadku typowego modelowania węzła. Norma [1] podaje listę składowców i sposoby ich wydzielenia w typowych węzłach konstrukcji stalowych. Na Rys. 1 pokazano składowce występujące w stalowym węźle doczołowym belki ze słupem, z blachą zlicowaną. Połączenie to posłuży jako przedmiot dalszych rozważań. Składowcami odpowiadającymi za zachowanie węzła są: ścinany panel środkowy słupa (cws), środkowy słup przy poprzecznym ściskaniu (cwc), pas i środkowy belki w strefie ściskania (bfc), środkowy słup przy poprzecznym rozciąganiu (cwt), zginany pas słupa (cfb), zginana blacha czołowa (epb), śruby podlegające rozciąganiu (bt) oraz rozciągany środkowy belki (bwt).



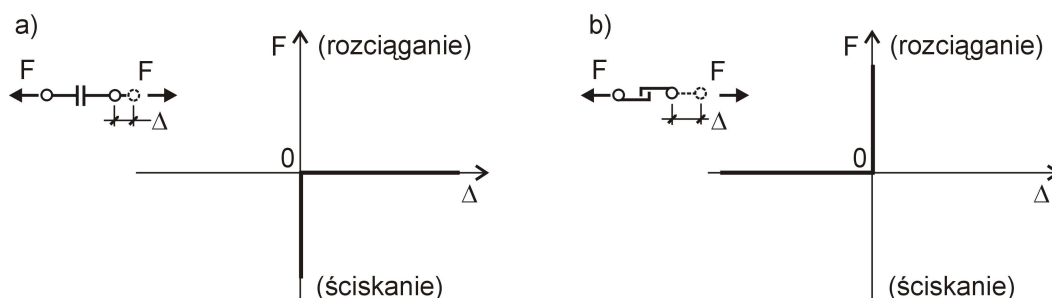
Rys. 1. Model składowy połączenia z blachą czołową zlicowaną obciążony monotonicznie; a) schemat połączenia, b) model monotoniczny; 1- słupek, 2- belka, 3- blacha czołowa

W każdym takim połączeniu składniki przenoszące ściskanie i rozciąganie występują zarówno w górnej, jak i w dolnej strefie węzła. W przypadku działania obciążenia wyłącznie monotonicznego można rozpatrywać tylko te, które są uaktywnione odpowiednim zwrotem działającego momentu zginającego, (Rys. 1b). W przypadku działania momentu zginającego o zmieniającym się zwrocie (obciążenie cykliczne), uwzględnić należy składniki ścisrane i rozciągane występujące zarówno w dolnej, jak i górnej strefie węzła (Rys. 2b). Położenie składników wynika z ich usytuowania w odpowiednich strefach węzła – składniki ścisrane położone są na linii środka ciężkości pasów belki, zaś składniki rozciągane na linii poszczególnych szeregów śrub. Składnik uwzględniający ścinany panel środknika słupa (cws) powinien posiadać odpowiednie ramię działania z , mierzone od linii śrub do środka ciężkości pasa ściszanego.



Rys. 2. Model połączenia z blachą czołową zlicowaną obciążony cyklicznie; a) schemat węzła, b) model cykliczny; c) model cykliczny uproszczony; 1- szereg przenoszący ściskanie; 2 – szereg przenoszący rozciąganie

W celu zagwarantowania odpowiedniego włączania się poszczególnych szeregów składników (ściskanych lub rozciąganych), każdy szereg powinien zostać uzupełniony nieliniowym elementem przenoszącym tylko rozciąganie lub tylko ściskanie, (Rys. 3). Umożliwiają one wybór odpowiedniej „ścieżki” przekazywania sił ściskających lub rozciągających. Element przenoszący wyłącznie ściskanie (ce) wbudowany jest bezpośrednio w szereg składników przenoszących ściskanie, zaś element przenoszący tylko rozciąganie (te) uwzględniony jest przy modelowaniu rozciąganych śrub (bt), co opisano w następnym podrozdziale.



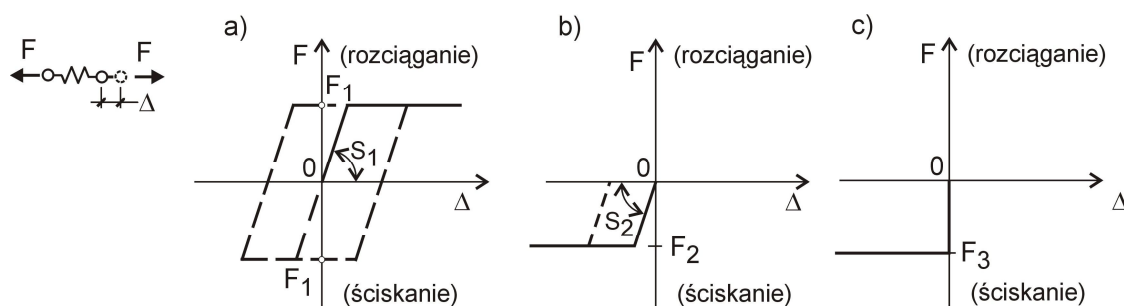
Rys. 3. Elementy nieliniowe; a) przenoszący wyłącznie ściskanie (ce), b) przenoszący wyłącznie rozciąganie (te) (opis w tekście)

Na Rys. 2b składniki występujące w strefie rozciąganej, takie jak zginany pas słupa (cfb), zginana blacha czołowa (epb) oraz śruby podlegające rozciąganiu (bt) wyszczególnione są jako niezależne od siebie części składowe, podczas gdy w rzeczywistości współpracują ze sobą i mogą być modelowane jednym makrokomponentem, oznaczonym jako (tmc) [2]. Prowadzi to do uproszczenia modelu węzła, który ostatecznie wygląda jak na Rys. 2c.

2.2 Opis zachowania poszczególnych składników

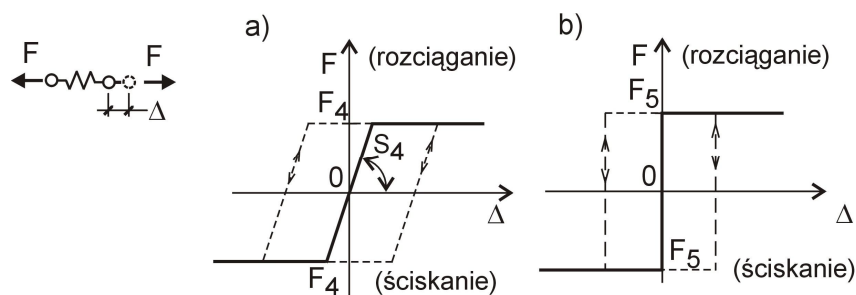
W przypadku tworzenia modelu cyklicznego opis zachowania się niektórych części podstawowych musi uwzględniać charakterystykę siła przemieszczenie ($F-\Delta$) w zakresie nie tylko obciążenia, lecz również odciążenia i obciążenia w przeciwnym kierunku, w niektórych zaś wypadkach można uwzględniać tylko charakterystykę jednostronną.

Panel środkika słupa podlegający ścinaniu (cws) posiada zdolność do zachowania stabilnej, nie zmieniającej się pętli histerezy obciążeniowej pod wpływem cyklicznego obciążenia [3]. Jego zachowanie w metodzie składnikowej może zostać modelowane przez sprężysto plastyczną sprężynę, w której wartość siły uplastyczniającej jest taka sama przy pierwszym rozciąganiu lub pierwszym ściskaniu, (Rys. 4a). Nośność i sztywność tego składnika określona jest zgodnie z zapisami normy [1].



Rys. 4. Charakterystyki składników; a) ścinany panel środkika (cws); b) środek słupa ściskany (cwc); c) pas belki ściskany (bfc)

Składniki występujące w szeregu ściskanym (oznaczonym jako „1” na Rys. 2b i 2c) charakteryzowane są przez zależność siła przemieszczenie ($F-\Delta$) opisywaną tylko w zakresie obciążenia ściskającego. Element przenoszący tylko ściskanie (ce), posiadający charakterystykę pokazaną na Rys. 3a uniemożliwia pojawienie się w nich siły rozciągającej. Charakterystyki składników występujących w tym szeregu pokazano na Rys. 4b i 4c. Nośność F_2 opisana jest jako nośność ściskanego środkika słupa, zaś F_3 jako nośność pasa belki podlegającego ściskaniu, według zapisów normy [1]. Sprężyna modelująca zachowanie się środkika słupa podlegającego ściskaniu ma charakterystykę sprężysto plastyczną, zaś ściskanego pasa belki ma charakterystykę sztywno plastyczną.

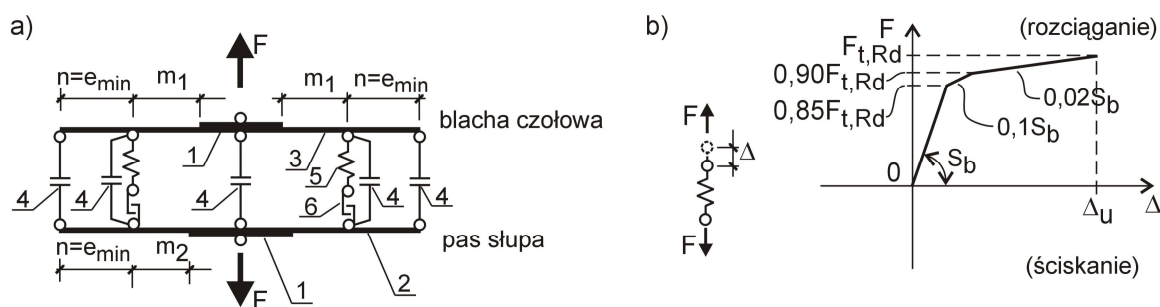


Rys. 5. Charakterystyki składników w strefie rozciąganej; a) środek słupa rozciągany (cwt); b) środek belki rozciągany (bwt)

W przypadku składników występujących w szeregu oznaczonym jako „2” na Rys. 2b i 2c, głównym sposobem przenoszenia przez nie obciążenia jest rozciąganie. W rzeczywistości może pojawić się w nich również ściskanie, gdy w poprzedzającym cyklu obciążenia siła rozciągająca wywoła w nich trwałe wydłużenie plastyczne. Wówczas przy przeciwnym zwrocie momentu zginającego mogą one przejmować siłę ściskającą, aż do

chwili ich skrócenia do długości początkowej. Gdy takie skrócenie nastąpi, wówczas ścieżka przepływu ściskania przesuwa się do szeregu ściskanego "1". Nominalne zachowanie środnika słupa (cwt) i środnika belki (bwt) może zostać opisane zależnością siła przemieszczenie pokazaną na Rys. 5. Nośność i sztywność poszczególnych składników opisana jest formułami zawartymi w normie [1].

Makrokomponent (tmc) uwzględniający łączne zachowanie zginanego pasa słupa (cfb), zginanej blachy czołowej (epb) oraz śrub podlegających rozciąganiu (bt) charakteryzuje się różną formą odpowiedzi na wymuszenie, w zależności od proporcji nośności giętej pasa słupa lub blachy czołowej do nośności śruby na rozciąganie, oraz w zależności od zwrotu działającego obciążenia. Jego globalne zachowanie może zostać odwzorowane przez model mechaniczny przedstawiony na Rys. 6a. W jego skład wchodzi elementy belkowe pracujące sprężysto plastycznie "2", o przekroju poprzecznym prostokąta, którego grubość jest równa grubości pasa słupa lub grubości blachy czołowej, zaś szerokość jest równa szerokości efektywnej l_{eff} króćca teowego odwzorowującego zginaną ściankę. W środkowej części te belki mają fragmenty o bardzo dużej sztywności "1", w obszarze gdzie występuje połączenie ze środnikiem słupa lub środnikiem belki. Belki połączone są pięcioma elementami kontaktowymi "4" przenoszącymi tylko ściskanie (ce), według charakterystyki podanej na Rys. 3a oraz elementami modelującymi śruby "5" i "6". Elementy kontaktowe umieszczone są w osi symetrii modelu, w wierzchołkach elementów belkowych "2" i w linii umieszczenia śrub.



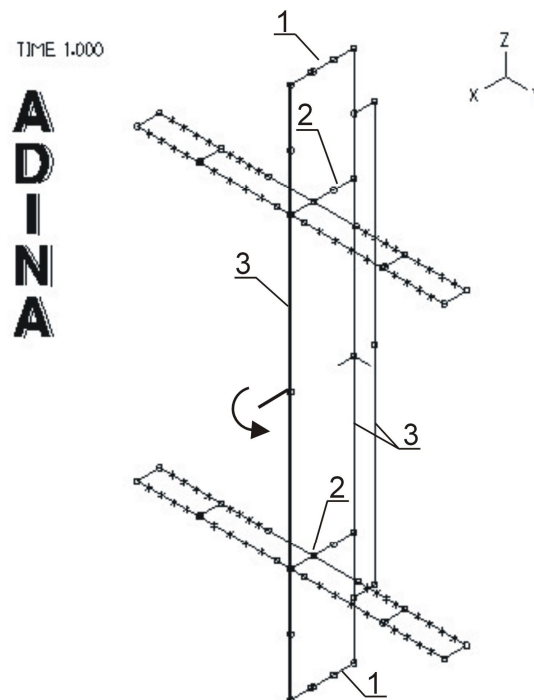
Rys. 6. Makrokomponent (tmc) uwzględniający współpracę zginanego pasa słupa (cfb), zginanej blachy czołowej (epb) i śrub podlegających rozciąganiu (bt); a) model mechaniczny; b) charakterystyka śruby (opis w tekście)

Model śruby uwzględnia jej sztywność i nośność przy działaniu siły rozciągającej, co odwzorowane jest zależnością przedstawioną na Rys. 6b [4], oraz brak możliwości przenoszenia ściskania, co uzyskano za pomocą szeregowego połączenia z elementem przenoszącym tylko rozciąganie (te), pokazanym na Rys. 3b. Sposób modelowania makrokomponentu przy użyciu elementów prętowych i belkowych, oraz jego weryfikację szerzej przedstawiono w [2].

2.3 Model globalny

Przedstawiony na Rys. 2c model mechaniczny jest zestawem sztywnych i odkształcalnych elementów, reprezentujących zachowanie fizycznie wydzielonych części połączenia. Model taki zawiera również elementy nieliniowe przenoszące wyłącznie ściskanie lub rozciąganie, według Rys. 3. Śledzenie odpowiedzi węzła na wymuszenie może być przeprowadzone za pomocą rozwiązywania równań równowagi i ogólnego prawa zachowania minimum energii, lecz wydaje się, że najłatwiej układ ten można odwzorować za pomocą elementów skończonych, używając do tego celu elementów prętowych zastępujących sprężyny o sztywności podłużnej oraz elementów belkowych o odpowiedniej sztywności giętej.

Na Rys. 7 przedstawiono widok takiego modelu mechanicznego stworzonego za pomocą programu ADINA [5].



Rys. 7. Widok globalnego modelu cyklicznego; 1- szereg przenoszący ściskanie, 2- szereg przenoszący rozciąganie, 3- sztywne elementy belkowe

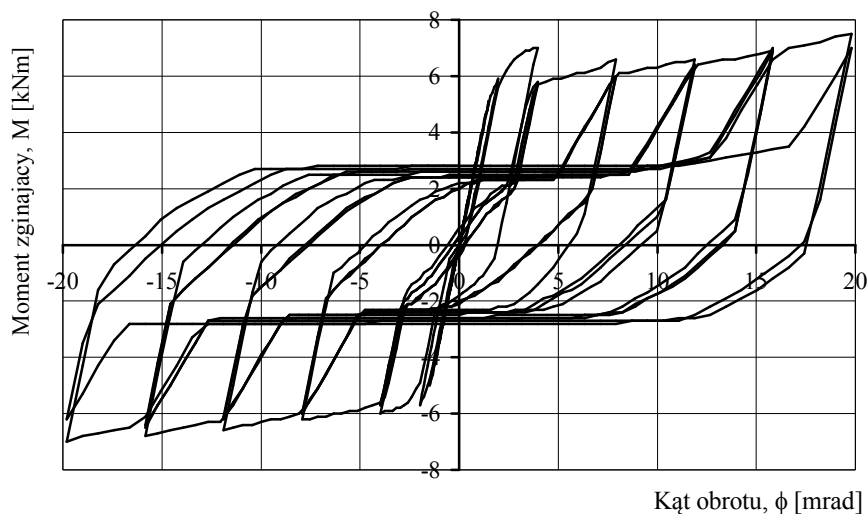
3 PRZYKŁAD ZASTOSOWANIA MODELU WĘZŁA OBCIĄŻONEGO CYKLICZNIE

Korzystając z modelu zbudowanego na opisanych wcześniej zasadach prześledzono zachowanie węzła obciążonego w sposób cyklicznie zmienny. Rozpatrzono połączenie słupa wykonanego z HEM200, z belką wykonaną z IPE270, jako połączenia doczołowego, z blachą zlicowaną. Zastosowano dwa szeregi śrub, umieszczone wewnątrz obrysu belki. Pionowa podziałka szeregów śrub wynosiła $p=150$ mm, zaś poziomy rozstaw śrub $w=90$ mm. Przyjęto wymiary blachy czołowej 150x310 mm. Grubość blachy czołowej oraz średnica i klasa właściwości mechanicznych podlegały zmianie w poszczególnych analizach.

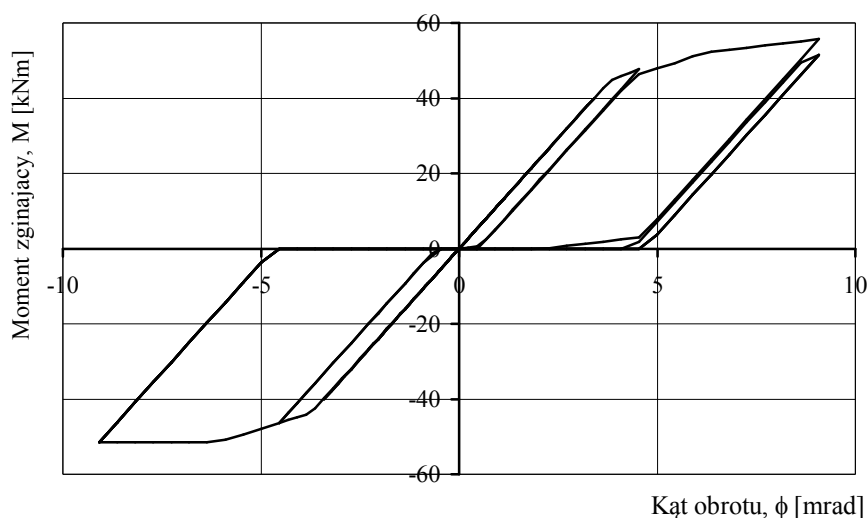
Ponieważ na zachowanie się połączeń obciążonych w sposób cyklicznie zmienny wpływa historia obciążenia, przyjęto wzorzec obciążenia węzła przedstawiony w publikacji [6]. Przedstawiona tam procedura polega najpierw na analizie połączenia pod obciążeniem monotonicznie rosnącym. Dla zarejestrowanej tak ścieżki $M-\phi$ wyznacza się nośność plastyczną M_y oraz odpowiadający nośności plastycznej kąt obrotu węzła ϕ_y . Jako M_y oraz ϕ_y przyjmuje się współrzędne punktu przecięcia się dwu prostych, pierwszej wystawionej z początku układu współrzędnych i stycznej do początkowej ścieżki zależności $M-\phi$ otrzymanej z analizy monotonicznej (a więc opisującej sztywność początkową węzła $S_{j,ini}$) i drugiej linii, stycznej do nieliniowej części wykresu $M-\phi$ i posiadającej nachylenie $S_{j,ini}/10$ [6].

Analizy cykliczne polegają na obciążaniu wzrastającym zakresem kąta obrotu węzła, według wzorca: jeden cykl obciążenia o amplitudzie $\phi_y/4$, jeden cykl obciążenia o amplitudzie $2\phi_y/4$, jeden cykl obciążenia o amplitudzie $3\phi_y/4$, jeden cykl obciążenia o amplitudzie ϕ_y , trzy cykle obciążenia o amplitudzie $2\phi_y$ i trzy cykle obciążenia o amplitudzie $(2+2n)\phi_y$, gdzie $n=0, 1, 2, \dots$.

Otrzymane globalne charakterystyki węzłów pokazano na (Rys. 8) i (Rys. 9). Pierwszy rozpatrywany model dotyczył połączenia z blachą czołową o grubości $t_p=5$ mm i śrubami M20-10,9, zaś drugi połączenia z blachą czołową o grubości $t_p=25$ mm i śrubami M20-10,9.



Rys. 8. Cykliczna odpowiedź połączenia z blachą czołową o grubości $t_p=5$ mm, śruby M20-10.9



Rys. 9. Cykliczna odpowiedź połączenia z blachą czołową o grubości $t_p=25$ mm, śruby M16-8.8

W połączeniu z cienką blachą składnikiem decydującym o zachowaniu się węzła jest blacha czołowa, w połączeniu z grubą blachą o zniszczeniu decydują rozciągnięte śruby.

Pierwszy węzeł z cienką blachą charakteryzuje się pętlami histerezy obciążeniowej powstającymi przy stałym zakresie obciążenia oraz zjawiskiem zacieśniania pętli histerezy przy kątach obrotu węzła zbliżonych do zera. Jego zachowanie jest sprężysto-plastyczne. Drugi węzeł charakteryzuje się narastaniem luzu (możliwością zmiany kąta obrotu przy zerowej wartości momentu) wskutek plastycznego wydłużania się śrub. Zależność $M-\phi$ ma w tym wypadku charakter nieliniowo sprężysty.

Otrzymane wyniki są jakościowo identyczne z wynikami badań podobnych połączeń opisanych w [7].

4 PODSUMOWANIE

Połączenia podatne obciążone w sposób zmienny lub cykliczny najczęściej charakteryzują się postępującą degradacją nośności i sztywności. Przyczynami takiej degradacji są:

- zmiana właściwości mechanicznych materiału podlegającego obciążeniu cyklicznemu (cykliczne wzmocnienie, cykliczne osłabienie),
- powstające i rozwijające się wraz liczbą cykli obciążenia uszkodzenia materiałowe (pękanie zmęczeniowe, lokalna utrata stateczności),
- cechy strukturalne węzłów (inne ścieżki przenoszenia rozciągania inne zaś ściskania, więzy jednostronne, rozwijające się strefy uplastycznienia i narastające w trakcie obciążenia trwałe deformacje plastyczne).

Uwzględnianie dwu pierwszych grup zjawisk w tworzonych modelach węzłów obciążonych cyklicznie jest trudne i w przypadku węzłów podlegających umiarkowanej liczbie cykli obciążenia o niezbyt dużej amplitudzie zmian zwykle niepotrzebne. Przedstawiona w referacie metoda umożliwi efektywne modelowanie zjawisk degradacji wywołanych cechami strukturalnymi węzłów. Metoda może zostać również użyta do modelowania odpowiedzi węzła obciążonego momentem zginającym i siłą podłużną.

PIŚMIENNICTWO

- [1] PN-EN 1993-1-8: Eurokod 3 - Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-8: Projektowanie węzłów. PKN, Warszawa.
- [2] Ślęczka L.: Analytical study on cyclic behaviour of bolted joint component. Int. Conference on Metal Structures ICMS 2011, Wrocław, 15-17 czerwca 2011, (w druku).
- [3] Kim K. D., Engelhardt M.D.: Monotonic and cyclic loading models for panel zones in steel moment frames. *Journal of Constructional Steel Research* 58 (2002) 605-635.
- [4] Swanson J.A.: Characterization of the static strength, stiffness and ductility behavior of T-stub connections. PhD thesis, Georgia Inst. of Technology, Atlanta, 1999.
- [5] ADINA System 8.7. Adina R&D Inc., 2010.
- [6] European Convention for Constructional Steelworks: Recommended testing procedure for assessing the behavior of structural steel elements under cyclic loads. ECCS, Brussels, 1986.
- [7] Broderick B.M, Thomson A.W.: The response of flush end-plate joints under earthquake loading. *Journal of Constructional Steel Research* 58 (2002) 1161-1175.

APPLICATION OF COMPONENT METHOD TO THE ASSESSMENT THE JOINTS CHARACTERISTIC UNDER CYCLING LOADING

Summary

Structural properties of semi-rigid joints, such as rotational stiffness and moment capacity, can be evaluated according to Eurocode 3 using the component method. This method is limited to structural joints connecting H or I sections and loaded by pure bending, having monotonic nature. The paper presents the main assumptions and rules of the component method. Moreover, it proposes a way of its extension to cover the range of joints loaded in a cyclic manner and joints loaded simultaneously by bending moment and axial force. The detailed formulation of the proposed new formulation of the model is described. Two examples of flush end plate joints demonstrate how the cyclic response can be effectively modeled.

Andrzej WOJNAR¹
Politechnika Rzeszowska

WPLYW RZECZYWISTEJ CHARAKTERYSTYKI WĘZŁÓW NA DOBÓR PRZEKROJÓW W STALOWYCH RAMACH PRZECHYŁOWYCH

STRESZCZENIE

Stalowe ramy przechyłowe są jednym z najbardziej popularnych układów konstrukcyjnych w budynkach wielokondygnacyjnych. Dotychczas, w obliczeniach ram tego typu, połączenia pomiędzy słupami i ryglami traktowane były jako węzły sztywne. W rzeczywistości są to połączenia podatne, a ich charakterystyka podatnościowa ma wpływ na zachowanie się wyżej wymienionych konstrukcji. W referacie przedstawiono wpływ podatności węzłów na rozkład sił wewnętrznych w prętach ramy, a co za tym idzie na przekroje poprzeczne zastosowanych kształtowników. Analizę wykonano biorąc pod uwagę ramy charakteryzujące się stosunkiem wysokości do szerokości H/B z przedziału 0,4 do 2,0. Obliczenia wykonano zgodnie z obowiązującymi normami PN-EN.

Słowa kluczowe: konstrukcje stalowe, ramy przechyłowe, połączenia podatne, sztywność początkowa.

1 WPROWADZENIE

Ramy stalowe są jednym z często stosowanych typów układów nośnych stanowiących konstrukcję budynków wielokondygnacyjnych. Rozróżnia się dwa główne schematy konstrukcyjne:

- ramy stężone – w których obciążenia pochodzące od sił poziomych przenoszone są przez niezależny układ stężający,
- ramy niestężone – przenoszące zarówno obciążenia pionowe jak i poziome.

W przypadku budynków, których stosunek wysokości H do szerokości B nie przekracza 2 ($H/B < 2$), jako główne układy konstrukcyjne przyjmuje się przeważnie ramy niestężone. Słupy tych ram wykonuje się zazwyczaj z dwuteowników szerokostopowych HEB, a rygle z dwuteowników równoległościennych IPE. Z uwagi na łatwość montażu, połączenia rygli ze słupami wykonuje się jako sprzężane, doczołowe połączenia śrubowe. Dotychczas w obliczeniach statycznych wyżej wymienionych ram, połączenia rygli ze słupami traktowane były jak węzły idealnie sztywne. W modelu obliczeniowym sztywność

¹ awojnar@prz.edu.pl

takiego połączenia była równa nieskończoności, a nośność równa nośności rygla na zginanie. W rzeczywistości nieuzębrowane połączenia tego typu zalicza się do połączeń podatnych, których zachowanie się można opisać za pomocą zależności pomiędzy momentem zginającym obciążającym węzeł a kątem obrotu węzła (tzw. krzywa $M-\phi$). Fakt ten został uwzględniony m.in. w normach PN-EN 1993-1-1 [1], PN-EN 1993-1-8 [2], które nakazują uwzględnianie sztywności węzłów podczas wykonywania obliczeń statycznych. W referacie przeprowadzono analizę wpływu sztywności połączeń doczołowych pomiędzy ryglami i słupami w stalowej ramie przechyłowej, na rozkłady sił wewnętrznych i związany z tym dobór przekrojów słupów i rygli. Analizę przeprowadzono biorąc pod uwagę niestężone ramy stalowe o następującej geometrii:

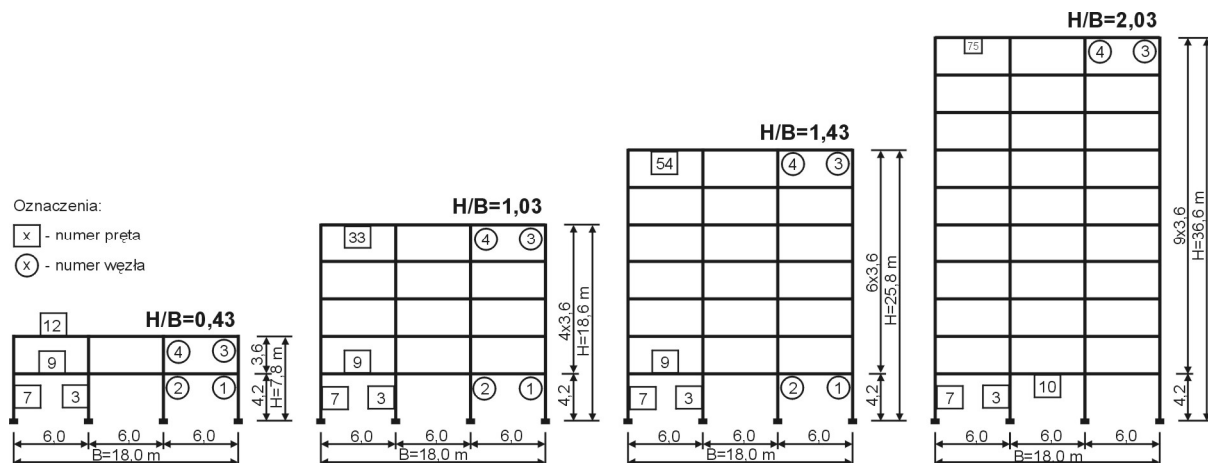
- Rama 1 – dwukondygnacyjna (4,2+3,6), trzytraktowa (3x6,0) rama stalowa, o stosunku wysokości do szerokości $H/B=0,43$,
- Rama 2 – pięciokondygnacyjna (4,2+4x3,6), trzytraktowa rama stalowa, $H/B=1,03$,
- Rama 3 – siedmiokondygnacyjna (4,2+6x3,6), trzytraktowa rama stalowa, $H/B=1,43$,
- Rama 4 – dziesięciokondygnacyjna (4,2+9x3,2), trzytraktowa rama stalowa, $H/B=2,03$.

2 ANALIZA OBLICZENIOWA

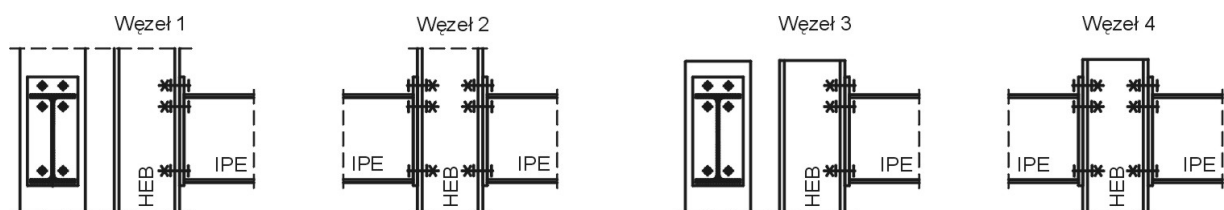
2.1 Geometria ramy

Przeanalizowano niestężone ramy stalowe, charakteryzujące się wymiarami geometrycznymi jak na Rys. 1. W kierunku podłużnym przyjęto rozstaw ram $s = 6,0$ m.

Założono, że słupy ram wykonane są z dwuteowników szerokostopowych typu HEB, a rygle z dwuteowników równoległościennych IPE, przyjęto stal S355. Podczas wymiarowania słupów, nie zmieniano ich przekroju poprzecznego i nie stosowano styków montażowych na ich długości. Rygle i słupy podzielono na następujące grupy: rygle dachowe – znajdujące się w płaszczyźnie dachu budynku i rygle pośrednie – znajdujące się w poziomie stropów pośrednich, słupy skrajne oraz słupy pośrednie. W obrębie powyższych grup, rygle i słupy mają taki sam przekrój poprzeczny.



Rys. 1. Rodzaje analizowanych ram



Rys. 2. Rodzaje zastosowanych węzłów w analizowanych ramach

Przyjęto, że wszystkie słupy są utwierdzone w stopach fundamentowych, natomiast słupy i rygle połączone są za pomocą nieuzębrowanych, sprężonych, doczołowych połączeń śrubowych z wystającą blachą czołową (Rys. 2). Zastosowano w nich śruby M24 kl.10.9.

2.2 Obciążenia

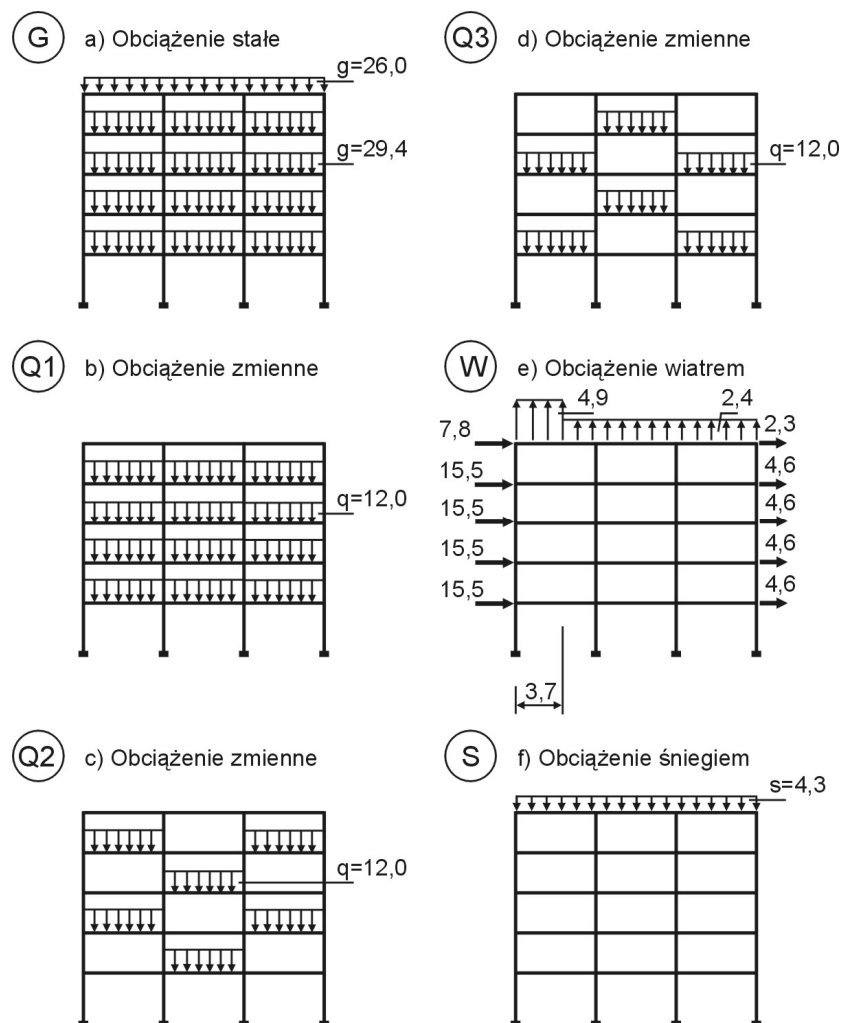
Przyjęto, że na rozpatrywane ramy działają następujące obciążenia:

- ciężar własny ramy,
- obciążenie stałe dachu, o wartości $g_{kd} = 4,34 \text{ kN/m}^2$,
- obciążenie stałe stropów pośrednich, o wartości $g_{ks} = 4,90 \text{ kN/m}^2$,
- obciążenie zmienne stropów pośrednich (powierzchnia biurowa, kategoria użytkowania B, według PN-EN 1991-1-1 [3]), o wartości $q_k = 2,00 \text{ kN/m}^2$,

Wartości obciążeń klimatycznych, tj. obciążenie śniegiem i wiatrem wyznaczono zgodnie z normami, odpowiednio PN-EN 1991-1-3 [4] i PN-EN 1991-1-4 [5]. W przypadku obciążenia śniegiem przyjęto 2 strefę obciążenia i normalne warunki terenowe, w przypadku obciążenia wiatrem – 1 strefę obciążenia. Otrzymano następujące wartości obciążeń:

- obciążenie śniegiem dachu, o wartości $s_k = 0,72 \text{ kN/m}^2$,
- obciążenie wiatrem, o wartości jak na Rys. 3.

Schematy działających obciążeń przedstawiono na przykładzie Ramy 2, na rys. 3.



Rys. 3. Schematy obciążeń Ramy 2 (obciążenie ciągłe w kN/m, obciążenie skupione w kN)

2.3 Model obliczeniowy

W celu wykonania analizy obliczeniowej opracowano przy wykorzystaniu programu Robot Structural Analysis 2011 modele komputerowe ram. Słupy i rygle ramy modelowano za pomocą prętowych elementów skończonych, a połączenia pomiędzy nimi jako węzły idealnie sztywne albo podatne – w zależności od spełnienia kryterium klasyfikacji węzła według [2]. Połączenia słupów z fundamentami zamodelowano jako węzły idealnie sztywne.

Obliczenia przeprowadzono w odniesieniu do dwóch modeli węzłów:

- węzły idealnie sztywne, o sztywności równej nieskończoności i nośności równej nośności przekroju poprzecznego rygla na zginanie $M_{b,Rd}$,
- węzły podatne, o sztywnościach i nośnościach obliczonych programem Cop [6], dla grubości blachy czołowej obliczonej według wzoru (1), wskazującego grubość blachy zapewniającą zdolność węzła do obrotu:

$$t_p \leq 0,36 \cdot d \cdot \sqrt{\frac{f_{ub}}{f_y}} = 0,36 \cdot 24 \cdot \sqrt{\frac{1000}{355}} = 14,5. \quad (1)$$

Przyjęto $t_p = 15$ mm. Parametry podatnościowe węzłów zestawiono w Tab. 2 do 5.

W przypadku ram z węzłami podatnymi, charakterystyki podatnościowe węzłów uwzględniono w modelu komputerowym poprzez zastosowanie tzw. węzłów kompatybilnych imitujących zachowanie się połączeń podatnych. Rozróżniono następujące rodzaje węzłów (Rys. 1, 2):

- węzeł 1 - połączenie pomiędzy rygłem i słupem skrajnym ramy w poziomie stropów,
- węzeł 2 - połączenie pomiędzy ryglami i słupem środkowym w poziomie stropów,
- węzeł 3 - połączenie pomiędzy rygłem i słupem skrajnym ramy w poziomie dachu,
- węzeł 4 - połączenie pomiędzy ryglami i słupem środkowym ramy w poziomie dachu.

Zależności $M-\phi$ opisujące zachowanie się węzłów w całym zakresie obciążenia prognozowano na podstawie znajomości ich sztywności początkowej i nośności (Tab. 2 do 5), przy wykorzystaniu modelu potęgowego Kishiego-Chena, według wzoru:

$$M = \frac{S_{j,ini} \cdot \phi}{\left[1 + \left[\frac{S_{j,ini} \cdot \phi}{M_{j,Rd}} \right]^n \right]^{\frac{1}{n}}} \quad (2)$$

gdzie: $S_{j,ini}$ – sztywność początkowa węzła, ϕ – kąt obrotu węzła, $M_{j,Rd}$ – nośność obliczeniowa węzła, n – parametr dopasowania (przyjęto $n = 1,50$ [7]).

Zgodnie z normą PN-EN 1993-1-1 [1], obliczenia statyczne ram przechyłowych należy przeprowadzać uwzględniając wpływ imperfekcji globalnych (przechyłowych) na wartości sił wewnętrznych występujących w konstrukcji. W opracowanym modelu obliczeniowym, fakt ten został uwzględniony poprzez nadanie każdej z analizowanych ram wstępnego przechyłu. Wielkość tego przechyłu X (Tab. 1) zgodnie z [1] jest uzależniona od wysokości H ramy i wartości imperfekcji przechyłowej ϕ wyznaczonej według wzoru:

$$\phi = \phi_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m \quad (3)$$

gdzie: ϕ_0 – wartość podstawowa imperfekcji, $\phi_0 = 1/200$, α_h – współczynnik redukcyjny ze względu na wysokość $2/3 \leq \alpha_h = 2/\sqrt{h} \leq 1,0$, α_m – współczynnik redukcyjny ze względu na liczbę słupów $\alpha_m = \sqrt{0,5 \cdot (1 + 1/m)}$, h – wysokość ramy, m – liczba słupów.

Obliczenia wykonano przyjmując w SGN kombinacje obciążeń utworzone zgodnie z załącznikiem krajowym normy PN-EN 1990 [8], tablica A1.2(B). Kombinacje te utworzono według reguł podanych wzorami (4) i (5). W Tab. 6 zestawiono wybrane do obliczeń kombinacje. Przy rozpatrywaniu SGU kombinacje obciążeń utworzono zgodnie z tablicą A1.4 normy [6], według wzoru (6). Przyjęto częstą kombinację obciążeń, stosowaną zazwyczaj dla odwracalnych stanów granicznych.

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} + \gamma_{Q,1} \cdot \psi_{0,1} \cdot Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \tag{4}$$

$$\sum_{j \geq 1} \xi_j \cdot \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} + \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \tag{5}$$

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + \psi_{1,1} \cdot Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} \tag{6}$$

Tablica 1. Wartości globalnych imperfekcji przechyłowych i wstępnego przechyłu ram

	$\phi_0 = 1/200; \alpha_m = 0,791$ Rama 1: H = 7,8; $\alpha_h = 0,716; \phi = 0,0028$ rad, X1 = 22 mm Rama 2: H = 18,6; $\alpha_h = 0,667; \phi = 0,0026$ rad, X2 = 50 mm Rama 3: H = 25,8; $\alpha_h = 0,667; \phi = 0,0026$ rad, X3 = 67 mm Rama 4: H = 36,6; $\alpha_h = 0,667; \phi = 0,0026$ rad, X4 = 95 mm
--	---

Tablica 2. Podstawowe parametry podatnościowe węzłów – Rama 1

Węzeł	S _{i,ini} [kNm/rad]		M _{i,Rd} [kNm]		S _{i,ini} [kNm/rad]		M _{i,Rd} [kNm]	
	W1	W2	W1	W2	W3	W4	W3	W4
Słup	HEB160	HEB180	HEB160	HEB180	HEB160	HEB180	HEB160	HEB180
Rygiel	IPE270	IPE270	IPE270	IPE270	IPE240	IPE240	IPE240	IPE240
t _p =15	20400	46400	92(1/2)*	136(1/4)*	17300	36400	74(1/2)*	113(1/3)*

*Modele zniszczenia węzła; pierwszy szereg śrub/drugi szereg śrub:
 1 – blacha czołowa na zginanie, 2 – średnik słupa na ścinanie, 3 – pas belki na ściskanie,
 4 – średnik belki na rozciąganie

Tablica 3. Podstawowe parametry podatnościowe węzłów – Rama 2

Węzeł	S _{i,ini} [kNm/rad]		M _{i,Rd} [kNm]		S _{i,ini} [kNm/rad]		M _{i,Rd} [kNm]	
	W1	W2	W1	W2	W3	W4	W3	W4
Słup	HEB240	HEB300	HEB240	HEB300	HEB240	HEB300	HEB240	HEB300
Rygiel	IPE270	IPE270	IPE270	IPE270	IPE240	IPE240	IPE240	IPE240
t _p =15	28700	50000	133(1/1)*	133(1/1)*	23700	39200	113(1/3)*	113(1/3)*

*Modele zniszczenia węzła; pierwszy szereg śrub/drugi szereg śrub:
 1 – blacha czołowa na zginanie, 2 – średnik słupa na ścinanie, 3 – pas belki na ściskanie,
 4 – średnik belki na rozciąganie

Tablica 4. Podstawowe parametry podatnościowe węzłów – Rama 3

Węzeł	$S_{j,ini}$ [kNm/rad]		$M_{j,Rd}$ [kNm]		$S_{j,ini}$ [kNm/rad]		$M_{j,Rd}$ [kNm]	
	W1	W2	W1	W2	W3	W4	W3	W4
Słup	HEB280	HEB400	HEB280	HEB400	HEB280	HEB400	HEB280	HEB400
Rygiel	IPE300	IPE300	IPE300	IPE300	IPE270	IPE270	IPE270	IPE270
$t_p=15$	43600	74800	170(1/1)*	170(1/1)*	30300	49000	133(1/1)*	133(1/1)*

*Modele zniszczenia węzła; pierwszy szereg śrub/drugi szereg śrub:
1 – blacha czołowa na zginanie, 2 – średnik słupa na ścinanie, 3 – pas belki na ściskanie,
4 – średnik belki na rozciąganie

Tablica 5. Podstawowe parametry podatnościowe węzłów – Rama 4

Węzeł	$S_{j,ini}$ [kNm/rad]		$M_{j,Rd}$ [kNm]		$S_{j,ini}$ [kNm/rad]		$M_{j,Rd}$ [kNm]	
	W1	W2	W1	W2	W3	W4	W3	W4
Słup	HEB300	HEB650	HEB300	HEB650	HEB300	HEB650	HEB300	HEB650
Rygiel	IPE360	IPE360	IPE360	IPE360	IPE270	IPE270	IPE270	IPE270
$t_p=15$	55000	72900	191(1/1)*	191(1/1)*	31100	39900	133(1/1)*	133(1/1)*

*Modele zniszczenia węzła; pierwszy szereg śrub/drugi szereg śrub:
1 – blacha czołowa na zginanie, 2 – średnik słupa na ścinanie, 3 – pas belki na ściskanie,
4 – średnik belki na rozciąganie

Tablica 6. Kombinacje obciążeń w SGN

Typ	Kombinacja	Typ	Kombinacja
K1a	1,35 G + 1,05 Q1 + 0,75 S	K1b	1,15 G + 1,50 Q1 + 0,75 S
K2a	1,35 G + 1,05 Q2 + 0,75 S	K2b	1,15 G + 1,50 Q2 + 0,75 S
K3a	1,35 G + 1,05 Q3 + 0,75 S	K3b	1,15 G + 1,50 Q3 + 0,75 S
K4a	1,35 G + 0,90 W + 0,75 S	K4b	1,15 G + 1,50 W + 0,75 S
K5a	1,35 G + 1,05 Q1 + 0,90 W + 0,75 S	K5b	1,15 G + 1,50 Q1 + 0,90 W + 0,75 S
K6a	1,35 G + 0,90 W + 1,05 Q1 + 0,75 S	K6b	1,15 G + 1,50 W + 1,05 Q1 + 0,75 S

2.4 Obliczenia statyczne i sprawdzenie nośności prętów ramy

W celu wyznaczenia sił wewnętrznych zastosowano analizę nieliniową uwzględniającą efekty drugiego rzędu ($P-\Delta$). Zgodnie z zaleceniami podanymi w normie PN-EN 1993-1-1 [1], zastosowanie tego typu analizy i uwzględnienie wpływu imperfekcji globalnych, pozwala na sprawdzenie stateczności prętów w płaszczyźnie ramy, przy przyjęciu ich długości wyboczeniowej równej długości teoretycznej, tzn. wysokości kondygnacji. Założono, że w płaszczyźnie prostopadłej do płaszczyzny ramy istnieją odpowiednie stężenia ścian podłużnych, pozwalające na przyjęcie długości wyboczeniowej słupów z płaszczyzny ramy równej wysokości słupa.

Sprawdzenie nośności poszczególnych prętów ramy wykonano według [1], przy wykorzystaniu modułu programu Robot, pozwalającego na automatyczny dobór rodzaju i wielkości kształtowników z jakich wykonane są słupy i rygle ramy oraz na automatyczną weryfikację ich stateczności. Stateczność prętów sprawdzano jak w przypadku elementów ściskanych mimośrodowo, przy wykorzystaniu formuł interakcyjnych podanych w pkt. 6.3 normy [1].

Nośność rygli sprawdzano z uwzględnieniem możliwości wystąpienia zwichrzenia na odcinkach przywęzłowych, gdzie występuje ujemna wartość momentu zginającego. Przyjęto, że pas górny rygli jest połączony z płytą stropową w sposób który uniemożliwia jego boczne przesunięcie, natomiast pas dolny może ulec poziomemu przemieszczeniu na odcinkach od

węzła, stanowiącego połączenie słupa z rygłem, do punktu zerowania się momentów zginających. Długości tych odcinków zależą od rozkładu sił wewnętrznych w prętach ramy i zostały określone na podstawie wykresu momentów zginających w ryglach. W związku z tym, w module programu pozwalającym na weryfikację nośności prętów, wybrano opcję umożliwiającą automatyczne wstawianie stężeń bocznych w powyżej opisanych punktach i uwzględnienie wpływu zwiczenia na nośność elementu na tak określonych odcinkach rygli. W celu ujednoczenia rodzaju i wielkości profili, jakie należy przyjąć na poszczególne pręty ramy, wyodrębniono następujące grupy elementów: słupy skrajne, słupy pośrednie, rygle stropowe, rygle dachowe. Dobór wielkości kształtowników odbywał się w obrębie tych grup. Następnie, w celu sprawdzenia SGU, weryfikacji poddano wartości poziomego przesuwu poszczególnych kondygnacji ramy. Jako wartość graniczną przyjęto $h_i/500 = 3200/500 = 6$ mm, gdzie h_i jest wysokością i -tej kondygnacji. Przeprowadzona analiza obliczeniowa wykazała, że w żadnej z przyjętych kombinacji obciążeń, SGU nie został przekroczony.

3 ANALIZA WYNIKÓW OBLICZEŃ I WNIOSKI

Wyniki przeprowadzonych obliczeń, w postaci rodzaju i wielkości dobranych kształtowników, wytyczenia ich przekroju, wartości występujących w nich sił wewnętrznych przedstawiono w Tab. 7. Analizując wyniki obliczeń można stwierdzić:

1. Uwzględnienie w obliczeniach rzeczywistych charakterystyk podatnościowych połączeń pomiędzy słupami i ryglami stalowych ram przechyłowych, nie powoduje znaczącej zmiany wartości (maksymalnie ok. 5%) sił podłużnych w słupach, dla każdego rodzaju rozpatrywanego typu ramy. Powoduje natomiast znaczny wzrost wartości momentów zginających (zwłaszcza w słupach pośrednich), który wynosi:
2. w przypadku ram o smukłości $H/B = 0,43$: ok. 30%, w przypadku ram o smukłości $H/B = 1,03$: ok. 170%, w przypadku ram o smukłości $H/B = 1,43$: ok. 220%, w przypadku ram o smukłości $H/B = 2,03$: ok. 300%.
3. Fakt ten powoduje znaczną zmianę przekrojów poprzecznych kształtowników, z jakich wykonane zostały słupy pośrednie (w skrajnym przypadku dla ramy typ 4 – $H/B = 2,03$ – z HEB 360 na HEB 650). Obliczenia wykazały również, że nie występuje przy tym aż tak znacząca zmiana wielkości przekrojów poprzecznych kształtowników stosowanych na słupy skrajne.
4. Uwzględnienie w obliczeniach rzeczywistych charakterystyk podatnościowych połączeń pomiędzy słupami i ryglami stalowych ram przechyłowych spowodowało w rozpatrywanych typach ram prawie dwukrotną redukcję wartości węzłowych momentów zginających występujących w ryglach stropowych, a tym samym wzrost wartości momentów przęsłowych. Zmieniło się również położenie najbardziej wytyżonego przekroju poprzecznego rygla, miarodajnego do wymiarowania z uwagi na maksymalną wartość momentu zginającego. W przypadku ram z węzłami sztywnymi były to przekroje przywęzłowe, w przypadku ram z węzłami podatnymi - przekroje zlokalizowane na długości przęsła rygla.
5. Odnotowano przy tym zmniejszenie wielkości przekroju poprzecznego kształtowników, z których wykonano rygle ram z węzłami podatnymi, w stosunku do wielkości przekroju poprzecznego kształtowników z których wykonano rygle ram o węzłach sztywnych. W skrajnym przypadku (Rama 3) kształtownik IPE 450 uległ redukcji do IPE 300.
6. Analizując masę poszczególnych ram nie stwierdzono jej znaczącej zmiany w przypadku stosowania połączeń podatnych lub sztywnych, choć mniejszą masą charakteryzowały się ramy z połączeniami sztywnymi. Różnica mas poszczególnych ram wynosiła: 7% w przypadku ram z połączeniami sztywnymi. Różnica mas poszczególnych ram wynosiła: 7% w przypadku ram typu 1, 6% w przypadku ram typu 2, oraz odpowiednio 2% i 6% w przypadku ram typu 3 i 4.

Tablica 7. Rodzaje i wielkości kształtowników przyjętych na słupy i rygle ramy

Typ węzła	Grubość blachy	SŁUP SKRAJNY Numer pręta Wyężenie	Przekrój pręta	Moment zginający [kNm]	Siła osiowa [kN]	SŁUP POŚREDNI Numer pręta Wyężenie	Przekrój pręta	Moment zginający [kNm]	Siła osiowa [kN]	RYGIEL DACHOWY Numer pręta Wyężenie	Przekrój pręta	Moment zginający [kNm]/prześłowy – P. wężłowy - W)	RYGIEL STROP. Numer pręta Wyężenie	Przekrój pręta	Moment zginający [kNm]/(prześłowy – P. wężłowy - W)
Rama 1 H/B = 0,43															
sztywny	7	HEB	42	3	HEB	41	12	IPE	80	9	IPE	115			
	76%	160	314	101%	160	586	99%	270	138	92%	330	200			
t _p =15mm	7	HEB	47	3	HEB	55	12	IPE	96	9	IPE	125			
	79%	160	327	82%	180	568	82%	240	102	83%	270	144			
Rama 2 H/B = 1,03															
sztywny	7	HEB	121	3	HEB	146	33	IPE	69	9	IPE	103			
	93%	220	1004	99%	240	1558	80%	270	129	99%	330	250			
t _p =15mm	7	HEB	200	3	HEB	406	33	IPE	90	9	IPE	162			
	96%	240	1032	99%	300	1538	85%	240	104	93%	270	125			
Rama 3 H/B = 1,43															
sztywny	7	HEB	136	3	HEB	207	54	IPE	66	9	IPE	134			
	97%	240	1481	99%	280	2245	91%	270	125	75%	450	309			
t _p =15mm	7	HEB	24	3	HEB	662	54	IPE	81	9	IPE	160			
	90%	280	1528	96%	400	2214	86%	270	116	91%	300	140			
Rama 4 H/B = 2,03															
sztywny	7	HEB	216	3	HEB	335	75	IPE	62	10	IPE	123			
	91%	300	2327	97%	360	3194	86%	270	118	96%	450	355			
t _p =15mm	7	HEB	200	3	HEB	1385	75	IPE	81	10	IPE	198			
	87%	300	2300	99%	650	3248	78%	270	107	90%	360	171			

PIŚMIENNICTWO

- [1] PN-EN 1993-1-1, Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych, Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
- [2] PN-EN 1993-1-8, Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych, Część 1-8: Projektowanie węzłów.
- [3] PN-EN 1991-1-1, Eurokod 1: Oddziaływania na konstrukcje, Część 1-1: Oddziaływania ogólne, ciężar objętościowy, ciężar własny, obciążenia użytkowe w budynkach.
- [4] PN-EN 1991-1-3, Eurokod 1: Oddziaływania na konstrukcje, Część 1-3: Obciążenie śniegiem.
- [5] PN-EN 1991-1-4, Eurokod 1: Oddziaływania na konstrukcje, Część 1-4: Obciążenie wiatrem.
- [6] www.arcelormittal.com
- [7] Bródka J., Barszcz A., Giżejowski M., Kozłowski A., Sztywność i nośność stalowych ram przechyłowych o węzłach podatnych, Oficyna Wydawnicza P.Rz., Rzeszów 2004.
- [8] PN-EN 1990, Eurokod: Podstawy projektowania konstrukcji.

INFLUENCE OF REAL CHARACTERISTIC OF END-PLATE JOINTS ON SIZE OF CROSS-SECTION OF BEAMS AND COLUMNS OF SWAY FRAMES

Summary

Sway steel frames are one of the most popular types of steel structures used in multi-story buildings. Usually, in this kind of frames, columns and beams are made of hot rolled steel profiles (HEB for columns, IPE for beams) connected by bolted, end-plate connections. Conventionally, beam-to-column connections in such frames are considered as fully rigid. This paper present an analysis of the effect of flexibility parameters of end-plate joints on the behavior of sway steel frames.

MECHANIKA MATERIAŁÓW I KONSTRUKCJI

Ewa BŁAZIK-BOROWA¹
Aleksander ROBAK²
Michał PIENKO³
Politechnika Lubelska

ANALIZA NUMERYCZNA KONSTRUKCJI RUSZTOWANIA MODUŁOWEGO O NIETYPOWYM KSZTAŁCIE

STRESZCZENIE

W pracy przedstawiono analizę numeryczną konstrukcji rusztowania o skomplikowanym kształcie, które zostało wykonane z systemu modułowego ROTAX firmy Altrad Mostostal. W odniesieniu do tego rusztowania przeanalizowane dwanaście przypadków obliczeniowych, na podstawie których zbadano wpływ stosowanych połączeń i imperfekcji na stateczność konstrukcji oraz rozkład naprężeń w elementach konstrukcji. Z przedstawionych badań wynika, że zalecenia normowe, narzucające uwzględnianie imperfekcji i wykonywanie obliczeń według teorii II rzędu nie są uzasadnione dla wszystkich konstrukcji rusztowań. Z drugiej strony stosowanie w modelu numerycznym połączeń podatnych, także zalecane przez normy, przybliżają wyniki do rzeczywistych a naprężenia, otrzymane w ten sposób, są większe niż w przypadku połączeń przegubowych.

Słowa kluczowe: rusztowanie modułowe, stateczność konstrukcji, modelowanie połączeń

1 WSTĘP

Rusztowania budowlane są konstrukcjami tymczasowymi powszechnie używanymi podczas prac budowlanych. W związku z tym, że są to elementy masowo produkowane, to każde nawet nieznaczne zmniejszenie przekrojów elementów konstrukcyjnych powoduje znaczne oszczędności. Oczywiście jest to wykorzystywane przez producentów, którzy dążą do zmniejszenia kosztów. Niestety efektem tego jest także znaczne zmniejszenie nośności. Szczegółowa analiza pracy rusztowań wykazuje, że zwykle mogą być one wznoszone na znaczne wysokości, ale pod warunkiem, że elementy pionowe są ściskane. Zamontowanie na rusztowaniu jakichkolwiek elementów, np. konsol, powoduje, że elementy pionowe są zginane a ich nośność i stateczność rusztowania raptownie maleje. Ponieważ rusztowania są obecnie coraz częściej wykorzystywane w skomplikowanych konfiguracjach, np. do renowacji zabytków, do prac elewacyjnych przy budynkach o złożonych kształtach, do

¹ e.blazik@pollub.pl

² a.robak@pollub.pl

³ m.pienko@pollub.pl

remontów urządzeń przemysłowych, itd. wydaje się, że warto przeanalizować statyczną pracę tego typu konstrukcji oraz normy, na podstawie których mogą być one projektowane. Potwierdza to również fakt, że powstaje coraz więcej prac, dotyczących badań numerycznych i laboratoryjnych elementów rusztowań, badań występowania imperfekcji, badań stateczności konstrukcji, itd. (por. [1], [2] i [3]).

W pracy zostanie przedstawiona analiza numeryczna rusztowania modułowego o nietypowym kształcie, użytkowanego podczas prac renowacyjnych wokół Kaplicy Scheiblera w Łodzi a wykonanego z elementów systemu ROTAX firmy Altrad Mostostal. Głównym celem artykułu jest pokazanie, że analiza statyczna konstrukcji rusztowań może być zagadnieniem złożonym, choć nie koniecznie tak skomplikowanym jak wynika to z zaleceń, zawartych w normach [4], [5] i [6].

2 OPIS WYBRANYCH ZALECEŃ NORMOWYCH

Prezentowane badania zawierają analizę wytrzymałościową konstrukcji oraz analizę stateczności w zakresie, który między innymi pozwoli na odniesienie się do zaleceń zawartych w normach [4], [5] i [6]. Według wymienionych norm rusztowanie można modelować jako konstrukcję płaską lub przestrzenną, lecz stosując płaski schemat statyczny należy uwzględnić oddziaływania prostopadłe do tej płaszczyzny. Ustawienie rusztowania na podłożu należy modelować za pomocą podpór przegubowych, a kotwienie za pomocą podpory, blokującej przesuw w kierunku prostopadłym do ściany. Połączenia elementów pionowych mogą być zarówno modelowane jako sztywne jak i przegubowe a zależy to od długości trzpienia dolnego pionowego elementu, włożonego do czopa elementu górnego. Połączenia pozostałych elementów do węzłów można traktować jako przegubowe lub jako podatne. Obciążeniami, które należy uwzględnić w obliczeniach statycznych, są obciążenie ciężarem własnym, obciążeniem użytkowym, działaniem wiatrem i innymi obciążeniami środowiskowymi. Największy problem stanowi obciążenie wiatrem. Norma [5] zawiera wykres średniego działania wiatru, które jest dwukrotnie większe niż wyznaczone według normy [7]. Poza tym według normy [5] należy przyłożyć obciążenie zarówno w kierunku równoległym do elewacji jak i prostopadłym, bez uwzględnienia faktu formy opływu, wywołanej obecnością budynku lub zespołu budynków.

Według norm [4], [5] i [6] przed przystąpieniem do analiz wytrzymałościowych należy sprawdzić stateczność konstrukcji, tzn. wyznaczyć współczynnik obciążenia krytycznego α_{cr} przy którym nastąpi utrata stateczności konstrukcji. Jeżeli $\alpha_{cr} > 2$ i rusztowanie jest wykonane z systemu ramowego, to można takie rusztowanie poddać liniowej analizie statycznej. Jeżeli te warunki nie są spełnione, to siły wewnętrzne należy wyznaczyć zgodnie z teorią II rzędu.

Zgodnie z tym zaleceniem w odniesieniu do analizowanego rusztowania należy wykonać obliczenia zgodnie z teorią II rzędu, ponieważ nie jest to rusztowanie ramowe, lecz modułowe. Wartości obciążenia wiatrem przyjęto według normy [7] jako bardziej realne. Obciążenie wiatrem z normy [5] jest tak duże, ponieważ większość zaleceń zawartych w tych normach jest przystosowana do typowych zestawów rusztowań, które zgodnie z instrukcją mogą być montowane w dowolnych warunkach. Ponadto w pracy wykonano porównanie wyniki obliczeń w odniesieniu do trzech rodzajów połączeń.

3 OPIS MODELI NUMERYCZNYCH

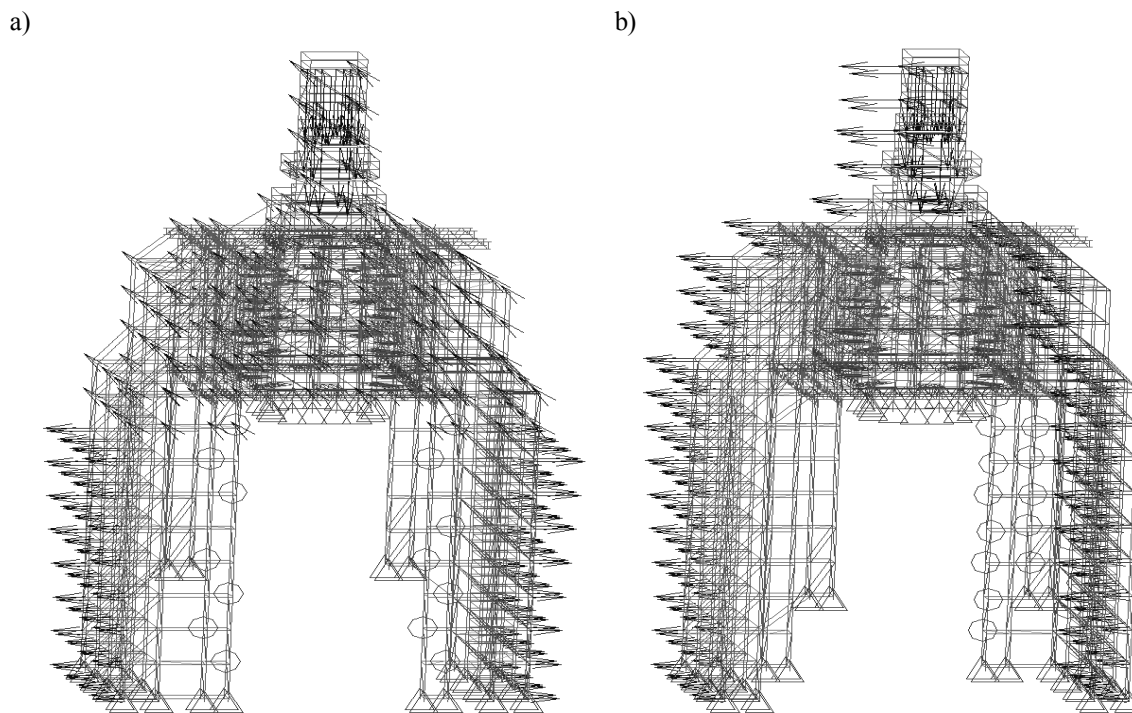
3.1 Model konstrukcji rusztowania

Konstrukcja rusztowania o wymiarach podstawy 18,33m×11,36 i wysokości 37,20m została zamodelowana elementami prętowymi i kratowymi. Model został oparty na podporach przegubowych, modelujących ustawienie konstrukcji na podłożu, i zaparty od

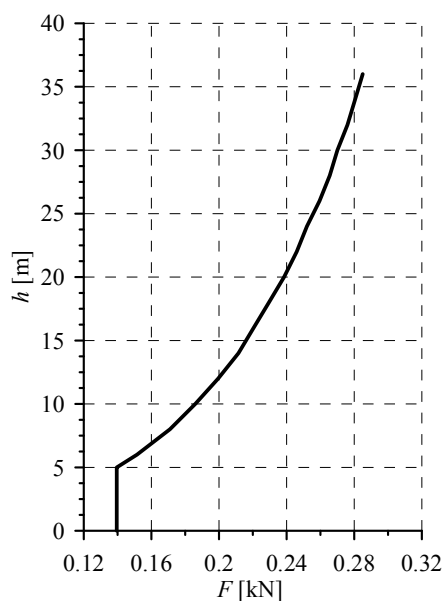
strony nawietrznej o ściany budynku (ale nie zakotwiony) wzdłuż kierunku wiatru. Model rusztowania został obciążony ciężarem własnym konstrukcji, obciążeniem użytkowym na najwyższym pomoście i pomoście zabezpieczającym oraz dwoma wariantami działania wiatru:

- wariant I - obciążenie równoległe do dłuższej osi budynku (rys. 1a),
- wariant II - obciążenie z boku budynku (rys. 1b).

Zarówno obciążenie użytkowe jak i działanie wiatru zostało przyłożone do węzłów w formie sił skupionych. Wykres zmian wartości sił wraz z wysokością pokazany jest na rys.2.



Rys. 1. Szkic schematu statycznego rusztowania: a) wariant I, b) wariant II.



Rys. 2. Wykres sił skupionych, przykładanych do węzłów a modelujących działanie wiatru wg [4].

Ponieważ w normach [4] i [5] proponuje się stosowanie zarówno połączeń podatnych jak i przegubowych, to w pracy przeanalizowano wpływ trzech rodzajów modeli połączeń elementów na pracę statyczną konstrukcji. Także z powodu zaleceń normowych przeanalizowano wpływ imperfekcji i wpływów II rzędu na rozkład naprężeń w konstrukcji oraz wyznaczono współczynniki krytyczne obciążenia, przy których może dojść do utraty stateczności konstrukcji. Imperfekcje przyjęto na podstawie zaleceń, zawartych w normie [4], tzn. założono, że cała konstrukcja w wyniku niedoskonałości połączeń stojaków obraca się o kąt $0,01\text{rad}$. Wszystkie przypadki obliczeniowe, zestawione w tab.1, rozwiązano za pomocą analizy liniowej z małymi przemieszczeniami, a wykorzystano do tego program, oparty na metodzie elementów skończonych. Analiza wpływów II rzędu została wykonana metodą uproszczoną, tzn. analizę statyczną wykonano w dwóch krokach. Pierwszy krok polegał na wyznaczeniu przemieszczeń od obciążenia statycznego w odniesieniu do konstrukcji z pierwotną geometrią a drugi krok polegał na wykonaniu analizy od tego samego obciążenia statycznego, ale w odniesieniu do konstrukcji z węzłami przesuniętymi o wartości wyznaczone z pierwszego kroku.

Tablica 1. Przypadki obliczeniowe.

Przypadek	Rodzaj połączeń	Uwzględnienie imperfekcji	Przypadek	Rodzaj połączeń	Uwzględnienie imperfekcji
Wariant I			Wariant II		
1	przegubowe	nie	7	przegubowe	nie
2	podatne	nie	8	podatne	nie
3	sztywne	nie	9	sztywne	nie
4	przegubowe	tak	10	przegubowe	tak
5	podatne	tak	11	podatne	tak
6	sztywne	tak	12	sztywne	tak

3.2 Model węzła rusztowania

Wykonanie analizy statycznej z podatnością połączeń wymaga wyznaczenia obrotów węzłów pod wpływem jednostkowych momentów, przyłożonych do łączonych elementów. Ponieważ stężenie jest połączone z węzłem za pomocą sworznia w głowni, to przyjęto, że to połączenie jest połączeniem przegubowym.

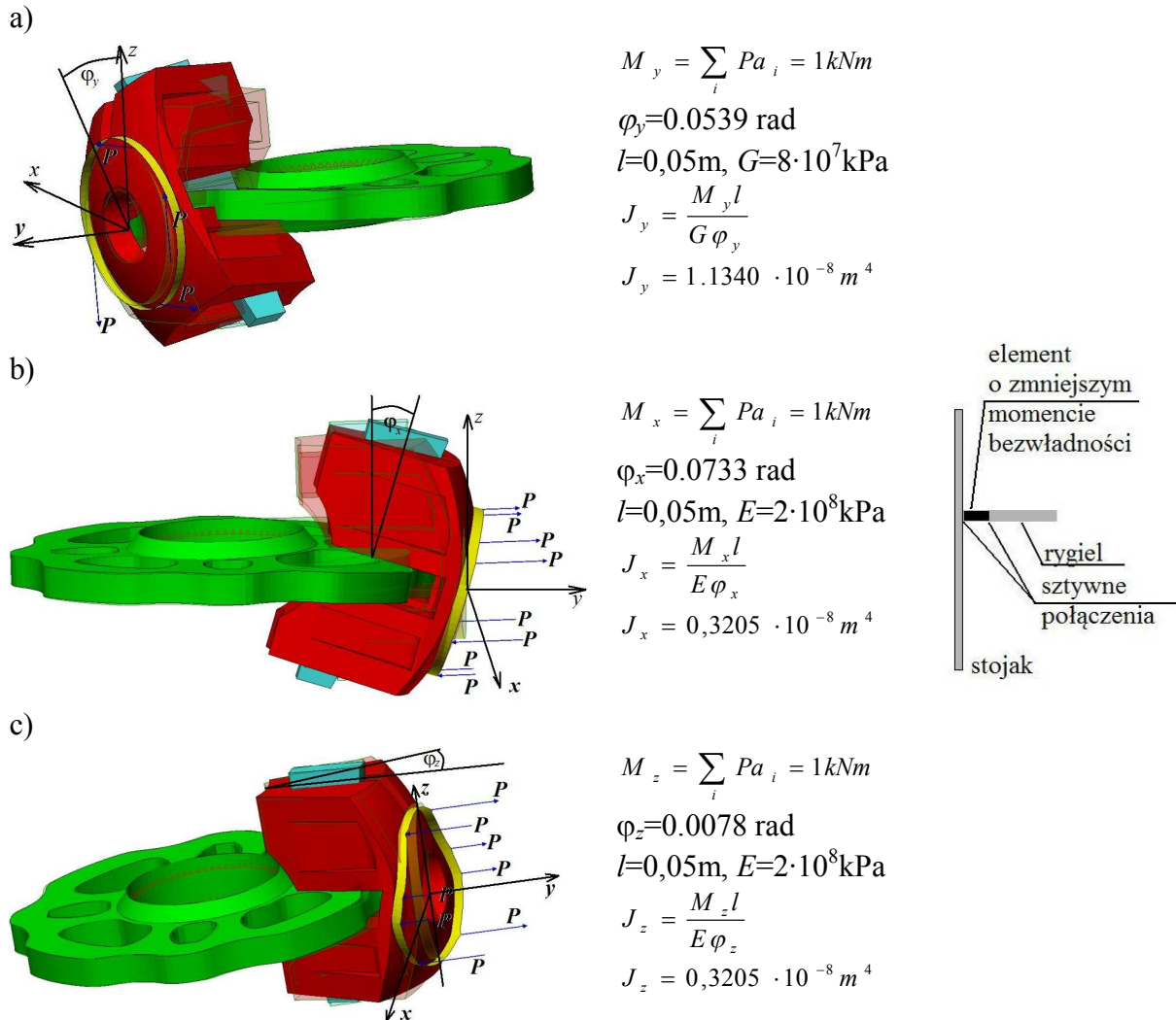
Tablica 2. Charakterystyki elementów w połączeniach podatnych.

	Skrećanie	Zginanie w płaszczyźnie pionowej	Zginanie w płaszczyźnie poziomej
Rygiel bez obciążenia pomostem			
Sztywność k	18,567kNm/rad	13,643kNm/rad	Brak oporu
Moment bezwładności	$1,1340 \cdot 10^{-8}\text{m}^4$	$0,3205 \cdot 10^{-8}\text{m}^4$	Połączenie przegubowe
Rygiel z obciążenia pomostem			
Sztywność k	18,567kNm/rad	13,643kNm/rad	128,243kNm/rad
Moment bezwładności	$1,1340 \cdot 10^{-8}\text{m}^4$	$0,3205 \cdot 10^{-8}\text{m}^4$	$3,0126 \cdot 10^{-8}\text{m}^4$

Natomiast w odniesieniu do połączenia rygla z talerzykiem (rys.3) wykonano liniowe obliczenia, polegające na przyłożeniu do węzła jednostkowych momentów i wyznaczeniu wartości obrotów, wyznaczonych przez te momenty. Obliczenia te były poprzedzone analizą pracy węzła, której efektem było wyznaczenie płaszczyzn poszczególnych składników węzła, na których następuje przekazywanie obciążeń. Zagadnienie to wraz z obliczeniami nośności węzła zostało opisane w pracy [8]. Efektem samych obliczeń były wartości obrotów rygli,

wywołane jednostkowym momentem a sztywności połączenia k zostały wyznaczone jako ilorazy momentu jednostkowego i wyznaczonego obrotu oraz zestawione w tab. 2.

Wyniki wyznaczania podatności zostały wykorzystane w połączeniach podatnych modelu rusztowania. Przy węzłach utworzono krótkie elementy o długości 5cm o charakterystykach geometrycznych, odpowiadających wyznaczonej na tej długości podatności. Pozostałe części rygli mają charakterystyki geometryczne, odpowiadające rzeczywistemu przekrojowi elementu.



Rys.3. Modele połączenia rygla z węzłem do badania podatności: a) skręcanie, b) zginanie w płaszczyźnie pionowej, c) zginanie w płaszczyźnie poziomej.

4 ANALIZY NUMERYCZNE

4.1 Wyniki obliczeń

Podczas analiz wykonano trzy rodzaje obliczeń: statyczne obliczenia liniowe, obliczenia według uproszczonej teorii II rzędu oraz wyznaczenie krytycznego współczynnika obciążenia, przy którym może nastąpić utrata stateczności konstrukcji. Obliczenia liniowe wykonano w odniesieniu do konstrukcji o niezaburzonym kształcie oraz w odniesieniu do konstrukcji z imperfekcjami. W tab. 3 zestawiono współczynniki stateczności α_{cr} . W tab. 4 i tab. 5 zestawiono wartości maksymalnych naprężeń normalnych w stojakach i dźwigarach stalowych.

Tablica 3. Współczynniki stateczności α_{cr} konstrukcji.

Obciążenie wiatrem	Przegubowe połączenie		Szttywne połączenie	
	Przypadek	α_{cr}	Przypadek	α_{cr}
	Bez uwzględnienia imperfekcji			
Wariant I	1	1,31	3	5,98
Wariant II	7	1,74	9	8,23

Tablica 4. Maksymalne naprężenia w stojakach konstrukcji.

Obciążenie wiatrem	Przegubowe połączenie		Podatne połączenie		Szttywne połączenie	
	Przypadek	σ [MPa]	Przypadek	σ [MPa]	Przypadek	σ [MPa]
	Bez uwzględnienia imperfekcji					
Wariant I	1	112,3	2	108,0	3	212,2
Wariant II	7	96,0	8	113,5	9	204,7
	Z uwzględnieniem imperfekcji					
Wariant I	4	114,7	5	109,5	6	217,2
Wariant II	10	97,2	11	113,4	12	208,5
	Według teorii II rzędu bez uwzględnienia imperfekcji					
Wariant I	1	112,8	2	157,4	3	217,2
Wariant II	7	96,0	8	115,4	9	209,5
	Według teorii II rzędu z uwzględnieniem imperfekcji					
Wariant I	1	115,3	2	161,2	3	217,2
Wariant II	7	97,0	8	115,4	9	213,5

Tablica 5. Maksymalne naprężenia w dźwigarach.

Obciążenie wiatrem	Przegubowe połączenie		Podatne połączenie		Szttywne połączenie	
	Przypadek	σ [MPa]	Przypadek	σ [MPa]	Przypadek	σ [MPa]
	Bez uwzględnienia imperfekcji					
Wariant I	1	130,6	2	130,4	3	95,8
Wariant II	7	123,8	8	107,7	9	89,4
	Z uwzględnieniem imperfekcji					
Wariant I	4	134,0	5	133,4	6	82,7
Wariant II	10	126,0	11	109,0	12	83,7
	Według teorii II rzędu bez uwzględnienia imperfekcji					
Wariant I	1	131,6	2	113,1	3	81,7
Wariant II	7	123,8	8	107,6	9	82,6
	Według teorii II rzędu z uwzględnieniem imperfekcji					
Wariant I	4	135,2	2	115,9	3	82,7
Wariant II	10	126,8	8	114,5	9	84,5

4.2 Analiza wyników obliczeń

Z porównania wyników obliczeń wynika, że niezależnie od kierunku wiatru oraz przyjętego modelu połączeń wypadkowe przemieszczenia węzłów i maksymalne wartości naprężeń normalnych w elementach, otrzymane za pomocą różnych metod obliczeniowych, są do siebie zbliżone, tzn. różnią się między sobą maksymalnie 15%. Natomiast, porównując wartości naprężeń w modelach z różnymi rodzajami połączeń, można zauważyć, że wartości naprężeń w stojakach i ryglach wzrastają wraz ze wzrostem sztywności połączeń a różnice te sięgają nawet 100%. Naprężenia w dźwigarach stalowych zachowują się wręcz przeciwnie, tzn. wraz ze

wzrostem sztywności maksymalne naprężenia w dźwigarach maleją. W sztywnej konstrukcji dźwigary służą tylko do przekazania obciążeń, a w konstrukcjach mniej sztywnych dźwigary także spinają konstrukcję na kierunkach, na których praca rygli jest mniej efektywna. Wstawianie coraz bardziej sztywnych połączeń (tzn. połączenia przegubowe są najmniej sztywne, podatne są trochę sztywniejsze a najsztwniejszymi połączeniami są połączenia zapewniające obrót węzła wraz ze wszystkimi dołączonymi do niego elementami) powoduje, że naprężenia w głównych elementach konstrukcji wzrastają. Oznacza to, że modele konstrukcji zachowują się zgodnie z przewidywaniami, wynikającymi z praw fizyki, a wykorzystane modele połączeń podatnych są bardziej sztywne niż przegubowe i mniej sztywne niż połączenia pełne (sztywne), czyli sposób zamodelowania podatności można traktować jako prawidłowy i można taki sposób modelowania węzłów rusztowań stosować w praktyce projektowej do wyznaczania sił wewnętrznych.

Wyniki analizy stateczności wykonano jedynie dla konstrukcji z połączeniami sztywnymi i przegubowymi i jak można było się spodziewać w tym pierwszym przypadku uzyskano wartości większe. W odniesieniu do konstrukcji z połączeniami podatnymi nie udało się uzyskać za pomocą modułu programu ALGOR z 1995r. prawidłowych wyników. Należy przypuszczać, że zastosowane w tym module metody iteracyjne w odniesieniu do tak skomplikowanej geometrii i dużej liczby stopni statycznych, będącej na granicy możliwości tej wersji programu ALGOR, mogą nie dawać poprawnych wyników. Świadczą o tym także wcześniejsze doświadczenia autorów, ponieważ w odniesieniu do wielu prawidłowo sformułowanych zadań uzyskiwali np. wartości ujemne współczynników krytycznych. W związku z tak licznymi wątpliwościami w przyszłości problem połączeń podatnych zostanie przeanalizowany programem Algor w wersji z 2010r. i na konstrukcji z systematycznym układem elementów, który pozwoli na zbadanie zagadnienia połączeń podatnych bez innych wpływów.

Z przedstawionych badań wynika, że zalecenia normowe, narzucające uwzględnianie imperfekcji i wykonywanie obliczeń według teorii II rzędu nie są uzasadnione dla wszystkich konstrukcji rusztowań. Z drugiej strony stosowanie w modelu numerycznym połączeń podatnych, także zalecane przez normy, przybliżają wyniki do rzeczywistych. Naprężenia, otrzymane w ten sposób w niektórych elementach mogą być większe niż w przypadku połączeń przegubowych, co oznacza że wystąpienie takich naprężeń powinno być uwzględnione podczas projektowania.

W pracy przedstawiono wyniki obliczeń dla jednej nietypowej konstrukcji rusztowania. Analiza wytrzymałościowa konstrukcji pokazuje, że jest konstrukcją prawidłowo zaprojektowana. Potwierdzone to zostało także w naturze, ponieważ to rusztowanie było użytkowane w 2010r, i nie zauważono, aby elementy wykazywały oznaki znacznego wyężenia a sama konstrukcja mimo braku tradycyjnego kotwienia była sztywna. Ponieważ rusztowania są projektowane w taki sposób, aby do montażu wykorzystać jak najmniej elementów, to może się okazać, że przy mniej sztywnych konstrukcjach, czyli większym rozstawie stojaków i z mniejszą liczbą stężeń, imperfekcje i wpływy II rzędu mogą mieć znaczący wpływ na ich pracę statyczną. Jednak ze względów bezpieczeństwa i w celu uniknięcia zagrożenia, że konstrukcja po pewnym przekroczeniu wartości obciążenia, np. w wyniku przekroczenia oporów tarcia, stanie się mechanizmem, należałoby zawsze projektować rusztowania właśnie w taki sposób, aby analizowane wpływy nie miały znaczenia.

5 WNIOSKI

Wnioski przedstawione powyżej, dotyczą nietypowej konstrukcji i nie mogą być rozciągane na wszystkie konstrukcje rusztowań. Przedstawione analizy mają na celu zasygnalizowanie problematyki projektowania rusztowań i pokazanie, że nie są to konstrukcje, w których siły wewnętrzne można wyznaczyć za pomocą prostego oszacowania, co często czynią projektanci. Potwierdza to fakt, że ostatnio wprowadzono normy [4], [5] i [6], które podają dość szczegółowe informacje, dotyczące budowy schematu statycznego, oraz zalecają bardzo

szczegółową analizę statyczną. Podczas badań numerycznych zastosowano modelowanie podatności węzłów za pomocą krótkich połączeń elementu z węzłem o mniejszej sztywności niż łączone elementy. Metoda ta sprawdziła się w przypadku obliczeń statycznych, natomiast nie dała prawidłowych wyników w obliczeniach stateczności konstrukcji, dlatego należy w przyszłości przeprowadzić dodatkowe analizy numeryczne za pomocą metod iteracyjnych, stosowanych w aktualnej wersji programu ALGOR (lub innym programie opartym na metodzie elementów skończonych) w celu sprawdzenia możliwości wykorzystania tej metody w odniesieniu do innych konstrukcji.

Doświadczenia autorów pokazują, że największym problemem podczas projektowania rusztowań pozostaje przyjęcie prawidłowego obciążenia wiatrem, które jak wynika z przedstawionych analiz mogą mieć znaczny wpływ na rozkład naprężeń, oraz brak informacji o stanie technicznym rusztowań i ewentualnych możliwości wystąpienia niewidocznych uszkodzeń w elementach rusztowań.

PIŚMIENNICTWO

- [1] Lacalle R., Cicero S., Ferren D., Alvarez J.A.: Failure analysis of a bolt in a scaffolding system. *Engineering Failure Analysis*, 15, 2008, s.237–246.
- [2] Hongbo Liu, Qihong Zhao, Xiaodun Wang, Ting Zhou, Dong Wang, Jie Liu, Zhihua Chen: Experimental and analytical studies on the stability of structural steel tube and coupler scaffolds without X-bracing. *Engineering Structure*, 32, 2010, s.1003-1015.
- [3] Tayakorn Chadransu, Kim J.R. Rasmussen: Investigation of geometric imperfections and joint stiffness of support scaffold systems. *Journal of Constructional Steel Research*, 67, 2011, s.576-584.
- [4] PN-EN 18211-1:2007 Tymczasowe konstrukcje stosowane na placu budowy. Część 1: Rusztowania. Warunki wykonania i ogólne zasady projektowania
- [5] PN-EN 12810-1:2010 Rusztowania elewacyjne z elementów prefabrykowanych – część 1: Specyfikacje techniczne wyrobów
- [6] PN-EN 12810-1:2010 Rusztowania elewacyjne z elementów prefabrykowanych – część 2: Specjalne metody projektowania konstrukcji
- [7] PN-EN 1991-1-4: Oddziaływania na konstrukcje: Oddziaływania ogólne, Oddziaływanie wiatru.
- [8] Pieńko M., Błazik-Borowa E.: Analiza nośności wybranego węzła w rusztowaniu budowlanym z uwzględnieniem nieliniowości materiału w Jonak J. *Zagadnienia mechaniki pękania i skrawania materiałów*, Lubelskie Towarzystwo Naukowe 2010, s. 21-34.

THE NUMERICAL ANALYSIS OF THE MODULAR SCAFFOLD STRUCTURE WITH THE NON-TYPICAL FORM

Summary

The paper deals with a numerical analysis of a scaffold structure of complex form. The structure was erected with the ROTAX modular system of Altrad Mostostal. Twelve cases were analyzed and on the basis of their results the research on the effect of the applied joints and imperfections on the buckling and the distribution of stresses in the structure elements was carried out. It can be concluded that the standard recommendations for including imperfections and the second order theory in the calculations are unfounded for all scaffolds. Some other standard recommendation for the application of flexible joints in numerical models result in better approximation of the expected real results. The stresses for such models are bigger than those obtained for the model with articulated joints.

Sławomir CZARNECKI¹
Katedra Mechaniki Budowli i Zastosowań Informatyki
Wydział Inżynierii Lądowej
Politechnika Warszawska

ALGORYTM WYPROWADZANIA DYSKRETNEJ POSTACI RÓWNAŃ PRAC WIRTUALNYCH W SYSTEMIE MAPLE DLA DOWOLNEGO ELEMENTU SKOŃCZONEGO

STRESZCZENIE

W pracy przedstawiono pewien automatyczny sposób symbolicznego wyprowadzania układu równań równowagi ciał sprężystych w systemie Maple. Otrzymane formuły matematyczne, mogą być w prosty sposób przetłumaczone na kod w języku programowania C lub Fortran w celu dołączenia ich do kodu programu implementującego metodę elementów skończonych (MES). Zaletami takiego podejścia są przede wszystkim jego uniwersalność, ograniczenie do minimum ryzyka popełnienia błędów w procesie tworzenia kodu, a także możliwość uogólnienia prezentowanego sposobu generowania równań na przypadek dowolnych ciał anizotropowych oraz na przypadek w pełni geometrycznie nieliniowej teorii ciał sprężystych lub hiper-sprężystych.

Słowa kluczowe: metoda elementów skończonych, system obliczeń symbolicznych Maple, numeryczna analiza statyczna ciał sprężystych

1 WPROWADZENIE

Spośród wszystkich obecnie stosowanych metod numerycznych, metoda elementów skończonych (MES) zdecydowanie dominuje w obliczeniach statycznych i dynamicznych konstrukcji inżynierskich od co najmniej kilkudziesięciu lat. Stosowana jest ona powszechnie zarówno przy projektowaniu konstrukcji jak i w testach numerycznych potwierdzających zalety nowych rozwiązań technologiczno-konstrukcyjnych oraz uzasadniających wdrażanie do produkcji nowych modeli materiałów w prawie wszystkich dziedzinach techniki i nauki: budownictwie, przemyśle motoryzacyjnym, maszynowym, lotniczym, w medycynie, elektronice i wielu innych. Wiele charakterystycznych cech algorytmu MES wyróżniającego go od algorytmów innych metod numerycznych, spowodowały ugruntowanie się – szczególnie w pracach o charakterze inżynierskim, ale nie tylko – pewnego kanonu prezentacji nowych typów elementów skończonych oraz sposobów ich implementacji

¹ s.czarnecki@il.pw.edu.pl

zarówno w materiałach opisujących komercyjne systemy obliczeniowe (np. ABAQUS) jak i w artykułach naukowych oraz monografiach. Na kanon ten składają się m.in. takie pojęcia jak: element skończony, macierz sztywności elementu, globalna macierz sztywności całej konstrukcji, generacja siatki elementów skończonych oraz wiele innych. Niewątpliwą zaletą takiego uproszczonego i powszechnie w świecie akceptowanego od lat standardu prezentacji MES jest upowszechnienie i akceptacja tej metody w środowisku inżynierów-konstruktorów. Z drugiej jednak strony pomijanie, mających swoje źródła w podstawach matematycznych, dokładnych opisów uzasadniających poprawność wielu etapów implementacji algorytmu MES, może w znacznym stopniu utrudniać nie tylko jej pełne zrozumienie, ale pośrednio wpływać także negatywnie na dalszy rozwój MES. Obecnie, nowe wyzwania z jakimi muszą się zmierzyć inżynierowie to m.in. konieczność wdrażania nowych technologii, w tym technologii materiałów kompozytowych w mikro- i w nano-skali, a także konieczność uwzględniania wpływu dużych przemieszczeń oraz odkształceń na odpowiedź materiałów poddanych dużym obciążeniom statycznym jak i dynamicznym. Obliczenia numeryczne będą zawsze, obok badań doświadczalnych podstawowym testem decydującym o odrzuceniu lub wdrożeniu nowych rozwiązań. Głównym celem pracy jest wskazanie jak wiele, czasami rzeczywiście trudnych z punktu widzenia opisu matematycznego, zadań numerycznych może być stosunkowo prosto poprawnie sformułowanych pod warunkiem jednak ich zredefiniowania przy pomocy nowych i bardzo wydajnych narzędzi (por. np. [1]).

W pracy przedstawiony został pewien jednolity, uniwersalny i prawie w pełni automatyczny sposób symbolicznego wyprowadzania układu równań ciał sprężystych w systemie obliczeń symbolicznych Maple, który może znaleźć zastosowanie w praktycznie większości znanych obecnie metod numerycznych takich jak metoda różnic skończonych, metoda elementów skończonych, a nawet (przy pewnych dodatkowych założeniach) w większości metod bezsiatkowych. W zasadzie jedynym istotnym ograniczeniem jest konieczność zdefiniowania, przed wywołaniem programu generującego kody procedur numerycznych, dowolnej, ale stałej liczby poszukiwanych parametrów umożliwiających obliczanie wartości funkcji interpolujących lub aproksymujących. To, w jakim stopniu pod względem matematycznym są skomplikowane formuły opisujące równania równowagi ciał sprężystych, a w przypadku dyskretyzacji tych równań także formuły opisujące funkcje kształtu poszukiwanych pól, wydaje się mieć już tylko drugorzędne znaczenie. Cechą charakterystyczną zaproponowanego sposobu wyprowadzania równań, w istotny sposób odróżniającą ją od powszechnie przyjętych i akceptowanych od dziesiątków lat standardów implementacji metod numerycznych, jest oprogramowanie wszystkich formuł obliczania wartości funkcji podcałkowych (pojawiających się w całkowej, tzw. słabej postaci równania wariacyjnego) w dowolnym punkcie ciała. Formuły te, w ogólnym przypadku bardzo skomplikowane pod względem rachunkowym, można jednak bardzo prosto wyprowadzić w sposób analityczny w dowolnym systemie obliczeń symbolicznych (np. Maple lub Mathematica) a następnie zamienić automatycznie na kod w języku C lub Fortran. Otrzymany w ten sposób kod (w postaci gotowych funkcji lub procedur) może być następnie bezpośrednio wykorzystany we własnym programie implementującym daną metodę numeryczną lub w programie komercyjnym, jeśli istnieje możliwość dodawania własnych procedur (np. w systemie ABAQUS – choć nie przetestowano jeszcze na obecnym etapie prac takiej opcji). Zaleta nowego podejścia jest szczególnie widoczna w przypadku wyprowadzania równań nieliniowo-geometrycznej analizy statycznej konstrukcji. Strategia ta pozwala bowiem nie tylko w wygodny, jasny, przejrzysty sposób oraz przy praktycznie bardzo małym prawdopodobieństwie popełnienia błędów (Maple „radząc sobie” z problemem „raczej się nie myli”) wyprowadzić dowolnie skomplikowany nieliniowy układ równań algebraicznych, ale także w analityczny sposób otrzymać w równie niezawodny sposób, macierz Jacobiego tego układu równań – niezbędną do implementacji jakiegokolwiek

newtonowskiej metody numerycznej poszukiwania rozwiązań. Właśnie w takich przypadkach, publikowane w większości opracowań, artykułów i monografii wzory na nieliniowe postacie składowych macierzy sztywności stają się z reguły na tyle skomplikowane pod względem rachunkowym, że są bardzo rzadko prezentowane w zamkniętej postaci. Znacznie częstszą praktyką jest ograniczanie się wyłącznie do prezentacji definicji funkcji kształtu, bez podawania (ze względu na długość i stopień skomplikowania) gotowych wzorów na składowe macierzy sztywności. W takich przypadkach, nie ma oczywiście możliwości prezentacji znacznie bardziej skomplikowanych wzorów analizy czułości, której przeprowadzenie, zgodnie z ogólnie znaną strategią, pozostawia się czytelnikowi w ramach samodzielnej implementacji.

Idea przedstawionego w tym rozdziale sposobu symbolicznego wyprowadzania równań równowagi MES ciał sprężystych w systemie obliczeń symbolicznych Maple pojawiła się w trakcie prac autora nad implementacją metod bezsiatkowych RPI i MLS (por. [2]). W metodach bezsiatkowych nie istnieje bowiem pojęcie elementu skończonego i macierzy sztywności elementu. W celu zapewnienia ograniczenia do minimum pomyłek edytorskich, zmieniona zostanie indeksacja składowych pól wektorowych i pól tensorowych z powszechnie używanej $i = 1, 2, \dots, m$, $j = 1, 2, \dots, n$ na $i = 0, 1, \dots, m-1$, $j = 0, 1, \dots, n-1$, która podyktowana została wyłącznie dopasowaniem się do indeksacji stosowanej w języku programowania C oraz C++ i wynika z faktu, że autor pracy opisany poniżej algorytm zaimplementował właśnie w języku C++.

2 GENEROWANIE RÓWNAŃ MES W SYSTEMIE MAPLE

Punktem wyjścia będzie równanie prac wirtualnych

$$\int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma} : \nabla \mathbf{v} \, dx = \int_{\Omega} \mathbf{f} \cdot \mathbf{v} \, dx + \int_{\Gamma_1} \mathbf{g} \cdot \mathbf{v} \, da \quad (1)$$

We wzorze (1) przyjęto następujące oznaczenia: Ω – domknięty obszar w \mathbb{R}^3 reprezentujący ciało sprężyste, do którego przyłożono znane obciążenie objętościowe \mathbf{f} , $\Gamma_1 \subset \partial\Omega$ – fragment brzegu, do którego przyłożono znane obciążenia powierzchniowe \mathbf{g} , $\boldsymbol{\sigma}$ – tensor naprężenia (macierz 3×3), $\mathbf{v} = (v_0, v_1, v_2)$ – pole przemieszczeń wirtualnych znikających na fragmencie brzegu $\Gamma_1 \subset \partial\Omega$, na którym zdefiniowano jednorodne warunki brzegowe $u=0$ poszukiwanego pola przemieszczeń $\mathbf{u} = (u_0, u_1, u_2)$, natomiast przez $\nabla_{\mathbf{v}}$ oznaczono macierz pochodnych cząstkowych $\partial v_i / \partial v_j$ składowych pola \mathbf{v} . Implementując metodę elementów skończonych, wariacyjne równanie (1) doprowadzamy do postaci następującej

$$\sum_e \int_{\Omega^e} \boldsymbol{\sigma}^e : \nabla \mathbf{v}^e \, dx^e = \sum_e \int_{\Omega^e} \mathbf{f}^e \cdot \mathbf{v}^e \, dx^e + \sum_c \int_{\Gamma_1^c} \mathbf{g}^c \cdot \mathbf{v}^c \, da^c \quad (2)$$

gdzie e – oznacza globalny numer rzeczywistego elementu skończonego Ω^e , c – oznacza globalny numer konturu – powierzchni Γ_1^c definiującej ten brzeg rzeczywistego elementu skończonego, który pokrywa się lub tylko aproksymuje odpowiedni fragment rzeczywistego brzegu Γ_1 . Ostatecznie zakładamy, że mamy zdefiniowaną rodzinę odwzorowań

$$F^e = (F_0^e, F_1^e, F_2^e) : \omega \rightarrow \Omega^e \quad (3)$$

modelującą na podstawie macierzystego elementu skończonego ω ciało Ω w taki sposób, że $\forall e \, \Omega^e = F^e(\omega)$ oraz $\Omega \cong \sum_e \Omega^e$. W sposób równoważny, możemy scałkować wszystkie

wyrażenia w (2) po obszarze macierzystego elementu skończonego ω i fragmencie jego brzegu γ , tzn.

$$\sum_e \int_{\omega} \boldsymbol{\sigma}^e : \nabla \mathbf{v}^e \left| \det \nabla F^e \right| d\xi = \sum_e \int_{\omega} \mathbf{f}^e \cdot \mathbf{v}^e \left| \det \nabla F^e \right| d\xi + \sum_c \int_{\gamma} \mathbf{g}^c \cdot \mathbf{v}^c \left\| \mathbf{n}^c \right\| d\alpha \quad (4)$$

gdzie ∇F^e jest macierzą pochodnych cząstkowych $\partial F_i^e / \partial \xi_j$ (jakobianem odwzorowania F^e), natomiast \mathbf{n}^c , zależnym także od pochodnych cząstkowych $\partial F_i^e / \partial \xi_j$, wektorem normalnym do powierzchni Γ_1^c . Tensor naprężenia $\boldsymbol{\sigma}^e$ należy jeszcze wyrazić poprzez liniowy związek konstytutywny $\boldsymbol{\sigma}^e = \mathbf{C}^e \boldsymbol{\varepsilon}^e$ od tensora sprężystości Hooke'a \mathbf{C}^e i od tensora odkształcenia $\boldsymbol{\varepsilon}^e = (\nabla \mathbf{u}^{eT} + \nabla \mathbf{u}^e) / 2$, gdzie przez $\nabla \mathbf{u}^e$ oznaczono macierz pochodnych cząstkowych $\partial u_j^e / \partial x_j$ składowych rzeczywistego pola przemieszczeń u^e w elemencie skończonym Ω^e . W ostatnim kroku przekształcania równania prac wirtualnych (1), otrzymaną w (4) formułę zastępujemy formułą „przybliżoną”, w której zastosowana jest numeryczna metoda Gaussa obliczania całek objętościowych i całek powierzchniowych

$$\begin{aligned} & \sum_e \sum_i w_i^Q \left\{ \boldsymbol{\sigma}^e(\xi_i^Q) : \nabla \mathbf{v}^e(\xi_i^Q) - \mathbf{f}^e(\xi_i^Q) \cdot \mathbf{v}^e(\xi_i^Q) \right\} \left| \det \nabla F^e(\xi_i^Q) \right| = \\ & = \sum_c \sum_j v_j^Q \mathbf{g}^c(\zeta_j^Q) \cdot \mathbf{v}^c(\zeta_j^Q) \left\| \mathbf{n}^c(\zeta_j^Q) \right\| \end{aligned} \quad (5)$$

gdzie $w_i^Q \in \mathbb{R}$, $\xi_i^Q \in \omega$ oraz $v_j^Q \in \mathbb{R}$, $\zeta_j^Q \in \gamma$ są odpowiednio wagami i odpowiadającymi im punktami kwadratur Gaussa przy całkowaniu po obszarze macierzystego elementu skończonego ω oraz po jego brzegu γ . Przez \cdot oraz \cdot oznaczono iloczyn skalarny odpowiednio: macierzy 3×3 i wektorów w \mathbb{R}^3 . W pełni poprawna pod względem matematycznym interpretacja zapisu używanych argumentów pól we wzorach (4)-(5) wymagałaby m.in. dodatkowo omówienia sposobów definiowania obciążeń oraz funkcji kształtu w MES. Szczególnie dotyczy to problemu obliczania pochodnych cząstkowych $\partial / \partial x_i$ pól \mathbf{v} i \mathbf{u} , które definiowane są w MES nie na elementach rzeczywistych Ω^e , ale na elemencie macierzystym ω . Fakt ten wymusza m.in. konieczność wprowadzenia macierzy odwrotnej do macierzy Jacobiego ∇F^e zdefiniowanej w (4). Ze względu na ograniczoną dopuszczalną objętość referatu problem ten nie będzie w dalszej części pracy omawiany. W prezentowanych w literaturze przykładach wyprowadzania wzorów na składowe macierzy sztywności (najczęściej bez omawiania szczegółów wyprowadzania wzorów na składowe wektora obciążenia) prawie nigdy nie doprowadza się jawnie równania prac wirtualnych do postaci (5), ponieważ nie jest ona wygodna w dalszych, analityczno-rachunkowych przekształceniach. W pracy proponuje się jednak całkiem inne podejście, w którym równanie wariacyjne (5) pełni najważniejszą rolę w dalszym wyprowadzaniu równań algebraicznych MES. Przedstawiony poniżej sposób, wykorzystuje w znacznym stopniu możliwości programów przeznaczonych do symboliczno-numerycznej analizy matematycznej. Najbardziej znanymi programami tego typu są obecnie Mathematica oraz Maple. Efektywność tych programów w znacznym stopniu jest zwielokrotniona dzięki dostępnym w nich narzędziom automatycznego przekształcania kodu symbolicznych relacji w kod takich języków programowania wysokiego poziomu jak Fortran lub C. Zadaniem przedstawionego w dużym skrócie poniżej programu w systemie Maple jest wygenerowanie kodu w języku C implementującego w jawnej postaci układ liniowych algebraicznych równań równowagi rzeczywistego elementu skończonego. W pierwszym kroku programu należy ustalić typ elementu skończonego, co na obecnym etapie wymaga jedynie ustalenia liczby węzłów n.

Przykładowo dla izoparametrycznego, ośmiowęzłowego elementu skończonego C3D8 mamy $n = 8$. Celem dalszego kodu jest wygenerowanie, w zmiennych symbolicznych, wyrażeń

$$v_i^e = \sum_{k=0}^{n-1} N_k p_{3 \times k + i}^e, u_i^e = \sum_{k=0}^{n-1} N_k q_{3 \times k + i}^e \quad (i = 0, 1, 2) \quad (6)$$

na składowe pola przemieszczeń wirtualnych i przemieszczeń rzeczywistych w dowolnym, ale ustalonym elemencie skończonym o numerze e . We wzorach (6), N_k ($k = 0, \dots, n-1$) oznaczają funkcje kształtu MES, $p_0^e, p_1^e, \dots, p_{3 \times (n-1) + 2}^e$ oznaczają parametry węzłowe przemieszczeń wirtualnych, natomiast $q_0^e, q_1^e, \dots, q_{3 \times (n-1) + 2}^e$ oznaczają parametry węzłowe rzeczywistych przemieszczeń węzłowych. W tym celu, należy najpierw zdefiniować zmienne typu string reprezentujące łańcuchy znaków odpowiadające zapisom (6) wykorzystując do tego celu dostępną w Maple funkcję (komendę): `convert(...)` zamieniającą zmienną typu całkowitego na zmienną typu string, funkcję `cat(...)` łączącą dwie zmienne typu string w jedną oraz funkcję `parse(...)` zamieniającą zmienną typu string na reprezentujący ją w naszym przypadku odpowiedni wielomian w (6). Niezbędne jest dodatkowo użycie dostępnych w Maple instrukcji pętli `for...` oraz instrukcji sterującej `if...` w celu przeprowadzenia wyżej opisanych symbolicznych przekształceń w maksymalnie zautomatyzowany sposób. W analogiczny sposób należy wygenerować symboliczne wyrażenia na pochodne cząstkowe funkcji w (6), tzn.

$$v_{i,j}^e = \sum_{k=0}^{n-1} N_{k,j} p_{3 \times k + i}^e, u_{i,j}^e = \sum_{k=0}^{n-1} N_{k,j} q_{3 \times k + i}^e \quad (i, j = 0, 1, 2), \quad (7)$$

jednak w tym przypadku, konieczne staje się (sygnalizowane wyżej) jawne rozróżnianie pochodnych cząstkowych względem zmiennych parametryzujących obszar macierzystego elementu skończonego od pochodnych cząstkowych względem zmiennych parametryzujących rzeczywisty element skończony. Stąd konieczne staje się wprowadzenie dodatkowych oznaczeń pochodnych cząstkowych v_{ij}^e, u_{ij}^e ($i, j = 0, 1, 2$), które obliczane są na podstawie pochodnych cząstkowych (7) przy dodatkowym wykorzystaniu składowych odwrotnego jacobianu odwzorowania (3). W dalszym ciągu pomijać będziemy, dla uproszczenia zapisu, indeks e . Wtedy rzeczywiste składowe odkształceń ε_{ij} można zapisać w Maple jako $\varepsilon_{ii} = u_{ii}$ dla $i=0,1,2$ oraz $\varepsilon_{ij} = (u_{ij} + u_{ji})/2$ dla $i \neq j$ ($i, j = 0, 1, 2$). Rzeczywiste naprężenia σ_{ij} można zapisać w Maple na podstawie najogólniejszego, anizotropowego prawa Hooke'a jako

$$\begin{aligned} \sigma_{00} &= C_{0000} \varepsilon_{00} + C_{0011} \varepsilon_{11} + \dots + C_{0001} \varepsilon_{01} \\ \sigma_{11} &= C_{0011} \varepsilon_{00} + C_{1111} \varepsilon_{11} + \dots + C_{1101} \varepsilon_{01} \\ &\dots \\ \sigma_{01} &= C_{0001} \varepsilon_{00} + C_{1101} \varepsilon_{11} + \dots + C_{0101} \varepsilon_{01} \end{aligned} \quad (8)$$

Pomijając w każdym z trzech składników sumy w (5) wagę w_i^Q lub v_i^Q , możliwe są dalsze przekształcenia trzech niezależnych wyrażeń podcałkowych, które jawnie mogą być zapisane w Maple jako:

$$\text{lewy} = (\sigma_{00} v_{00} + \sigma_{01} v_{01} + \dots + \sigma_{22} v_{22}) |\det \nabla F|, \quad (9)$$

$$\text{prawy}_-f = (f_0 v_0 + f_1 v_1 + f_2 v_2) |\det \nabla F|, \quad (10)$$

$$\text{prawy}_-g = (g_0 v_0 + g_1 v_1 + g_2 v_2) \|\mathbf{n}\|. \quad (11)$$

Każde z powyższych wyrażeń, można przedstawić w postaci kombinacji liniowej

$$\sum_{i=0}^{3(n-1)} (\dots) p_i \quad (12)$$

co z kolei pozwala obliczyć w jawny sposób wszystkie wyrażenia w nawiasach stojących przy parametrach p_i oznaczających niezależne przemieszczenia wirtualne węzłów. W tym celu należy utworzyć trzy wektory **LEWY**, **PRAWY_f**, **PRAWY_g** o wymiarze $3n$ do przechowywania wyrażeń symbolicznych a następnie w pętli for... trzykrotnie wywoływać funkcję `coeff(...)`: `coeff(lewy, p_i)`, `coeff(prawy_f, p_i)`, `coeff(prawy_g, p_i)` w celu inicjalizacji składowych wektorów **LEWY**, **PRAWY_f**, **PRAWY_g** współczynnikami stojącymi przy odpowiednich parametrach p_i . Każda składowa **LEWY_i** jest z kolei kombinacją liniową

$$\sum_{j=0}^{3(n-1)} (\dots) q_j \quad (13)$$

co umożliwia w podobny jak wyżej opisany sposób obliczyć w jawny sposób wyrażenia w nawiasach w (13) poprzez wywoływanie, tym razem w podwójnej pętli for... (dla i oraz j), funkcji `coeff(LEWYi, qj)`. Nietrudno zauważyć, że „wyłuskane” w ten sposób wyrażenia w nawiasach (...) w (13) można interpretować jako „cząstkowe” składowe $k_{ij}^e = k_{ij}^e(\cdot)$ macierzy sztywności elementu skończonego obliczane w dowolnym jego punkcie. Zsumowanie po wszystkich punktach Gaussa wartości $w_k^Q k_{ij}^e(\xi_k^Q)$ definiuje znaną w MES składową K_{ij}^e macierzy sztywności elementu skończonego. Wyrażenia symboliczne `coeff(LEWYi, qj)` wygodnie jest przechowywać w specjalnie do tego celu przygotowanej macierzy **K** o wymiarach $(3n) \times (3n)$. W analogiczny sposób interpretowane mogą być składowe **PRAWY_f_i**, **PRAWY_g_i**, które traktować można jako „cząstkowe” składowe $Q_i^e = Q_i^e(\cdot)$ wektora obciążenia elementu skończonego obliczane w dowolnym punkcie wewnątrz elementu skończonego lub na jego brzegu. W ostatnim kroku programu w systemie Maple, wywołując dla zdefiniowanej wyżej macierzy **K** funkcję `C(...)` w następujący sposób:

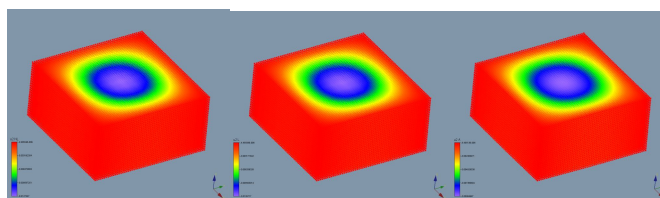
$$C(\mathbf{K}, \text{optimized}, \text{precision}=\text{double}) \quad (14)$$

wygenerowany zostaje kod w języku C obliczania wszystkich składowych macierzy **K**. Kod ten można następnie „wkleić” do własnego programu w języku C lub C++ implementującego MES. Analogicznie postępujemy w przypadku wektora obciążenia **Q**. Opisany powyżej schemat programu w systemie Maple generującego równania MES w języku C może być bez większych przeszkód uogólniony na przypadek nieliniowej teorii sprężystości (por. raport [3]). Wygenerowany kod w przypadku nieliniowo-geometrycznej teorii sprężystości jest wielokrotnie dłuższy niż w przypadku klasycznej liniowej teorii sprężystości i liczy około tysiąca linii. Nie stanowi to jednak żadnej przeszkody w jego dołączaniu do głównego kodu programu MES. Na zakończenie, pokazane zostaną wyniki nieliniowej i liniowej analizy statycznej grubej prostopadłościowej płyty poddanej antysymetrycznemu obciążeniu.

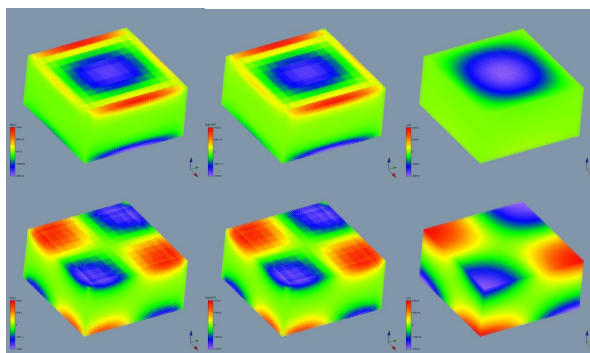
Przykład.

Płyta „swobodnie podparta” na bokach $x = 0, x = L_x, y = 0, y = L_y$, obciążona ciśnieniem $\pi(x), x \in \Gamma_1$ przyłożonym do górnej poziomej powierzchni o równaniu $z = L_z$ oraz

$-\pi(x), x \in \Gamma_1$ przyłożonym do dolnej poziomej powierzchni o równaniu $z=0$ (antysymetrycznie względem płaszczyzny $z = L_z/2$). Założono, że intensywność ciśnienia $\pi(x)$ zależy tylko od dwóch pierwszych składowych x_0, x_1 punktu $x = [x_0, x_1, x_2]^T$ w następujący sposób: $\pi(x) = 5 \cdot 10^4 \cdot \sin(\pi x_0 / L_x) \sin(\pi x_1 / L_y)$ $[N/m^2]$. Pominięto ciężar własny. Wymiary płyty $L_x \times L_y \times L_z = 1 \times 1 \times 0.5 [m]$. Liczba elementów skończonych C3D8 wzdłuż osi x, y, z : $C_x \times C_y \times C_z = 14 \times 14 \times 7$. Moduł Younga oraz współczynnik Poissona definiujące izotropowy materiał sprężysty: $E = 3 \cdot 10^6 [N/m^2], \nu = 0.25$. Oprócz porównania wyników z numerycznym rozwiązaniem liniowym MES, dodatkowo przedstawiono wizualizacja ścisłego rozwiązania analitycznego G. Jemielity (por. [2]) dla przypadku liniowego. Z tego też powodu, tak dobrano intensywność obciążenia $\pi(x)$, aby w przypadku nieliniowej analizy statycznej, otrzymane wartości składowych przemieszczeń płyty były porównywalne z wartościami otrzymanymi na podstawie analizy statycznej liniowej (czyli po prostu „małe”).



Rys.1. Przemieszczenia u_2 w przypadku nieliniowym oraz liniowym (lewy oraz środkowy rysunek) – rozwiązanie na podstawie własnego programu autorskiego MES w Maple i w C++. Rysunek po prawej stronie – rozwiązanie analityczne G. Jemielity [2]



Rys.2. Naprężenia Cauchy'ego σ_{00}, σ_{01} (pierwszy i drugi wiersz) w przypadku nieliniowym oraz liniowym (lewa i środkowa kolumna) – rozwiązanie na podstawie własnego programu MES w Maple i w C++. W prawej kolumnie – rozwiązanie analityczne G. Jemielity [2]

3 WNIOSKI

Przedstawiony w pracy, automatyczny sposób symbolicznego wyprowadzania układu równań równowagi MES trójwymiarowych, liniowo-geometrycznych oraz liniowo-sprężystych ciał izotropowych w systemie Maple może być bez przeszkód, w bardzo prosty sposób, uogólniony na dowolne trójwymiarowe, nieliniowo-sprężyste, nieliniowo-geometryczne ciała anizotropowe (por. np. [3]) oraz na inne modele struktur inżynierskich takich jak belki, tarcze, płyty i powłoki. Dodatkowe relacje, jakie w naturalny sposób pojawiają się w przypadku innych związków konstytutywnych (np. teorii plastyczności) i/lub w analizie dynamicznej konstrukcji mogą być uwzględnione w podobny sposób, pod

warunkiem, że zostaną zapisane w systemie Maple w postaci odpowiednich relacji algebraicznych. Dołączenie, zakodowanych w systemie Maple, formuł matematycznych zapisanych w postaci kodu w języku C lub Fortran, do kodu programu implementującego MES, jest bardzo proste i polega głównie na wklejeniu skopiowanego tekstu do odpowiednich plików w środowisku kompilatora danego języka programowania (np. Visual C++). Szczególnie należy podkreślić fakt, że opisana w pracy procedura generowania równań algebraicznych MES dla eliptycznych równań różniczkowych cząstkowych, została już z sukcesem rozszerzona na znacznie ogólniejszy przypadek zadania matematycznego (por. [1]), w którym z powodzeniem zaimplementowany został omawiany algorytm automatycznego generowania nieliniowych, algebraicznych równań równowagi, nie mający swojego odpowiednika w algorytmach metod numerycznych wywodzących się z klasycznie definiowanego MES-u. W przypadku zadań matematycznego programowania nieliniowego polegających na poszukiwaniu optymalnych rozkładów składowych niejednorodnego, anizotropowego tensora sprężystości Hooke'a, przedstawiony w pracy algorytm został z powodzeniem zaimplementowany w procedurach analitycznego obliczania pochodnych cząstkowych funkcji celu i funkcji ograniczeń (por. np. [3]). Uniwersalność zaproponowanego podejścia wraz z ograniczeniem do minimum ryzyka popełnienia błędów w procesie tworzenia kodu, także należy zaliczyć do głównych zalet opisanej metody. W celu otrzymania znacznie dokładniejszych rozwiązań numerycznych na pola naprężeń, kontynuacja podjętych prac polegać będzie m.in. na dodatkowym uwzględnieniu lokalnych równań różniczkowych równowagi w MES z jednoczesną optymalizacją parametrów definiujących pewną klasę wielomianowych funkcji kształtu interpolujących poszukiwane pole przemieszczeń.

PIŚMIENNICTWO

- [1] Czarnecki S., Lewiński T.: The stiffest designs of elastic plates: Vector optimization for two loading conditions. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 200 (2011), 1708-1728.
- [2] Czarnecki S.: *Metody bezsiatkowe MLS i RPI w analizie i optymalizacji pól naprężeń w ciałach sprężystych*, Oficyna Wydawnicza PW, Warszawa, 2010.
- [3] Czarnecki S.: Wstęp do optymalizacji topologicznej konstrukcji przestrzennych pracujących w zakresie nieliniowo-sprężystym. Warszawa 2010, str.287. Część III Raportu pracy statutowej pt. Teoria i Metody Numeryczne. Optymalizacji Topologicznej-4 wykonywanej w Katedrze Mechaniki Budowli i Zastosowań Informatyki, Politechnika Warszawska, Wydz. Inż. Łąd., Nr pracy: 504G 1085 2650

THE FINITE ELEMENT DISCRETIZATION OF THE PRINCIPLE OF VIRTUAL WORK IN MAPLE SYSTEM

Summary

The objective of the paper is to present fundamental formulations of the finite element discretization procedure based on the weak form of a linearized displacement-traction problem in symbolic computational system Maple. The Maple functions, commands and statements such as: `convert(...)`, `cat(...)`, `parse(...)`, `coeff(...)`, `for...`, `if...`, `C(...)` enable obtaining a complete ANSI C code defining the stiffness matrix and the vector of loadings of any finite element. The code can be very easily added to the program in C/C++ language implementing the finite element method.

Barbara KALETA¹
Bartosz RÓŻYCKI²
Politechnika Opolska
Zarząd Dróg Wojewódzkich w Opolu

ZAGADNIENIE WŁASNE BELKI NA STOCHASTYCZNYM, DWUWARSTWOWYM PODŁOŻU GRUNTOWYM

STRESZCZENIE

W artykule przedstawiono zagadnienie własne belki spoczywającej na dwuwarstwowym podłożu gruntowym. Założono układ dwóch poziomych warstw o różnych grubościach i parametrach materiałowych. Przyjęto, że moduł Younga podłoża gruntowego ma charakter stochastyczny i został opisany jako jednowymiarowe pole losowe. W pracy analizowano dwa przypadki podłoża gruntowego, pierwszy, gdzie przyjęto przestrzenną korelację modułu Younga gruntu po długości każdej z warstw i drugi, w którym uwzględniono korelację pomiędzy warstwami. W każdym z przypadków założono dwa stopnie korelacji: pełną i jej brak. W sformułowaniu modelu obliczeniowego wykorzystano metodę elementów skończonych (MES). Przeprowadzono analizę wpływu losowości modułu Younga gruntu na częstości drgań własnych układu belka-dwuwarstwowe podłoże.

Słowa kluczowe: zagadnienie własne, belka, dwuwarstwowe podłoże gruntowe, metoda Monte Carlo, pole losowe, metoda punktu środkowego.

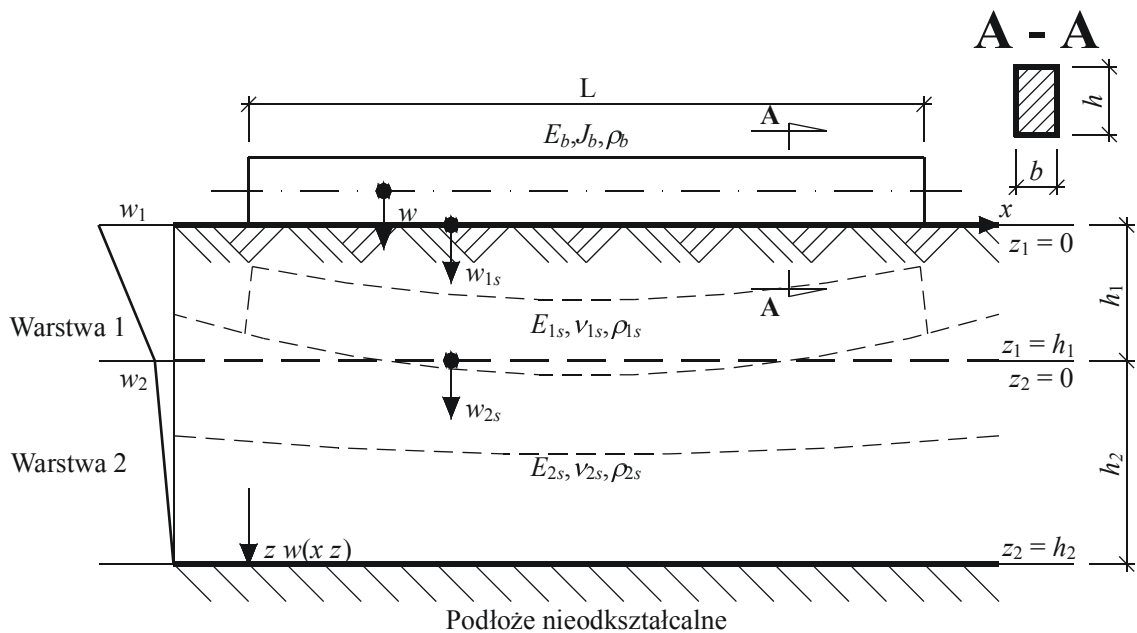
1 WSTĘP

Przedmiotem niniejszego artykułu jest analiza zagadnienia własnego belki typu Bernoulliego-Eulera, spoczywającej na dwuwarstwowym podłożu gruntowym typu Kolářa-Nemeca o losowych parametrach materiałowych. Jest ona rozszerzeniem pracy [1], w której analizowano również zagadnienie własne belki, ale na podłożu jednowarstwowym. Do rozwiązania stochastycznego zagadnienia własnego zastosowano tak samo jak poprzednio metodę Monte Carlo z MES. W pracy przedstawiono wyniki analizy parametrycznej wpływu losowości modułu Younga gruntu na częstości drgań własnych układu belka-dwuwarstwowe podłoże.

¹ b.kaleta@po.opole.pl

² brozycki@o2.pl

2 SFORMUŁOWANIE PROBLEMU



Rys. 1. Belka na dwuwarstwowym podłożu

Do rozwiązania zastosowano model podłoża gruntowego Kolářa-Nemeca [2], który jest uogólnieniem modelu Własowa. Uwzględnia on dowolne uwarstwienie podłoża gruntowego i zakłada, że poszczególne warstwy podłoża traktowane są jako materiał liniowo-sprężysty o różnym module Younga E_{is} , współczynniku Poissona ν_{is} i grubości h_i i spoczywają na nieodkształcalnym podłożu. Model ten zakłada również, że przemieszczenia poziome podłoża w obu warstwach są równe zero. Natomiast pionowe przemieszczenie w_{is} zmienia się liniowo wzdłuż głębokości

$$w_{is}(x, z_i) = w_{is}(x) \varphi(z_i) = w_i(x) f_1(z_i) + w_{i+1}(x) f_2(z_i), \quad i = 1, 2, \quad (1)$$

gdzie: $f_1(z_i) = 1 - \frac{z_i}{h_i}$, $f_2(z_i) = \frac{z_i}{h_i}$, $\varphi(z_i)$ są przyjętymi funkcjami pionowego rozkładu przemieszczeń wewnątrz i-tej warstwy podłoża, $w_i(x)$, $w_{i+1}(x)$ – są przemieszczeniami pionowymi górnych powierzchni warstw podłoża, a z_i pionową, lokalną współrzędną w i-tej warstwie podłoża.

Model podłoża gruntowego Kolářa-Nemeca był stosowany w analizie płyt na podłożu sprężystym. Problem statyki płyt z uwzględnieniem tego podłoża w ujęciu deterministycznym przedstawiono w pracy [3], gdzie do rozwiązania zagadnienia zastosowano MES.

Podstawą sformułowania zagadnienia w MES jest wyrażenie na energię odkształcenia sprężystego. Całkowita energia sprężysta układu belka-dwuwarstwowe podłoże jest sumą energii deformacji sprężystej belki Π_b i energii deformacji sprężystej każdej z warstw podłoża Π_{is} , które wyrażają się w następujący sposób [2]

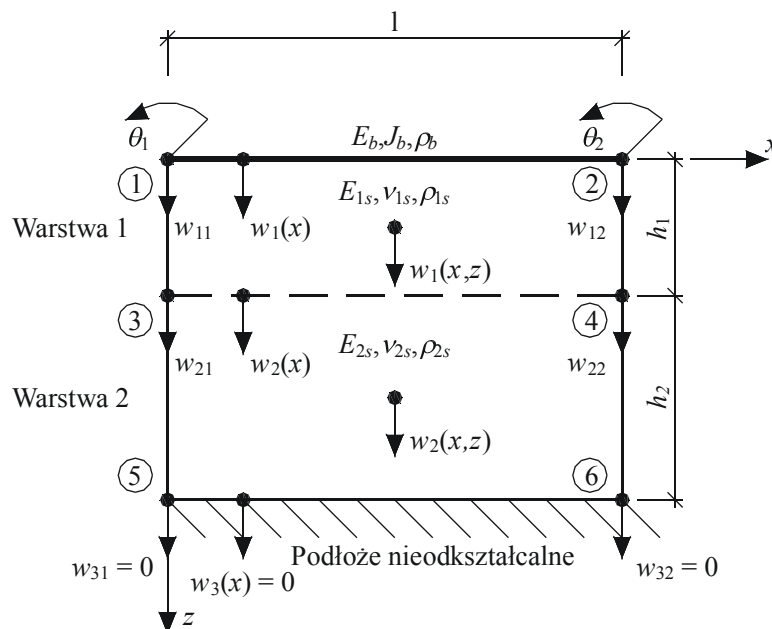
$$\Pi_b = \frac{E_b I_b}{2} \int_0^L \left[\frac{d^2 w(x)}{dx^2} \right]^2 dx, \quad \Pi_{is} = \frac{1}{2} \int_0^L \left[k_{is} (w_i(x))^2 + \frac{1}{2} t_{is} \left(\frac{dw_i(x)}{dx} \right)^2 \right] dx, \quad (2)$$

$$k_{is} = \frac{E_{is}(1-\nu_{is})}{(1+\nu_{is})(1-2\nu_{is})} \int_0^{h_i} \left(\frac{d\varphi(z_i)}{dz} \right)^2 dz, \quad t_{is} = \frac{E_{is}}{2(1+\nu_{is})} \int_0^{h_i} \varphi^2(z_i) dz, \quad i=1, 2, \quad (3)$$

gdzie: $w(x)$ – funkcja pionowego przemieszczenia belki, $w_i(x)$ – pionowe przemieszczenie górnej powierzchni i -tej warstwy podłoża, $\varphi(z_i)$ – funkcja rozkładu wzdłuż głębokości pionowych przemieszczeń i -tej warstwy podłoża, k_{is} i t_{is} – parametry odzwierciedlające pracę i -tej warstwy podłoża odpowiednio na ściskanie i na ścinanie, E_b – moduł Younga belki, I_b – moment bezwładności przekroju poprzecznego belki.

3 SFORMUŁOWANIE ZAGADNIENIA ZA POMOCĄ MES

Belkę i dwuwarstwowo podłożę dzielimy pionowymi liniami, dokonując dyskretyzacji układu na elementy skończone składające się z elementów belkowych i elementów podłoża. Typowy element skończony wraz z zaznaczonymi węzłami i parametrami węzłowymi przedstawiono na rys. 2. Zakładamy, że przemieszczenia górnej powierzchni pierwszej warstwy podłoża są równe przemieszczeniom osi belki tj. $w(x) = w_1(x)$.



Rys. 2. Element skończony belka-dwuwarstwowo podłożę

Do aproksymacji przemieszczeń przyjmujemy w węzłach elementu 1 i 2 na styku belki i podłoża po 2 parametry węzłowe: pionowe przemieszczenie w_{1i} i kąt obrotu $\theta_i = dw/dx$. W pozostałych węzłach w podłożu gruntowym przyjęto 1 parametr – przemieszczenie pionowe w_{2is} , $w_{3i} = 0$. Przemieszczenia w elemencie można zatem wyrazić za pomocą funkcji kształtu poprzez przemieszczenia węzłowe, dla belki

$$w(x) = [N_1(x), N_2(x), N_3(x), N_4(x)] \{w^e\}, \quad (4)$$

i dla warstw podłoża

$$w_i(x) = [\hat{N}_1(x), \hat{N}_2(x)] \{w_{is}^e\}, \quad i=1, 2, \quad (5)$$

gdzie: $\{w^e\} = [w_{11} \ \theta_1 \ w_{12} \ \theta_2]^{Tr}$ - wektor przemieszczeń węzłowych elementu belki,
 $\{w_{is}^e\} = [w_{i1} \ w_{i2}]^{Tr}$ - wektor przemieszczeń węzłowych elementu i-tej warstwy podłoża,
 $N_1(x), \dots, N_4(x)$ - typowe belkowe funkcje kształtu, $\hat{N}_1(x)$ i $\hat{N}_2(x)$ - liniowe funkcje kształtu.

Uwzględniając aproksymacje przemieszczeń w elemencie (4) i (5) w zależnościach (2), wyrażenie na energię sprężystą elementu belka-podłoże można zapisać w postaci

$$\Pi^e = \frac{1}{2} \left(\{w^e\}^{Tr} [k_b^e] \{w^e\} + \sum_{i=1}^2 \{w_{is}^e\}^{Tr} \left[[k_{wi}^e] + [k_{ti}^e] \right] \{w_{is}^e\} \right), \quad (6)$$

gdzie: $[k_b^e]$, $[k_{wi}^e]$, $[k_{ti}^e]$ - odpowiednio macierze sztywności elementu belki oraz i-tej warstwy podłoża dla pierwszego i drugiego parametru.

Całkowita energia kinetyczna układu belka-dwuwarstwowe podłoże podobnie jak energia sprężysta, jest sumą energii kinetycznej belki i energii kinetycznej warstw podłoża. Uwzględniając dyskretyzację MES (4) i (5), wyrażenie na energię kinetyczną elementu belka-podłoże można zapisać w postaci

$$T^e = \frac{1}{2} \left(\{\dot{w}^e\}^{Tr} [m_b^e] \{\dot{w}^e\} + \sum_{i=1}^2 \{\dot{w}_{is}^e\}^{Tr} [m_{is}^e] \{\dot{w}_{is}^e\} \right), \quad (7)$$

gdzie: $[m_b^e]$ i $[m_{is}^e]$ - odpowiednio macierze bezwładności elementu belki oraz i-tej warstwy podłoża, $\{\dot{w}^e\}$ i $\{\dot{w}_{is}^e\}$ - odpowiednio pochodne po czasie wektorów przemieszczeń węzłowych belki i warstw podłoża.

Szczegółowe wyrażenia określające macierze sztywności i bezwładności elementu belki i podłoża oraz ich jawne postacie zawarte są w pracy [1].

Całkowita energia sprężysta i kinetyczna układu jest sumą energii poszczególnych elementów (6) i (7). Wykorzystując następnie wariacyjną zasadę Hamiltona i standardowe metody dynamiki budowli [4], równanie zagadnienia własnego belki na podłożu gruntowym można zapisać w postaci [1]

$$([K] - \omega^2 [B]) \{W\} = \{0\}, \quad (8)$$

gdzie: $[K]$ jest globalną macierzą sztywności układu, $[B]$ - globalną macierzą bezwładności, $\{W\}$ - wektorem przemieszczeń węzłowych układu, ω - częstością drgań własnych układu.

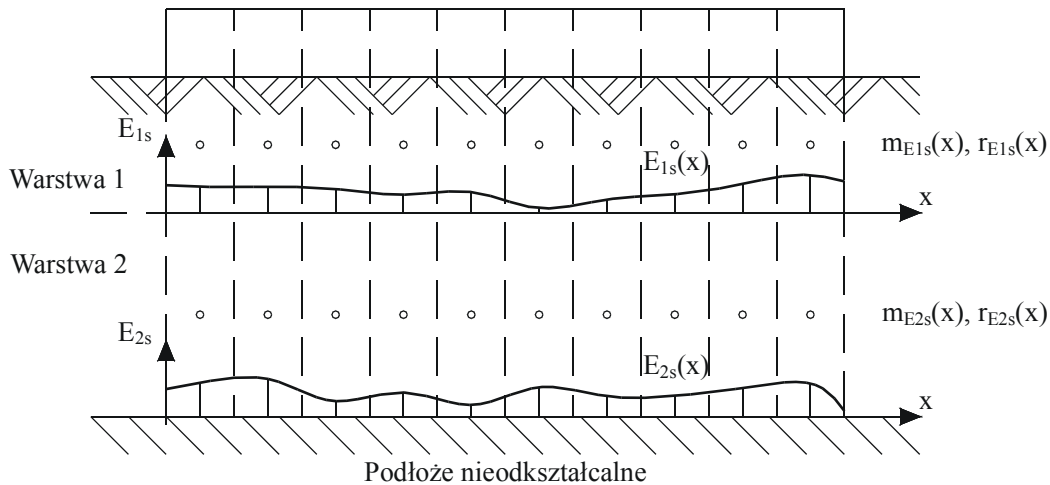
Rozwiązanie ogólne zagadnienia własnego (8) stanowią częstości drgań własnych ω_i i odpowiadające im wektory własne $\{W_i\}$.

4 STOCHASTYCZNY MODEL PODŁOŻA DWUWARSTWOWEGO

Rozpatrzmy podłoże gruntowe przedstawione na rys.3. Uwarstwienie podłoża spowodowane niejednorodnością gruntu powoduje, że każda z dwóch warstw ma inne parametry materiałowe. Dodatkowo zmieniają się one losowo zarówno wzdłuż długości każdej z nich jak i pomiędzy nimi. Wprowadzając do deterministycznego modelu podłoża Kolářa-Nemeca losowy modułu Younga E_{is} otrzymujemy stochastyczny model tego podłoża. Do jego opisu wykorzystuje się układ dwóch jednowymiarowych, jednorodnych, ciągłych pól

losowych $E_{1s}(x)$ i $E_{2s}(x)$. Wtedy parametry na ściskanie i na ścinanie każdej z warstw mają postać

$$k_{is}(x) = \frac{E_{is}(x)(1-\nu_{is})}{(1+\nu_{is})(1-2\nu_{is})} \int_0^{h_i} \left(\frac{d\varphi(z_i)}{dz} \right)^2 dz, \quad t_{is}(x) = \frac{E_{is}(x)}{2(1+\nu_{is})} \int_0^{h_i} \varphi^2(z_i) dz, \quad i=1,2. \quad (9)$$



Rys. 3. Stochastyczny model podłoża dwuwarstwowego

Każde z pól losowych opisane jest wartościami średnimi $m_{E_{1s}}(x)$ i $m_{E_{2s}}(x)$ oraz współczynnikami zmienności $r_{E_{1s}}(x)$ i $r_{E_{2s}}(x)$. Korelację po długości pola losowego opisuje się przy pomocy eksponentialnej funkcji korelacji

$$\rho_{E_{is}}(\xi_{kl}) = \exp\left(-\left(\frac{|\xi_{kl}|}{\delta}\right)^2\right), \quad (10)$$

gdzie: ξ_{kl} – odległość między punktami pola losowego, δ – skala korelacji pola losowego.

Natomiast korelację pomiędzy polami losowymi opisuje się przy pomocy współczynnika korelacji $\rho_{E_{1s}E_{2s}}$.

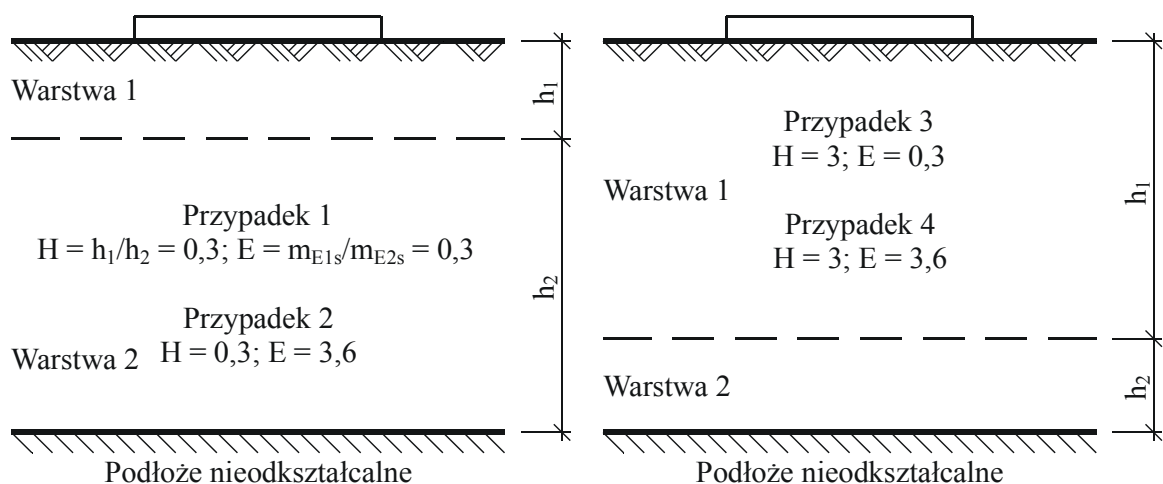
Na potrzeby metody Monte Carlo ciągłe pole losowe dyskretyzuje się przy pomocy metody punktu środkowego, która zakłada, że pole losowe w danym elemencie jest reprezentowane przez pojedynczą zmienną losową, będącą wartością tegoż pola w środku danego elementu.

5 ANALIZA NUMERYCZNA

Dany jest układ belka-dwuwarstwowo podłożo gruntowe przedstawiony na rys. 1. Belka betonowa o przekroju poprzecznym $A_b = 0,3 \times 0,5$ m, module Younga $E_b = 27$ GN/m², długości $L = 5$ m, gęstości objętościowej $\rho_b = 2500$ kg/m³ spoczywa na stochastycznym, dwuwarstwowym podłożu, poniżej którego znajduje się warstwa nieodkształcalna. Przyjęto, że warstwy podłoża różnią się między sobą grubościami, które wynoszą odpowiednio $h_1 = 2$ m i $h_2 = 6$ m. Gęstość objętościowa gruntu jest taka sama dla obydwu z nich i wynosi $\rho_{1s} = \rho_{2s} = 1700$ kg/m³. Natomiast współczynniki Poissona dla każdej z warstw wynoszą odpowiednio $\nu_{1s} = 0,35$ i $\nu_{2s} = 0,3$.

Pola losowe, opisujące losowy rozkład modułu Younga warstw podłoża są gaussowskie. Wartości średnie pól losowych każdej z warstw wynoszą odpowiednio $m_{E1s} = 10 \text{ MN/m}^2$ i $m_{E2s} = 36 \text{ MN/m}^2$. Współczynnik zmienności $r_{E1s} = r_{E2s} = r_{Es}$ i zmienia się w przedziale 0–30% [6]. Do analizy przyjęto, że pola losowe modułu Younga warstw będą przestrzennie nieskorelowane i w pełni skorelowane zarówno po ich długości (dla $\delta \rightarrow 0$ $\rho_{E1s} \rightarrow 0$ i dla $\delta \rightarrow \infty$ $\rho_{E1s} \rightarrow 1$) jak i pomiędzy warstwami ($\rho_{E1sE2s} \rightarrow 0$ i $\rho_{E1sE2s} \rightarrow 1$).

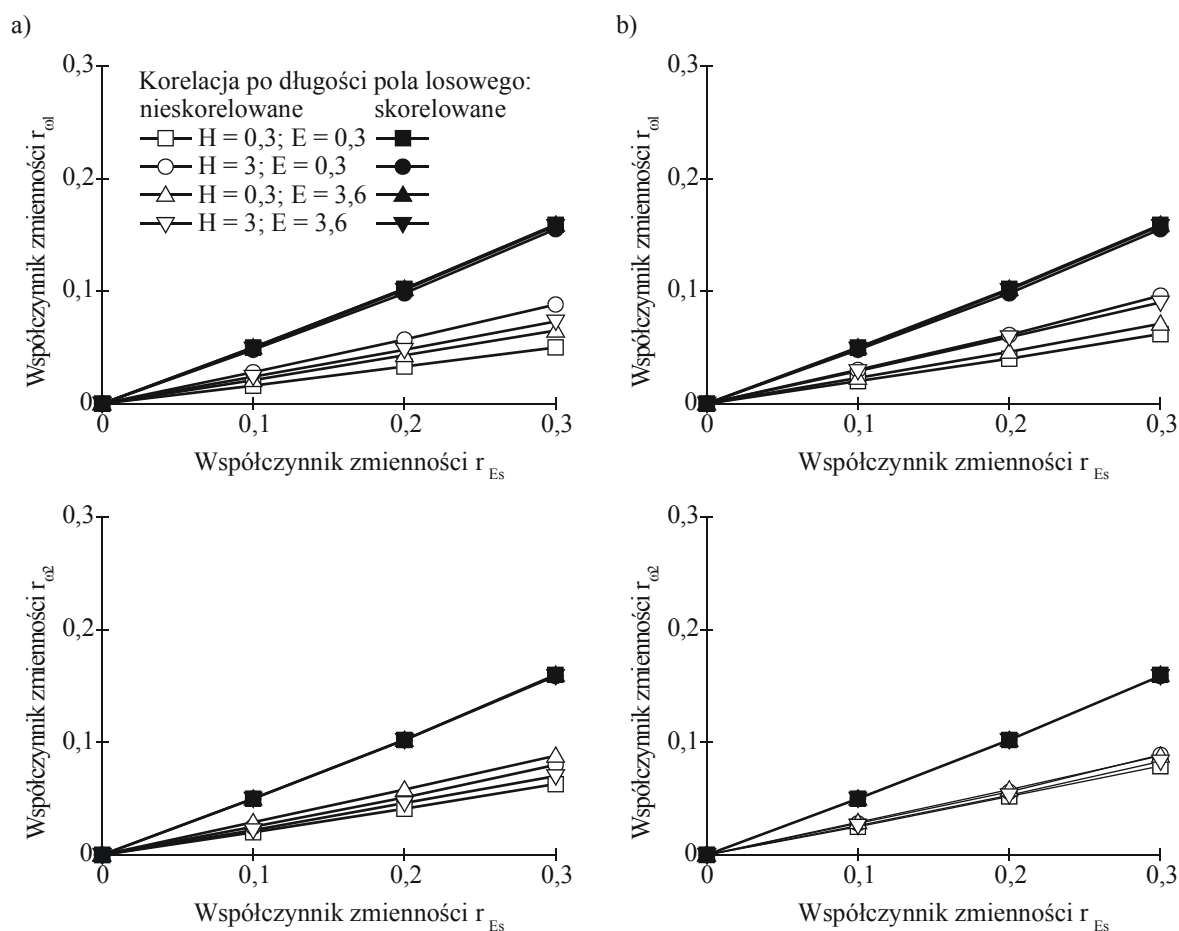
Analizie numerycznej poddano cztery przypadki parametrów H i E , uwzględniające różne układy grubości i wartości modułów Younga warstw podłoża (rys. 4).



Rys. 4. Cztery analizowane przypadki parametrów H i E

Analizę stochastycznego zagadnienia własnego układu belka-dwuwarstwowe podłoża przeprowadzono przy użyciu metody Monte Carlo (por. np. [7]). Obliczenia przeprowadzono dla 1000 realizacji pól losowych modułu Younga warstw podłoża. Badano pierwsze cztery częstotliwości drgań własnych. Wyniki przeprowadzonych analiz dla pierwszych dwóch częstotliwości drgań przedstawiono na rys. 5.

Jak widać na rys. 5, dla wszystkich analizowanych przypadków wartości współczynników zmienności pierwszych dwóch częstotliwości drgań własnych rosną wraz ze wzrostem współczynnika zmienności modułu Younga warstw podłoża. Wzrost ten jest około dwa razy większy dla w pełni skorelowanych po długościach pól losowych, niż dla nieskorelowanych. Dotyczy to zarówno nieskorelowanych (rys. 5a), jak i w pełni skorelowanych (rys. 5b) pomiędzy sobą warstw podłoża. Współczynniki zmienności pierwszych dwóch częstotliwości drgań własnych przyjmują bardzo zbliżone wartości dla różnych wartości parametrów H i E w obu przyjętych przypadkach korelacji zarówno po długości jak i pomiędzy warstwami. W przypadku dwóch następnych, nie przedstawionych na wykresie wartości własnych, sytuacja ma się tak samo.



Rys. 5. Wykresy zależności pomiędzy współczynnikami zmienności modułu Younga warstw podłoża i współczynnikami zmienności pierwszych dwóch częstości drgań własnych, a) dla nieskorelowanych pomiędzy sobą pól losowych, b) dla skorelowanych pomiędzy sobą pól losowych

W porównaniu do wyników analizy przedstawionych w pracy [1] nie zauważono znaczących różnic ilościowych i jakościowych, co oznacza, że wartości współczynników zmienności częstości drgań własnych jak i ich kolejności (niżej nieskorelowane, a wyżej skorelowane) dla różnych przypadków korelacji pól losowych po ich długości odpowiadają sobie.

6 WNIOSKI

Celem artykułu była analiza wpływu losowości modułu Younga gruntu na częstości drgań własnych układu belka-dwuwarstwowe podłożę. Do analizy przyjęto podłożę gruntowe będące układem dwóch warstw o różnych grubościach i różnych parametrach materiałowych. Założono dwa rodzaje przestrzennej korelacji modułu Younga gruntu: po długości każdej z warstw oraz pomiędzy nimi, przyjmując przy tym dwa stopnie korelacji: pełną i jej brak. Dodatkowo analizowano rozmaite przypadki układu grubości warstw podłoża i ich modułów Younga. Stochastyczne zagadnienie własne rozwiązano przy zastosowaniu metody Monte Carlo.

Z przeprowadzonej analizy wynika, że na losowość częstości drgań własnych układu belka-dwuwarstwowe podłożę gruntowe nie mają wpływu ani korelacja pomiędzy modułami Younga warstw podłoża, ani różne przypadki układu ich grubości i wartości modułów Younga. Ma na nie jedynie wpływ korelacja modułów Younga warstw podłoża po ich długości.

PODZIĘKOWANIA

Autorzy pragną podziękować panu prof. Zbigniewowi Zembatemu za pomoc i cenne uwagi w trakcie pisania pracy.

PIŚMIENNICTWO

- [1] Kaleta B., Zembaty Z.: Eigenvalue problem of a beam on stochastic Vlasov foundation. Archives of Civil Engineering, LIII, 3, 2007, s. 447-477.
- [2] Kolář V., Nemeč I.: Modelling of soil structure interaction. Akademia, Prague, 1989.
- [3] Sadecka L.: A finite/infinite element analysis of thick plate on a layered foundation. Computers and Structures, 76, 2000, s. 603-610.
- [4] Chmielewski T., Zembaty Z.: Podstawy dynamiki budowli, Arkady, Warszawa, 1998.
- [5] Turhan A.: A consistent Vlasov model for analysis of plates on elastic foundations using the finite element method, Ph.D. Thesis, The Graduate School of Texas Technical University, Lubbock, Texas, 1992.
- [6] Puła W.: Zastosowanie teorii niezawodności konstrukcji do oceny bezpieczeństwa fundamentów. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, 2004.
- [7] Zieliński R.: Metody Monte Carlo. WNT, Warszawa, 1970.

EIGENVALUE PROBLEM OF A BEAM ON STOCHASTIC, TWO-LAYERED SUBSOIL

Summary

In the article the eigenvalue problem of a beam resting on stochastic two-layered subsoil is shown as a system of two horizontal layers with different thickness and material parameters. It is assumed that subsoil Young's modulus is of stochastic character and is described by one-dimensional random field. Two cases of subsoil are analyzed: one where the spatial correlation of subsoil Young's modulus along the length of each layer is taken into account, and two where the correlation between these layers is taken into consideration. In each type of the correlation two cases were considered: with no correlation and with full-stochastic correlation. The problem was formulated using FEM. The analysis of the influence of randomness of subsoil Young's modulus on the frequencies of free vibrations of the beam on a two layered subsoil system was carried out.

Krzysztof KOZIOL¹
Krzysztof STYPUŁA²
Politechnika Krakowska

ODPOWIEDŹ MASZTU Z ODCIĄGAMI NA WYBRANE OBCIĄŻENIA WYJĄTKOWE

STRESZCZENIE

W pracy przedstawiono analizę zachowania się konstrukcji masztu z odciągami w skali naturalnej pod wpływem oddziaływań wyjątkowych o charakterze dynamicznym. Przeprowadzono analizy odpowiedzi konstrukcji masztu poddanej następującym obciążeniom:

- zerwanie pojedynczego odciągu,
- kinematyczne, nagłe przemieszczenie (zapadnięcie) fundamentów odciągów,
- nagłe odpadnięcie oblodzenia,
- „uderzenie” w trzon (w przęsle i na podporze),
- drgania gruntu pod wpływem wstrząsu sejsmicznego El-Centro,
- obciążenie parasejsmiczne (wstrząs górniczy).

W wyniku analizy odpowiedzi konstrukcji w czasie (time history analysis) uzyskano dane o przemieszczeniach konstrukcji i występujących w niej siłach (w przekrojach trzonu i w odciągach masztu).

Słowa kluczowe: maszt, obciążenia wyjątkowe, zerwanie odciągu, analiza czasowa masztów

1 WSTĘP

Maszt z odciągami to konstrukcja, w której głównym elementem nośnym jest trzon pracujący jako słup oraz wiotka lina przenosząca jedynie siłę osiową rozciągającą. Trzon podparty jest na jednym z końców z reguły w sposób przegubowy oraz po wysokości podporami wykształconymi z lin odciągowych, które w momencie naciągu zapewniają sztywność podparcia. Liny odciągowe muszą być rozłożone w taki sposób by równoważyły się składowe poziome siły naciągu (składowa pozioma siły powinna równoważyć się wzajemnie między odciągami, zaś pionowa przenoszona jest przez trzon) [1, 2]. Dlatego konstrukcje tego typu charakteryzują się specyficznym podejściem do ich analizy zarówno statycznej jak i dynamicznej. O ile podejście do analizy statycznej i wytrzymałościowej jest

¹ koziol_k@poczta.fm

² kstypula@pk.edu.pl

dość dobrze rozeznane to analiza dynamiczna zwłaszcza w przypadku obciążeń nietypowych działających na konstrukcję stanowi problem - wymaga uwzględnienia nieliniowych związków konstytutywnych.

Zachowanie konstrukcji opisuje równanie macierzowe w postaci (1) cytowane w [3, 4, 5]:

$$[\mathbf{M}] \cdot \{\ddot{u}'(t)\} + [\mathbf{C}] \cdot \{\dot{u}'(t)\} + [\mathbf{K}] \cdot \{u'(t)\} = \{F(t)\} \quad (1)$$

gdzie: $[\mathbf{M}]$, $[\mathbf{K}]$, $[\mathbf{C}]$ – odpowiednio macierz bezwładności, sztywności i tłumienia,

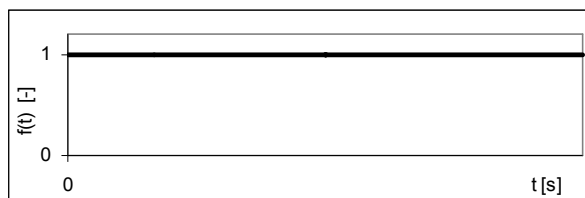
$\{\ddot{u}'(t)\}$ – wektor przyspieszeń węzłów,

$\{\dot{u}'(t)\}$ – wektor prędkości przemieszczeń,

$\{u'(t)\}$ – wektor przemieszczeń węzłów,

$\{F(t)\}$ – wektor zewnętrznych sił wymuszających.

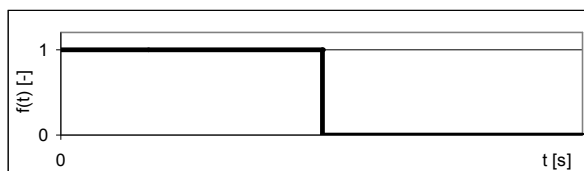
Ważnym problemem w analizie konstrukcji jest przedstawienie modelu działań na nią wywoływanych. W przypadku obciążeń o charakterze stałym należy wartość obciążenia (skalar) pomnożyć przez wartość funkcji przedstawionej na rysunku (Rys. 1), otrzymując niezależną od czasu wartość działania stałego na konstrukcję [5]. Wielkość ta podawana jest zazwyczaj z pewnym współczynnikiem uzależnionym od możliwych jej rozkładów statystycznych.



Rys. 1. Model obciążenia o stałej wartości

W przypadku działań zmiennych w czasie należy odwzorować funkcję skalującą wartość charakteryzującą analizowane działanie. Do zagadnienia podchodzić można różnie: funkcję skalującą przyjąć jako unormowane obciążenie średnie lub unormowane obciążenie maksymalne. W niniejszej pracy zajęto się kilkoma rodzajami działań wyjątkowych na konstrukcje typu masztowego. Są to:

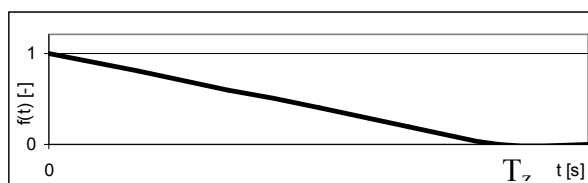
- a) Uderzenie w trzon masztu (tu przyjęto uderzenie przez lecącą awionetkę); w sposób nagły (w ciągu krótkiego czasu) następuje przyłożenie do konstrukcji siły o ustalonej wartości w ustalonym miejscu, po czym równie nagle siła zostaje zdjęta z konstrukcji. Odwzorowaniem takiego obciążenia jest funkcja przedstawiona na rysunku (Rys. 2).



Rys. 2. Model skokowej zmiany obciążenia - funkcja Heaviside'a

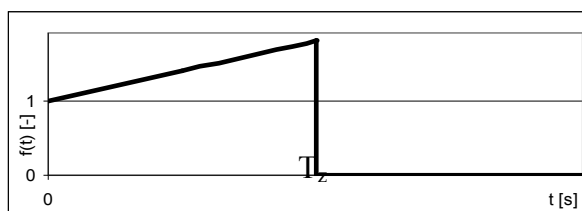
- b) Obciążenie zerwaniem pojedynczego odciągu. W tym przypadku mogą wystąpić różne scenariusze zerwań odciągów:

- Nagłe zerwanie, któremu nie towarzyszy wzrost siły w odciągu; lina odciągu zostaje nagle przecięta – przyjęto model przedstawiony na rysunku (Rys. 2).
- Powolne wysuwanie się liny z zacisków odciągów – przyjęto model przedstawiony na rysunku (Rys. 3).



Rys. 3. Model liniowego spadku obciążenia

- Nagłe zerwanie ze wzrostem siły w odciągu. Przypadek ten dotyczy sytuacji, w której na skutek zahaczenia odciągu i jego naciągania (np. przez poruszający się pojazd) dochodzi do osiągnięcia siły, przy której następuje zerwanie odciągu – przyjęto model przedstawiony na rysunku (Rys. 4). Istotnymi parametrami są czas wzrostu siły w naciągu oraz wartość siły, przy której następuje zerwanie odciągu.



Rys. 4. Model zerwania odciągu po wzroście siły naciągu

- Kinematyczne, nagłe przemieszczenie (zapadnięcie) fundamentów odciągu (np. na terenach szkod górniczych). Rozpatrywano tylko przypadek nagłego zapadnięcia się podpór, co odpowiada modelowi wymuszenia przedstawionemu na Rys. 2.
- Nagłe odpadnięcie oblodzenia; w jednej chwili odpada równocześnie oblodzenie z masztu i odciągów czyli jest to obciążenie modelowane funkcją przedstawioną na Rys. 2.
- Wpływy parasejsmiczne. Analizę tego przypadku przeprowadzono posługując się wymuszeniem kinematycznym w postaci przebiegów czasowych drgań otrzymanych z pomiarów rzeczywistego wymuszenia (wstrząs górniczy); założono przy tym, że w każdym z miejsc posadowienia podpór jest inna wartość przyspieszeń gruntu (efekt „wędrawania” fali).
- Wpływy sejsmiczne – uwzględniono wymuszenie kinematyczne ruchem podłoża zarejestrowanym podczas trzęsienia ziemi El Centro [5].

Dla drgań układu podlegającego wymuszeniom kinematycznym przez podłoże (przemieszczenia fundamentów, drgania parasejsmiczne i sejsmiczne) równanie (1) należy rozbudować do postaci:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{ss} & \mathbf{M}_{sg} \\ \mathbf{M}_{gs} & \mathbf{M}_{gg} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_s^t \\ \ddot{\mathbf{u}}_g \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{ss} & \mathbf{C}_{sg} \\ \mathbf{C}_{gs} & \mathbf{C}_{gg} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}}_s^t \\ \dot{\mathbf{u}}_g \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{ss} & \mathbf{K}_{sg} \\ \mathbf{K}_{gs} & \mathbf{K}_{gg} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_s^t \\ \mathbf{u}_g \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{F}_g \end{Bmatrix} \quad (2)$$

gdzie: s, g - stopnie swobody należące odpowiednio do konstrukcji i podłoża,

- $\begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_s^t \end{Bmatrix}$ - wektor przyspieszeń w węzłach należących do konstrukcji,
- $\begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}}_s^t \end{Bmatrix}$ - wektor prędkości w węzłach należących do konstrukcji,
- $\begin{Bmatrix} \mathbf{u}_s^t \end{Bmatrix}$ - wektory przemieszczeń w węzłach należących do konstrukcji,
- $\begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_g \end{Bmatrix}$ - wektor przyspieszeń podpór konstrukcji
- $\begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}}_g \end{Bmatrix}$ - wektor prędkości podpór konstrukcji,

$\{u_g\}$ - wektor przemieszczeń podpór konstrukcji,

$\{F_g\}$ - wektor reakcji w węzłach należących do podpór.

Po przekształceniach równania (2) oraz założeniu małych prędkości przykładania obciążenia kinematycznego otrzymuje się:

$$[\mathbf{M}_{ss}] \cdot \{\ddot{u}_s^d\} + [\mathbf{C}_{ss}] \cdot \{\dot{u}_s^d\} + [\mathbf{K}_{ss}] \cdot \{u_s^d\} =$$

$$([\mathbf{M}_{ss}] \cdot [\mathbf{K}_{ss}^{-1}] \cdot [\mathbf{K}_{sg}] - [\mathbf{M}_{sg}]) \cdot \{\ddot{u}_g\} + ([\mathbf{C}_{ss}] \cdot [\mathbf{K}_{ss}^{-1}] \cdot [\mathbf{K}_{sg}] - [\mathbf{C}_{sg}]) \cdot \{\dot{u}_g\} \quad (3)$$

W obliczeniach odpowiedzi dynamicznej masztu założono, że macierz tłumienia $[\mathbf{C}]$ układu jest liniową kombinacją macierzy mas $[\mathbf{M}]$ i macierzy sztywności $[\mathbf{K}]$ i przyjmuje ona postać

$$[\mathbf{C}] = \alpha \cdot [\mathbf{M}] + \beta \cdot [\mathbf{K}] \quad (4)$$

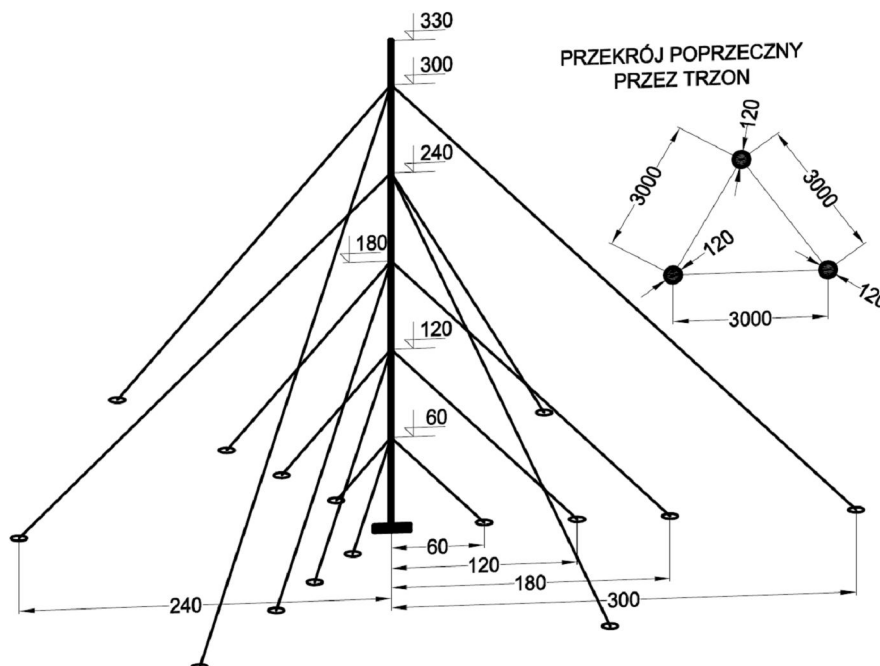
Współczynniki α i β wyznacza się z relacji:

$$2\xi_1 = \frac{\alpha}{2\pi \cdot f_1} + \beta \cdot 2\pi \cdot f_1 \quad (5)$$

$$2\xi_2 = \frac{\alpha}{2\pi \cdot f_2} + \beta \cdot 2\pi \cdot f_2 \quad (6)$$

gdzie: ξ_1, ξ_2 – ułamki tłumienia krytycznego odpowiadające częstotliwością f_1, f_2 .

Poniżej przedstawiono wyniki dotyczące konstrukcji o wysokości 330m [6] z pięcioma poziomami odciągów (Rys. 5) – jest to odpowiednik konstrukcji masztu w Solcu Kujawskim



Rys. 5. Schemat modelu fizycznego analizowanego masztu (wymiary masztu w m, a przekroju w mm)

Konstrukcja podparta jest na pięciu poziomach odciągami o następujących charakterystykach:

poziom I	+60 m liny $\phi 36$ mm naciąg 145 kN,
poziom II	+120 m liny $\phi 36$ mm naciąg 150 kN,
poziom III	+180 m liny $\phi 36$ mm naciąg 155 kN,
poziom IV	+240 m liny $\phi 48$ mm naciąg 207 kN,
poziom V	+300 m liny $\phi 48$ mm naciąg 290 kN.

Liny odciągowe nachylone są do poziomu pod kątem 45° zaś kąt między ich rzutami na poziom wynosi 120° . Czwarty poziom obrócony jest w stosunku do pozostałych o kąt 60° . Trzon zbudowany był na bazie trójkąta równobocznego o boku 3,00 m, którego krawężniki wykonano z prętów pełnościennych okrągłych o średnicy 120 mm skratowanych w postaci „W” kątownikami równoramiennymi 120x120x12 mm.

Równanie ruchu konstrukcji (3) zostało rozwiązane przy pomocy MES. Elementami skończonymi były pręty ramowe o sześciu stopniach swobody w węźle. Przy czym macierz sztywności każdego pręta zawierała w sobie człony nieliniowe geometrycznie. Odpowiedź odciągów analizowano w sposób analityczny – warunki brzegowe uzyskano z analizy MES trzonu.

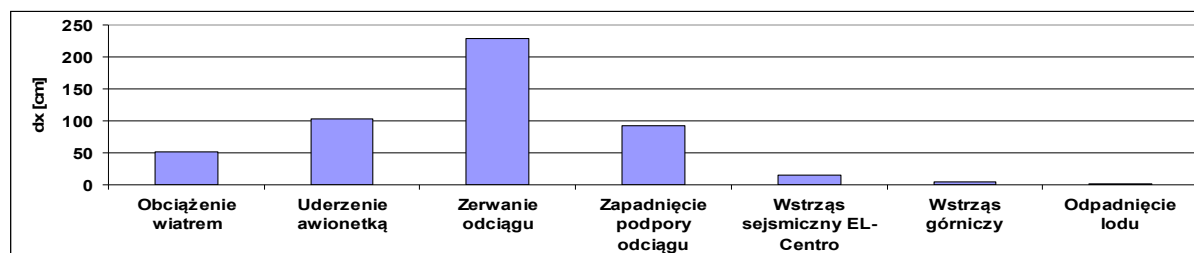
2 WYNIKI ANALIZ

Podczas analizy rozpatrywać należy oddzielnie stany użytkowania jak i stany związane z wyężeniem elementów konstrukcyjnych, tak trzonu masztu jak i odciągów.

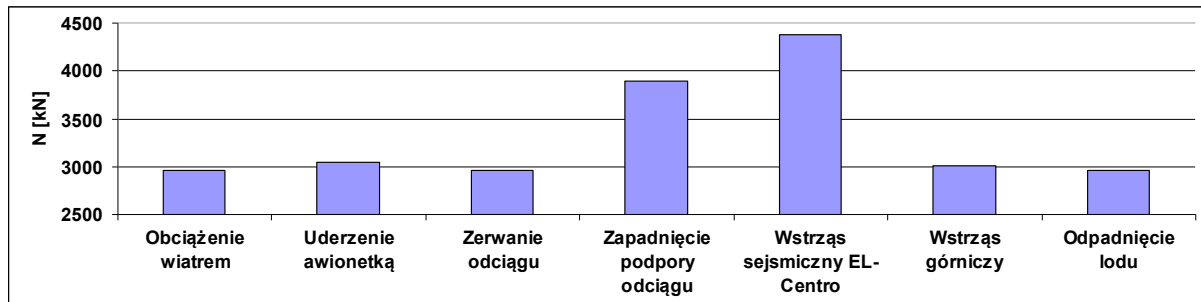
Warto zauważyć, że niejednokrotnie niespełnienie warunków użytkowania nie idzie w parze z niespełnieniem warunków wytrzymałościowych (wyężenia konstrukcji wynikającego z wielkości sił w przekrojach). Zestawione efekty działań dynamicznych dotyczą:

- uderzenia awionetki o masie 400 kg z prędkością 80 km/h w trzon masztu na różnych jego wysokościach, ekstremalne momenty zginające przekrój trzonu wystąpiły przy uderzeniu na poziomie +300m podczas gdy ekstremalne przemieszczenia towarzyszyły uderzeniu w wierzchołek
- obciążenia zerwaniem pojedynczego odciagu na poszczególnych kondygnacjach, ekstremalne przemieszczenia i momenty zginające spowodowane były zerwaniem odciagu najwyższej kondygnacji
- zapadnięcia się o 50 cm fundamentu odciagu, dla którego ekstrema przemieszczeń i momentów zginających uzyskano dla obciążenia odciagu najniższej kondygnacji
- wstrząsu sejsmicznego o charakterystykach trzęsienia ziemi El Centro (ekstremalne przyśpieszenie podłoża wynosiło $4,3 \text{ m/s}^2$)
- wstrząsu górniczego zarejestrowanego w LGOM (ekstremalne przyśpieszenie wynosiło $2,1 \text{ m/s}^2$ [7],
- nagłego odpadnięcia oblodzenia [8].

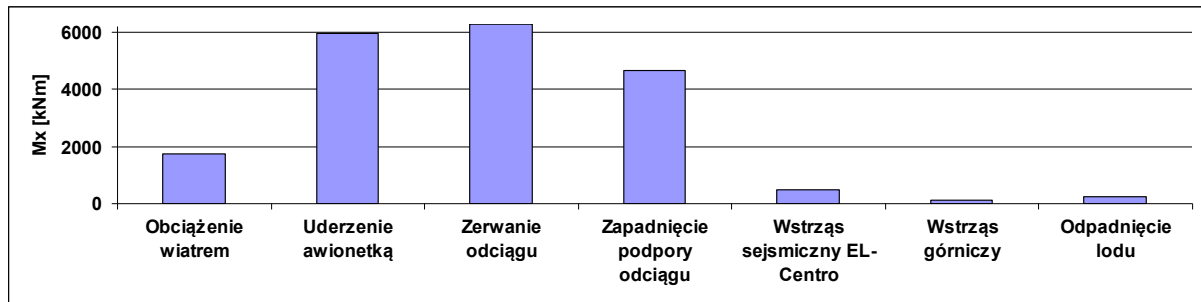
Obwiednie wyników analiz numerycznych (uzyskanych w wyniku całkowania numerycznego równania (3)) przedstawiono na rysunkach (Rys. 6 – 9). W celach porównawczych dokonano też analizy statycznej konstrukcji przy działaniach normowych na nią (oznaczone na rysunkach jako obciążenie wiatrem).



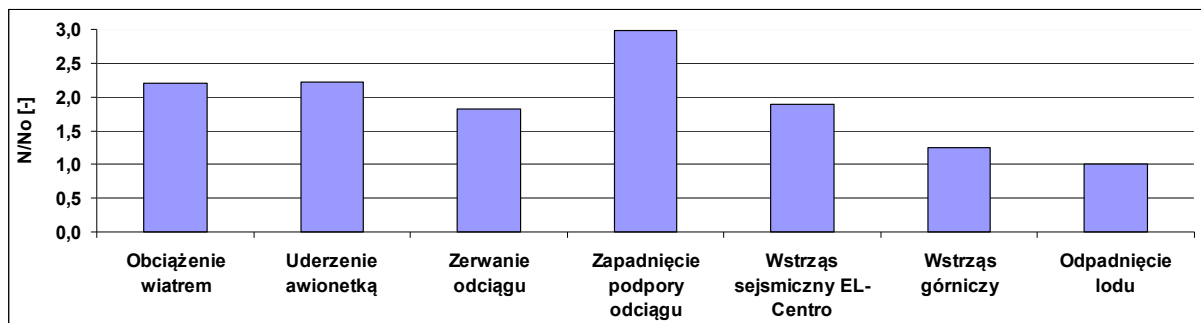
Rys. 6. Ekstremalne przemieszczenia poziome trzonu masztu przy różnych obciążeniach



Rys. 7. Ekstremalne siły osiowe w trzonie masztu przy różnych obciążeniach



Rys. 8. Ekstremalne momenty zginające trzon masztu przy różnych obciążeniach



Rys. 9. Zmiana sił naciągu w odciągach przy różnych obciążeniach

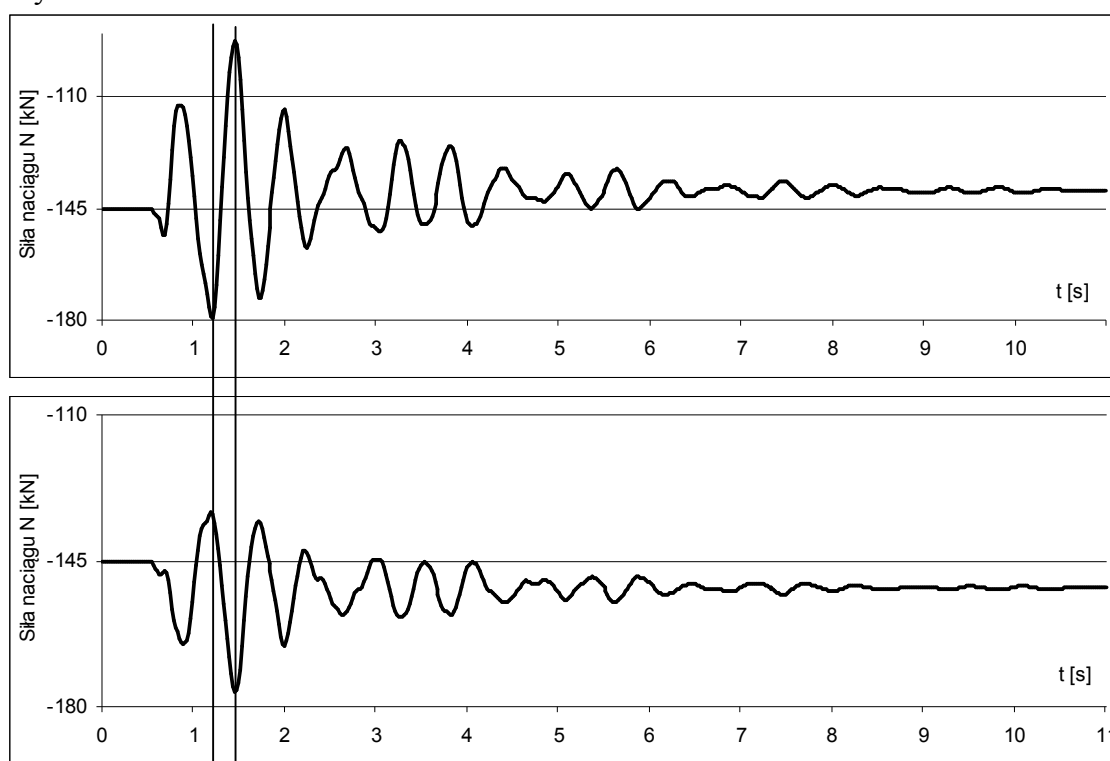
Zerwanie odciągu powoduje zmianę schematu statycznego obiektu poprzez usunięcie podpory odciągowej co sprzyja zwiększaniu się przemieszczeń (Rys. 6). Największe wartości sił osiowych w trzonie (Rys. 7) uzyskano od obciążenia wstrząsem sejsmicznym podczas gdy ekstremalne wartości momentów zginających trzon (Rys. 8) spowodowane zostały zerwaniem odciągu. Na wartości sił przekrojowych ma wpływ wielkość wymuszenia w powiązaniu z kierunkiem względem trzonu. Pod względem ilościowym rozpatrywane wymuszenia nie mają istotnego wpływu na wyężenie odciągów (Rys. 9) bowiem siły w odciągach N nie przekroczyły trzykrotnej wartości naciągu wstępnego N_0 , który wynosi na ogół od 8 do 15 % nośności odciągu.

3 PODSUMOWANIE

Odpowiedź konstrukcji na wymuszenia sejsmiczne i parasejsmiczne cechuje się małymi amplitudami przemieszczeń poziomych trzonu masztu – kilkukrotnie mniejszymi niż uzyskane z obciążenia konstrukcji wiatrem. Stąd wniosek, o małej wrażliwości masztów na obciążenia tego typu. Podobny wniosek można wysnuć w odniesieniu do obciążenia konstrukcji spowodowanego spadnięciem z niej oblodzenia [8].

Zaproponowane w niniejszym opracowaniu modele obliczeniowe obciążeń wyjątkowych o charakterze dynamicznym umożliwiają uzyskanie wyników pełniej informujących o rzeczywistej odpowiedzi konstrukcji na te obciążenia, niż standardowa analiza statyczna. Z przedstawionych w pracy analiz wynika, iż odpowiedź masztu na obciążenia wyjątkowe da się poprawnie opisać dzięki zastosowaniu analizy czasowej. Tylko wówczas w każdej chwili czasowej w sposób jednoznaczny można określić konfigurację ciała (przeszyczenia, siły wewnętrzne), co z kolei pozwala na zapewnienie większego bezpieczeństwa przy projektowaniu.

Należy zauważyć, że ekstremalne wartości sił wewnętrznych w poszczególnych przekrojach występują w różnych chwilach czasowych (Fig. 10) i mają różny kierunek, dlatego też uwzględnienie w wymiarowaniu wielkości ekstremalnej może prowadzić do błędnych wniosków.



Rys. 10. Zmiana sił naciągu w odciągach na poziomach pierwszej i trzeciej kondygnacji przy zerwaniu odciągu na poziomie trzeciej kondygnacji

Wartość wielkości działania poszczególnych obciążeń wyjątkowych na konstrukcje można zmienić ingerując w jej charakterystyki. Np. zmniejszenie siły naciągu w odciągach spowoduje podczas ewentualnego zerwania jednego z nich zmniejszenie sił przekrojowych podczas odpowiedzi konstrukcji na to wymuszenie. Ma to niestety swoje konsekwencje, bowiem w przypadku obciążenia konstrukcji działaniem wiatru (czyli podstawowym obciążeniem dla tego typu konstrukcji) pogarszają się walory użytkowe – zmniejszenie sztywności podpór odciągowych powoduje zwiększenie przemieszczeń dla tego obciążenia. Dodatkowo należy zauważyć, że zmianie ulegnie również wielkość obciążenia (w tym przypadku powiększenie) działaniem wiatru w wyniku zmiany charakterystyk dynamicznych konstrukcji. Inną ewentualnością zmniejszenia wielkości odpowiedzi na działanie obciążeń wyjątkowych na maszt jest zmiana sztywności jego trzonu. Zabieg ten pozwala na uzyskanie pożądanych efektów odpowiedzi konstrukcji na niemal każdy z przypadków analizowanych obciążeń działających na konstrukcję, ale prowadzi do wzrostu masy obiektu a więc do wzrostu kosztów budowy takiego obiektu.

PIŚMIENNICTWO

- [1] Rykaluk K.: Konstrukcje stalowe: kominy, wieże, maszty. Oficyna wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2007.
- [2] Pałkowski Sz: Konstrukcje ciągnowe. Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, 1994.
- [3] Nabil B. K.: Response of guyed tower to a guy rupture under no wind pressure. *Engineering Structures* vol22, s. 699-706.2002
- [4] Nabil B. K.: Nonlinear dynamic response of a guyed tower to sudden guy rupture. *Engineering Structures* vol. 19, No 11, s. 879-890. 1997
- [5] Krzysztof Kozioł: Prętowe konstrukcje z ociągami. Analiza odpowiedzi dynamicznej na obciążenia wyjątkowe. Praca doktorska PK Kraków 2008.
- [6] Ciesielski R., Kozioł K., Dieter K., Bernhard S.: Two radio mast structures H1=330 m and H2=289 m for LW broadcasting station Solec Kujawski. *International Association for Shell and Spatial Structures - Working Group IV Masts and Towers. Proc. 19th Meeting in Krakow, Poland, 13-16 September 1999, Kraków 2000*, s. 43-51.
- [7] Ciesielski R., Kozioł K.: Odpowiedź wysokiego masztu z ociągami na wpływy parasejsmiczne (Response of tall guyed mast for paraseismic influence). *Materiały X Sympozjum Wpływy Sejsmiczne i Parasejsmiczne na Budowle. Politechnika Krakowska, Kraków 2003 r.*, s. 97-106.
- [8] Ciesielski R., Kozioł K.: Nagłe odciążenie masztu odpadnięciem obciążenia z ociągów – analiza odpowiedzi konstrukcji. *Mat. L. Konf. Naukowej KILiW PAN i KN PZITB „Krynica 2003”, Krynica 2003, tom II*, s. 21-28.

RESPONSE OF GUYED MAST ON SOME UNIQUE LOADING

Summary

The paper presents an analysis of the behavior of guyed mast structures in natural scale under the influence of special dynamic loading. Analyses of responses of mast structures subjected to the following loads were made:

- breaking a single guy,
- kinematic, sudden movement (collapse) of guy foundations,
- a sudden release of ice,
- "shot" of the stem (in the span and on the support)
- ground vibrations due to seismic action of El Centro earthquake,
- mining shock.

By means time history analysis data on displacements of construction and the forces (in the cross of stem and in guys of the mast) were obtained.

Eliza KUMAŃSKA¹
Paweł KOSSAKOWSKI²
Politechnika Świętokrzyska w Kielcach

PODKRYTYCZNY WZROST PĘKNIĘCIA ZMĘCZENIOWEGO STALI ST3S ORAZ STULETNIJ STALI MOSTOWEJ

STRESZCZENIE

W artykule przedstawiono wyniki badań podkrytycznego wzrostu pęknięć zmęczeniowych dla dwóch typów stali używanych w konstrukcjach budowlanych, stali St3S oraz stali mostowej pobranej z obiektu o ponad stuletnim okresie eksploatacji. Eksperymentalnie wyznaczono wykresy długości pęknięcia w funkcji liczby cykli oraz wykresy prędkości pęknięcia w funkcji zakresu współczynnika intensywności naprężenia. Uzyskane wyniki umożliwiły wyznaczenie współczynników równania Parisa m i C , co pozwoliło na opis prędkości pęknięcia zachodzącego w badanych materiałach w zakresie obciążeń cyklicznie zmiennych.

Słowa kluczowe: podkrytyczny wzrost pęknięcia zmęczeniowego, zmęczenie, równanie Parisa, stal St3S, stara stal mostowa.

1 WPROWADZENIE

Proces zmęczenia jest mechanizmem, który najczęściej wywołuje rozwój pęknięć, będących przyczyną szeregu awarii i katastrof budowlanych. Dlatego też jednym z elementów analizy procesu zmęczenia jest przewidywanie wzrostu pęknięć zmęczeniowych, celem zapewnienia integralności elementów konstrukcji pracujących w warunkach zmiennych obciążeń. Wyróżnia się pękanie kruche, występujące głównie w niskich temperaturach i w materiałach o wysokiej wytrzymałości oraz pękanie stabilne, inaczej nazywane podkrytycznym. Wzrost pęknięć zmęczeniowych wyraża się poprzez prędkość ich propagacji, którą najczęściej przedstawia się za pomocą wzoru ogólnego:

$$\frac{da}{dN} = f(\sigma, a, C) \quad (1)$$

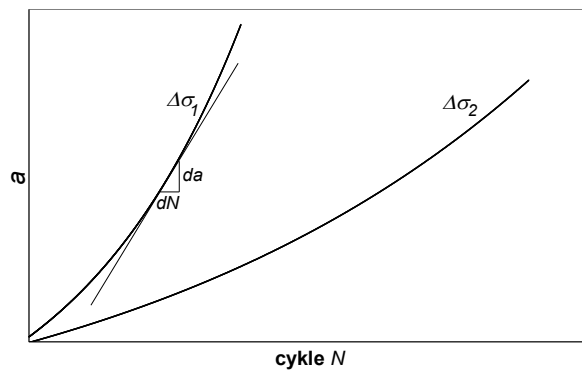
gdzie: a – długość pęknięcia, σ – naprężenie (średnie, amplituda) lub zakres zmienności naprężenia, C – stała uwzględniająca cechy materiałowe, N – liczba cykli.

¹ elizak@tu.kielce.pl

² kossak@tu.kielce.pl

Wielkość da/dN zależy od szeregu różnych parametrów, takich jak np: temperatura, wpływ środowiska, charakterystyki materiałowe (granica plastyczności, odporność na pękanie, zdolności do odkształceń plastycznych w strefie pęknięcia, umocnienie lub osłabienie materiału), geometria elementu.

Na rysunku 1 przedstawione zostały schematyczne krzywe długości pęknięcia a w funkcji liczby cykli N dla różnych poziomów naprężenia $\Delta\sigma_1, \Delta\sigma_2$. Prędkość pęknięcia w danym punkcie określa tangens kąta nachylenia stycznej do wykresu w tym punkcie. Prędkość ta wyrażana jest jako przyrost pęknięcia w pojedynczym cyklu obciążenia, mm/cykl (lub m/cykl).



Rys. 1 Schematyczne przedstawienie rozwoju pęknięć dla różnych zakresów zmienności naprężenia $\Delta\sigma_1 < \Delta\sigma_2$

Istnieje wiele różnych zależności opisujących prędkość wzrostu pęknięcia. Często uzależniana jest ona od poziomu naprężeń na czole pęknięcia (również z uwzględnieniem spiętrzenia naprężeń w wierzchołku pęknięcia), od długości pęknięcia oraz współczynnika intensywności naprężeń [1].

Prędkość pęknięcia wiązana jest również ze zjawiskami fizycznymi zachodzącymi w pobliżu czoła pęknięcia, jak chociażby zmianami liczby i gęstości dyslokacji, wielkością strefy poślizgów na czole pęknięcia, wielkości subziarn czy wielkości obszaru odkształconego plastycznie. Szeroki przegląd modeli zawiera praca [1].

Za podstawowy i powszechnie stosowany wzór, opisujący prędkość wzrostu pęknięcia uznaje się równanie Paris'a [1]. Paris uzależnił prędkość propagacji pęknięcia od współczynnika intensywności naprężeń K , zgodnie ze wzorem:

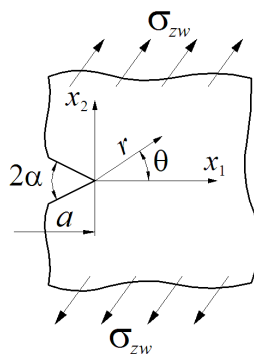
$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \quad (2)$$

gdzie: ΔK – zakres zmienności współczynnika intensywności naprężeń, C i m – stałe materiałowe.

Współczynnik intensywności naprężeń K jest miarą pola naprężeń i przemieszczeń w otoczeniu wierzchołka karbu lub szczeliny (rys. 2) i zależy od wielkości naprężenia (obciążenia) zewnętrznego σ_{zw} , długości szczeliny a oraz geometrii próbki uwzględnionej przez współczynnik Y :

$$K = K(\sigma_{zw}, a, Y) \quad (3)$$

Współczynnik intensywności naprężeń K jest podstawowym parametrem stosowanym w analizie zjawisk pęknięcia materiałów izotropowych, szczególnie metali.



Rys. 2 Schemat karbu

Zakresem zmienności współczynnika intensywności naprężeń ΔK określa się algebraiczną różnicę między dwiema jego ekstremalnymi wartościami w określonym cyklu obciążenia wyprowadzonym z historii współczynnika intensywności naprężeń K .

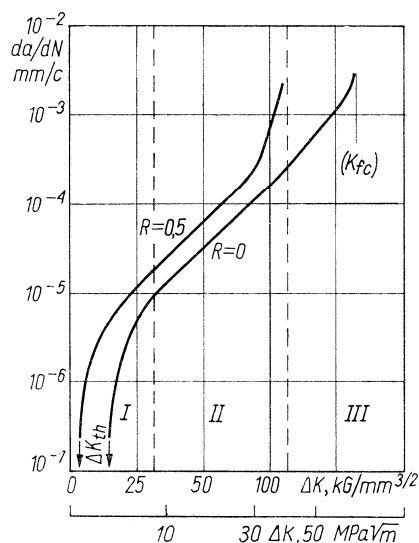
Zależność Paris'a ulegała licznym modyfikacjom, w których różni autorzy uwzględniali zmiany energii powierzchniowej w miarę wzrostu szczeliny, zmianę współczynnika asymetrii cyklu oraz częstości obciążenia, wpływ umocnienia, a także wpływ zamykania się pęknięcia.

Wielkości C oraz m uwzględnione we wzorze Paris'a miały być z założenia stałymi materiałowymi. Jednakże wartości ich zależą od wielu różnych czynników, jak na przykład od współczynnika asymetrii cyklu R czy też zakresu zmienności współczynnika intensywności naprężeń ΔK , toteż stałymi być nie mogą.

Na podstawie informacji zawartych w pracy [1], w przypadku znacznej liczby materiałów, między innymi stali konstrukcyjnych węglowych i szynowych, stali martenzytycznych odpornych na korozję oraz stali żaroodpornych, zachowuje ważność zależność wiążąca ze sobą obie wymienione wielkości:

$$C = 1,7191 \cdot 10^{-4} \frac{1}{977^m} \quad (4)$$

Zależność zmian da/dN od współczynnika intensywności naprężeń ΔK spowodowała, że na wykresie $da/dN(\Delta K)$ wyróżnia się trzy charakterystyczne zakresy (rys. 3), w których zaznaczają się różne wykładniki m .

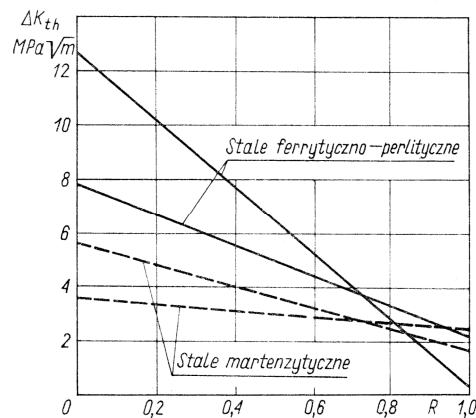


Rys. 3 Przebieg prędkości pęknięcia dla dwóch różnych wartości współczynnika asymetrii cyklu R z zaznaczonymi zakresami I, II oraz III, a także wartością ΔK_{th} [1]

Zakres pierwszy (I) ma swój początek gdy ΔK osiąga wartość progową, tj. wartość współczynnika intensywności naprężeń, po przekroczeniu której następuje rozwój pęknięcia, oznaczonego jako ΔK_{th} , a kończy się z chwilą zaznaczenia się stabilnego wzrostu pęknięcia. Kolejny, drugi zakres (II) charakteryzuje stabilny wzrost pęknięcia, natomiast ostatni trzeci zakres (III) zaczyna się w momencie zmiany charakteru przyrostu pęknięcia ze stabilnego na niestabilny, przebiega w sposób gwałtowny i trwa do zniszczenia.

Wzór Paris'a (2) obowiązuje jedynie w zakresie drugim (II), w którym dominującymi procesami fizycznymi są mechanizmy poślizgowe oraz plastyczne rozwieranie się pęknięcia. W niektórych materiałach zakres (II) może nie wystąpić. Dotyczy to materiałów kruchych, gdzie zachodzi głównie pękanie łupliwe. W przypadku takich materiałów, w charakterze wykresu $da/dN(\Delta K)$, od razu następuje przejście z zakresu (I) w zakres (III).

Wprowadzenie wielkości progowej współczynnika intensywności naprężeń ΔK_{th} spowodowało kolejne modyfikacje wzoru (2). Na podstawie licznych badań, jak zostało to zaznaczone w pracy [1], można stwierdzić, że wartość ΔK_{th} jest zależna od ośrodka oraz współczynnika asymetrii cyklu R , jednak wyraźnie tylko dla $R > 0$ (rys. 4).



Rys. 4 Zależność ΔK_{th} od współczynnika asymetrii cyklu R wg [1]

Ważnym zjawiskiem, uwzględnianym intensywnie w aktualnych badaniach nad przewidywaniem wzrostu pęknięć zmęczeniowych, jest efekt zamykania się pęknięcia (efekt Elbera) [1, 2]. Zjawisko to następuje w wyniku istnienia własnych naprężeń ściskających w plastycznej strefie pęknięcia. Elber zaobserwował, że po wprowadzeniu cyklu przeciążającego podczas zmęczenia, następuje zatrzymanie wzrostu pęknięcia. Spowodowanie dalszego wzrostu pęknięcia wiąże się z przyłożeniem naprężenia o wartości koniecznej do otwarcia pęknięcia, tzw. naprężenia otwarcia σ_{op} . Jeżeli naprężenie nie jest dostatecznie duże, wówczas nie występuje osobliwość naprężeń w wierzchołku pęknięcia, gdyż naprężenia własne ściskające, wywołane cyklem przeciążającym, redukują spiętrzenie naprężeń.

U celu uwzględnienia naprężenia otwarcia σ_{op} , wprowadzony został efektywny współczynnik intensywności naprężeń $\Delta K_{ef} = U(\Delta K)$, przy czym $U = (\sigma_{max} - \sigma_{op}) / (\sigma_{max} - \sigma_{min})$, natomiast prędkość wzrostu pęknięcia wyrażona została następująco:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K_{ef})^m = C(\Delta K U)^m \quad (5)$$

Należy zaznaczyć, że na prędkość pęknięcia wpływa również geometria próbek (elementów), a w szczególności ich grubość i szerokość. Wpływ ten uwzględniają wyrażenia korekcyjne zawarte we wzorach na ΔK , podane np. w [3, 4].

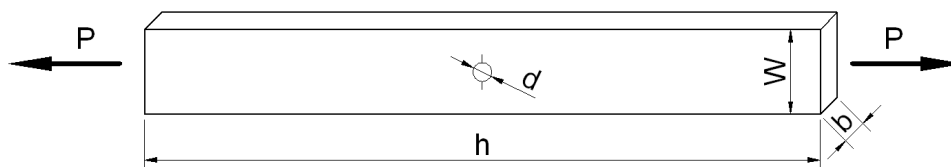
2 OPIS BADANYCH ELEMENTÓW, METODYKA POMIARU

W ramach zadania badawczego [5] przeprowadzone zostały badania zmęczeniowe próbek z centralnym pęknięciem, wykonanych ze stali St3S oraz z materiału pobranego z mostu o ponad stuletnim okresie eksploatacji, oznaczonego jako StM. Celem badań było wyznaczenie i porównanie prędkości wzrostu pęknięcia w obu materiałach, których średnie wartości granic plastyczności R_e i wytrzymałości doraźnej R_m wyniosły odpowiednio [6]:

– stal St3S: $R_e = 298$ MPa oraz $R_m = 448$ MPa

– stal StM: $R_e = 238$ MPa oraz $R_m = 368$ MPa.

Badano próbki płaskie, o długości $h=40$ cm i przekroju poprzecznym prostokątnym, którego średnie wymiary $b \times W$ wynosiły $4,5 \times 49,9$ mm. W próbkach, w połowie długości, wykonano otwory wewnętrzne o średnicy $\sim 5,5$ mm oraz wprowadzono szczelinę początkową, prostopadłą do kierunku obciążenia, po obu stronach otworu (rys. 5).



Rys. 5 Schemat próbki wraz z zaznaczonym kierunkiem obciążenia

Próbki poddawane były rozciąganiu. Przeprowadzone zostały badania zmęczeniowe, w których obciążenie miało charakter stało-amplitudowy. Poziom obciążenia został wstępnie oszacowany przy następujących założeniach:

– wstępna prędkość propagacji pęknięcia na poziomie 10^{-4} m/cykl,

– wartość wykładnika $m = 2$;

– wartość drugiej stałej, określona na podstawie wzoru (4) $C = 1,80 \times 10^{-10}$,

Zakres współczynnika intensywności naprężeń ΔK , odpowiadający powyższym założeniom, wyniósł w przybliżeniu $\sim 23,5$ MPa \cdot m 0,5 . Następnie oszacowany został zakres naprężeń na podstawie zależności uwzględniającej wpływ szerokości próbek:

– dla stali St3S: $\Delta\sigma = \sim 125$ MPa co stanowi ok. $0,45 R_e$,

– dla stali StM: $\Delta\sigma = \sim 125$ MPa co stanowi ok. $0,55 R_e$.

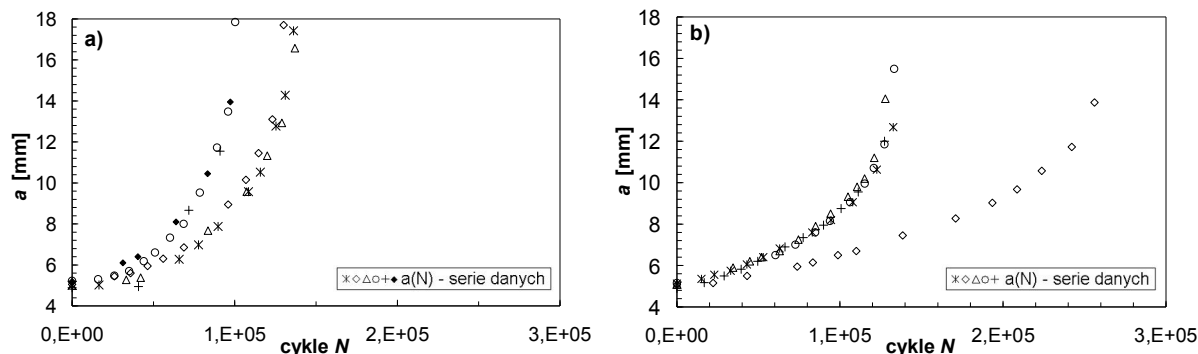
Podczas badań eksperymentalnych wykonywano pomiar przyrostu długości pęknięcia a przy pomocy mikroskopu oraz rejestrowano odpowiadające tym przyrostom liczby zrealizowanych cykli zmęczeniowych N . W celu opisanie prędkości pęknięcia posłużono się zależnością Paris'a (2). Zakres współczynnika intensywności naprężenia ΔK szacowano uwzględniając wpływ geometrii przekroju wykorzystując wzór [4]:

$$\Delta K = \Delta\sigma \sqrt{\pi a} \cdot \left[\sec \left(\frac{\pi a}{W} \right) \right]^2 \quad (6)$$

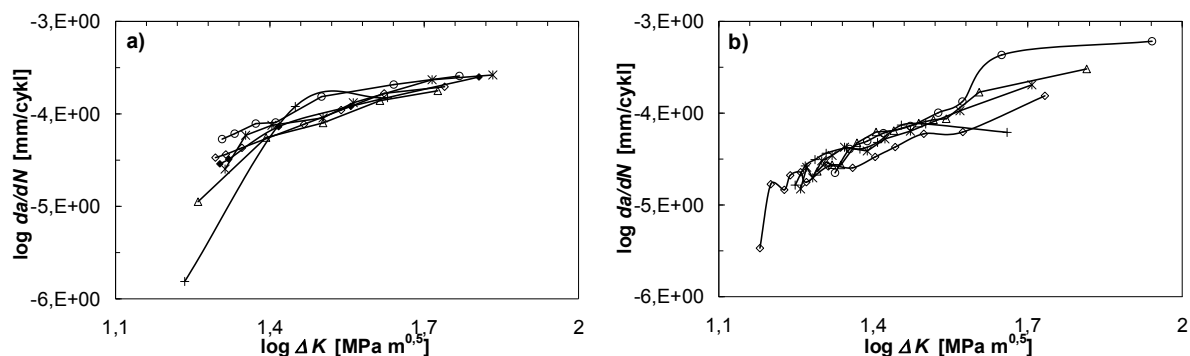
3 REZULTATY PRZEPROWADZONYCH BADAŃ

Uzyskane wyniki posłużyły do sporządzenia wykresów długości pęknięcia a w funkcji liczby cykli N oraz prędkości pęknięcia da/dN w funkcji zakresu współczynnika intensywności naprężenia ΔK we współrzędnych naturalnych. W celu wyznaczenia współczynników równania Paris'a sporządzono wykres $\log(da/dN)$ w funkcji $\log(\Delta K)$.

Wykresy przyrostów długości pęknięcia a w funkcji liczby cykli N oraz $\log(da/dN)$ w funkcji $\log(\Delta K)$ dla stali St3S oraz StM zamieszczono na rysunkach 6 i 7.

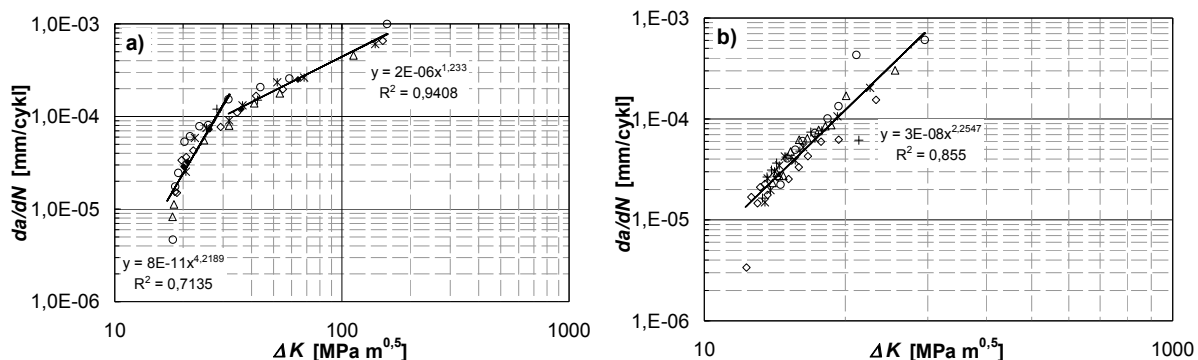


Rys. 6 Zależność długości pęknięcia a od liczby cykli N dla stali: a) St3S, b) StM (dane eksperymentalne)



Rys. 7 Wykres $\log(da/dN)$ w funkcji $\log(\Delta K)$, stal: a) St3S, b) StM

Kolejne wykresy przedstawiają prędkość propagacji pęknięcia zmęczeniowego w funkcji zakresu współczynnika intensywności naprężenia (rys. 7). W przypadku stali St3S wyraźnie zaznacza się zmianę prędkości propagacji pęknięcia. Wyraża się to dwuetapowo, poprzez zmianę nachylenia wykresu, tj. pierwszy etap występuje w zakresie $\log(\Delta K)$ do wartości równej w przybliżeniu 1,4-1,45 oraz etap drugi dla $\log(\Delta K) > 1,45$. Dla tych zakresów wartości współczynnika intensywności naprężeń $\log(\Delta K)$ oszacowane zostały wartości wykładników m i C występujących w równaniu Paris'a.



Rys. 8 Prędkość propagacji pęknięcia zmęczeniowego w funkcji zakresu współczynnika intensywności naprężenia, stal: a) St3S, b) StM (skala logarytmiczna)

Analiza danych uzyskanych dla stali z mostu nie pozwala na podobne stwierdzenie. Wyniki dla wszystkich próbek wykazują stosunkowo nieduże różnice. Jedynie większe odchylenie występuje dla jednej próbki, w niskich zakresach ΔK oraz jednej próbki, dla $\Delta K > 40$ (rys. 7b).

Przeprowadzona analiza statystyczna z zastosowaniem metody regresji pozwoliła na wyznaczenie krzywych $da/dN(\Delta K)$ dla badanych gatunków stali zgodnie z równaniem Parisa (2). Założono funkcje sterujące w postaci $y = C \cdot x^m$, gdzie $x = \Delta K$, oraz $y = da/dN$ (rys. 8). Średnie wartości współczynników równania Parisa (2) wyniosły:

- stal St3S: $m=1,233$ oraz $C = 2 \times 10^{-6}$ (dla $\log(\Delta K) > 1,45$),
- stal StM: $m=2,255$ oraz $C = 3 \times 10^{-8}$.

Uzyskane wartości współczynników regresji na R^2 poziomie 0,9408 i 0,855, odpowiednio dla stali St3S i StM, świadczą o dobrym opisie rozkładu punktów pomiarowych za pomocą równania Parisa (2).

4 PODSUMOWANIE

W artykule eksperymentalnie przeanalizowano podkrytyczny wzrost pęknięć zmęczeniowych dla dwóch typów stali konstrukcyjnych, stali St3S oraz stali mostowej pobranej z obiektu o ponad stuletnim okresie eksploatacji. Wyznaczone wykresy długości pęknięcia w funkcji liczby cykli oraz wykresy prędkości pęknięcia w funkcji zakresu współczynnika intensywności naprężenia umożliwiły wyznaczenie współczynników równania Parisa m i C , co pozwoliło na opis prędkości pęknięcia zachodzącego w badanych materiałach w zakresie obciążeń cyklicznie zmiennych.

Równania Parisa (2) dla poszczególnych stali wyrażają się zależnościami:

– stal St3S:

$$\frac{da}{dN} = 2 \times 10^{-6} (\Delta K)^{1,233} \quad (7)$$

– stal StM:

$$\frac{da}{dN} = 3 \times 10^{-8} (\Delta K)^{2,255} \quad (8)$$

Uzyskane wyniki sugerują szybszy wzrost pęknięć zmęczeniowych w stali mostowej StM w porównaniu ze stalą St3S w zakresie dla $\log(\Delta K) > 1,45$. Jest to bardzo istotna informacja, gdyż w przypadku elementów konstrukcyjnych wykonanych ze stali o wieku zbliżonym do 100 lat i poddanych działaniu obciążeń cyklicznie zmiennych należy spodziewać się szybszego wzrostu pęknięć spowodowanych zjawiskiem zmęczenia w porównaniu ze stalą St3S, która jest podstawowym i powszechnym gatunkiem stosowanym w budownictwie.

W przypadku stali St3S stwierdzono zmianę prędkości propagacji pęknięcia. Wyraża się to dwuetapowo, poprzez zmianę nachylenia wykresu, tj. pierwszy etap występuje w zakresie $\log(\Delta K)$ do wartości równej w przybliżeniu 1,4-1,45 oraz etap drugi dla $\log(\Delta K) > 1,45$. W przypadku stali mostowej StM uzyskane wyniki nie pozwalają na podobne stwierdzenie.

PIŚMIENNICTWO

- [1] Kocańda S., “Zmęczeniowe pękanie metali” Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1985
- [2] Materiały XVIII Sympozjum na temat: Zmęczenie Materiałów Konstrukcji, “Zmęczenie i Mechanika Pękania”, Wydawnictwa Uczelniane Akademii Techniczno-Rolniczej w Bydgoszczy 2000
- [3] Materiały XVII Sympozjum na temat: Zmęczenie Materiałów Konstrukcji, “Zmęczenie i Mechanika Pękania”, Wydawnictwa Uczelniane Akademii Techniczno-Rolniczej w Bydgoszczy 1998
- [4] Gołaski L., “Elementy Doświadczalnej Mechaniki Pękania”, Podręcznik Akademicki, Dział Wydawnictw Politechniki Świętokrzyskiej, Kielce 1992
- [5] W. Trąmpczyński, E. Kumańska, Badania zmęczeniowe materiału rodzimego: Wyznaczenie normatywnej i trwałej wytrzymałości zmęczeniowej. Wyznaczenie podkrytycznego wzrostu pęknięcia zmęczeniowego. Raport z badań w ramach projektu Nr R 04 007 012 pt. „Opracowanie oraz wstępna weryfikacja procedury diagnozowania metodą emisji akustycznej konstrukcji metalowych ze szczególnym uwzględnieniem mostów stalowych”, Politechnika Świętokrzyska, Kielce, 2009.
- [6] W. Trąmpczyński, E. Kumańska, I. Dzioba, Próba jednoosiowego rozciągania. Wyznaczenie charakterystyk odporności na pękanie. Raport z badań w ramach projektu Nr R 04 007 012, Politechnika Świętokrzyska, Kielce, 2009.

SUBCRITICAL FATIGUE CRACK GROWTH OF ST3S STEEL AND OVER HUNDRED YEARS OLD BRIDGE STEEL**Summary**

The article presents the results of research on subcritical fatigue crack growth for two types of steel used in building structures, St3S steel and bridge steel taken from over a hundred year old structure. During the experiments graphs of crack length versus the number of cycles and graphs of crack velocity versus stress intensity factor range were determined. The results obtained made it possible to determine the coefficients of Paris equation m and C , which allowed a description of crack velocity occurring in the examined materials under cyclically variable loads.

Arkadiusz KWIECIEN¹
Piotr KUBOŃ²
Bogusław ZAJĄC³
Politechnika Krakowska, Instytut Mechaniki Budowli

WERYFIKACJA DOŚWIADCZALNA HIPERSPRĘŻYSTEGO MODELU POLIMERU NA PRZYKŁADZIE BADAŃ ZŁĄCZA PODATNEGO

STRESZCZENIE

Niniejsza praca poświęcona jest weryfikacji doświadczalnej i numerycznej modelu hipersprężystego Mooney'a-Rivlin'a (M-R) i jego parametrów pod kątem zastosowania go do opisu zachowania polimerowego złącza podatnego. Na podstawie jednoosiowego rozciągania polimeru budującego złącze podatne, wyznaczone zostały parametry modelu hipersprężystego, które następnie zostały użyte w modelu złącza podatnego. Uzyskane na drodze eksperymentu numeryczne dane obliczeniowe zostały porównane z wynikami eksperymentu testu jednoosiowego rozciągania złącza. W rezultacie stwierdzono istnienie dużych rozbieżności pomiędzy eksperymentem i danymi obliczonymi na podstawie przyjętego modelu. Uzyskane porównania wskazują na konieczność podjęcia dalszych prac nad doбором odpowiedniego modelu hipersprężystego i jego parametrów, aby możliwe było odzwierciedlenie pracy polimerowego złącza podatnego, wykorzystywanego w praktyce inżynierskiej.

Słowa kluczowe: model numeryczny, weryfikacja doświadczalna parametrów modelu, złącza podatne

1 WSTĘP

W zaawansowanych programach MES występują wbudowane segmenty obliczeniowe, które zawierają opracowane procedury wyznaczania parametrów różnych modeli hipersprężystych, co pozwala na prowadzenie zaawansowanych analiz zachowania materiałów elastomerowych [1], [2]. Materiały te stają się coraz bardziej popularne w zastosowaniach praktycznych, co przekłada się na stosowanie zaawansowanych teorii [3], [4], [5]. Uwzględniają one duże deformacje, a zastosowanie programów MES pozwala na

¹ akwiecie@pk.edu.pl

² pkubon@pk.edu.pl

³ boguslaw8zajac@gmail.com

mniej czasochłonne zweryfikowanie przyjętego modelu i jego parametrów.

Stosowany w złączach podatnych [6] polimer PM jest materiałem hipersprężystym, którego parametry były wyznaczane doświadczalnie w testach jednoosiowego rozciągania. Popularny model hipersprężysty M-R opisuje bardzo dobrze zachowanie tego polimeru w zakresie do 100% odkształcenia, jednak jego praca w złączu w stanie złożonego odkształcenia, występującego przy dużych deformacjach, wymaga sprawdzenia [7], czy parametry modelu określone w prostych eksperymentach jednoosiowego rozciągania i aplikowane w programach obliczeniowych [8], zdadzą egzamin w przypadku modelowania złączy podatnych. Przedstawione w niniejszej pracy badania eksperymentalne polimeru i zbudowanego z niego złącza podatnego oraz analizy numeryczne przyjętego modelu hipersprężystego o wyznaczonych parametrach umożliwiły weryfikację przydatności przyjętego modelu do zastosowań w polimerowych złączach podatnych.

2 WYZNACZENIE PARAMETRÓW MATERIAŁU HIPERSPRĘŻYSTEGO M-R NA PODSTAWIE WYNIKÓW BADAŃ LABORATORYJNYCH

W teorii modelowania materiałów hipersprężystych używaną miarą odkształcenia jest rozciągnięcie λ definiowane równaniem (1), gdzie zawarta w nim miara odkształceń Cauchy'ego ε_c (odkształcenie inżynierskie) jest liczona jako stosunek przyrostu długości ΔL do pierwotnej długości próbki L_0 . W przypadku testu jednoosiowego ściskania-rozciągania, wykorzystywanego przy wyznaczaniu parametrów modelu materiału hipersprężystego (jakim jest polimer PM) na bazie wyników eksperymentalnych [7, 8], rozciągnięcia główne gradientu deformacji wyrażone są następująco: $\lambda_1 = \lambda$; $\lambda_2 = \lambda_3 = \lambda^{-0.5}$, co z kolei przy założeniu izotropii i nieściśliwości materiału oraz izotermiczności zmiany odkształcenia prowadzi do postaci niezmienników dewiatora tensora odkształcenia Green'a opisanych równaniami (2).

$$\lambda = (1 + \varepsilon_c) = \left(1 + \frac{\Delta L}{L_0}\right) \quad (1)$$

$$\bar{I}_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 = \lambda^2 + \frac{2}{\lambda}; \quad \bar{I}_2 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_1^2 \lambda_3^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 = 2\lambda + \frac{1}{\lambda^2}; \quad \bar{I}_3 = 1 \quad (2)$$

$$U(\bar{I}_1, \bar{I}_2) = \sum_{i,j=0}^N C_{ij} (\bar{I}_1 - 3)^i (\bar{I}_2 - 3)^j \rightarrow U^{M-R}(\bar{I}_1, \bar{I}_2) = C_{10} \left(\lambda^2 + \frac{2}{\lambda} - 3\right) + C_{01} \left(\frac{1}{\lambda^2} + 2\lambda - 3\right) \quad (3)$$

$$S_1 = \frac{P}{A_0} = \frac{dU^{M-R}}{d\lambda} = 2 \left[C_{10} \left(\lambda - \frac{1}{\lambda^2}\right) + C_{01} \left(1 - \frac{1}{\lambda^3}\right) \right] = 2 \left(1 - \frac{1}{\lambda^3}\right) [\lambda C_{10} + C_{01}] \quad (4)$$

$$\mu_0 = G = 2(C_{10} + C_{01}) \quad (5)$$

$$E_0 = 3\mu_0 = 6(C_{10} + C_{01}) \quad (6)$$

Potencjał energii odkształcenia U przedstawiony w postaci ogólnej (3) dla materiału izotropowego i nieściśliwego (zależny od pierwszego i drugiego niezmiennika tensora odkształcenia postaciowego), przekształcony do postaci potencjału U^{M-R} z parametrem $N=1$, wyraża model Money'a-Rivlin'a (3) przy założeniu braku wpływu zmian termicznych na objętość, gdzie $C_{00}=0$ a C_{01} i C_{10} są stałymi materiałowymi. Wyznaczanie tych stałych materiałowych w teście jednoosiowego rozciągania bazuje na związku (4) naprężenie

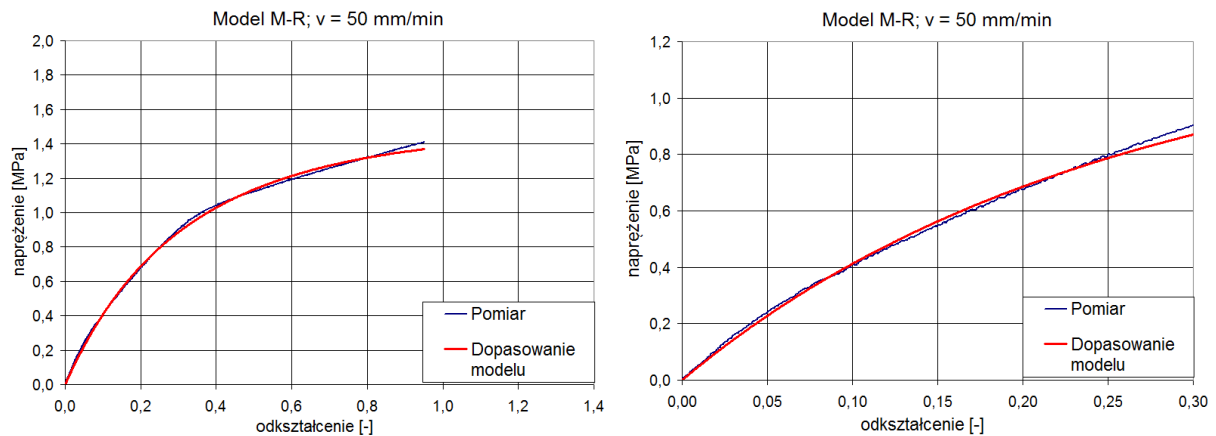
nominalne S_I – rozciąganie $\lambda_I=\lambda$, wyprowadzonym w pracach [7, 9], w którym stałe materiałowe C_{01} i C_{10} są parametrami funkcji liniowej, umożliwiającej nieskomplikowaną identyfikację. Na podstawie wyznaczonych parametrów C_{10} i C_{01} oszacowywane są [7, 8, 10] początkowe (w punkcie $\lambda=1$) moduły ścinania μ_0 (5) i sprężystości podłużnej E_0 (6). Z procedury tej korzysta także program Abaqus [8]. Szeroki opis modelu M-R, jego właściwości i ograniczeń można znaleźć w pracy [7].

Polimer PM posiada cechy lepko-sprężyste (charakterystyczne dla elastomerów) objawiające się zmiennymi z prędkością odkształcenia parametrami sprężystymi (reologia polimeru i efekt Mullin'a [10] nie są objęte niniejszą pracą). Określenie tej zmienności polimeru jest istotne z uwagi na odmienną pracę tego materiału w złączu podatnym pod wpływem obciążeń statycznych (małe prędkości) i dynamicznych (duże prędkości). Identyfikacja stałych materiałowych C_{01} i C_{10} oraz obliczenie na ich podstawie początkowych modułów ścinania μ_0 i sprężystości podłużnej E_0 zostało przeprowadzone na podstawie wyników badań otrzymanych z jednoosiowego rozciągania próbek wioselkowych (wg normy ISO 527 [11]) wykonanych z polimeru PM, przy prędkościach przemieszczenia 0,5, 5, 50 oraz 500 mm/min, odpowiadających prędkościom odkształcenia 10^{-2} , 10^{-1} , 10^0 i 10^1 [1/min] (przy prędkości 10^{-3} charakterystyka polimeru PM była taka sama jak przy prędkości 10^{-2}). Dla każdego z wykresów S_I - ε (naprężenie nominalne S_I - odkształcenie Cauchy'ego ε_c), otrzymanego z 6 prób dla każdej z 4 badanych prędkości (24 próbki na rozciąganie), przeprowadzona została (w programie Abaqus [8]) procedura identyfikująca parametry modelu hipersprężystego M-R przy użyciu metody najmniejszych kwadratów. Dla każdej grupy 6 prób obliczone zostały średnie wartości stałych materiałowych C_{01} i C_{10} (wraz ze współczynnikiem zmienności COV) oraz obliczone na podstawie (5) i (6) średnie moduły początkowe, zamieszczone w tabeli (Tabela 1).

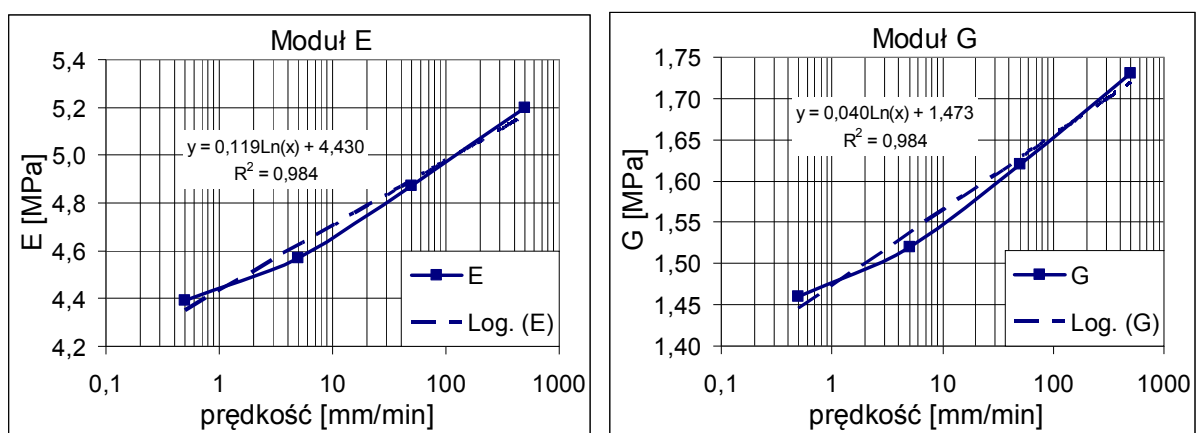
Tabela 1. Wartości średnie parametrów materiału hipersprężystego w modelu M-R dla polimeru PM

v [mm/min]	C_{01} [MPa]	COV [%]	C_{10} [MPa]	COV [%]	E_0 [MPa]	μ_0 [MPa]
500	0,7675	9,2	0,0986	24,4	5,20	1,73
50	0,8305	2,3	-0,0195	44,0	4,87	1,62
5	0,8380	3,1	-0,0761	14,4	4,57	1,52
0,5	0,8934	5,8	-0,1614	24,2	4,39	1,46

Dla odkształceń Cauchy'ego $\varepsilon_c < 0,3$, przyjmowanych w metodzie Polimerowych Złączy Podatnych za zakres odkształceń projektowych dla polimeru PM, dopasowanie modelu M-R jest prawie idealne do pojedynczego wykresu S_I - ε przy prędkości 50 mm/min. (Rys. 1 po prawej). Powyżej tego zakresu projektowego niewielkie odchylenia są obserwowane (Rys. 1 po lewej). Wartości początkowych modułów Young'a E (E_0) i modułów Kirchhoff'a G (μ_0), przedstawione w tabeli (Table 1), zamieszczono na wykresach z osią prędkości w skali logarytmicznej (Rys. 2). W obu przypadkach, zmiana modułów w zależności od prędkości odkształcenia (w skali logarytmicznej) jest liniowa, co pozwala oszacować wielkości modułów początkowych przy innych prędkościach badania (na podstawie zamieszczonych funkcji regresji liniowej).



Rys. 1. Porównanie dopasowania modelu M-R do krzywej rozciągania jednoosiowego polimeru PM przy prędkości odkształcenia 50 mm/min.: cały zakres odkształceń (po lewej) i $\epsilon_c < 0,3$ (po prawej).



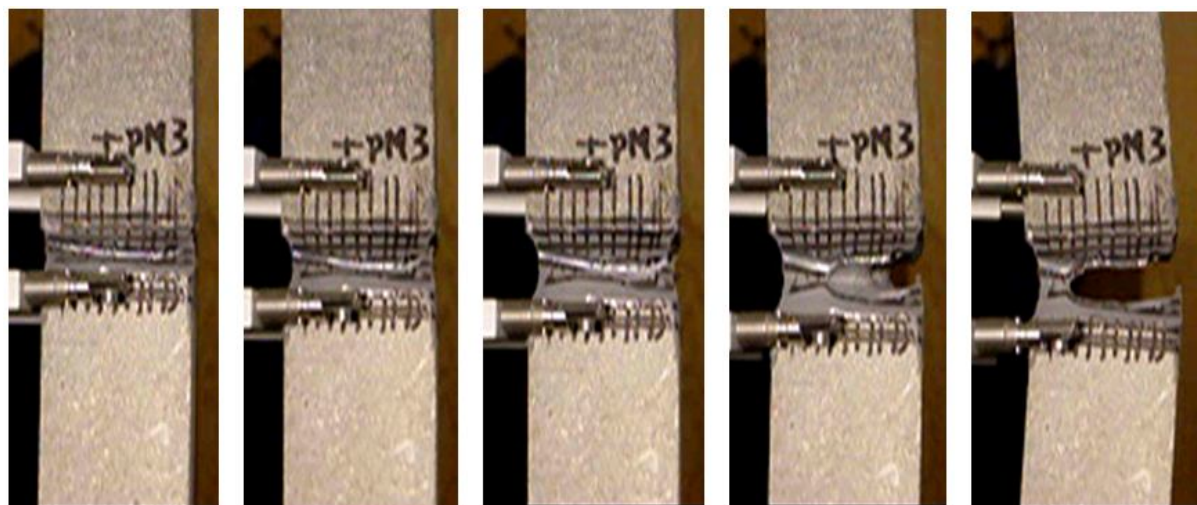
Rys. 2. Zmienność początkowych modułów E i G w zależności od prędkości odkształcenia (w skali logarytmicznej), wyznaczonych dla polimeru PM na podstawie analizy modelu M-R.

Parametry modelu M-R wyznaczone jedynie w próbie jednoosiowego rozciągania mogą powodować, że model ten nie będzie właściwie reprezentował zachowania materiału w testach dwuosiowego rozciągania (biaxial tension: $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$; $\lambda_3 = \lambda^{-2}$) i płaskiego rozciągania (planar tension: $\lambda_1 = \lambda$; $\lambda_2 = 1$; $\lambda_3 = \lambda^{-1}$), co wykazano w pracy [7]. Takie sprawdzenie, czy przy niedużych odkształceniach ($\epsilon_c < 0,3$) złącza polimerowe zachowują się zgodnie z modelem M-R w prostym stanie naprężenia, wykonano na drodze badań eksperymentalnych złącza (jednoosiowego rozciągania) oraz przy pomocy analizy numerycznej modelu złącza (M-R o wyznaczonych parametrach), przeprowadzonej w programie Abaqus w sposób odzwierciedlający eksperyment. Odkształcające się podczas eksperymentu złącze polimerowe deformuje się w sposób, który zawiera postacie odkształcenia charakterystyczne dla rozciągania dwuosiowego i płaskiego. Wykonane badania i analizy pozwoliły określić przydatność modelu M-R do obliczeń inżynierskich złącza polimerowego.

3 OPIS BADAŃ EKSPERYMENTALNYCH

Test jednoosiowego rozciągania złącza podatnego wykonanego z polimeru PM zrealizowano na 6 próbkach. Każda z nich składała się z 2 prostopadłościanów betonowych o wymiarach $40 \times 40 \times 80$ mm, połączonych ze sobą (najmniejszymi powierzchniami o kształcie kwadratu) warstwą polimeru PM o grubości 10 mm (Rys. 3). Najpierw przeprowadzono

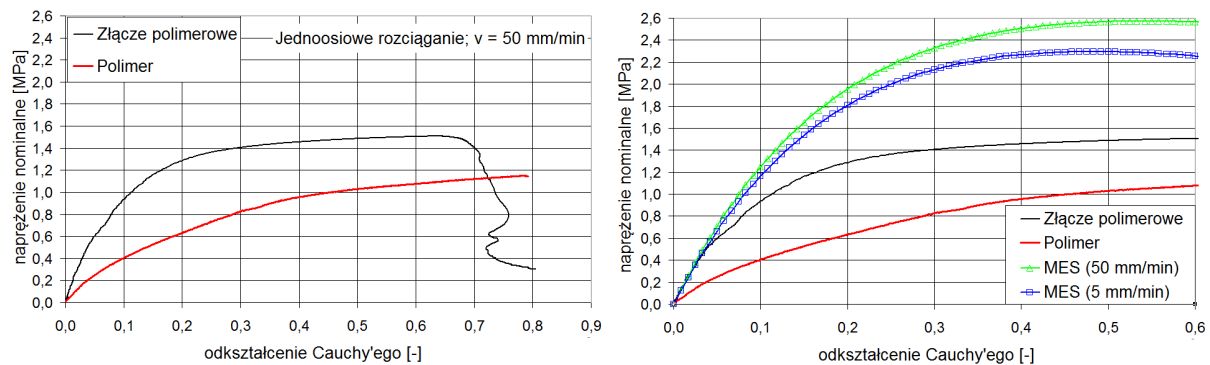
kontrolne rozciąganie 6-ciu próbek betonowych nie połączonych polimerem, a następnie rozciągano próbki z polimerem.



Rys. 3. Widok deformacji polimerowego złącza podatnego utworzonego pomiędzy elementami betonowymi, w trakcie jednoosiowego rozciągania ze stałą prędkością 50 mm/min.

Testy rozciągania zostały wykonane na maszynie wytrzymałościowej ZWICK 1455, charakteryzującej się maksymalną siłą 20 kN i dokładnością 0,1 N. Pomiar odkształcenia przeprowadzono przy użyciu mechanicznego ekstensometru długodrogowego o rozdzielczości 0,005 mm. Sterowano przemieszczeniem trawersy ze stałą prędkością 50 mm/min., taką samą jak w teście jednoosiowego rozciągania samego polimeru PM, przy wyznaczaniu parametrów modelu M-R (tylko ten przypadek wybrano do porównań). Porównanie wybranych krzywych rozciągania $S_I-\varepsilon$ (naprężenie nominalne - odkształcenie Cauchy'ego ε_c), uzyskanych dla samego polimeru (próbka wiosłkowa o przekroju początkowym $10 \times 4 = 40 \text{ mm}^2$) i złącza polimerowego o grubości 10 mm (warstwa o przekroju początkowym $40 \times 40 = 1600 \text{ mm}^2$) dowodzi (Rys. 4), że praca polimeru w złączu różni się od pracy samego polimeru. Złącze pracuje w sposób bardziej sztywny i osiąga większe wartości naprężenia przy tym samym odkształceniu. Zakres odkształcenia granicznego dla polimeru pracującego w złączu i poza nim jest podobny.

Różnice w pracy pomiędzy samym polimerem i polimerem w złączu wynikają ze stanu odkształcenia w poszczególnych punktach złącza. Na jego obrzeżu, polimer może się odkształcać w płaszczyźnie prostopadłej do osi deformacji, natomiast w środku złącza odkształcenia polimeru są ograniczone (Rys. 3). Zjawiska tam zachodzące są podobne do występujących przy rozciąganiu dwuosiowym (biaxial tension) i płaskim (planar tension), co wskazuje na złożony stan odkształcenia, a zatem i złożony stan naprężenia w złączu. Pełniejsza analiza pracy tak złożonego układu, pracującego w zakresie dużych odkształceń, jest możliwa przy użyciu modelu numerycznego (MES) złącza podatnego przebadanego doświadczalnie.



Rys. 4. Porównanie wybranych krzywych pomiarowych rozciągania S_1 - ϵ , uzyskanych dla samego polimeru i złącza polimerowego (po lewej) oraz porównanie pomiaru z eksperymentem numerycznym (po prawej)

4 WYNIKI OBLICZEŃ MODELU MES

Badana na rozciąganie próbka złącza polimerowego o grubości 10 mm, łączącego dwa betonowe prostokątne (40×40×80 mm), została zamodelowana w programie MES Abaqus. Z uwagi na podwójną symetrię układu, uproszczono model MES, wykorzystując $\frac{1}{4}$ modelu wyjściowego. Wyróżniono trzy strefy parametrów materiałowych w modelu beton-polimer-beton - por. Rys. 5.

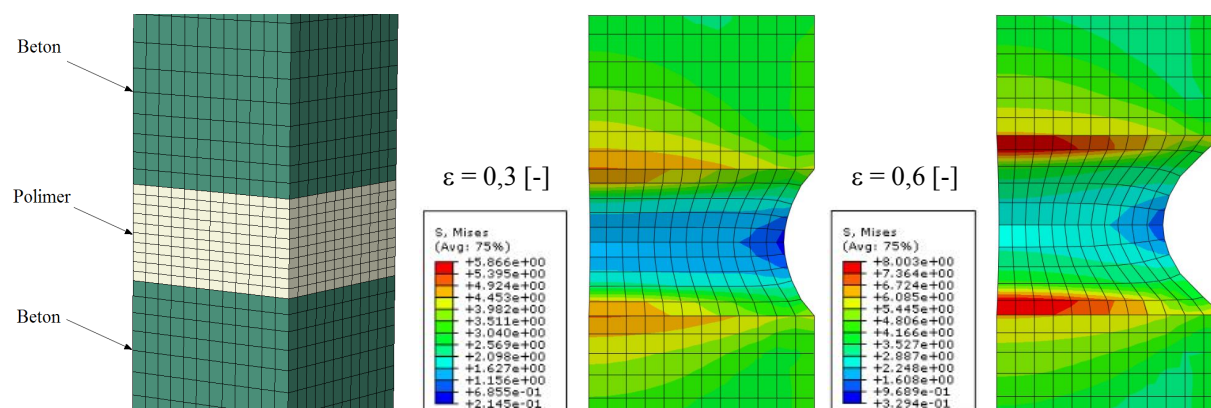
Parametry betonu przyjęto na podstawie wyników jednoosiowego rozciągania 6-ciu próbek prostokątnych, przyjętych w doświadczeniu. Uzyskana średnia wartość wytrzymałości charakterystycznej na rozciąganie wyniosła 2,80 MPa (odchylenie standardowe 0,37 MPa, współczynnik zmienności COV 13%), co na podstawie tabeli klas i wytrzymałości betonów wg Eurokodu 2 [12] pozwoliło zaklasyfikować beton do klasy C30/37. Na tej podstawie przyjęto w obliczeniach beton, jako materiał liniowo-sprężysty o następujących parametrach: $E = 32,0$ GPa, $\nu = 0,18$, $\rho = 2400$ kg/m³.

Polimer modelowano jako nieściśliwy materiał hipersprężysty M-R ($\nu = 0.498$) o stałych określonych na podstawie przeprowadzonych wcześniej badań laboratoryjnych, opisanych w rozdziale drugim. Do obliczeń przyjęto stałe materiałowe o wartościach: $C_{10} = -0.0195$, $C_{0I} = 0.8305$ (por. Tabl. 1), odpowiadające prędkości przemieszczenia 50 mm/min. Przyjmując prędkość odkształcenia złącza polimerowego jako 10⁰ [1/min.], badana prędkość przemieszczenia powinna wynosić 10 mm/min. (a taka nie była badana), stąd przyjęto dodatkowo do obliczeń porównawczych stałe materiałowe: $C_{10} = -0.0761$, $C_{0I} = 0.8380$ (por. Tabl. 1), odpowiadające badanej prędkości 5 mm/min., najbardziej zbliżonej do 10 mm/min.

Obciążenie modelu numerycznego realizowano jako przemieszczenie górnej powierzchni elementu betonowego ze stałymi prędkościami 5 i 50 mm/min. W analizie rozważano odkształcenie złącza w zakresie od 0 do 60% (0-6mm). Model MES zawierał 7200 elementów skończonych. W przypadku betonu były to elementy 8-węzłowe C3D8R, natomiast w przypadku polimeru 8-węzłowe elementy hybrydowe C3D8H, które są stosowane w celu zamodelowania nieściśliwego zachowania (*fully incompressible behavior*), obserwowanego w przypadku materiałów hipersprężystych [8]. Z uwagi na zastosowanie w modelu MES polimeru PM o charakterystyce pokazanej na Rys. 1, konieczne było zastosowanie analizy nieliniowej materiałowej i geometrycznej. Połączenie polimeru i betonu przyjęto jako sztywne, gdyż w analizowanym zakresie odkształcenia do 60% nie obserwowano w trakcie eksperymentu nieciągłości połączenia beton-polimer.

Uzyskany z analizy numerycznej obraz deformacji złącza polimerowego przy odkształceniach 30% i 60% (Rys. 5) jest zgodny z obserwowanym podczas doświadczenia (Rys. 2), co potwierdza jakościowo prawidłowość modelu. Rozkłady naprężeń w złączu są

niejednorodne. Największe wartości naprężeń występują na styku z betonem oraz w środku złącza polimerowego (w osi symetrii) tam, gdzie polimer ma ograniczoną odkształcalność boczną w kierunku prostopadłym do obciążenia, a najmniejsze na krawędzi złącza, gdzie występuje nieograniczone duże odkształcenie postaciowe siatki modelu polimeru (Rys. 5).



Rys. 5. Szczegół analizowanego modelu z naniesionym podziałem na elementy skończone oraz mapy naprężeń wyznaczone przy 30% oraz 60% odkształcenia modelu złącza podatnego w MES.

Aby sprawdzić, czy parametry modelu M-R, wyznaczone na podstawie rozciągania jednoosiowego samego polimeru (Tab. 1), są właściwie dobrane także dla złącza polimerowego, przeprowadzono obliczenia na modelu numerycznym złącza w celu wykreślenia krzywych rozciągania S_I - ε przy dwóch analizowanych prędkościach. Obliczone krzywe S_I - ε porównano z krzywą doświadczalną otrzymaną z rozciągania złącza polimerowego (Rys. 4). Naprężenia nominalne (liczone jako siła rozciągająca podzielona przez powierzchnię próbki betonowej prostopadłą do siły) uzyskane z obliczeń (przy obu analizowanych prędkościach) istotnie przewyższają wartości krzywej pomiarowej. Stan ten sugeruje, że parametry C_{10} i C_{01} modelu M-R, otrzymywane z jednoosiowego rozciągania polimeru na próbkach wiósełkowych (zgodnie z ISO 527 [11]) i wstawione do modelu numerycznego złącza, dają ilościowo nierzeczywiste wyniki podczas analizy złącza polimerowego, gdyż obliczone na ich podstawie wartości naprężenia nominalnego (Rys. 4 i 5) są przeszacowane. Przyczyną takiej rozbieżności wyników pomiaru i obliczeń złącza podatnego (o przyjętych parametrach C_{10} i C_{01} wyznaczonych przy rozciąganiu samego polimeru) może być nieuwzględnienie w analizowanym modelu występującej w polimerze niewielkiej ściśliwości, braku zachowania izotermicznego i wpływu reologii. Ich uwzględnienie prowadzi do uzyskania mniejszych wartości parametrów C_{10} i C_{01} [8].

Z kolei różnice w pracy samego polimeru i pracującego w złączu (Rys. 4) wynikają ze złożonego stanu odkształcenia w zdeformowanym złączu, w którym podczas jednoosiowego rozciągania jednocześnie występuje rozciąganie dwuosiowe i płaskie. Ponadto, przyczepność polimeru do betonu utrudnia odkształcalność poprzeczną i ogranicza odkształcalność w kierunku działania obciążenia, co przekłada się na większą sztywność złącza polimerowego, a tym samym większe naprężenia przy jednakowym odkształceniu.

5 PODSUMOWANIE

Model hipersprężysty M-R bazuje na wyznaczeniu parametrów na podstawie badań eksperymentalnych. Dobra zgodność modelu M-R przy teście jednoosiowego rozciągania polimeru nie może być przyjmowana w obecnej formie dla opisu zachowania złącza podatnego, wykonanego z polimeru PM. Konieczne jest uwzględnienie w modelu innych istotnych czynników, m.in. reologii i geometrii złącza. Jest to zagadnienie złożone, które powinno być rozwiązane i opracowane, aby można było odpowiedzialnie projektować polimerowe złącza podatne w budownictwie.

PIŚMIENNICTWO

- [1] Weber G., Anand L.: Finite Deformation Constitutive Equations and a Time Integration Procedure for Isotropic, Hyperelastic-Viscoplastic Solids. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 79, pp. 173–202, 1990.
- [2] Kaliske, M., Rothert H.: On the Finite Element Implementation of Rubber-like Materials at Finite Strains. *Engineering Computations*, vol. 14, no.2, pp. 216–232, 1997.
- [3] Aidy A., Hosseini M., Sahari B.B.: A review and comparison on some rubber elasticity models. *Journal of Scientific and Industrial Research*, Vol. 69, pp. 495-500, 2010.
- [4] Arruda E.M., Boyce M.C.: A Three-Dimensional Constitutive Model for the Large Stretch Behavior of Rubber Elastic Materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 41, no.2, pp. 389–412, 1993.
- [5] Gasser T.C., Ogden R.W., Holzapfel G.A.: Hyperelastic Modelling of Arterial Layers with Distributed Collagen Fibre Orientations. *Journal of the Royal Society Interface*, vol. 3, pp. 15–35, 2006.
- [6] Kwiecień A., Gruszczyński M., Zając B.: Tests of flexible polymer joints repairing of concrete pavements and of polymer modified concretes influenced by high deformations. *Key Engineering Materials Vol. 466 (2011)*, Trans Tech Publications 2011, s. 225-239.
- [7] Jemioło S.: Studium hipersprężystych własności materiałów izotropowych: Modelowanie i implementacja numeryczna. *Prace naukowe. Budownictwo, OWPW, Warszawa 2002.*
- [8] Abaqus Theory Manual, Abaqus On-line documentation, <http://baribal.cyf-kr.edu.pl:2080/v6.7>
- [9] Hu T., Desai J.P.: Modeling Large Deformation in Soft-tissues: Experimental results and Analysis. *Proc. of EuroHaptic'2004. Munich, Germany 2004.*
- [10] Nowak Z.: Constitutive modeling and parameter identification for rubber-like materials. *Engineering Transactions*, vol. 55, No.4, 2007.
- [11] PN-EN ISO 527-1: 1998 Tworzywa sztuczne - Oznaczanie właściwości mechanicznych przy statycznym rozciąganiu - Zasady ogólne.
- [12] Ajdukiewicz A.: EUROKOD 2. Podręczny skrót dla projektantów konstrukcji żelbetowych. Stowarzyszenie Producentów Cementu. Kraków 2009.

PODZIĘKOWANIE

Niniejsza praca finansowana jest w ramach Projektu Badawczego Nr N N506 071438.

EXPERIMENTAL VERIFICATION OF HYPERELASTIC MODEL OF POLYMER ON A CASE STUDY OF THE FLEXIBLE POLYMER JOINT

Summary

The paper describes experimental and numerical verification of a MR model and its parameters, which are then used to describe the behavior of a flexible polymer joint. Using the uniaxial tension test of PM polymer, the parameters of the hyperelastic model were estimated and then used in the computation model of the flexible joint. The computed data obtained from the numerical tests were compared with the results of the uniaxial tensile test of the flexible polymer joint. Significant differences between experimental and numerical data, calculated using the adopted model, were found. This indicates the necessary development of future research on matching the polymer flexible joint model to be used in engineering practice.

Arkadiusz KWIECIEN¹
Paweł LATUS²
Politechnika Krakowska, Instytut Mechaniki Budowli

WPLYW MIARY ODKSZTAŁCENIA ROZCIĄGANEGO POLIMERU NA PARAMETRY MODELU REOLOGICZNEGO

STRESZCZENIE

W pracy przedstawiony został opis materiału polimerowego, który jest wykorzystywany między innymi do budowy złączy podatnych [1], [2] stosowanych do spajania różnych elementów konstrukcyjnych (np. przy naprawie pękniętych budynków i płyt lotniskowych). Praca nie jest próbą doboru modelu materiału. Tak jak podkreślono w tytule praca dotyczy wpływu miary odkształcenia na parametry modelu polimeru. W tym celu przeprowadzono serię pomiarów laboratoryjnych a następnie na drodze numerycznej wyznaczono wartości parametrów występujących w zaproponowanym modelu. Wyniki eksperymentów jednoznacznie wskazały na zmienność odkształceń w czasie, stąd przyjęty został model reologiczny. Wybrano tak zwany model standardowy. Poza analizą wpływu różnych miar odkształcenia, przeanalizowano też wpływ na obliczenia definicji błędu określającego różnicę pomiędzy wynikami doświadczeń a wartościami obliczonymi z zaproponowanych równań.

Słowa kluczowe: polimer, złącze podatne, reologiczny model standardowy

1 WPROWADZENIE

Polimery stosowane w kształtowaniu złączy podatnych są materiałami lepko-sprężysto-plastycznymi [3], stąd posiadają cechy reologiczne. Zjawiska reologiczne, w złączach mają wpływ na pracę łączonych elementów, a za tym na pracę całego ustroju. Pełzanie polimeru, czyli zmienny w czasie przebieg odkształceń przy stałych naprężeniach, powinno być określone w złączach podatnych pracujących na terenach, gdzie występują znaczne deformacje podłoża. Poprawne zidentyfikowanie parametrów modelu reologicznego polimeru pozwala na analizę późniejszego zachowania się konstrukcji pod długotrwałym obciążeniem, a znajomość parametrów reologicznych szerszej gamy polimerów pozwala na odpowiedni dobór materiału złącza i właściwe zaprojektowanie ustroju nośnego w celu bezpiecznej jego pracy. W pracy przedstawiono wyniki badań jednoosiowego rozciągania dla polimeru PM (poliuretan z grupy polimerów miękkich), przeprowadzonych na maszynie wytrzymałościowej, zgodnie z normą ISO 527 [4]. Zaproponowany został model reologiczny,

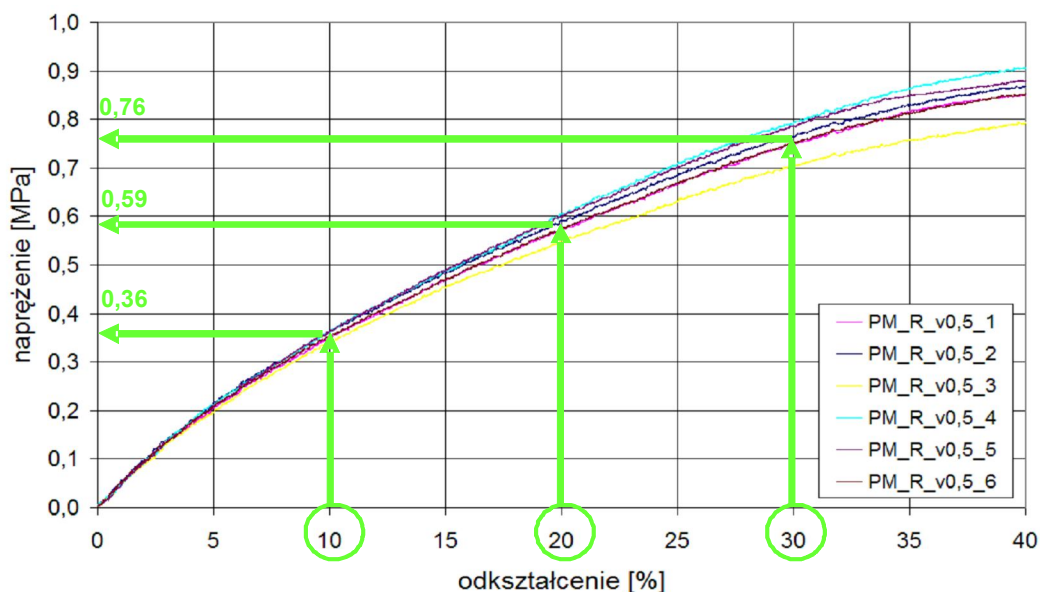
¹ akwiecie@pk.edu.pl

² pl@limba.wil.pk.edu.pl

który poprawnie wpasowuje się w wyniki pomiarów. Przeprowadzona została także dyskusja nad możliwością wprowadzenia różnych miar odkształcenia oraz różnych definicji błędu określającego różnicę pomiędzy wartościami pomiarowymi a wartościami wyliczonymi ze wzorów, wynikających z zaproponowanych równań.

2 BADANIA REOLOGICZNE POLIMERU

Przed właściwymi badaniami reologicznymi (obejmującymi 3 próbki z różnym poziomem naprężenia początkowego) przeprowadzono quasi-statyczne badania materiału. Badanie polimeru PM wykonano na maszynie wytrzymałościowej Zwick 1455 - 20 kN, obciążając próbki wioselkowe (wg ISO 527 [4]) do poziomu naprężeń początkowych σ_0 ze stałą prędkością przemieszczenia wynoszącą 0,5 mm/min. Poziomy naprężen σ_0 są obliczone w odniesieniu do początkowego przekroju poprzecznego kształtki – jest to w zgodzie z normą [4]. Naprężenia σ_0 wynoszące: 0,3575 MPa, 0,5893 MPa i 0,7579 MPa odpowiadały odkształceniom polimeru PM na poziomach 10%, 20% i 30% odpowiednio, uzyskanych z wykresu σ - ε podczas próby rozciągania 6 próbek polimeru do zniszczenia ze stałą prędkością 0,5 mm/min (Rys. 1). Odkształcenia rejestrowane w trakcie tych doświadczeń zostały zdefiniowane jako stosunek przyrostu długości próbki (ΔL) między znakami pomiarowymi do długości odcinka pomiarowego (L_0). Próby te trwały 40 minut – odpowiada to osiągnięciu odkształcenia na poziomie 40%.

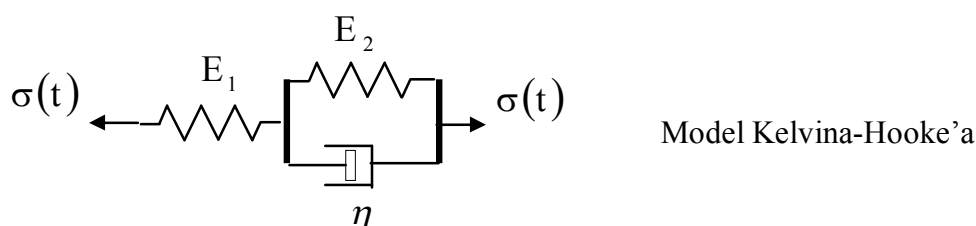


Rys. 1. Wykresy σ - ε podczas próby rozciągania polimeru PM z prędkością 0,5 mm/min.

Następnie zostały przebadane w próbie pełzania 3 próbki (trwające po 24 h każda), z ustalonymi innymi poziomami naprężeń σ_0 . Z wykresów otrzymanych dla 24 h wybrano po 29 punktów pomiarowych na wykresach $\varepsilon(t)$ do identyfikacji parametrów modelu reologicznego. Teoretycznie, próba pełzania wymaga natychmiastowego zwiększenia naprężenia na początku jej trwania [5]. Stan taki rzadko występuje w rzeczywistych obiektach budowlanych poddanych quasi-statycznym procesom deformacji podłoża, stąd przyjęto tzw. prędkość dojazdu do naprężenia σ_0 jak w próbie rozciągania do zniszczenia, co bardziej wiarygodnie oddaje procesy w złączu konstrukcji rzeczywistej. Czas osiągnięcia naprężenia σ_0 wynosił 10, 20, 30 minut odpowiednio i był znacząco mniejszy od czasu całej próby pełzania.

3 REOLOGICZNY MODEL POLIMERU

Krzywe przemieszczenia zarejestrowane podczas pomiarów mają charakter ograniczonego pełzania, któremu odpowiada reologiczny model standardowy [5]. Jest to trójparametrowy liniowo lepko-sprężysty model strukturalny, opisany graficznie dwoma równoważnymi modelami. Pierwszym, jest model będący równoległym połączeniem ciała Hooke'a i Maxwella, a drugim model będący szeregowym połączeniem ciała Hooke'a i Kelvina (Rys. 2).



Rys. 2. Graficzna interpretacja cech modelu standardowego [5].

Moduły E_1 i E_2 (jednostka: Pa) odpowiadają modułom Younga dla ciała Hooke'a, a parametr η odpowiada lepkości dla ciała Newtona (jednostka: Pa·s). Równanie fizyczne dla przedstawionego modelu, wiążące odkształcenia i naprężenia, można zapisać w postaci (1).

$$\sigma(t) + n \dot{\sigma}(t) = E' \varepsilon(t) + n E \dot{\varepsilon}(t) \quad (1)$$

W równaniu (1) występuje prędkość naprężeń $\dot{\sigma}$ i prędkość odkształceń $\dot{\varepsilon}$ oraz naprężenie σ i odkształcenie ε . Widoczne parametry n (jednostka: s), E' (jednostka: Pa) oraz E (jednostka: Pa) można wyrazić poprzez wcześniej zdefiniowane moduły - dla modelu Kelvina-Hooke'a – formuła (2)

$$n = \frac{\eta}{E_1 + E_2}, \quad E' = \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2}, \quad E = E_1 \quad (2)$$

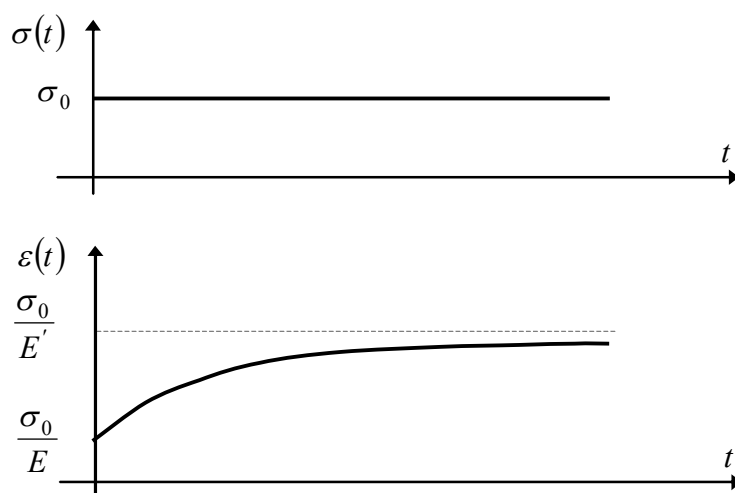
Funkcję określającą zmianę odkształceń w czasie dla próby pełzania znajduje się przez podstawienie w równaniu (1): $\sigma(t) = \sigma_0 = \text{const}t$. Otrzymuje się wtedy równanie różniczkowe zwyczajne, rzędu pierwszego, liniowe i niejednorodne w postaci (3).

$$\dot{\varepsilon}(t) + \frac{E'}{nE} \varepsilon(t) = \frac{1}{nE} \sigma_0 \quad (3)$$

Funkcję określającą zmianę odkształceń w czasie $\varepsilon(t)$ – formuła (4) – otrzymuje się po podstawieniu do całki ogólnej równania (3) warunku początkowego $\varepsilon(0) = \frac{\sigma_0}{E}$.

$$\varepsilon(t) = \sigma_0 \left[\frac{1}{E'} + \left(\frac{1}{E} - \frac{1}{E'} \right) \exp\left(-\frac{E'}{nE} t \right) \right] \quad (4)$$

Wykres funkcji $\varepsilon(t)$, określonej wzorem (4), przedstawiono na poniższym rysunku (Rys. 3).



Rys. 3. Zmiana odkształceń $\varepsilon(t)$ przy stałym naprężeniu σ_0 dla modelu standardowego.

Odształcenie pojawiające się zaraz po przyłożeniu naprężenia określa moduł E , który nazywany jest natychmiastowym. Poziom odkształceń, do którego asymptotycznie zmierza odkształcenie opisane wzorem (4), określa moduł E' nazywany czasowym.

Parametry modelu standardowego E , E' i n , określone dla trzech badanych poziomów naprężenia σ_0 , zostały wyznaczone na podstawie 29 wybranych punktów pomiarowych tak, aby wartości funkcji opisanej wzorem (4) - Rys. 3 znajdowały się jak najbliżej wartości pomiarowych.

4 ANALIZA RÓŻNYCH MIAR ODKSZTAŁCEŃ ORAZ RÓŻNYCH DEFINICJI BŁĘDU POMIĘDZY WARTOŚCIAMI POMIAROWYMI I OBLICZONYMI

Przy wyznaczaniu parametrów modelu reologicznego posłużono się metodą najmniejszych kwadratów, minimalizując sumę kwadratów różnic pomiędzy wynikami pomiarów a wartościami wynikającymi ze wzoru (4). Dla 29 trójek pomiarowych (t_i , ε_{pi} , σ_0) obliczono błąd bezwzględny δ_1 – równanie (5) oraz błąd względny δ_2 – równanie (6).

$$\delta_1 = \sum_{i=1}^{29} \left\{ \varepsilon_{wzór,i}(t) - \varepsilon_{pomiar,i} \right\}^2 = \sum_{i=1}^{29} \left\{ \sigma_0 \left[\frac{1}{E'} + \left(\frac{1}{E} - \frac{1}{E'} \right) \exp\left(-\frac{E'}{nE} t_i \right) \right] - \varepsilon_{pi} \right\}^2 \quad (5)$$

$$\delta_2 = \sum_{i=1}^{29} \left\{ \left(\varepsilon_{wzór,i}(t) - \varepsilon_{pomiar,i} \right) / \varepsilon_{pomiar,i} \right\}^2 = \sum_{i=1}^{29} \left\{ \sigma_0 \left[\frac{1}{E'} + \left(\frac{1}{E} - \frac{1}{E'} \right) \exp\left(-\frac{E'}{nE} t_i \right) \right] / \varepsilon_{pi} - 1 \right\}^2 \quad (6)$$

Odształcenia polimeru w przeprowadzonych testach są stosunkowo duże, stąd konieczne jest zastosowanie odpowiedniej miary odkształcenia. W wynikach pomiarów (Rys. 1) używana jest miara odkształceń Cauchy'ego ε_c liczona, jako stosunek przyrostu długości ΔL do pierwotnej długości próbki L_0 – równanie (7).

W przypadku dużych odkształceń istnieje możliwość zastosowania miary odkształceń Hencky'ego ε_h , czyli logarytmu stosunku aktualnej długości L do pierwotnej długości próbki – równanie (8). Inna możliwość opisu dużych odkształceń to przyjęcie tensora odkształcenia Lagrange'a: $E = (C-1)/2$ gdzie macierz C to tensor odkształceń Greena: $C = FT F$.

$$\varepsilon_c = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{L - L_0}{L_0} = \frac{L}{L_0} - 1 = \lambda - 1 \quad (7)$$

$$\varepsilon_h = \ln\left(\frac{L_0 + \Delta L}{L_0}\right) = \ln\left(\frac{L}{L_0}\right) = \ln \lambda \quad (8)$$

We wzorach (7) i (8) pojawia się wielkość $\lambda = L/L_0$, nazywana rozciągnięciem i jest ona elementem F_{11} macierzy F . Element E_{11} macierzy E czyli odkształcenie Lagrange'a: ε_L wyraża się wzorem (9)

$$\varepsilon_L = \frac{\lambda^2 - 1}{2} \quad (9)$$

Odształcenia w mierze Cauchy'ego są związane z odkształceniami w mierze Hencky'ego i Lagrange'a zależnościami (10) i (11). Dla małych odkształceń (do 1%) wszystkie trzy miary dają zbliżone wyniki.

$$\varepsilon_h = \ln(\varepsilon_c + 1) \quad (10)$$

$$\varepsilon_L = \varepsilon_c + \frac{\varepsilon_c^2}{2} \quad (11)$$

Analizowano sześć możliwości doboru parametrów E , E' i n , wynikające z multiplikacji dwóch możliwości definiowania błędu: δ_1 (wzór 5) lub δ_2 (wzór 6) i trzech możliwych miar odkształcenia: Cauchy'ego ε_c (wzór 7), Hencky'ego ε_h (wzór 8) i Lagrange'a ε_L (wzór 9).

5 PORÓWNANIE PARAMETRÓW MODELU

Wartości parametrów modelu standardowego E , E' i n zostały wyznaczone na drodze analizy numerycznej, w wyniku minimalizacji błędu δ . Wyniki tej analizy przedstawiono w tabeli (Tab. 1). Pogrupowano je w bloki odpowiadające trzem poziomom naprężenia σ_0 . W każdym bloku wyodrębniono trzy grupy wartości parametrów E , E' i n , przyporządkowane zastosowanym w obliczeniach miarom odkształcenia Cauchy'ego ε_c , Hencky'ego ε_h i Lagrange'a ε_L (w wierszach).

Z analizy otrzymanych wyników (Tab. 1), niezależnie od definiowania błędu (wzory 5 i 6), parametry E , E' i n przyjmują zbliżone wartości.

Błąd względny δ_2 jest zawsze większy od błędu bezwzględnego δ_1 , ponieważ różnice wartości odkształceń teoretycznych i pomierzonych (wzór 5) są dzielone przez wartości odkształceń pomierzonych (wzór 6), które są dodatnie i mniejsze od 1. Z tego względu, do analiz porównawczych zamieszczonych w tabeli (Tab. 1) przyjęto jedynie miarę błędu bezwzględnego δ_1 .

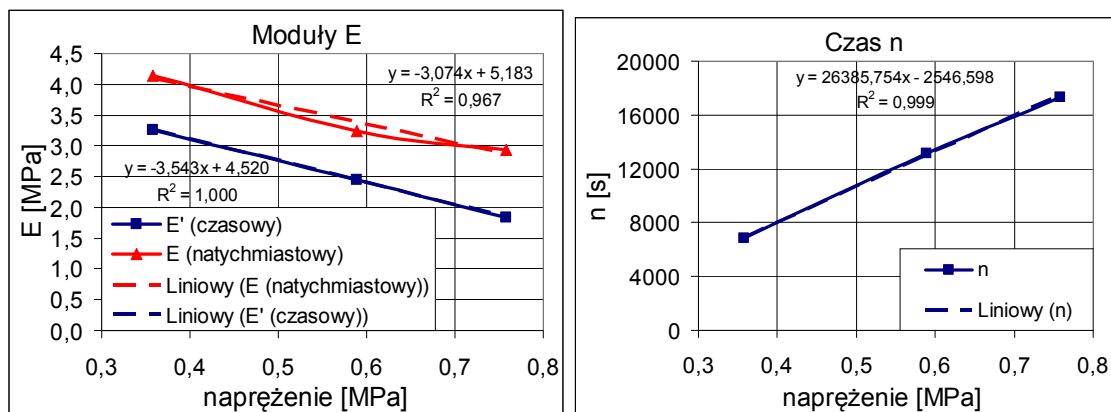
Tabela 1. Parametry modelu standardowego w zależności od definicji miary odkształcenia.

$\sigma_0 =$	0,3575	0,5893	0,7579	[MPa]	odkształt.
E' (czasowy)	3,08	2,16	1,47	[MPa]	ε_c
E (natychmiastowy)	3,97	2,97	2,56	[MPa]	
n	6560	12560	17220	[s]	
błąd δ_I	33,541	137,32	1092,8	[10 ⁻⁶]	
E' (czasowy)	3,25	2,44	1,83	[MPa]	ε_h
E (natychmiastowy)	4,14	3,24	2,93	[MPa]	
n	6820	13160	17360	[s]	
błąd δ_I	27,61	94,435	625,72	[10 ⁻⁶]	
E' (czasowy)	2,91	1,90	1,16	[MPa]	ε_L
E (natychmiastowy)	3,80	2,70	2,23	[MPa]	
n	6560	12440	16920	[s]	
błąd δ_I	40,47	200,25	1899,4	[10 ⁻⁶]	

Porównanie wpływu zastosowanych miar odkształceń na wyniki obliczeń błędu pokazało, że błędy zdefiniowane w przypadku zastosowania miary odkształceń Hencky'ego miały najmniejsze wartości w każdej przeanalizowanej sytuacji niż w przypadku zastosowania miary odkształceń Cauchy'ego albo Lagrange'a. Porównanie to wskazuje, że zastosowanie logarytmicznej miary odkształceń przekłada się na większą dokładność dopasowania parametrów zaproponowanego reologicznego modelu standardowego do wyników uzyskanych z eksperymentu.

Wyniki zaprezentowane w tabeli (Tab. 1) wskazują na dobrą zgodność zaproponowanego modelu reologicznego z wynikami przeprowadzonych badań. Najbardziej dokładne dopasowanie modelu standardowego do danych eksperymentalnych uzyskano dla logarytmicznej miary odkształceń Hencky'ego ε_h oraz przy minimalizowaniu błędu bezwzględnego δ_I .

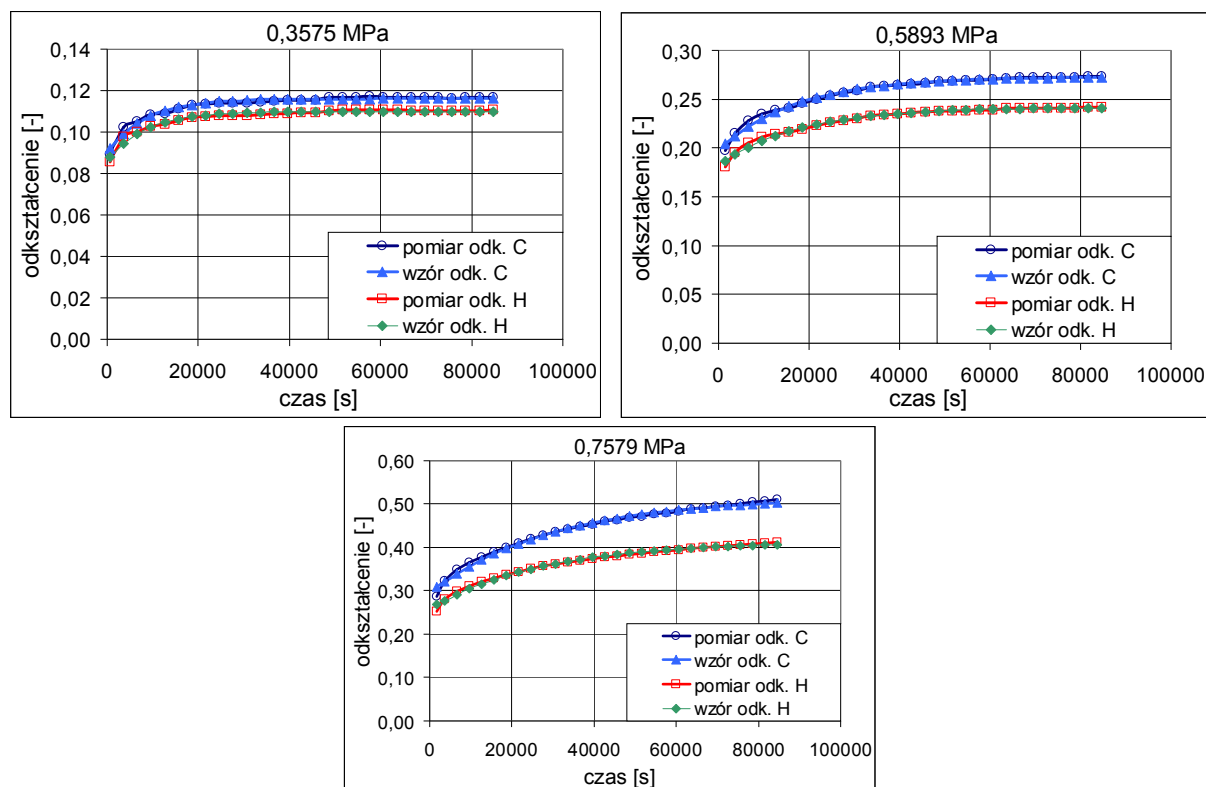
Najlepiej zidentyfikowane parametry modelu reologicznego polimeru PM dla trzech poziomów naprężenia σ_0 przedstawiono w tabeli (Tab. 1) – blok drugi (dla ε_h). Wyznaczone wartości parametrów E , E' i n zależą od poziomu naprężenia, więc nie można ich uznać za stałe materiałowe. Zmianę ich wartości w zależności od poziomu naprężenia σ_0 przedstawiono graficznie (Rys. 4).

Rys. 4. Zależności wartości parametrów modelu standardowego E , E' i n od poziomu naprężenia σ_0

Stosując miarę odkształceń Hencky'ego uzyskano prawie liniową zależność wyznaczonych parametrów od wielkości naprężenia σ_0 , co potwierdza funkcja regresji

liniowej (Rys. 4). Od charakteru liniowego nieznacznie odbiega moduł E (natychmiastowy), który zależny jest od prędkości osiągnięcia naprężenia σ_0 . W badanym przypadku zastosowano prędkość dojazdu 0,5 mm/min, która z grubsza odpowiada obciążeniu quasi-statycznemu konstrukcji, stąd pewne zachowania reologiczne w fazie obciążenia wstępnego miały miejsce.

Prawdopodobnie w przypadku zastosowania jeszcze mniejszej prędkości we wstępnej fazie obciążenia, jak to ma miejsce w przypadku obciążeń bardzo wolno narastających, moduł natychmiastowy będzie mniejszy (zwłaszcza przy większych naprężeniach – zjawisko obserwowane w badaniach), co spowoduje zmianę charakterystyki modułu E na bliższą liniowej.



Rys. 5. Zmiana odkształceń w czasie dla różnych σ_0 – porównanie wartości z pomiaru i z obliczeń teoretycznych (wzór 5 z przyjętymi parametrami E , E' i n z Tablicy 1 dla δ_I), określonych dla miary Cauchy'ego i Hencky'ego.

Wielkości odkształceń zmiennych w czasie dla różnych poziomów σ_0 , w przypadku zastosowania miary Cauchy'ego i Hencky'ego, przedstawiono na wykresie Rys. 5 – w celu ich porównania pokazano pełny zakres odkształceń na osi pionowej. Porównanie pokazuje, że różnice pomiędzy wielkościami odkształceń $\varepsilon(t)$ opisane różnymi miarami deformacji różnią się od siebie znacząco. Zastosowanie miary Cauchy'ego przy dużych deformacjach złączy prowadzi do uzyskania błędnych wartości odkształceń (zawyżenia ich wielkości) w trakcie pełzania polimeru PM. Różnice te są tym większe, im większa jest różnica w naprężeniach σ_0 , a tym samym w początkowej wielkości odkształcenia ε_0 (Rys. 1). Dla wartości odkształceń początkowych ε_0 bliskich zeru obie miary dają porównywalne wyniki (wzór 10). Ponadto, krzywe zaprezentowane na Rys. 5 wskazują na dobrą zgodność zaproponowanego modelu reologicznego z wynikami przeprowadzonych badań.

6 WNIOSKI

Dla stałych poziomów naprężenia σ_0 , zaproponowany model standardowy z dopasowanymi parametrami daje dobrą zgodność wyników otrzymanych na drodze teoretycznej z uzyskanymi w trakcie pomiarów. Jak widać na wykresach zmiany odkształceń w czasie dla różnych naprężeń σ_0 (Rys. 4), zależność wszystkich trzech parametrów (E , E' i n) od poziomu naprężenia σ_0 jest praktycznie liniowa. Zależność ta umożliwia wyznaczenia wartości wymienionych wcześniej parametrów (dla badanego polimeru PM) przy innych poziomach naprężeń σ_0 , dzięki możliwości wykorzystania interpolacji liniowej (opisanej oddzielnie dla każdego parametru funkcjami przedstawionymi na Rys. 4). Nieliniowość parametrów E , E' i n w dziedzinie naprężenia jest obserwowana przy zastosowaniu miary Cauchy'ego i Lagrange'a natomiast zastosowanie miary Hencky'ego prowadzi do ich linearyzacji, co przekłada się na nieskomplikowane wykorzystanie ich w praktyce inżynierskiej.

PIŚMIENNICTWO

- [1] Kwiecień A., Zajac B.: Praca polimerowego złącza podatnego na przykładzie polowych badań niszczących budynek. *Czasopismo Techniczne, Budownictwo 2-B/2009, Zeszyt 9, ROK 106, s. 205-216.*
- [2] Kwiecień A., Gruszczyński M., Zajac B.: Tests of flexible polymer joints repairing of concrete pavements and of polymer modified concretes influenced by high deformations. *Key Engineering Materials Vol. 466 (2011), Trans Tech Publications 2011, s. 225-239.*
- [3] Ciesielski R., Kwiecień A., Pęcherski R., Zajac B.: Zastosowanie podatnych złączy w konstrukcjach pracujących w nowym ustalonym stanie równowagi statycznej. *L Konferencja Naukowa KILW PAN, Krynica 2004.*
- [4] PN-EN ISO 527-1: 1998 Tworzywa sztuczne - Oznaczanie właściwości mechanicznych przy statycznym rozciąganiu - Zasady ogólne.
- [5] Bodnar A., Chrzanowski M., Latus P.: *Reologia konstrukcji prętowych.* Wydawnictwo PK, Kraków, 2006.

PODZIĘKOWANIE

Niniejsza praca finansowana jest w ramach Projektu Badawczego Nr N N506 071438.

RHEOLOGICAL MODEL PARAMETERS OF POLYMER IN TENSION INFLUENCED BY DEFORMATION MEASURE

Summary

In the paper, a standard rheological creep model of a polymer to be used in flexible joints was applied. Its parameters were designed on the basis of uniaxial tension tests for three levels of initial stress. The obtained parameters allowed finding creep functions which were well adjusted to experimental results. The parameters were found for the Cauchy and Hencky deformation measures and differences between them were discussed.

Roman LEWANDOWSKI¹
Aleksandra BARTKOWIAK²
Politechnika Poznańska

WYZNACZANIE CHARAKTERYSTYK DYNAMICZNYCH RAM Z LEPKOSPŘŻYSTYMI TŁUMIKAMI DRGAŃ

STRESZCZENIE

W pracy omawia się metodę wyznaczania charakterystyk dynamicznych ram z wbudowanymi lepkospřżystymi tłumikami drgań. Dynamiczne zachowanie tłumików modeluje się za pomocą uogólnionego modelu reologicznego typu Kelvina. Wyznaczenie charakterystyk dynamicznych wymaga rozwiązania liniowego problemu własnego i wyrażenia równań ruchu za pomocą zmiennych stanu. Ponadto omawia się wyniki przykładowych obliczeń.

Słowa kluczowe: dynamika ram, tłumiki drgań, model tłumika, charakterystyki dynamiczne

1 WSTĘP

Lepkosprężyste tłumiki drgań są często stosowanym i skutecznym sposobem redukcji drgań konstrukcji poddanych działaniu sił wywołanych działaniem wiatru lub sił wywołanych wstrząsami sejsmicznymi [1]. Są one wykonane z kopolimerów lub substancji szklistych. Właściwości tych materiałów mierzone za pomocą modułu sprężystości dynamicznej (the storage modulus) i modułu tłumienia (the loss modulus) zależą od temperatury i częstości wymuszenia [1]. Komplikuje to w istotny sposób opis dynamicznego zachowania tego typu tłumików. Do opisu dynamicznego zachowania omawianych tłumików używa się różnego rodzaju modeli reologicznych. Najczęściej stosowane są proste modele Kelvina lub Maxwella [2, 3]. Modele te nie pozwalają dokładnie opisać zależności obu wspomnianych powyżej modułów od częstości wymuszenia. Wobec tego należy do opisu tłumików lekko sprężystych stosować modele bardziej złożone np. uogólnione modele reologiczne opisane w pracy [4], albo tzw. modele reologiczne z pochodnymi ułamkowymi [5].

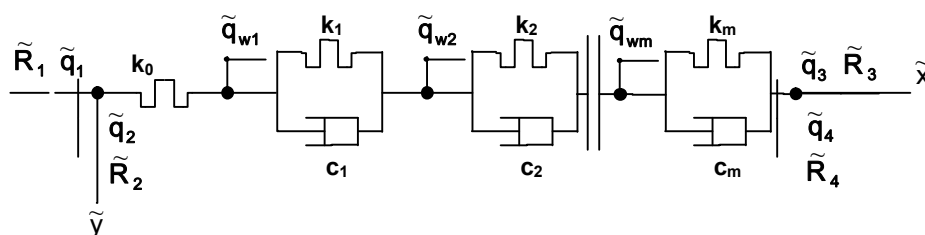
W pracy stosuje się uogólniony model reologiczny typu Kelvina do opisu dynamicznego zachowania tłumików lepkospřżystych. Celem pracy jest omówienie sposobu wyznaczania charakterystyk dynamicznych konstrukcji ramowych z wbudowanymi lepkospřżystymi tłumikami drgań. Pod pojęciem charakterystyki dynamiczne rozumie się częstości i postacie drgań własnych oraz bezwymiarowe współczynniki tłumienia modalnego.

¹ roman.lewandowski@put.poznan.pl
² aleksandra.a.bartkowiak@gmail.com

Równania ruchu układu konstrukcja-tłumiki zapisano korzystając z metody elementów skończonych oraz ze zmiennych stanu. Omówiono również wyniki przykładowych obliczeń.

2 MODEL TŁUMIKA LEPKOSPREŻYSTEGO

W pracy wykorzystuje się uogólniony model reologiczny typu Kelvina. Schemat modelu składa się z odpowiednio połączonych sprężyn i tłumików (rys. 1). W omawianym modelu oprócz przemieszczeń węzłów skrajnych ($\tilde{\mathbf{q}}_z(t) = \text{col}(\tilde{q}_1(t), \tilde{q}_2(t), \tilde{q}_3(t), \tilde{q}_4(t))$) wyróżnia się także przemieszczenia węzłów wewnętrznych ($\tilde{\mathbf{q}}_w(t) = \text{col}(\tilde{q}_{w,1}(t), \dots, \tilde{q}_{w,m}(t))$). Przemieszczenia węzłów wewnętrznych nazywane będą dalej zmiennymi wewnętrznymi modelu.



Rys. 1 Schemat uogólnionego modelu typu Kelvina

Omawiany model traktuje się jako superelement skończony złożony z odpowiedniej liczby elementów typu sprężyna i typu tłumik. Równanie superelementu zapisane w lokalnym układzie współrzędnych ma postać (porównaj rys. 1):

$$\tilde{\mathbf{R}}_d(t) = \tilde{\mathbf{K}}_d \tilde{\mathbf{q}}_d(t) + \tilde{\mathbf{C}}_d \dot{\tilde{\mathbf{q}}}_d(t), \quad (1)$$

gdzie $\tilde{\mathbf{R}}_d(t) = \text{col}(\tilde{\mathbf{R}}_z(t), \mathbf{0})$, $\tilde{\mathbf{R}}_z(t) = \text{col}(\tilde{R}_1(t), \tilde{R}_2(t), \tilde{R}_3(t), \tilde{R}_4(t))$, $\tilde{\mathbf{R}}_d(t) = \text{col}(\tilde{\mathbf{R}}_z(t), \mathbf{0})$, jest wektorem reakcji węzłowych, a $\tilde{\mathbf{q}}_d(t) = \text{col}(\tilde{\mathbf{q}}_z(t), \tilde{\mathbf{q}}_w(t))$ wektorem przemieszczeń węzłowych. Symbolami $\tilde{\mathbf{K}}_d$ i $\tilde{\mathbf{C}}_d$ oznaczono macierze sztywności i tłumienia tłumika.

Przemieszczenia węzłów skrajnych modelu transformuje się do układu globalnego w zwykły sposób, a przemieszczenia węzłów wewnętrznych nie transformuje się do układu globalnego. Macierz transformacji superelementu ma postać:

$$\mathbf{T}_d = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{T}}_d & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

gdzie $\tilde{\mathbf{T}}_d = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{T}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{T}} \end{bmatrix}$, $\tilde{\mathbf{T}} = \begin{bmatrix} c & s \\ -s & c \end{bmatrix}$, $c = \cos \alpha$, $s = \sin \alpha$, α jest kątem między układem

globalnym a lokalnym. Ponadto \mathbf{I} jest macierzą jednostkową o wymiarze $(m \times m)$.

Równanie superelementu zapisane w układzie globalnym ma postać:

$$\mathbf{R}_d(t) = \mathbf{K}_d \mathbf{q}_d(t) + \mathbf{C}_d \dot{\mathbf{q}}_d(t), \quad (3)$$

gdzie $\mathbf{R}_d(t) = \text{col}(\mathbf{R}_z(t), \mathbf{0}) = \mathbf{T}_d^T \tilde{\mathbf{R}}_d \mathbf{T}_d$, $\mathbf{R}_z(t) = \text{col}(R_1(t), R_2(t), R_3(t), R_4(t))$, jest wektorem reakcji węzłowych, a $\mathbf{q}_d(t) = \text{col}(\mathbf{q}_z(t), \mathbf{q}_w(t) = \tilde{\mathbf{q}}_w(t))$, $\mathbf{q}_z(t) = \text{col}(q_1(t), q_2(t), q_3(t), q_4(t))$ jest wektorem przemieszczeń węzłowych modelu tłumika zapisanym w układzie globalnym.

Jawne postaci macierzy \mathbf{K}_d i \mathbf{C}_d są następujące:

$$\mathbf{K}_d = \mathbf{T}_d^T \tilde{\mathbf{K}}_d \mathbf{T}_d = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{zz} & \mathbf{K}_{zw} \\ \mathbf{K}_{wz} & \mathbf{K}_{ww} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_d = \mathbf{T}_d^T \tilde{\mathbf{C}}_d \mathbf{T}_d = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{zz} & \mathbf{C}_{zw} \\ \mathbf{C}_{wz} & \mathbf{C}_{ww} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$\mathbf{K}_{zz} = \begin{bmatrix} c^2 k_0 & csk_0 & 0 & 0 \\ csk_0 & s^2 k_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c^2 k_m & csk_m \\ 0 & 0 & csk_m & s^2 k_m \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_{zz} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c^2 c_m & csc_m \\ 0 & 0 & csc_m & csc_m \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$\mathbf{K}_{zw} = \mathbf{K}_{wz}^T = \begin{bmatrix} -ck_0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ -sk_0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & -ck_m \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & -sk_m \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_{zw} = \mathbf{C}_{wz}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & -cc_m \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & -sc_m \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$\mathbf{K}_{ww} = \begin{bmatrix} k_0 + k_1 & -k_1 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & -k_{i-1} & k_{i-1} + k_i & -k_i & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & -k_{m-1} & k_{m-1} + k_m & \dots & \dots \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$\tilde{\mathbf{C}}_{ww} = \begin{bmatrix} c_1 & -c_1 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -c_1 & c_1 + c_2 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & -c_{i-1} & c_{i-1} + c_i & -c_i & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & -c_{m-1} & c_{m-1} + c_m & \dots & \dots \end{bmatrix}. \quad (8)$$

3 CHARAKTERYSTYKI DYNAMICZNE RAMY Z TŁUMIKAMI DRGAŃ

3.1 Równania ruchu ramy z tłumikami drgań

Użyto metody elementów skończonych do zapisania równań ruchu ramy z tłumikami drgań. Zastosowano typowy dwuwęzłowy prętowy element skończony do opisu konstrukcji. Macierze mas i sztywności omawianego elementu skończonego są powszechnie znane. Stosując typowy algorytm metody elementów skończonych można równania ruchu ramy z tłumikami drgań zapisać w następującej postaci:

$$\mathbf{M}_{ss} \ddot{\mathbf{q}}_s(t) + \mathbf{C}_{ss} \dot{\mathbf{q}}_s(t) + \mathbf{C}_{sd} \dot{\mathbf{q}}_d(t) + \mathbf{K}_{ss} \mathbf{q}_s(t) + \mathbf{K}_{sd} \mathbf{q}_d(t) = \mathbf{p}_s(t),$$

$$\mathbf{C}_{ds} \dot{\mathbf{q}}_s(t) + \mathbf{C}_{dd} \dot{\mathbf{q}}_d(t) + \mathbf{K}_{ds} \mathbf{q}_s(t) + \mathbf{K}_{dd} \mathbf{q}_d(t) = \mathbf{0}, \quad (9)$$

gdzie symbolami \mathbf{M}_{ss} , \mathbf{C}_{ss} , $\mathbf{C}_{sd} = \mathbf{C}_{ds}^T$, \mathbf{C}_{dd} , \mathbf{K}_{ss} , $\mathbf{K}_{sd} = \mathbf{K}_{ds}^T$ oraz \mathbf{K}_{dd} oznaczono globalne macierze mas, tłumienia układu (tzn. ramy z tłumikami drgań). Wymiary macierzy \mathbf{M}_{ss} , $\mathbf{C}_{ss} = \mathbf{C}_{ss}^{(s)} + \mathbf{C}_{ss}^{(d)}$ and $\mathbf{K}_{ss} = \mathbf{K}_{ss}^{(s)} + \mathbf{K}_{ss}^{(d)}$ są równe $(n \times n)$ (n jest liczbą parametrów węzłowych ramy). Macierze $\mathbf{K}_{ss}^{(s)}$, $\mathbf{C}_{ss}^{(s)}$ oraz \mathbf{M}_{ss} opisują właściwości sprężyste, tłumiące oraz inercyjne konstrukcji bez tłumików. Macierze $\mathbf{C}_{ss}^{(d)}$, $\mathbf{K}_{ss}^{(d)}$ oraz $n \times r$ wymiarowe macierze $\mathbf{C}_{sd} = \mathbf{C}_{ds}^T$, $\mathbf{K}_{sd} = \mathbf{K}_{ds}^T$ opisują efekty sprzężenia tłumików z konstrukcją. Ponadto $r \times r$ wymiarowe macierze \mathbf{C}_{dd} i \mathbf{K}_{dd} opisują właściwości tłumiące i sprężyste tłumików. Wektory $\mathbf{q}_s(t)$, $\mathbf{q}_d(t)$ oraz $\mathbf{p}_s(t)$ to odpowiednio globalne wektory przemieszczeń ramy, zmiennych wewnętrznych oraz sił wymuszających. Ponadto $\mathbf{C}_{ss}^{(s)} = \alpha \mathbf{M}_{ss} + \kappa \mathbf{K}_{ss}^{(s)}$, gdzie α i κ to współczynniki proporcjonalności.

Równania ruchu można także zapisać stosując tzw. zmienne stanu. Wektor zmiennych stanu $\mathbf{x}(t)$ definiuje się następująco: $\mathbf{x}(t) = \text{col}(\mathbf{q}_s(t), \dot{\mathbf{q}}_s(t), \mathbf{q}_d(t))$. Jeżeli do równań (9) dołączymy dodatkowe równanie o postaci:

$$\mathbf{M}_{ss} \dot{\mathbf{q}}_s(t) - \mathbf{M}_{ss} \dot{\mathbf{q}}_s(t) = \mathbf{0} , \quad (10)$$

to układ równań (9) i (10) można zapisać w postaci następującego równania:

$$\mathbf{A} \dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B} \mathbf{x}(t) = \mathbf{s}(t) , \quad (11)$$

gdzie

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{ss} & \mathbf{M}_{ss} & \mathbf{C}_{sd} \\ \mathbf{M}_{ss} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_{ds} & \mathbf{0} & \mathbf{C}_{dd} \end{bmatrix} , \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{ss} & \mathbf{0} & \mathbf{K}_{sd} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{M}_{ss} & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{ds} & \mathbf{0} & \mathbf{K}_{dd} \end{bmatrix} , \quad \mathbf{s}(t) = \begin{Bmatrix} \mathbf{p}(t) \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} . \quad (12)$$

W przypadku drgań swobodnych $\mathbf{s}(t) = \mathbf{0}$ i rozwiązanie równania (11) ma postać:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{a} \exp(st) . \quad (13)$$

Po podstawieniu (13) do równania (11) otrzymuje się problem własny o postaci:

$$(s\mathbf{A} + \mathbf{B}) \mathbf{a} = \mathbf{0} . \quad (14)$$

Rozwiązaniem problemu własnego (14) jest zbiór $2n + r$ wartości własnych s_i i wektorów własnych \mathbf{a}_i . Jeżeli wszystkie postacie drgań ramy są podkrytycznie tłumione to $2n$ wartości własnych (wektorów własnych) są liczbami (wektorami) zespolonymi, parami sprzężonymi, a pozostałe r wartości własnych (wektorów własnych) to liczby (wektory) rzeczywiste.

Na podstawie wartości własnych s_i częstości drgań ω_i i bezwymiarowe współczynniki tłumienia modalnego γ_i oblicza się z następujących wzorów:

$$\omega_i^2 = \mu_i^2 + \eta_i^2 , \quad \gamma_i = -\mu_i / \omega_i , \quad (15)$$

gdzie $\mu_i = \text{Re}(s_i)$, $\eta_i = \text{Im}(s_i)$.

4 WYNIKI PRZYKŁADOWYCH OBLICZEŃ

Wykonano przykładowe obliczenia trzyprzęsłowej ośmiokondygnacyjnej ramy z wbudowanymi tłumikami drgań. Słupy mają wysokość 3.0 m, rozpiętość przęseł jest równa 5.0 m. Rama wykonana jest z żelbetu; moduł Younga betonu wynosi 31.0 GPa . Wymiary przekroi poprzecznych elementów ramy podano w tablicy 1, a masy jednostkowe elementów ramy w tablicy 2. W tablicy 3 zestawiono częstości drgań ramy bez tłumików. Wykonując obliczenia pominięto odkształcenia osiowe elementów ramy oraz tłumienie konstrukcji.

Tłumiki umieszczono na każdej kondygnacji w środkowym przęśle ramy. W obliczeniach wykorzystano siedmioparametrowy model Kelvina.

Tablica 1: Wymiary przekroi poprzecznych elementów ramy

Nr kondygnacji	Słupy zewnętrzne [cm]	Słupy wewnętrzne [cm]	Belki [cm]
7, 8	35×35	40×40	30×40
5, 6	40×40	45×45	30×45
3, 4	45×45	53×53	30×50
1, 2	50×50	60×60	30×50

Tablica 2: Masy jednostkowe elementów ramy

Nr kondygnacji	Masa słupów zewnętrznych [kg/m]	Masa słupów wewnętrznych [kg/m]	Masa belek [kg/m]
7, 8	306,2	400,0	15000,0
5, 6	400,0	506,2	15000,0
3, 4	506,2	702,2	15000,0
1, 2	625,0	900,0	15000,0

Tablica 3: Częstości drgań własnych ramy bez tłumików

Częstości drgań własnych [rad/s]			
3,1311	8,6582	15,4268	23,7804
31,2647	40,1148	42,1251	51,1550
52,3598	57,6067	65,6532	69,9862

Parametry uogólnionego modelu Kelvina opisującego tłumik lepkosprężysty podano w tablicy 4. Tłumiki są przymocowane do konstrukcji budynku za pomocą zastrzałów w kształcie odwróconej litery V. Sztywności przekroju poprzecznego zastrzału wynoszą: $EA = 1.60105 \times 10^9$ N i $EJ = 1.1685 \times 10^7$ Nm².

Tablica 4: Parametry uogólnionego modelu Kelvina

Współczynniki sztywności [MN / m]		Współczynniki tłumienia [MNs / m]	
k_0	57,650		–
k_1	18,350	c_1	2,729
k_2	6,160	c_2	6,190
k_3	0,5545	c_3	8,675

Wyniki obliczeń przedstawiono w tablicach 5 – 7. Z rozwiązania problemu własnego (14) otrzymuje się rzeczywiste i zespolone, parami sprzężone wartości własne. W tablicy 5 zestawiono trzy pierwsze zespolone wartości własne, a w tablicy 6 wszystkie rzeczywiste wartości własne. Symbol i oznacza jednostkę urojoną. Rzeczywiste wartości własne są liczbami ujemnymi. Łatwo można zauważyć, że dzielą się na 3 grupy po 8 elementów w każdej grupie. Liczba grup wynika stąd, że w modelu tłumika mamy 3 tłumiki, a liczba elementów w grupie jest równa liczbie tłumików umieszczonych na konstrukcji. Wartości własne zaliczone do jednej grupy są tego samego rzędu co wartości własne problemu własnego otrzymywanego dla pojedynczego tłumika analizowanego jako oddzielny układ dynamiczny. Omawiany problem własny opisujący zachowanie siedmioparametrowego modelu Kelvina ma postać:

$$\left(\begin{bmatrix} k_0 + k_1 & -k_1 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2 + k_3 \end{bmatrix} + s \begin{bmatrix} c_1 & -c_1 & 0 \\ -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 \\ 0 & -c_2 & c_2 + c_3 \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (16)$$

Po podstawieniu danych otrzymuje się następujące wartości własne: $s_1 = -0.3975 s^{-1}$, $s_2 = -3.0518 s^{-1}$ oraz $s_3 = -41.418 s^{-1}$ jako rozwiązanie problemu (16). Z powyższego wynika, że rzeczywiste wartości własne reprezentują właściwości dynamiczne tłumików drgań. Inną przyczyną pojawienia się rzeczywistych wartości własnych może być nadkrytyczne tłumienie niektórych, wyższych postaci drgań własnych konstrukcji z tłumikami drgań.

Tablica 5 Kilka pierwszych, zespolonych wartości własnych – rama z tłumikami drgań

Zespolone wartości własne ramy z tłumikami drgań		
$-0,18461 \pm i 3,30499$	$-0,99448 \pm i 9,39577$	$-2,09561 \pm i 16,8189$

Pierwsze trzy częstotliwości drgań własnych i pierwsze trzy bezwymiarowe współczynniki tłumienia ramy z tłumikami drgań zestawiono w tablicy 7. Widać, że wprowadzenie do

układu tłumików drgań w pewnym stopniu zmieniło częstotliwości drgań własnych. Maksymalna zmiana częstotliwości drgań wynosi 9,9%. Wprowadzenie tłumików drgań w istotny sposób zmienia możliwości tłumienia drgań. Bezwymiarowe współczynniki tłumienia trzech pierwszych postaci drgań osiągnęły duże wartości.

Tablica 6 Rzeczywiste wartości własne [1/s] – rama z tłumikami drgań

1 grupa		2 grupa		3 grupa	
-0,377771	-0,389423	-2,72596	-2,90147	-27,3841	-31,9943
-0,382183	-0,391331	-2,80627	-2,93738	-28,5853	-33,8003
-0,383780	-0,392254	-2,84271	-2,95781	-29,2224	-35,3870
-0,386515	-0,395517	-2,85854	-3,01417	-30,4773	-36,0392

Tablica 7 Częstotliwości drgań własnych i bezwymiarowe współczynniki tłumienia modalnego – rama z tłumikami drgań

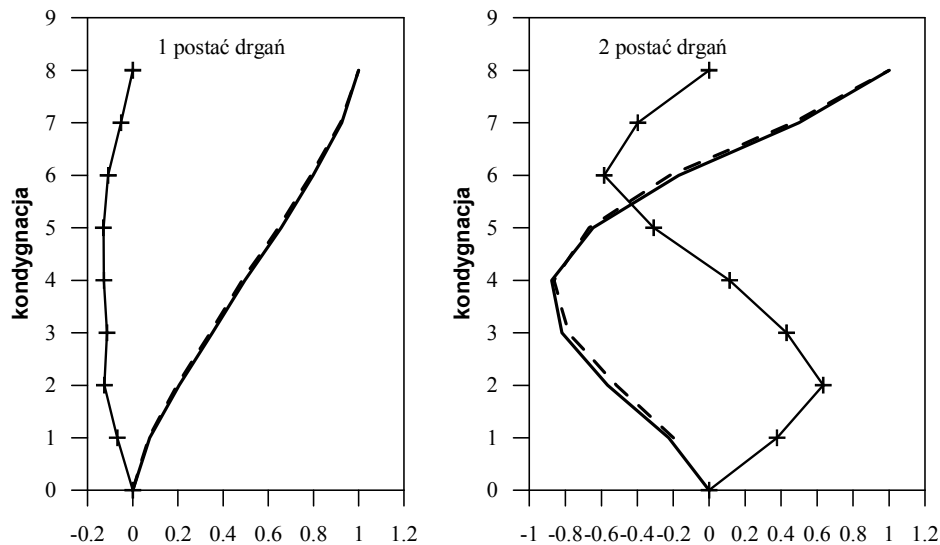
Częstotliwości drgań własnych [rad/s]		Bezwymiarowe współczynniki tłumienia	
ω_1	3,31014	γ_1	0,0557702
ω_2	9,44825	γ_2	0,105256
ω_3	16,9490	γ_3	0,123642

Na rysunku 2 porównano 2 pierwsze postaci drgań własnych rami bez tłumików drgań z wektorami własnymi otrzymanymi z rozwiązania problemu własnego (14). Omawiane postaci drgań własnych i wektory własne zostały unormowane w ten sposób, że wartości odpowiadające przemieszczeniom poziomym najwyższej kondygnacji są równe 1,0. Zwraca się uwagę na fakt, że wymiar wektora własnego wynosi $2n + r$, gdzie n jest liczbą stopni dynamicznej swobody rami, a r liczbą zmiennych wewnętrznych wszystkich tłumików. Wektor własny \mathbf{a} ma również wymiar $2n + r$. Porównując ten wektor z wektorem postaci drgań własnych używano tylko n pierwszych elementów wektora własnego \mathbf{a} . Na omawianym rysunku linia przerywaną zaznaczono postaci drgań własnych rami bez tłumików, część rzeczywistą wektora \mathbf{a} zaznaczono linią ciągłą, a część urojoną wektora \mathbf{a} linią ciągłą z krzyżykami. Ponadto rzędne części urojonej zostały zwiększone dziesięciokrotnie po to, aby pokazać tę część bardziej szczegółowo. Widać, że część rzeczywista wektora własnego \mathbf{a} jest bardzo podobna do postaci drgań własnych nietłumionych.

5 UWAGI KOŃCOWE

W pracy omawia się metodę wyznaczania charakterystyk dynamicznych ram z wbudowanymi tłumikami lepkosprężystymi. Modelem obliczeniowym tłumika jest siedmioparametrowy model reologiczny typu Kelvina. Równania ruchu rozważanego układu zapisano przy użyciu zmiennych stanu. Częstotliwości drgań własnych rami z tłumikami drgań oraz bezwymiarowe współczynniki tłumienia wyznaczono rozwiązując liniowy problem

własny. Przedstawiono wyniki przykładowych obliczeń i porównano charakterystyki dynamiczne ramy z i bez tłumików.



Rysunek 2 Porównanie postaci drgań własnych nietłumionych ramy bez tłumików (linia przerywana) z częścią rzeczywistą wektora własnego \mathbf{a} (linia ciągła) i częścią urojoną wektora \mathbf{a} (linia ciągła z krzyżykami). Rzędne części urojonej wektora \mathbf{a} pomnożono przez 10.

PIŚMIENNICTWO

- [1] Christopoulos C., Filiatrault A.: *Principles of passive supplemental damping and seismic isolation*, Pavia, Italy, IUSS Press, 2006.
- [2] Hatada T., Kobori T., Ishida M.A., Niwa N.: Dynamic analysis of structures with Maxwell model, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics Earthquake*, 2000, **29**, s.159-176.
- [3] Singh M.P., Verma N.P., Moreschi L.M.: Seismic analysis and design with Maxwell dampers, *Journal of Engineering Mechanics*, 2003, **129**, s.273-282.
- [4] Chang T.S., Singh M.P., Mechanical model parameters for viscoelastic dampers. *Journal of Engineering Mechanics*, 2009; **135**, s.581–584.
- [5] Makris N, Constantinou M.C., Fractional-derivative Maxwell model for viscous dampers. *Journal of Structural Engineering* 1991, **117**, s.2708–2724.

DETERMINATION OF DYNAMIC CHARACTERISTICS OF FRAMES WITH VISCOELASTIC DAMPERS

Summary

The paper presents an analysis of frame structures with viscoelastic dampers mounted on them. The aim of the paper is to determine the dynamic characteristics of frame structures with dampers when the dampers are modeled by means of generalized Kelvin model. A relatively large structure with VE dampers is investigated in order to make the results of calculation more representative. The finite element method is used to derive the equations of motion of the structure with dampers and such equations are written in terms of both physical and state-space variables. The solution to motion equations in the frequency domain is given and the dynamic properties of the structure with VE dampers are determined as a solution to the appropriately defined eigenvalue problem. Several conclusions are formulated on the basis of the results of numerical analysis.

Edward MACIĄG¹
Filip PACHLA²
Tadeusz TATARA³
Politechnika Krakowska,

ANALITYCZNO-DOŚWIADCZALNA ANALIZA ODPOWIEDZI DYNAMICZNEJ BUDYNKU RAMOWO- MUROWEGO NA SKUTEK WYBURZENIA KOMINA

STRESZCZENIE

W referacie omawia się: charakterystykę wyburzanego komina i sposób jego obalania; charakterystykę badanego budynku; charakterystykę pomierzonych drgań budynku i gruntu w sąsiedztwie; cechy dynamiczne badanego budynku; ocenę zachowania się budynku poprzez analizę przestrzennego modelu budynku podlegającego wymuszeniu kinematycznym przyjętym na podstawie pomierzonych drgań fundamentu budynku; porównano obliczone i pomierzone przemieszczenia górnej kondygnacji budynku; porównano obliczone naprężenia z uzyskanymi z pomiarów odkształceń przy użyciu tensometrii elektrooporowej.

Słowa kluczowe: wyburzanie konstrukcji, prędkość drgań, amplitudowe widma drgań, tensometria elektrooporowa

1 WSTĘP

Likwidacja obiektów budowlanych sposobem wybuchowym jest metodą najtańszą, najszybszą i najmniej czasochłonną [1]. Zdaniem specjalistów od robót rozbiórkowych zastosowanie techniki strzelniczej do obalania wysokich obiektów jest możliwe, jeśli stosunek wysokości wyburzanego obiektu do podstawy jest większy niż 3 i nie większy niż 15. Podany warunek, no ogół, spełniają kominy żelbetowe. Wyburzanie wysokich kominów żelbetowych odbywa się przez podcięcie przy użyciu materiałów wybuchowych (MW) [2]. Najpoważniejszym zagrożeniem podczas obalania wysokich obiektów jest zachowanie wyznaczonego kierunku padania oraz drgania wywołane uderzeniem masy obiektu o podłoże. Celem referatu jest ocena zachowania się budynku ramowo-murowego spowodowanego wyburzaniem, z użyciem MW, żelbetowego komina w Hucie Królewskiej. W związku z tym prowadzono pomiary drgań budynku i gruntu w jego sąsiedztwie.

¹ maciag@limba.wil.pk.edu.pl

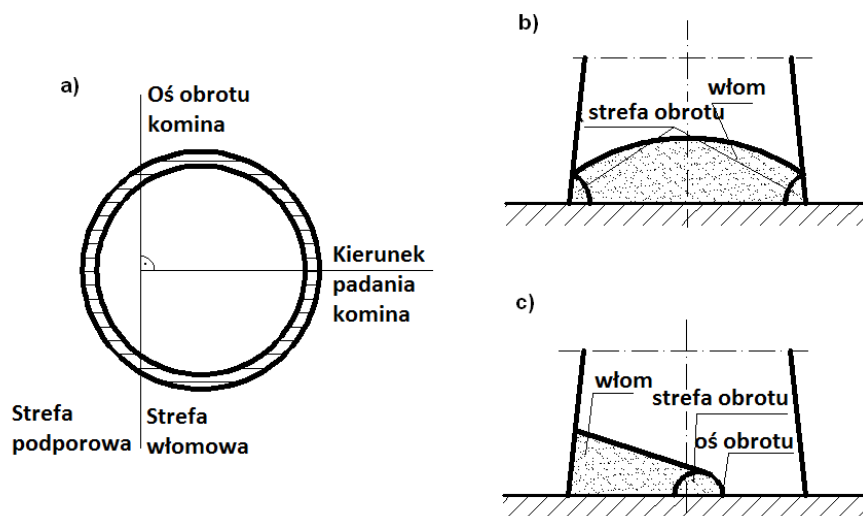
² fpachla@pk.edu.pl

³ ttatara@pk.edu.pl

2 WYBURZANY KOMIN

Wysokość	100 m;	średnica u podstawy	7,1 m
Smukłość	14;	grubość trzonu u dołu	37 cm
Masa	1680 t;	beton	B30
Wysokość położenia środka ciężkości			39,6 m

Obalanie komina polega na wytworzeniu tzw. włomu z pozostawieniem stopy oporowej. Wykonanie włomu obalającego metodą strzałową powoduje usunięcie około 2/3 podstawy komina (rys. 1), ciężar komina zostaje przeniesiony na 1/3 pierwotnej powierzchni przekroju komina. W czasie prac przygotowawczych do obalania komina, na osi obrotu wykonuje się „strefę obrotu” (rys. 1b i c) [3].

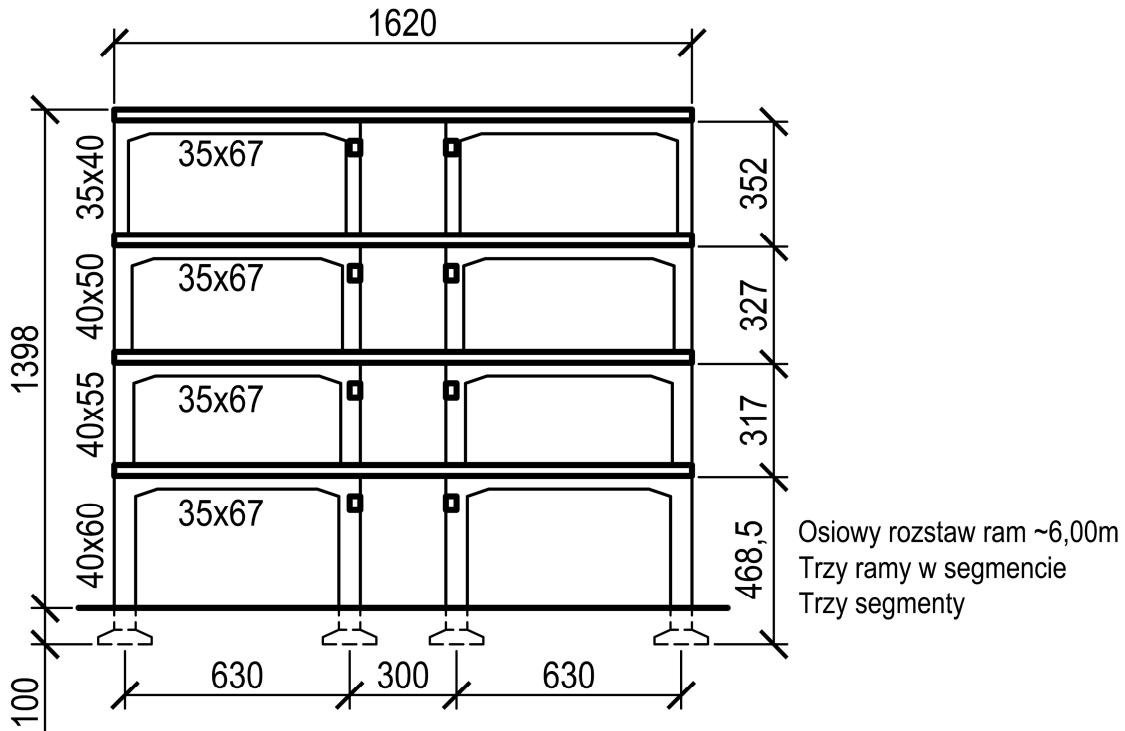


Rys.1. Wyburzanie komina-a) strona podporowa i włomowa, b) i c) kształtowanie włomu i strefy obrotu.

Jest to mechaniczne lub z użyciem MW usunięcie części komina (łącznie ze zbrojeniem) rozmieszczonej symetrycznie po obydwu stronach. Strefę obrotu tworzy się w celu dokładnego wyznaczenia osi obrotu, aby kierunek padania komina został ściśle zachowany. Do wyburzenia komina zastosowano dynamit; całkowity ładunek MW wyniósł 15 kg. Ładunki odpalano zapalnikami milisekundowymi. Względem płaszczyzny padania musi być zachowana symetria rozmieszczenia ładunków i czasów działania zapalników, jak również symetria sił i momentów w poziomie stopy podporowej.

3 BADANY BUDYNEK

W sąsiedztwie wyburzanego komina znajdował się, aktualnie nieużytkowany, budynek socjalny. Odległość tego budynku od komina (miejsca odpalenia MW) wynosiła ok. 128 m, a odległość od linii padania komina i jednocześnie od jego wierzchołka w chwili uderzenia o podłoże – ok. 68 m. Wobec niemożności uzyskania dokumentacji budynku przeprowadzono jego inwentaryzację potrzebną do przyjęcia modelu obiektu i jego analizy teoretycznej. Budynek w rzucie poziomym ma wymiary: 16,20 x 36,00 m i wysokość 14 m. Składa się z 3 oddylatowanych segmentów po 12,0 m każdy. Konstrukcję nośną obiektu stanowią żelbetowe ramy i murowe ściany zewnętrzne i wewnętrzne. Ściany są z muru ceglanego. Budynek ma 4 kondygnacje i jest niepodpiwniczony. Przekrój poprzeczny budynku podany jest na rys 2.



Rys.2.Przekrój poprzeczny budynku socjalnego

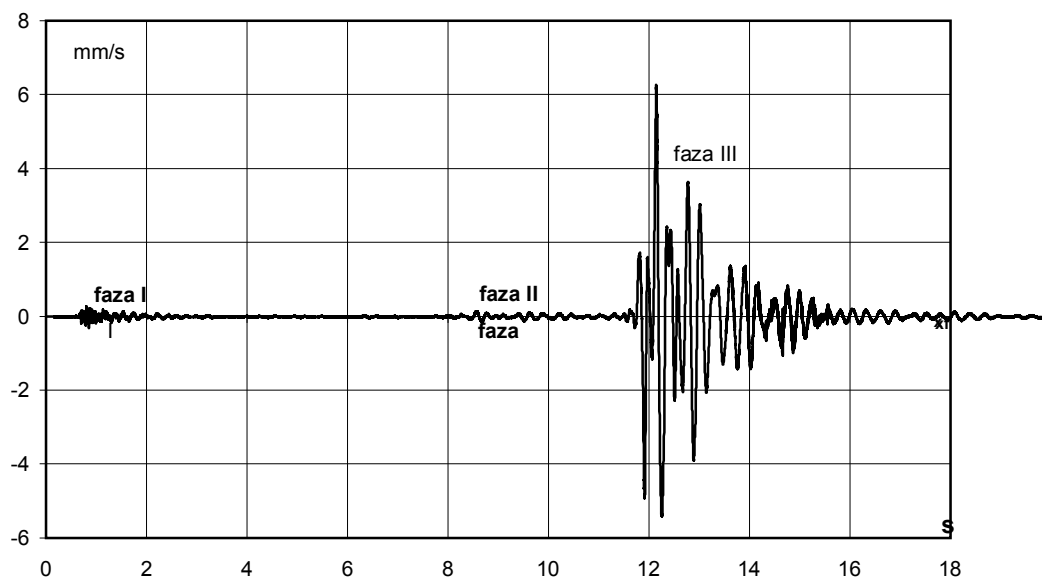
Badaniami objęto środkową ramę skrajnego segmentu budynku, będącego najbliższym źródłem drgań. Pomiary drgań budynku prowadzono:

- w poziomie otaczającego terenu
- w poziomie czwartej, najwyższej kondygnacji.

Na obu poziomach pomiarowych rejestrowano po dwie składowe poziome drgań x i y , w dwu wzajemnie prostopadłych kierunkach a na dole budynku i składową pionową z . Kierunek x odpowiada osi poprzecznej budynku, oś y – osi podłużnej. Ponadto, na gruncie, obok budynku, mierzono trzy składowe drgań. Drgania gruntu mierzono w odległości kilku metrów od budynku, aby uniknąć wpływu drgań budynku na rejestrowane drgania gruntu. Mierzono prędkości drgań. W omawianym budynku, w czasie wyburzania komina, dokonano też pomiarów odkształceń przy użyciu tensometrii elektrooporowej. Do pomiaru wykorzystane zostały tensometry firmy Vishay, model N2A-20CBW-120. Tensometry naklejono powyżej posadzki budynku na żelbetowej środkowej ramie badanego segmentu. Do rejestracji odkształceń wykorzystano mostek tensometryczny ESAM Traveller Plus firmy ESA Masstechnik.

4 CHARAKTERYSTYKA DRGAŃ BUDYNKU I GRUNTU W SĄSIEDZTWIE

Na rys. 3 pokazano, przykładowo, składową poziomą x_f drgań budynku w poziomie otaczającego terenu, traktowaną jako składową drgań fundamentu budynku, z $v_{x_{max}}=6,3\text{mm/s}$, pomierzoną w trakcie wyburzania komina.



Rys.3. Składowa pozioma x_f drgań fundamentu budynku socjalnego

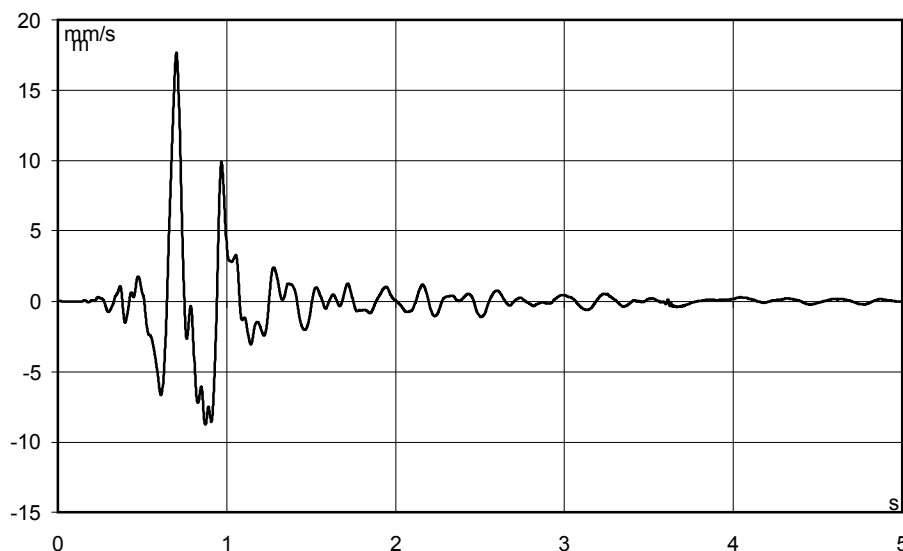
W przebiegu drgań z rys. 3 widać trzy jego fazy:

I – skutek detonacji MW,

II – skutek pionowego obsunięcia komina; w tej fazie przebiegu drgań mogą wystąpić dwa, a nawet więcej tego rodzaju fragmentów drgań, w zależności od procesu obsuwania się obiektu,

III – najintensywniejsza faza drgań wzbudzanych upadkiem (uderzeniem masy) masy obiektu na podłoże.

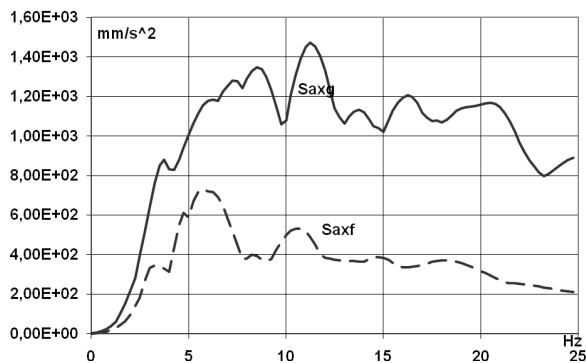
Podobny charakter drgań jak na rys. 3 mają drgania gruntu – por. rys. 4. Na rys. 4 pokazano tylko fazę III przebiegu drgań gruntu x_g – od upadku masy komina.



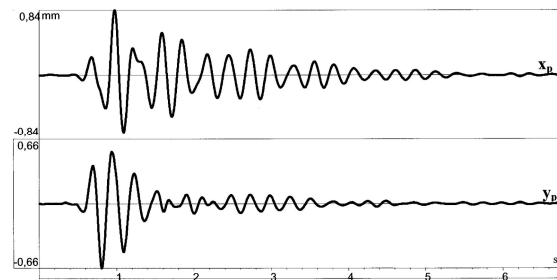
Rys.4. Składowa x_g drgań gruntu obok budynku socjalnego

Drgania fazy I i II, w przypadku wyburzania wysokich żelbetowych kominów, w szczególności w odniesieniu do intensywności drgań fazy III, traktuje się jako pomijalnie małe, nie wymagające oceny ich szkodliwości [4] (poza szczególnymi przypadkami – por. [2]). W przypadku wyburzania innych obiektów niż kominy np. kotłownie w elektrowni,

maksymalne amplitudy drgań fazy I i II, przede wszystkim od obsunięcia obiektu, mogą dochodzić do 50% wartości v_{max} fazy III [5]. Jak wiadomo, przyspieszeniowe spektra odpowiedzi pozwalają na charakterystykę przebiegów drgań, mogą też być stosowane w projektowaniu lub służyć do oceny dynamicznej odporności istniejących obiektów. Na rys. 5 pokazano przyspieszeniowe spektra odpowiedzi wykonane na podstawie drgań gruntu z rys. 4 i fundamentu budynku z rys. 3 (po ich uprzednim zróżniczkowaniu). Z rys. 5 widać jak bardzo różnią się spektra S_{axg} i S_{axf} w całym zakresie rozpatrywanych częstotliwości, jak odmienna byłaby ocena odporności dynamicznej obiektu przeprowadzona na ich podstawie.

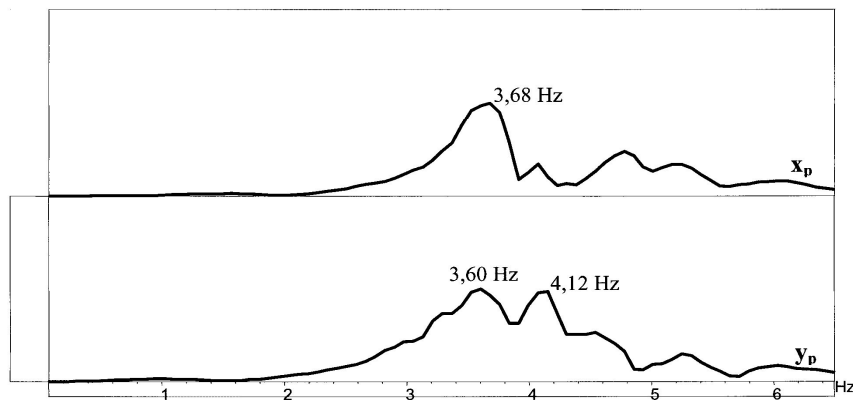


Rys.5. Przyspieszeniowe spektra odpowiedzi składowych poziomych drgań gruntu x_g i fundamentu budynku x_f



Rys. 6. Przemieszczenia drgań górnej kondygnacji budynku socjalnego

Z kolei na rys. 6 pokazano składowe poziome przemieszczeń drgań x_p i y_p określone na podstawie pomierzonych prędkości drgań w poziomie 4 kondygnacji (po ich uprzednim scałkowaniu z korektą linii bazowej dla eliminacji trendu). Na ich podstawie wykonano amplitudowe widma przemieszczeń drgań przydatne do określenia podstawowych częstotliwości rezonansowych badanego budynku – por. rys. 7.



Rys.7. Widmo amplitudowe drgań z rys. 6.

Z rys. 7 wynika, że najniższa częstotliwość rezonansowa jest, praktycznie, taka sama tak w kierunku x jak i y i wynosi ok. 3,64 Hz, co wskazuje, że odpowiada drganiom skrętnym. Druga częstotliwość rezonansowa o wartości 4,1 Hz odpowiada drganiom translacyjnym w kierunku osi podłużnej budynku (y). Postać przemieszczeń po wysokości budynku określona na podstawie przemieszczeń drgań górnej kondygnacji (rys. 6) i drgań dolnej części (tu nie pokazywanych), wskazuje, że odpowiada najniższej częstotliwości drgań; drgania górnej i dolnej części budynku pozostają w tej samej fazie. Pomiary drgań budynku wykorzystano też do oceny tłumienia drgań. Do eksperymentalnego wyznaczenia

logarytmicznego dekrementu tłumienia stosuje się znany wzór:

$$\delta = \frac{1}{k} \ln \frac{A_i}{A_{i+k}} \quad (1)$$

Analizując wyniki pomiarów składowych x_p i y_p (por. rys. 6) otrzymano: $\delta_x=0,193$ i $\delta_y=0,140$. Uwzględniając małe tłumienie, wyznaczono ułamki tłumienia krytycznego ze związku $\xi \approx \frac{\delta}{2\pi}$, otrzymując

$$\xi_x = 0,031 \text{ tj. } 3\% \quad \text{ i } \quad \xi_y = 0,022 \text{ tj. } 2,2\% \quad (2)$$

Przyjęto, że tłumienie wyrażone ułamkiem tłumienia krytycznego w badanym budynku wynosi: $\xi = 2,0 \div 3,0\%$. Jest to typowa wartość tłumienia otrzymywana z badań doświadczalnych ściennych budynków prefabrykowanych o 4÷5 kondygnacjach.

5 ANALIZA MODELU BUDYNKU

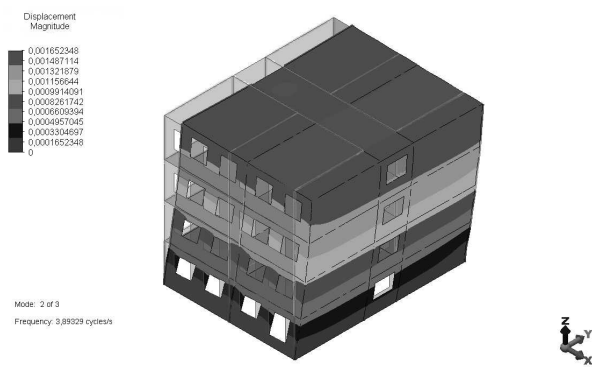
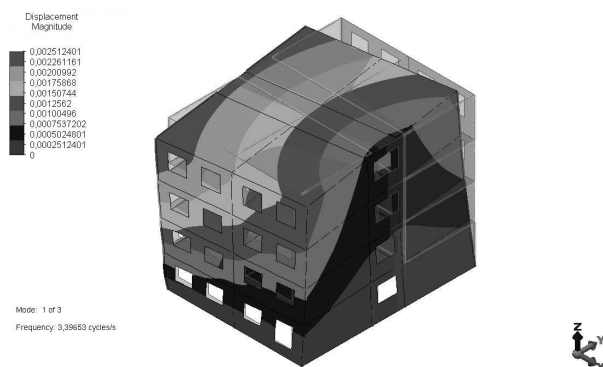
Do analizy teoretycznej przyjęto przestrzenny model MES (3D) reprezentujący segment budynku objęty badaniami doświadczalnymi. Założenia przyjęte do analizy modelu:

- przekroje do obliczeń wg rys. 2,
- dane materiałowe dla betonu: $E=29 \text{ GPa}$, $\rho=2500 \text{ kg/m}^3$, $\nu=0,2$
- dane materiałowe dla muru: $E=2,71 \text{ GPa}$, $\rho=1800 \text{ kg/m}^3$, $\nu=0,25$,

Obiekt był pusty, brano pod uwagę tylko ciężar własny wynikający z przekrojów. Uwzględniono elementy niekonstrukcyjne: np. ścianki działowe, schody. Podłoże modelowano za pomocą odpowiednich sprężyn (zgodnie z normą [6]). Cechy sprężyn charakteryzujących podłoże gruntowe przyjęto na podstawie normy [7]. Wykorzystano elementy typu:

- „płytoowo tarczowe” o 5 stopniach swobody w węźle - dla płyt stropowych,
- „belkowe” o 6 stopniach swobody w węźle - dla rygli i słupów.

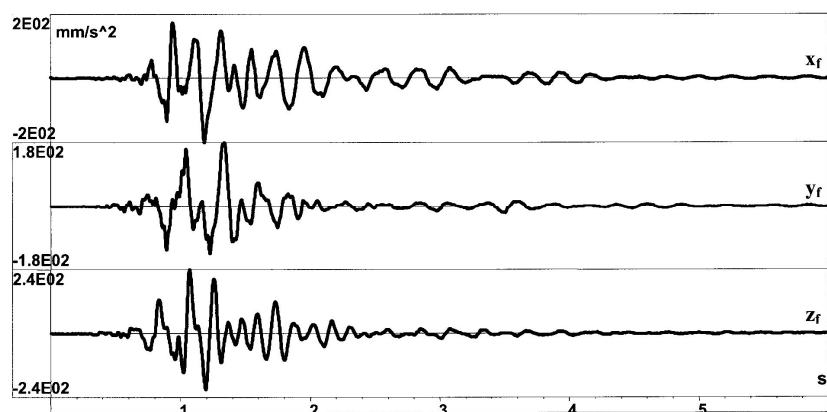
Obliczenia wykonano programem ALGOR. Na rys. 8 pokazano przyjęty model, obliczoną najniższą częstotliwość drgań własnych $f_1=3,40 \text{ Hz}$ i postać przemieszczeń skrętno – translacyjną (w kierunku osi poprzecznej - w obliczeniach w kierunku osi poprzecznej przyjęto oś y , a w pomiarach była to oś x). Wartość tej częstotliwości różni się od częstotliwości rezonansowej wynoszącej $3,68 \text{ Hz}$ (rys. 7) o $7,6\%$. Druga obliczona częstotliwość drgań własnych modelu budynku z dominującą deformacją w kierunku osi podłużnej wynosi $3,89 \text{ Hz}$ (por. rys. 9) i jest mniejsza od uzyskanej z pomiarów drgań ($4,12 \text{ Hz}$) o $5,6\%$.



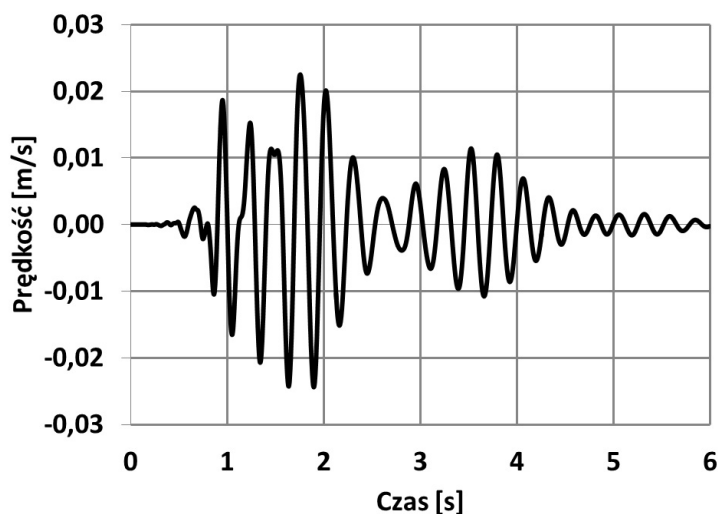
Rys.8. Model budynku, częstotliwość drgań własnych f_1 i postać przemieszczeń.

Rys.9. Częstotliwość drgań własnych f_2 i postać przemieszczeń w kierunku osi podłużnej.

Rozważano też model 2D umożliwiający wyznaczenie częstotliwości drgań własnych w płaszczyźnie ram. Uwzględniono współpracę żelbetowych płyt stropowych z ryglami ramy. Dla takiego modelu otrzymano podstawową częstotliwość drgań własnych równą 1,77Hz. Tego rodzaju model dla omawianego budynku jest nieprzydatny. Wskazuje, że do współpracy z ramą konieczne jest uwzględnienie murowych ścian podłużnych. Wykonano kolejną identyfikację: obliczono prędkość drgań modelu w punkcie na III p. odpowiadającym miejscu, w którym dokonano pomiarów prędkości drgań. Prędkości drgań liczono w modelu przy przyjęciu trzyskładnikowego wymuszenia kinematycznego w formie przyspieszeń wyznaczonych na podstawie prędkości drgań pomierzonych w budynku w poziomie terenu (rys.10).



Rys. 10. Przyspieszenie x_f , y_f i z_f jako wymuszenie kinematyczne modelu budynku.



Rys. 11. Obliczona prędkość drgań x_p w poziomie IIIp budynku.

Z kolei na rys. 11 pokazano obliczoną prędkość drgań w poziomie III p. z $v_{x_{max}}=22,5\text{mm/s}$ różniącą się od pomierzonej (20 mm/s) o 12,5%. Obliczone $v_{y_{max}}=14,7\text{ mm/s}$ różni się od pomierzonej (14 mm/s) o 5%. Maksymalna amplituda przebiegu pomierzonych odkształceń, przy użyciu tensometrii elektrooporowej, wynosi $2,6\ \mu\text{m/m}$. Uwzględniając moduł E obliczono naprężenie normalne $\sigma=0,0754\text{ MPa}$. W punkcie modelu odpowiadającym punktowi pomiarowemu odkształceń na obiekcie rzeczywistym maksymalna amplituda obliczonego przebiegu naprężeń wynosi 0,092 MPa i jest większa od wynikającej z pomiaru odkształceń o 22%.

6 WNIOSKI

Na podstawie pomierzonych drgań budynku, w czasie wyburzania wysokiego żelbetowego kominu, z użyciem MW, określono jego cechy dynamiczne tj. podstawowe częstotliwości rezonansowe, postacie drgań im odpowiadające oraz tłumienie. Na podstawie pomierzonych drgań gruntu w sąsiedztwie budynku i fundamentu budynku wyznaczono przyspieszeniowe spektra odpowiedzi, różniące się w całym zakresie rozpatrywanych częstotliwości. W związku z tym, do oceny dynamicznej odporności chronionych obiektów w przypadku planowanych wyburzeń wysokich żelbetowych kominów, zaleca się korzystać, uwzględniając prognozowane drgania, z przyspieszeniowych spektrów odpowiedzi otrzymywanych na podstawie drgań fundamentów budynków. W analizie teoretycznej budynku ramowo-murowego należy stosować trójmiarowe modele, uwzględniając wszystkie elementy konstrukcyjne oraz ściany podłużne i poprzeczne, w tym i działowe. Zapewnienie zgodności tylko obliczonych podstawowych częstotliwości drgań własnych przyjętego modelu budynku z określonymi na podstawie badań na obiekcie w skali naturalnej nie zapewnia pełnej zgodności odpowiedzi modelu na wymuszenia kinematyczne wynikające z pomiaru drgań fundamentu obiektu z pomierzonymi na wyższych kondygnacjach. Pomiary odkształceń pozwalające określić stan naprężeń dynamicznych są wiarygodnym sposobem oceny wyężenia konstrukcji.

PIŚMIENNICTWO

- [1] Lewicki J., Morawa R.: Metoda wybuchowego obalania stalowych obiektów górniczych, *Górnictwo i Geoinżynieria*, kwartalnik AGH, zeszyt 3/1, 2004.
- [2] Maciąg E., Lewicki J., Winzer J.: Wyburzanie żelbetowych kominów elektrowni "Konin" i oddziaływanie upadku ich masy na sąsiednie obiekty, *Czasopismo Techniczne - Budownictwo 3-B/2010*, zeszyt 11, 2010.
- [3] Lewicki J., Krzyworączka P., Batko P., Morawa R.: Sposoby zwiększania pewności kierunkowego obalania kominów, *Górnictwo i Geoinżynieria*, kwartalnik AGH, zeszyt 3/1, 2004.
- [4] Lehnen D.: On the initial dynamic response of RC- chimneys due to system – change caused by blast, *Structural Dynamics, EURO DYN'99*, Balkema, Rotterdam, 1999.
- [5] Maciąg E., Winzer J.: Drgania gruntu i obiektów w sąsiedztwie wyburzanych kotłowni i kominów elektrowni "Konin", *Inżynieria i Budownictwo*, nr 4/2011.
- [6] PN-EN 1990 Eurokod: Podstawy projektowania konstrukcji (październik 2004), Norma europejska EN 1990:2002 ma status Polskiej Normy.
- [7] PN-80-B-03040, *Fundamenty i konstrukcje wsporcze pod maszyny*.

ANALITICAL - EXPERIMENTAL EVALUATION OF THE FRAME – BRICK BUILDING BEHAVIOUR CAUSED BY THE BLAST DEMOLITION OF RC- CHIMNEY

Summary

The paper deals with the following: characteristics of the demolished chimney and the way of its falling; characteristics of the investigated building; characteristics of the measured building and ground vibrations; dynamic properties of the investigated building; evaluation of the building behavior by the analysis of a building model subjected to kinematic forcing (on the basis of the measured foundation vibrations). The calculated and measured displacements of the upper story were compared; the computed stresses compared with those from the stains measured by the electric resistance sensors.

Piotr MIKA¹
Instytut Technologii Informatycznych w Inżynierii Lądowej
Politechnika Krakowska

MODELOWANIE KONSTRUKCJI POWŁOKOWEJ Z UWZGLĘDNIENIEM PROCESU ROZWOJU USZKODZEŃ

STRESZCZENIE

Rozwój metod numerycznych i dostępność szybkich komputerów umożliwia zastosowanie coraz bardziej złożonych modeli teoretycznych zaimplementowanych w programach komputerowych (np. ABAQUS, [1]), pozwalających na projektowanie z wykorzystaniem rezerw nośności konstrukcji. Modele te pozwalają na analizę nukleacji, wzrostu i propagacji mikrouszkodzeń w warunkach pełzania, prowadzących w konsekwencji do formowania się makrouszkodzeń, a w drugim etapie do propagacji makropęknięć tworzących front zniszczenia. Podstawowym problemem projektowym będzie takie ujęcie zagadnienia, by w przewidywanym czasie eksploatacji konstrukcji nie dopuścić do zapoczątkowania drugiego etapu eksploatacji, natomiast w przypadku pojawienia się pierwszych makropęknięć należy określić czas pozostały do całkowitego zniszczenia przekroju nośnego. W pracy przeprowadzono badania możliwości opisu konstrukcji powierzchniowych, w warunkach ewolucji kruchego uszkodzenia, przez przyjęty model matematyczny. Zastosowano tensorowy model konstytutywny [2], z uwzględnieniem zmiennej sztywności materiału opisanej tensorem uszkodzeń, włączony do programu ABAQUS w procedurze użytkownika UMAT. Otrzymane wyniki dowodzą możliwości praktycznego zastosowania przyjętego sformułowania konstytutywnego do modelowania konstrukcji inżynierskich.

Słowa kluczowe: mechanika uszkodzeń, tensor uszkodzeń, metoda elementów skończonych, modelowanie komputerowe

1 MODEL MATEMATYCZNY

W obecnej pracy stan uszkodzenia materiału reprezentowany jest przez tensorową miarę uszkodzeń \mathbf{D} (Vakulenko, Kaczanow, [3]) o wartościach własnych D_i zdefiniowanych jako

$$D_i = \frac{A_{pi}}{A_{ni}} \quad (1)$$

¹ pm@L5.pk.edu.pl

gdzie A_{pi} i A_{ni} oznaczają odpowiednio pola powierzchni pęknięć i powierzchni wiązań materialnych w płaszczyznach ortogonalnych do kierunków głównych i .

Relację pomiędzy wartościami własnymi tensorów \mathbf{D} i równolegle używanym symetrycznym tensorem drugiego rzędu $\mathbf{\Omega}$ definiuje zależność [4]

$$\Omega_i = D_i / (1 + D_i) \quad i=1,2,3 \quad (2)$$

Kierunki osi głównych tensora uszkodzeń, które w stanie nieuszkodzonym są współosiowe z kierunkami naprężeń głównych działających w danym punkcie ciała, są określone przez wektory jednostkowe \mathbf{n} .

Ortotropowy tensor uszkodzeń może być przyjęty do opisu degradacji struktury wewnętrznej metali w podwyższonych temperaturach, gdy zakłada się symetrię uszkodzonej struktury. Zgodnie z przyjętą wcześniej definicją tensora \mathbf{D} , materiał opisywany przy jego pomocy jest materiałem ortotropowym (tzn. posiada trzy wzajemnie prostopadłe osie symetrii układu mikropęknięć). Zależny od czasu tensor \mathbf{D} , opisujący stan uszkodzeń materiału, jest uwzględniony w równaniach konstytutywnych, określających zależność pomiędzy polami sił wewnętrznych a polami deformacji. Zależność pomiędzy tensorami naprężeń \mathbf{T} i odkształceń $\mathbf{\varepsilon}$ jest przyjęta jako funkcja tensorowa:

$$\varepsilon_{ij} = A_{ijkl} T_{kl} \quad (3)$$

w której tensorowo-liniowa, względem tensora uszkodzenia, macierz podatności A_{ijkl} jest zależna od stałych materiałowych – modułu Younga E oraz współczynnika Poissona ν materiału nieuszkodzonego w danej temperaturze, [2]:

$$A_{ijkl} = -\frac{\nu}{E} \delta_{ij} \delta_{kl} + \frac{1+\nu}{2E} (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) + \frac{D_1}{4(1+D_1)E} (\delta_{ik} D_{jl} + \delta_{il} D_{jk} + \delta_{jk} D_{il} + \delta_{jl} D_{ik}) \quad (4)$$

W powyższym równaniu δ_{ij} oznacza symbol Kroneckera, natomiast D_1 jest wartością główną tensora uszkodzeń.

W obecnej pracy równanie ewolucji wyprowadzone jest w oparciu o założenie zależności wzrostu uszkodzeń od dwóch symetrycznych, tensorowych zmiennych niezależnych, w którym pomija się parametr wzmocnienia. W metalach na kierunkach naprężeń ściskających nie obserwuje się ewolucji uszkodzeń, dlatego w sformułowaniu równania ewolucji zakłada się, że prędkość przyrostu wartości głównych tensora uszkodzeń jest proporcjonalna do dodatnich głównych wartości tensora naprężeń. Dowodzi się, [5], że podstawowy wpływ na ewolucję uszkodzeń, oprócz dodatnich naprężeń głównych mają: drugi niezmiennik dewiatora naprężeń oraz pierwszy niezmiennik tensora naprężeń. Zgodnie z propozycją zamieszczoną w pracy [5], równanie ewolucji uszkodzeń przyjęte jest w postaci uwzględniającej zniszczenie anizotropowe:

$$\frac{d\mathbf{\Omega}}{dt} = k \left(\left[\begin{array}{c|c|c} \frac{1-2\nu}{6E} & \frac{1+\nu}{2E} & \frac{\Omega_1}{2E} \\ \hline \text{tr}^2 \mathbf{T} & \text{tr} \mathbf{S}^2 & \text{tr}(\mathbf{T}^2 \mathbf{D}) \end{array} \right] \right)^T \mathbf{TH}(\mathbf{T}_1) \quad (5)$$

gdzie H oznacza funkcję Heaveside'a eliminującą rozwój uszkodzeń na kierunkach naprężeń ujemnych, \mathbf{S} – dewiator naprężeń, natomiast k jest to zależna od temperatury stała materiałowa.

Aktualną wytrzymałość uszkodzonego materiału w trakcie ewolucji uszkodzeń opisuje kryterium zniszczenia. Ten warunek można utożsamiać z kryterium osiągnięcia stanu

naprężenia odpowiadającego wytrzymałości doraźnej materiału, bądź z warunkiem plastyczności dla materiału idealnie plastycznego. O wytężeniu materiału decyduje wielkość zgromadzonej energii odkształcenia, zatem w sformułowaniu kryterium zniszczenia uwzględnia się jedynie niezmienniki występujące w równaniu ewolucji uszkodzeń, przyjmując:

$$\mathbf{C} \left[\text{tr}^2 \mathbf{T} \quad ; \quad \text{tr} \mathbf{S}^2 \quad ; \quad \text{tr}(\mathbf{T}^2 \mathbf{D}) \right]^T - \sigma_u^2 = 0 \quad (6)$$

gdzie \mathbf{C} jest wektorem stałych materiałowych zależnych od temperatury i stanu zaawansowania procesu uszkodzeń, natomiast σ_u jest zależną od temperatury wytrzymałością materiału bez uszkodzeń.

Kryterium zniszczenia w bezwymiarowych wielkościach trójwymiarowego stanu naprężenia i uszkodzenia można wyrazić równaniem, w którym naprężenia główne unormowane są w stosunku do σ_u , a nieznane składowe wektora \mathbf{C} , określające aktualną konfigurację powierzchni stanów krytycznych (uszkodzonego materiału), są wyznaczone poprzez zastosowanie równania (6) do trzech różnych stanów naprężeń: dwóch przypadków rozciągania jednoosiowego w kierunkach wzajemnie ortogonalnych (współosiowych z kierunkami własnymi tensora uszkodzeń) i do przypadku rozciągania dwuosiowego w tych samych kierunkach. Procedura ta prowadzi do układu trzech liniowych równań algebraicznych względem wielkości współrzędnych wektora \mathbf{C}

$$\begin{bmatrix} (1-\Omega_1)^2 & \frac{2}{3}(1-\Omega_1)^2 & (1-\Omega_1)^2 \Omega_1 \\ \left(1-\frac{r_2}{s_1} \Omega_1\right)^2 & \frac{2}{3} \left(1-\frac{r_2}{s_1} \Omega_1\right)^2 & \left(1-\frac{r_2}{s_1} \Omega_1\right) \frac{r_2}{r_1} \Omega_1 \\ 4(1-\Omega_1)^2 & \frac{2}{3}(1-\Omega_1)^2 & 2(1-\Omega_1) \Omega_1 \end{bmatrix} \mathbf{C}^T - \mathbf{I} = \mathbf{0} \quad (7)$$

gdzie

$$\begin{aligned} s_i &= T_i / \sigma_u, & i &= 1, 2, 3 \\ r_i &= s_i H(s_i), & i &= 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (8)$$

W tym wypadku, jako granice wytrzymałości przyjmuje się odpowiednie granice dla materiału uszkodzonego w warunkach jednoosiowego rozciągania w kierunku podłużnej osi pęknięć (σ_{1u}) oraz w kierunku prostopadłym do tej osi (σ_{2u}), natomiast dla próby dwuosiowego rozciągania jest to granica wytrzymałości przy dwuosiowym równomiernym rozciąganiu, (σ_{bu}). Wyznaczenie doświadczalne wartości granic wytrzymałości σ_{1u} , σ_{2u} i σ_{bu} jest trudne ze względów technicznych (np. sporządzenie próbki materiału z uszkodzeniami). Analiza modeli teoretycznych i eksperymentalnych, [5], wskazuje na poprawność założenia - przy przyjęciu postaci macierzy (7) - zależności granic wytrzymałości osiowego rozciągania od granicy wytrzymałości materiału

$$\begin{aligned} \sigma_{1u} &= \sigma_{bu} = (1-\Omega_1) \sigma_u \\ \sigma_{2u} &= (1-\Omega_2) \sigma_u \end{aligned} \quad (9)$$

Potwierdzają to wyniki badań doświadczalnych i rozważań teoretycznych zamieszczonych w pracy [6].

Dla materiału nieuszkodzonego kryterium zniszczenia redukuje się do klasycznej hipotezy Hubera-Misesa-Hencky'ego ($\sigma_{1u} = \sigma_{bu} = \sigma_{2u} = \sigma_u$, $C_I = 0$).

2 IMPLEMENTACJA NUMERYCZNA MODELU

Obliczenia numeryczne przeprowadzone zostały przy zastosowaniu standardowych procedur MES z wykorzystaniem programu ABAQUS [7], w którym model matematyczny: związek fizyczny (3), rozwój uszkodzeń (5) i kryterium zniszczenia (6) definiuje się w procedurze napisanej przez użytkownika UMAT (user material). W rozwiązaniach przykładu wykorzystano 8-węzłowe elementy przestrzenne pierwszego rzędu, ze zredukowanym całkowaniem, wyposażone w mechanizm stabilizacji form deformacji elementów o zerowej energii (hour-glass control). Mechanizm ten zapewnia poprawność wyników przy zredukowanym całkowaniu. Stosuje się również podział przekroju poprzecznego konstrukcji na 4-7 elementów skończonych po grubości. Zastosowanie tych elementów oznacza rozwiązywanie problemów przy założeniu kontinuum trójwymiarowego, w zakresie małych odkształceń, [8]. W skład kompletu równań liniowej teorii sprężystości, oprócz równania fizycznego, wchodzi równania Naviera, równania Cauchy'ego oraz odpowiednie warunki brzegowe.

Stosownie do wymagań procedury UMAT macierz Jacobiego generowana jest za pośrednictwem procedury LU decomposition. Całkowanie równań (5) ewolucji uszkodzeń przeprowadzono z zastosowaniem standardowych procedur Rungego-Kutty. W rozwiązaniach algebraicznych układów równań (6) określających parametry kryterium zniszczenia – w każdym z dyskretnych kroków całkowania - odwołano się do metody Gaussa. Wielkość kroku czasowego sterowana jest zbieżnością rozwiązania numerycznego oraz przyjętym, dopuszczalnym w każdej z iteracji przyrostem wartości własnych tensora uszkodzeń.

Program ABAQUS (wer. 6.7) nie umożliwia w procedurze UMAT zdefiniowania warunków początkowych (aktualnych wartości własnych tensora uszkodzeń) w punktach całkowania, a jedynie globalnie dla elementu skończonego. Przyjęte w obliczeniach elementy skończone pozwalają uniknąć blokowania rozwiązania MES (shear-locking) i umożliwiają również zapamiętywanie zmiennych wprowadzonych w procedurze użytkownika. Aby zamodelować ewolucję uszkodzeń wzdłuż grubości konstrukcji, przekroje poprzeczne dla analizowanej powłoki są zdyskretyzowane czterema warstwami elementów skończonych.

Jeśli kryterium zniszczenia jest spełnione w elemencie, następuje zredukowanie sztywności tego elementu do wartości zerowej, Hsiao, Fong and Gibbons, [9]. W ten sposób, w przybliżeniu, modeluje się utratę nośności w uszkodzonych warstwach.

Wyznaczanie okresu bezpiecznej pracy konstrukcji o właściwościach zmiennych w czasie wymaga, oprócz typowych dla teorii plastyczności pojęć nośności granicznej oraz wprowadzonej przez Życzkowskiego i Szuwalskiego, [10] nośności rozdzielczej, przeprowadzenia rozważań w kategoriach zależności funkcjonalnej wielkości obciążenia od czasu. Czas krytyczny konstrukcji w matematycznym modelowaniu kryterium nośności utożsamia się:

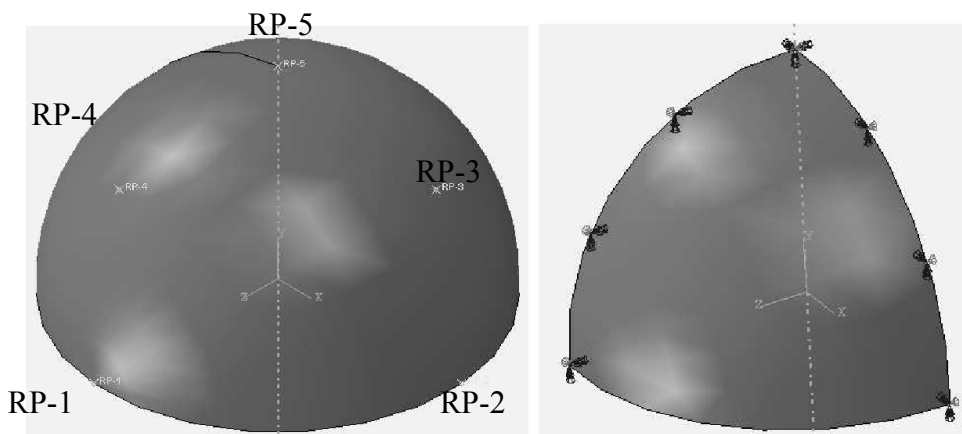
- ze zniszczeniem w elemencie (czas pierwszego pęknięcia),
- ze zniszczeniem przekroju nośnego
- z przekształceniem konstrukcji w układ kinematycznie zmienny.

W obliczeniach numerycznych o osiągnięciu nośności na poziomie konstrukcji decyduje najczęściej gwałtowny, asymptotyczny przyrost ugięć. W przypadku ustrojów warstwowych, w których powłoki zewnętrzne mają zabezpieczać przed działaniem wysokiej temperatury, stan zniszczenia będzie utożsamiany ze zniszczeniem warstw ochronnych.

3 WYNIKI NUMERYCZNE

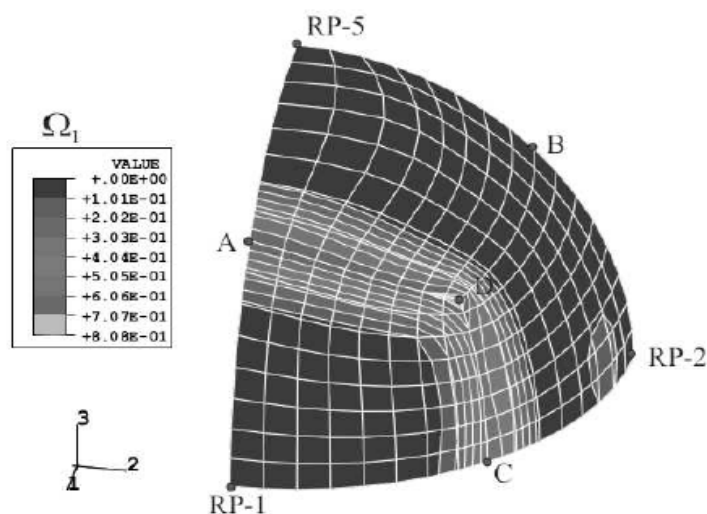
W celu ilustracji możliwości zastosowanego sformułowania fizycznego i programu ABAQUS do modelowania konstrukcji wybrano półsferyczną powłokę, [11], obciążoną

siłami skupionymi o równej wartości, które działają na kierunku radialnym i są przeciwnie zwrócone (obciążenie jest przyłożone w punktach RP-1, RP-2, RP-3 i RP-4). Stałe materiałowe opisują stal AISI pracującą w temperaturze 811⁰K o wytrzymałości $\sigma_u=288$ MPa ($\bar{E} = E/\sigma_u = 417$, $\nu=0.47$, $\bar{k} = k\sigma_u^3\tau = 8.21 \cdot 10^1$, gdzie $\tau=1$ [h] jest czasem jednostkowym). Geometrię konstrukcji ilustruje Rys. 1. Zgodnie z [11] nie zastosowano kinematycznych warunków brzegowych na krawędziach konstrukcji. Ze względu na symetrię, do analizy wzięto jedną czwartą półsfery, wyznaczoną przez punkty RP-1, RP-5 i RP-2, o grubości $h/r=0,04$ i promieniu $r=1$, obciążoną skupionymi siłami w punktach RP-1 i RP-2, których bezwymiarowe wielkości określa wyrażenie $f = (0,5 \cdot F/\sigma_u h^2) = 0,108$.



Rys. 1. Geometria konstrukcji

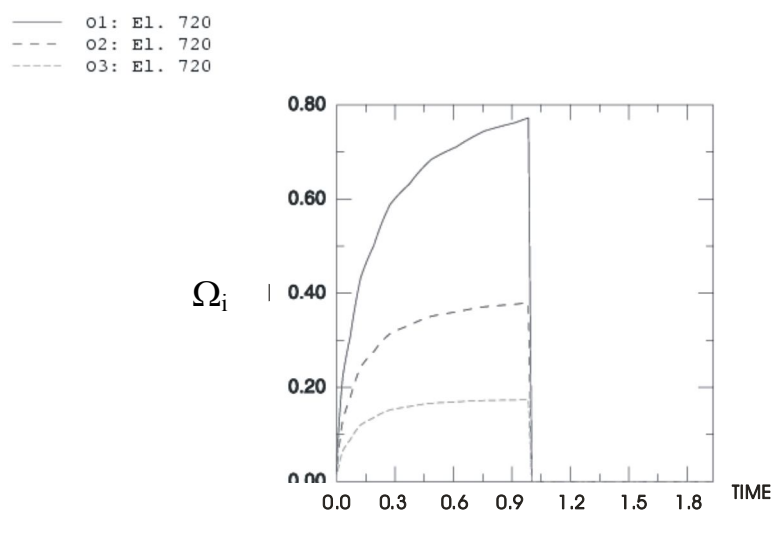
Gęstość podziału konstrukcji siatką MES dobrano w oparciu o porównanie obliczonego radialnego przemieszczenia obciążonego punktu z wartością wynikającą z teorii. Przyjęta do obliczeń siatka elementów skończonych (typu solid) jest widoczna na Rys. 2. Analizowany obszar dyskretyzuje 768 elementów skończonych (podział ¼ części powłoki na trzy części, z których każda jest podzielona na 64 elementy (8x8) oraz podział na 4 elementy po grubości – 8x8x3x4=768). Poprawność uzyskanych wyników numerycznych i zastosowanych elementów skończonych wynika z porównania otrzymanego rozwiązania z rozwiązaniem wzorcowym (analitycznym), które istnieje dla tego przykładu, [11].



Rys. 2. Rozkład pierwszej wartości własnej tensora uszkodzeń Ω_1 .

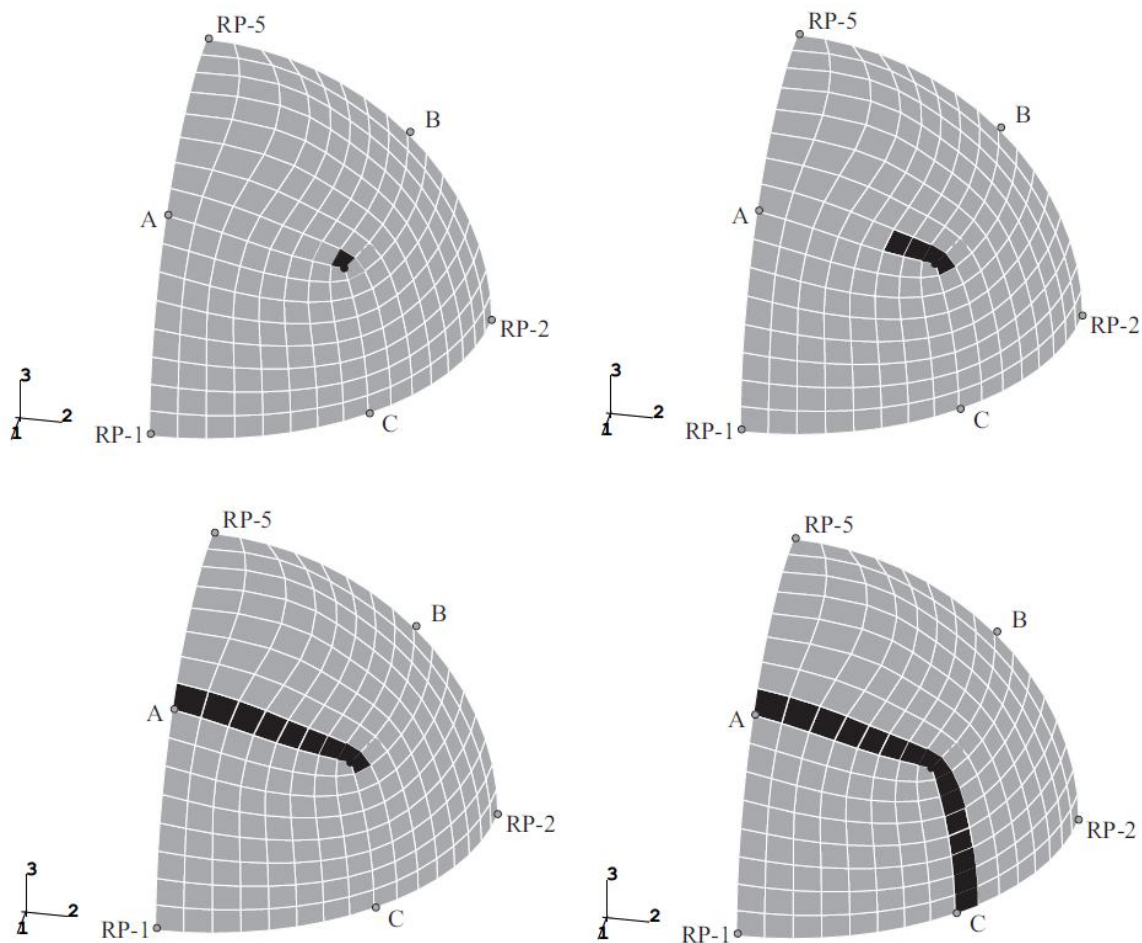
Sposób obciążenia konstrukcji wymusza pojawienie się stanu membranowego oraz zginania, dlatego trudno określić miejsce pojawienia się pierwszych pęknięć opierając się jedynie na rozkładzie początkowych naprężeń własnych. Rozkład maksymalnej wartości własnej tensora Ω , Rys. 2, ilustruje stan zaawansowania rozwoju mikrouszkodzeń - warunkowany rozkładami naprężeń i energii sprężystej - bezpośrednio przed pojawieniem się pierwszego pęknięcia. Na odcinkach A-D i D-C następuje zrównanie poziomu uszkodzeń w materiale. Na kierunkach prostopadłych do tych odcinków powstaje silny gradient wartości Ω_1 . Znaczne zaawansowanie rozwoju mikrouszkodzeń w pobliżu wierzchołka RP-2 (Ω_1 z przedziału [0.2,0.3]) koresponduje ze znacznymi wartościami naprężeń rozciągających (bezwymiarowa maksymalna wartość własna tensora naprężeń w tym obszarze należy do przedziału [0.046, 0.59]).

Ewolucję wszystkich trzech wartości własnych tensora uszkodzeń Ω , wskazujących na rozwój mikrouszkodzeń, w miejscu pierwszego pęknięcia, ilustruje Rys. 3. Po intensywnym rozwoju ortotropii w początkowo jednorodnym materiale następuje zwolnienie procesu wzrostu mikrouszkodzeń. Jest to spowodowane redystrybucją naprężeń na obszary mniej uszkodzone. Na poniższym wykresie czas został unormowany do chwili pierwszego pęknięcia. Maksymalna wartość własna tensora uszkodzeń, zgodnie z wynikami badań doświadczalnych, jest mniejsza od jedności. Znaczne różnice pomiędzy składowymi Ω_1 , Ω_2 i Ω_3 stanowią m. in. konsekwencję dużych różnic pomiędzy składowymi odpowiadających im naprężeń głównych.



Rys. 3. Rozkład składowych własnych tensora uszkodzeń Ω w miejscu pierwszego pęknięcia.

Na kolejnych rysunkach (Rys. 4) schematycznie zilustrowano ewolucję frontu zniszczenia w obszarze powłoki, odpowiednio w czasie pojawienia się pierwszego makropęknięcia, przez kolejne stadia rozwoju procesu, aż do chwili krytycznej. Elementy zaczerńnione oznaczają miejsca, w których wystąpiło makropęknięcie. Pierwsze pęknięcie pojawi się w punkcie środkowym analizowanej konstrukcji (obszar, gdzie została osiągnięta maksymalna gęstość energii sprężystej), następnie front zniszczenia przemieszcza się wzdłuż przekroju poprzecznego powłoki doprowadzając do przebicia konstrukcji. Dalszy rozwój frontu zniszczenia warunkowany jest rozkładem naprężeń rozciągających, dlatego front zniszczenia zaczyna przemieszczać się w kierunku punktu A, a następnie zgodnie z osiągniętą gęstością energii sprężystej w kierunku punktu C, przy czym interwały pęknięć w poszczególnych warstwach nie przekraczają 5%.



Rys. 4. Ewolucja procesu rozwoju makrouszkodzeń.

4 WNIOSKI KOŃCOWE

W analizie rozwiązań powłoki sferycznej skupiono się na zobrazowaniu przebiegu procesu ewolucji mikro- i makrouszkodzeń, (Rys. 3 i Rys. 4). Włączony do pakietu metody elementów skończonych model fizyczny, opisujący zachowanie konstrukcji z materiału o właściwościach zmiennych w czasie, pozwala na symulację przebiegu zjawiska do czasu zniszczenia konstrukcji. Powłoka, w której występuje się stan membranowy i giętny, stanowi przykład na to, że przy przewidywaniu miejsca pierwszych pęknięć należy analizować - oprócz rozkładu naprężeń - rozkład gęstości energii sprężystej.

W opisie wyników numerycznych powłoki przedstawiono zewnętrzną powierzchnię ($z=h/2$) konstrukcji, gdyż w tym obszarze pojawiają się pierwsze makropęknięcia. W warstwie wewnętrznej też przebiegają procesy rozwoju mikro i makro uszkodzeń, ale o znaczeniu drugorzędym dla trwałości konstrukcji.

Konieczność stosowania zagęszczonej siatki MES, a co za tym idzie czasochłonność obliczeń, utrudnia analizę konstrukcji powłokowych. Jednak zastosowana procedura pozwala na symulację rozwoju pęknięć w tego typu konstrukcjach, co może mieć istotne znaczenie projektowe, szczególnie w przypadku kopuł reaktorów atomowych oraz profilowanych wirników silników turbodrzutowych.

PIŚMIENNICTWO

- [1] ABAQUS manuals, ver. 6.7, Dassault Systèmes Simulia Corp., Providence, RI, USA
- [2] Litewka A, Hult J.: One Parameter CDM Model for Creep Rupture Prediction, *Eur. J. Mech., A/Solids*, 8/1989, s. 185-200.
- [3] Vakulenko A. A., Kachanov M. L.: Continuum Theory of Medium with Cracks (In Russian), *Izv. A. N. SSSR, MTT*, 1971, s. 159-166.
- [4] Murakami S., Sanomura Y.: Creep and creep damage of copper under multiaxial state of stress, In: *Plasticity Today*, Eds. A. Sawczuk and G. Bianchi, Elsevier Appl. Sci., 1985, s. 535-551.
- [5] Litewka A.: On stiffness and strength reduction of solids due to crack development, *Eng. Fracture Mech.*, 25/1986, s. 637-643
- [6] Żuchowski R.: Analysis of failure processes of metals under conditions for thermal fatigue (in Polish), *Sci. Papers. Inst. Mat. Sci and Appl. Mech.*, Wrocław University of Technology, Monograph 18/1986.
- [7] Mika P.: On interaction between damage growth and material stiffness in 3-D structures, *J. Theor. Appl. Mech.*, 4/1999, s. 755-778
- [8] Mika P.: Well-posedness analysis for a temperature-dependent elastic-brittle damage model, *Proc. of Conference on Computer Methods in Mechanics*, Zielona Góra, 2009, s. 309-310
- [9] Hsiao J., Fong M., Gibbons T. B.: Application of continuum damage mechanics in multi-dimensional creep failure analysis - an efficient finite element solution, *ASME Pressure Vessels Piping Div Publ Pvp.*, 354/1997, s. 39-51
- [10] Szuwalski K., Życzkowski M.: On the phenomenon of decohesion in perfect plasticity, *Int. J. Sol. Struct.*, 9/1973, s. 85-98
- [11] Barlow J., Davies G.A.O.: Selected FE benchmarks in structural and thermal analysis, *NAFEMS report FEBSTA Rev. 1*, National Agency for Finite Element Methods and Standards, National Eng. Lab., East Kilbride, Scotland, 1986.

MODELLING OF SHELL STRUCTURES WITH DAMAGE GROWTH PROCESS

Summary

Engineering structures frequently exhibit changeable stress fields, caused by e.g. microcrack growth. As a consequence of this growth the deterioration of material properties, such as rupture toughness, strength, rigidity and lifetime reductions should be modeled. The process of damage growth usually accelerates after the first crack appears, followed by macrocracks, which combine together changing the structure thickness. The numerical study of this phenomenon is proposed with a special interest in the time of initial macroscopic cracks appearance at a point, the location of the first cracks and rupture front propagation, the physical properties of the structure material which affect the possible mechanisms of the damage front development and the mode of the failure front propagation. A way of numerical modeling of the failure front propagation in structures is of particular interest addressed in this study.

Maciej PIEKARSKI¹
Politechnika Rzeszowska

RUSZTY Z BELEK WZAJEMNIE PODPIERAJĄCYCH SIĘ JAKO KONSTRUKCJE WSPORCZE STROPÓW

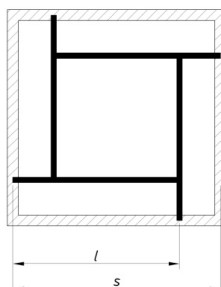
STRESZCZENIE

Referat dotyczy konstrukcji znanych pod angielską nazwą *reciprocal grillages*, które są rusztami skonstruowanymi w ten sposób, że każda belka oparta jest na jednej podporze stałej oraz na innej belce. W referacie przedstawiono tło historyczne oraz klasyfikację tych konstrukcji, skupiając się na ich analizie statycznej. Obliczono wartości maksymalne momentów zginających w belkach oraz podpartych nimi płytach stropowych, porównując je z wartościami dla tradycyjnych ustrojów konstrukcyjnych. Obliczeń dokonano dla stropów kwadratowych, poddanych obciążeniu jednostkowemu o różnych sposobach podparcia. Rezultaty wskazują na to, że ruszty z belek wzajemnie podpierających się cechują się wskaźnikami podobnymi do wskaźników osiągniętych w tradycyjnych konstrukcjach i mogą być traktowane jako racjonalne ustroje konstrukcyjne w obliczu innych zalet, którymi się charakteryzują.

Słowa kluczowe: ruszty, stropy rusztowe, konstrukcje stropów, *reciprocal grillages*

1 WPROWADZENIE

Tematyka prezentowana w artykule nie była, według wiedzy autora, poruszana w literaturze dostępnej w języku polskim. W literaturze anglojęzycznej rozważane ustroje są znane jako *reciprocal grillages*. Termin ten określa konstrukcje przekryć budowlanych, zbudowane ze sztywnych belek, których długości (l) są mniejsze od rozpiętości przekrycia (s). Każda z belek opiera się na poprzedniej belce, zaś sama stanowi podparcie dla belki następczej (rys. 1).



Rys.1. Ruszt z belek wzajemnie podpierających się

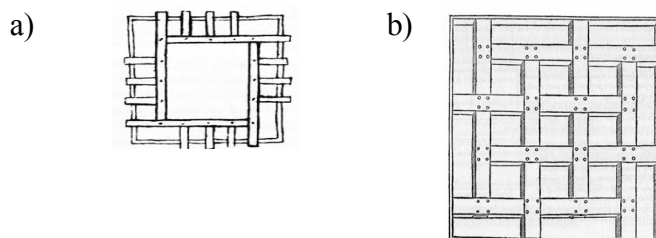
¹ mgpiekar@prz.edu.pl

Trudno wskazać polski odpowiednik angielskiego określenia *reciprocal* na drodze bezpośredniego tłumaczenia. Z tego powodu autor użył do identyfikacji opisu charakterystycznej cechy rozważanych ustrojów konstrukcyjnych. Intencją, oprócz przybliżenia tematyki tych konstrukcji czytelnikowi polskojęzycznemu, jest dokonanie oceny ich racjonalności poprzez porównanie z tradycyjnymi ustrojami konstrukcyjnymi. Porównania dokonano analizując płaskie stropy, kwadratowe w planie i przenoszące identyczne obciążenie zewnętrzne.

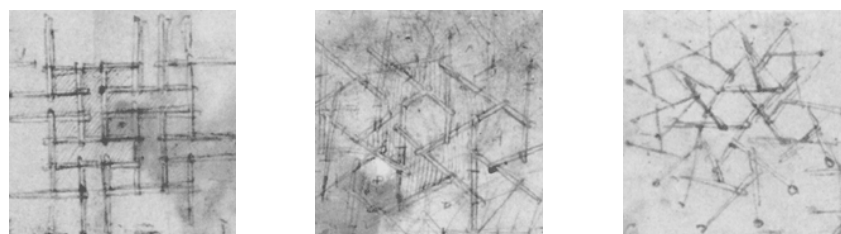
1.1 Rodowód rusztów z belek wzajemnie podpierających się

Pierwsze wzmianki o rusztach z belek wzajemnie podpierających się pochodzą z okresu średniowiecza. Inspiracją do wynalezienia tych konstrukcji była dążność do wznoszenia wielokondygnacyjnych budynków z wielkimi jednoprzestrzennymi pomieszczeniami, a zatem konieczność konstruowania płaskich stropów, rozległych w planie i nie podpartych podporami pośrednimi. Ponieważ w tamtych czasach jedynym dogodnym do tego celu materiałem konstrukcyjnym było drewno, a wymiary grubizny pni drzew podlegały ograniczeniom, znaleziono sposób zbudowania płaskiego rusztu z elementów krótszych niż oddalenie podpór.

Najstarszy zachowany rysunek rusztu z belek wzajemnie podpierających się pochodzi ze szkicownika Villarda de Honnecourta, sporządzonego w latach 1225-1250 (rys.2a). Kolejnym myślicielem, którego rozważania na ten temat zostały udokumentowane, był Leonardo da Vinci (1452-1519). W opracowaniu *Codex Atlanticus*, znajdują się szkice (rys.3) przedstawiające schematy przekryć dających się zbudować z belek stosunkowo krótkich w porównaniu z rozpiętością przekrycia. Z rysunków oraz pozostawionych notatek wynika, że nie były to projekty płaskich rusztów, ale struktur charakteryzujących się pewną wyniosłością. Dwadzieścia sześć lat po śmierci Leonarda inny Włoch – Sebastiano Serlio (1475-1554) w pierwszej z *Siedmiu Ksiąg o Architekturze*, zatytułowanej *Geometria*, przedstawił kolejny nowatorski pomysł konstrukcji stropu z desek krótszych niż jego rozpiętość (rys.2b).



Rys. 2. a) Rysunek Villarda de Honnecourta [1], b) Schemat konstrukcji stropu naszkicowany przez Sebastiana Serlio w 1545 roku [1]



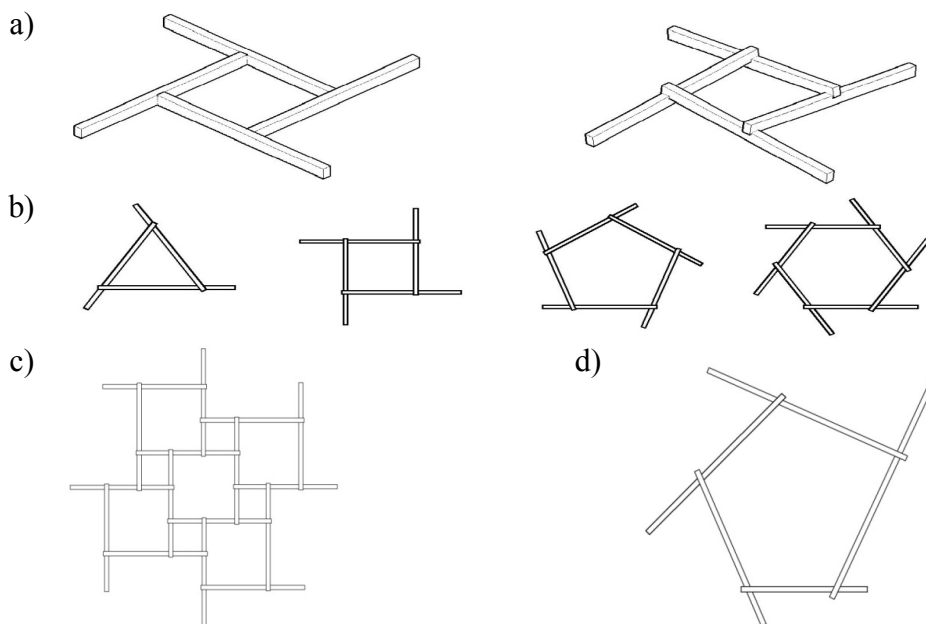
Rys. 3. Szkice Leonarda da Vinci pochodzące z *Codex Atlanticus* [2]

Prace autorów okresu średniowiecza i renesansu inspirują do dnia dzisiejszego. Istnieje szereg pozycji literaturowych np. [3], opisujących zagadnienia związane z kształtowaniem konstrukcji z elementów wzajemnie podpierających się. Ogromna większość opracowań skupia się na podkreśleniu oryginalności tych konstrukcji poprzez opis cech morfologicznych, pomijając lub traktując zdawkowo zagadnienia statyczno-wytrzymałościowe.

1.2 Morfologia

Reciprocal grillages są ustrojami o różnej morfologii. Mogą różnić się między sobą:

- kształtem – płaskie lub przestrzenne (rys. 4a),
- liczbą elementów składowych tożsamą z liczbą punktów podparcia (rys. 4b),
- wielokrotnością wzajemnych podparć (rys. 4c) lub jej brakiem (rys. 4a,b,d),
- kształtem planu - plany przekryć są ze względu na naturalną symetrię obrotową ustrojów najczęściej figurami foremnymi (rys. 4a,b,c), ale mogą być również dowolne (rys. 4d).



Rys. 4. Ruszty o różnej morfologii

2. ZASTOSOWANIE RUSZTÓW Z BELEK WZAJEMNIE PODPIERAJĄCYCH SIĘ W STROPACH OPARTYCH NA ŚCIANACH

Ruszt z belek wzajemnie podpierających się, ze względu na możliwość zbudowania z belek krótszych niż odległość podpór może być użyteczny np. w potrzebie zbudowania dodatkowego stropu wewnątrz istniejącego budynku, tj. wtedy gdy transport i montaż długich belek jest utrudniony. W celu wykazania, że użycie tego ustroju jako konstrukcji wsporczej stropu jest racjonalne również w aspekcie materiałochłonności, przeprowadzono analizę statyczną.

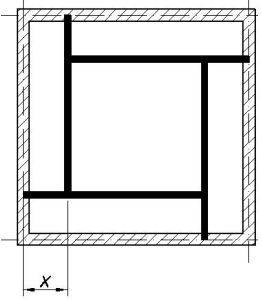
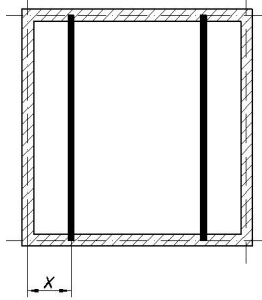
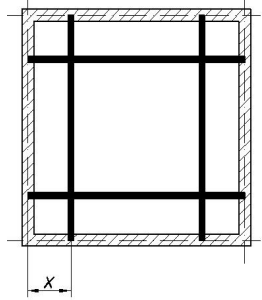
2.1 Założenia analizy

Analiza została przeprowadzona przy zastosowaniu programu *Robot Structural Analysis*. Ponieważ pod względem morfologicznym ruszt z belek wzajemnie podpierających się jest formą pośrednią pomiędzy ustrojem jedno- i dwukierunkowym, przeanalizowano stropy płytowe wsparte na trzech rodzajach konstrukcji (tab. 1):

- ruszcie z belek wzajemnie podpierających się,
- dwóch belkach równoległych,
- ruszcie z dwóch par belek przecinających się pod kątem prostym.

Za zmienną przyjęto wielkość x określającą odległość belki od bliżej położonej ściany.

Tablica 1. Schematy poddanych analizie porównawczej konstrukcji wsporczych stropów opartych na ścianach

Schemat konstrukcji			
Oznaczenie na wykresach	—————	-----

W celu nadania analizie cech analizy porównawczej wszystkie obliczenia przeprowadzono przy założeniu, że konstrukcja podpira kwadratową płytę o jednostkowej długości boku, poddaną oddziaływaniu obciążenia powierzchniowego o wartości jednostkowej. Nie uwzględniono ciężaru własnego belek ani płyty. Założono, że wymiarowanie odbywa się na maksymalne wartości momentów zginających, przy czym nie jest istotny znak momentu, ponieważ właściwości materiału są stałe na wysokości przekroju belek. Odnotowano wartości M_{bi} i M_p określające maksymalne wartości bezwzględne momentów zginających w belkach oraz w płycie. Wartości dla płyt obliczono w przekonaniu, że w stropie płytowo-belkowym rozmieszczenie belek wpływa na warunki podparcia płyty a tym samym jej nośność i należy rozpatrywać wartości sił wewnętrznych w obu elementach składowych stropu równocześnie.

Ponieważ sumaryczna długość belek jest niejednakowa dla różnych typów konstrukcji stropu, porównanie wartości momentów zginających dla jednakowo obciążonych ustrojów belkowych daje wyobrażenie o proporcjach przekrojów belek w zależności od ich konfiguracji w konstrukcji, ale nie daje poglądu o całkowitym zużyciu materiału konstrukcyjnego. Dokonano więc dodatkowego porównania tzw. wskaźników efektywności f_e wyrażających się wzorem (1), w którym n jest liczbą belek w ustroju, a l długością belki. Takie porównanie ma sens przy założeniu, że przekroje belek są prostokątne, ich wysokość stała, a dobór przekroju do wartości momentu zginającego odbywa się poprzez dostosowanie szerokości belki.

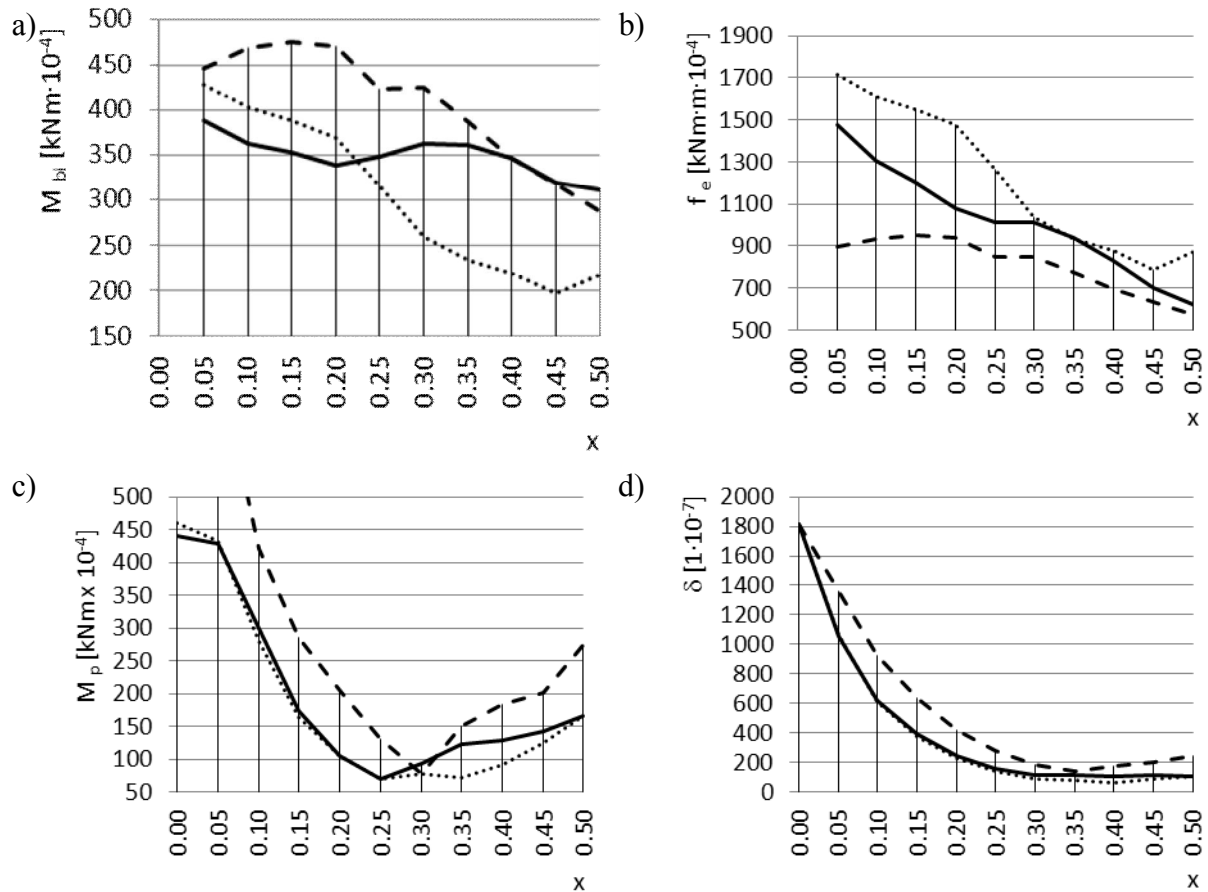
$$f_e = \sum_{i=1}^n l_i \cdot M_{bi} \quad (1)$$

Dla porównania analizowanych konstrukcji z punktu widzenia stanu granicznego użytkowania obliczono także maksymalne wartości ugięć δ . Obliczeń dokonano przyjmując jednakowe sztywności belek i płyty stropowej dla wszystkich analizowanych przypadków.

2.2 Wyniki analizy i wnioski

Wyniki analizy zostały przedstawione na rys. 5 w formie wykresów. Wartości analizowanych wielkości wyrażone jako funkcje zmiennej x , zostały wykreślone dla poszczególnych rodzajów konstrukcji różnymi liniami zgodnie z objaśnieniami zawartymi w tab. 1.

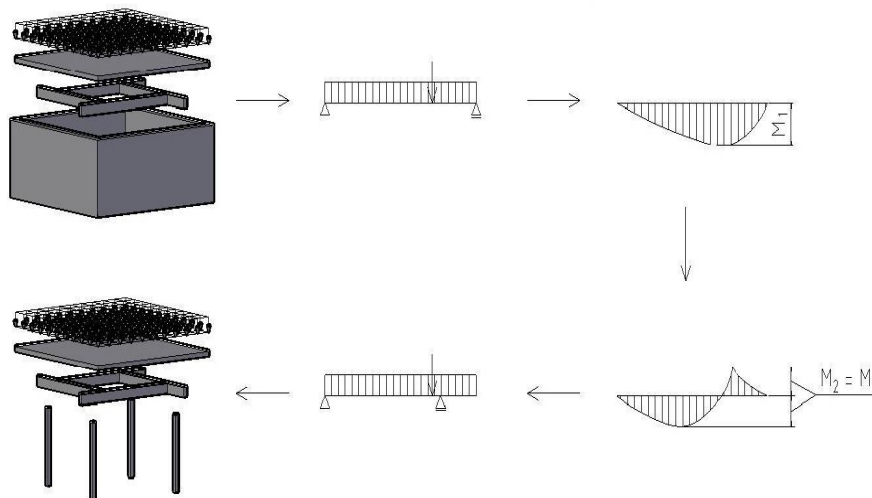
Jak widać z wykresów, wartości funkcji dla rusztów z belek wzajemnie podpierających się mieszczą się na ogół pomiędzy wartościami dla konstrukcji pokrewnych. Przewaga rusztów z belek przecinających się jest pozorna ze względu na większe skomplikowanie połączeń belek, które muszą być kształtowane jako sztywne. W rusztach z belek wzajemnie podpierających połączenia pomiędzy belkami są przegubowe. Porównanie z układem belek równoległych upoważnia do stwierdzenia, że nieznaczny wzrost zużycia materiału na konstrukcję rusztu jest rekompensowany mniejszym zużyciem materiału na wykonanie płyty stropowej.



Rys. 5. Rezultaty analizy dla stropów opartych na ścianach: a) maksymalne momenty zginające w belkach, b) wskaźniki efektywności, c) maksymalne momenty zginające w płycie, d) maksymalne ugięcia

3 ZASTOSOWANIE RUSZTÓW Z BELEK WZAJEMNIE PODPIERAJĄCYCH SIĘ W STROPACH OPARTYCH NA SŁUPACH

Belki rusztów omówionych w punkcie 2 są belkami swobodnie podpartymi na końcach (rys. 6), obciążonymi siłą skupioną oraz obciążeniem ciągłym (jego rozkład na długości belki jest w konsekwencji kopertowego rozkładu obciążenia powierzchniowego zmienny, ale na rys. 6 dla uproszczenia toku myślowego przyjęto, że wartość tego obciążenia jest stała).



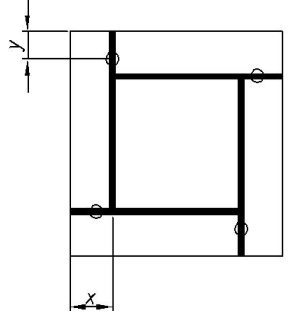
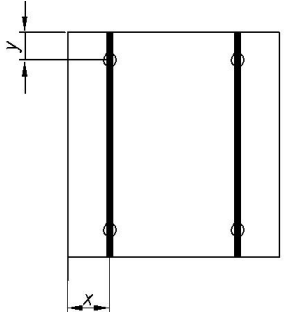
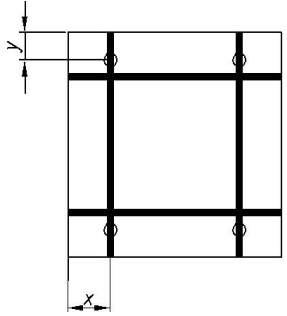
Rys. 6. Optymalizacja rusztu z belek wzajemnie podpierających się poprzez oparcie go na słupach

Wartości momentów zginających są na całej długości belki dodatnie, a maksymalna wartość M_l - znaczna. Mniejsze wartości momentów zginających uzyskuje się dla belki ze wspornikiem. Optymalne jest takie podparcie belki, któremu odpowiada równość maksymalnych wartości momentów zginających dodatnich i ujemnych. Racjonalna adaptacja tej idei w ruszcie z belek wzajemnie podpierających się oznacza podparcie rusztu na słupach.

3.1 Analiza porównawcza

Analizę porównawczą wartości momentów zginających w konstrukcjach opartych na 4 słupach przeprowadzono w sposób analogiczny jak dla konstrukcji opartych na ścianach. Wzięto pod uwagę trzy typy konstrukcji o schematach przedstawionych w tabelicy 2. Wyniki zaprezentowano na rys. 7 tak samo jak w punkcie 2.2 dla rusztów opartych na ścianach. Dla poszczególnych przypadków obliczeniowych przyjęto taką odległość y podpór od brzegu płyty, dla której maksymalne wartości momentów zginających w belkach są najmniejsze.

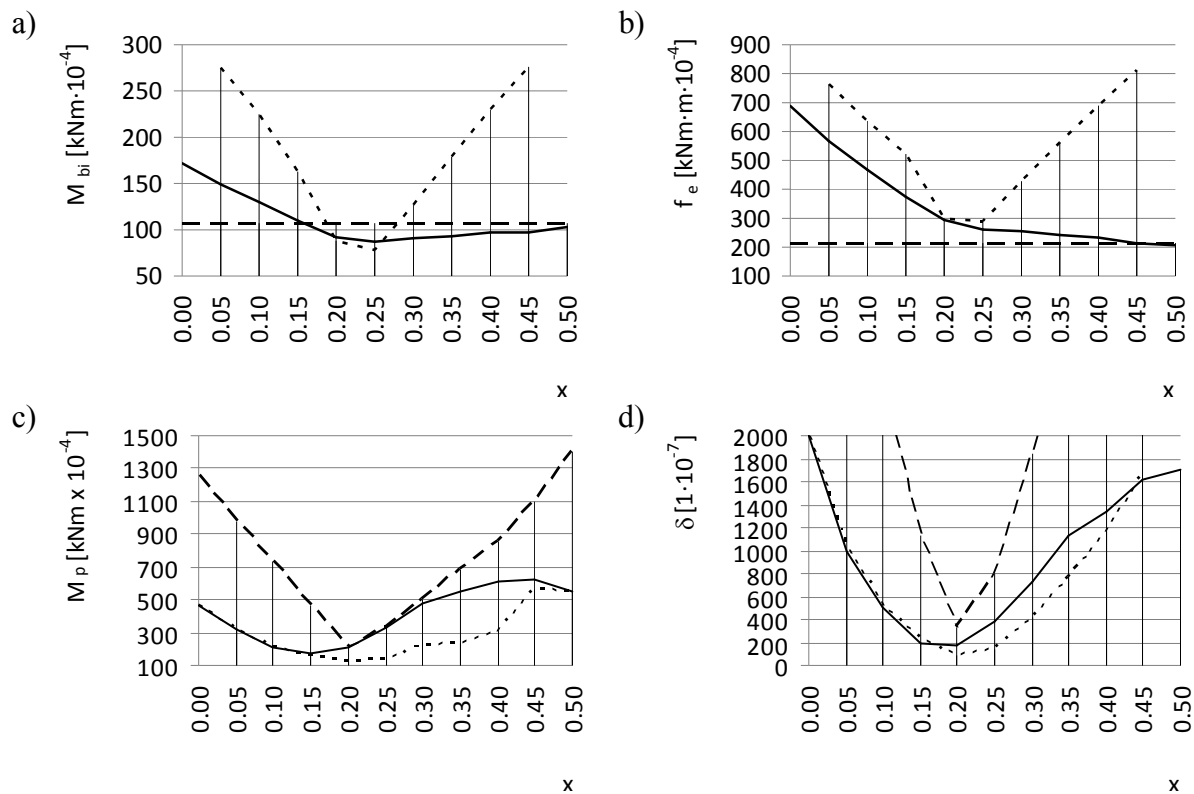
Tablica 2. Schematy poddanych analizie porównawczej konstrukcji wsporczych stropów opartych na 4 słupach

Schemat konstrukcji			
Oznaczenie na wykresach	—————	-----

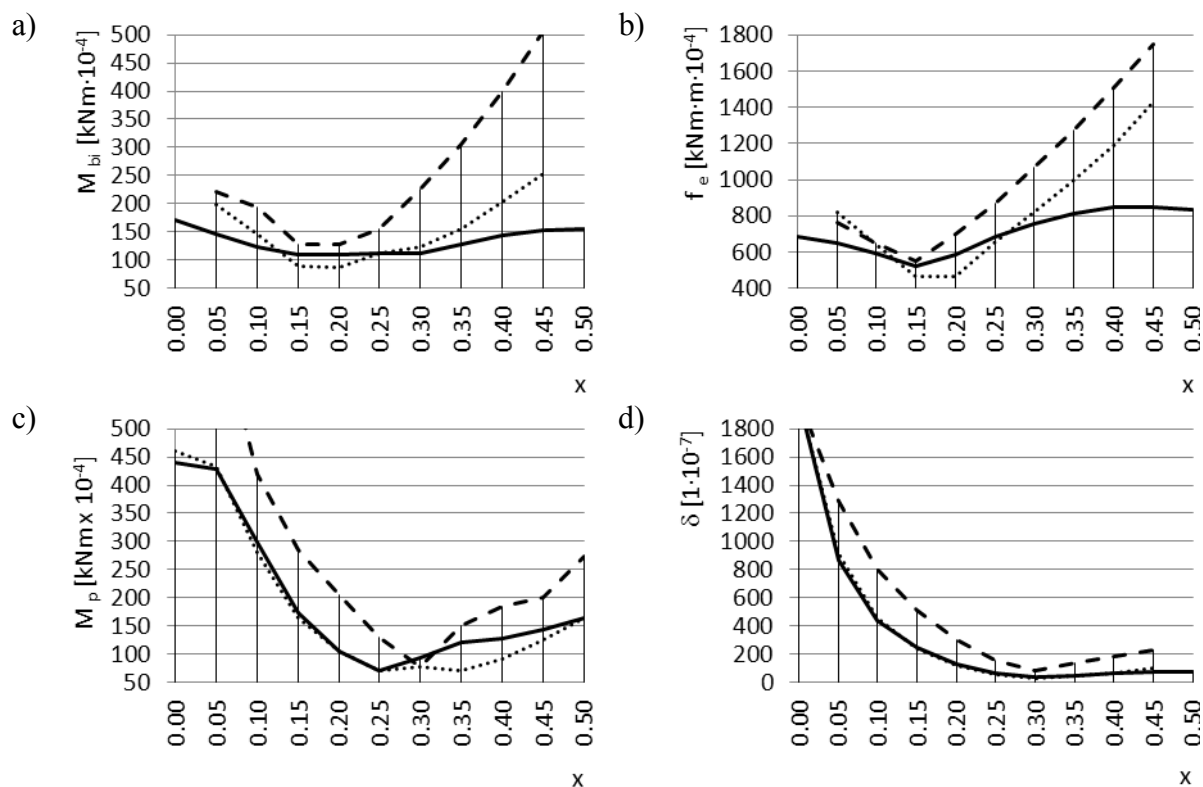
Rezultaty analizy wskazują, że zastosowanie rusztów z belek wzajemnie podpierających się w konstrukcji stropu opartego na 4 słupach może być zasadne dla pewnych wartości zmiennej x . Przekroje belek oraz całkowite zużycie materiału na wykonanie konstrukcji stropu są, jak należało się spodziewać, bez względu na rodzaj ustroju niższe niż w przypadku oparcia stropu na ścianach. Mniej korzystne są wartości momentów zginających oraz ugięć w płycie stropowej, co jest spowodowane tym, że znaczne jej fragmenty pracują jak wsporniki.

3.2 Ruszty z belkami obwodowymi

Poprawę wyników dla płyty w stropach opartych na 4 słupach można osiągnąć wprowadzając dodatkowe belki podpierające płytę wzdłuż obwodu. Zwiększa to w sposób istotny całkowitą ilość materiału niezbędnego do wykonania konstrukcji stropu. Rezultaty analogicznych jak uprzednio analiz, otrzymane dla konstrukcji zbudowanych według schematów z tabelicy 2, lecz powiększonych o belki obwodowe, przedstawiono w formie wykresów na rysunku 8. Abstrahując od ogólnego pogorszenia wskaźników f_e dla samego rusztu, spowodowanych wymienioną wyżej przyczyną, można uznać, że i w tym przypadku ruszt z belek wzajemnie podpierających się może być dla pewnych wartości x , wobec jego zalet, konstrukcją optymalną na tle konstrukcji pokrewnych. Paradoksem jest tylko długość belek obwodowych zaprzeczająca pierwotnej idei tego rusztu jako konstrukcji dającej się zbudować z elementów krótszych niż konstrukcje tradycyjne. W praktyce można rozważać zastosowanie rusztów tylko w takich stropach, których wymiary nie przekraczają długości handlowych belek, a więc w przypadku kształtowników walcowanych jako materiału konstrukcyjnego – 15 m.



Rys. 7. Rezultaty analizy dla stropów opartych na 4 słupach: a) maksymalne momenty zginające w belkach, b) wskaźniki efektywności, c) maksymalne momenty zginające w płycie, d) maksymalne ugięcia



Rys. 8. Rezultaty analizy dla stropów opartych na 4 słupach (wariant z belkami obwodowymi): a) maksymalne momenty zginające w belkach, b) wskaźniki efektywności, c) maksymalne momenty zginające w płycie, d) maksymalne ugięcia

4 PODSUMOWANIE

Zbiorcza analiza rezultatów upoważnia do stwierdzenia, że w żadnym z analizowanych przypadków, żadna z analizowanych konstrukcji nie wykazuje jednoznacznej przewagi, gdy wziąć pod uwagę wszystkie rozpatrywane wielkości.

Rusztzy z belek wzajemnie podpierających się mogą być budowane z belek o mniejszych przekrojach niż ustroje z belek równoległych, a ponadto generują powstawanie mniejszych momentów zginających oraz ugięć w podpieranej nimi płycie. Przegrywają z nimi pod względem całkowitego zużycia materiału niezbędnego na wykonanie konstrukcji. Sytuacja wygląda najczęściej odmiennie przy porównaniu rusztów z belek wzajemnie podpierających się z klasycznymi rusztami dwukierunkowymi. Należy jednak podkreślić, że połączenia belek w rusztach z belek wzajemnie podpierających się są wyłącznie połączeniami przegubowymi, a więc z tego powodu łatwiejszymi do wykonania od kształtowanych jako sztywne połączeń w klasycznych rusztach.

Decyzja o zastosowaniu rusztu z belek wzajemnie podpierających się jako konstrukcji wsporczej stropu może być racjonalnie usprawiedliwioną lecz zawsze indywidualną decyzją projektanta, biorącego pod uwagę aspekty innowacyjności konstrukcji, łatwości jej wykonania oraz rachunku ekonomicznego.

PIŚMIENNICTWO

- [1] Duvernoy S.: An Introduction to Leonardo's Lattices, Nexus Network Journal, Vol. 10, No. 1, 2008 str. 5-11
- [2] www.rinusroelofs.nl
- [3] Popovic-Larsen O: Reciprocal Frame Architecture, Elsevier, Oksford, 2008.

RECIPROCAL GRILLAGES AS STRUCTURES SUPPORTING SLAB FLOORS

Summary

Reciprocal grillages are built in such a way that each beam is supported on the previous one and supports the next beam. They were applied in the Middle Ages in slab floors as a way of covering a large span with the use of a structure built from wooden beams shorter than the span. At that time nobody conducted their static analysis. The author tried to make such an analysis and compared reciprocal grillages with traditional structures. In the analysis slab floors are discussed as complexes of floor slabs and structures supporting them. The maximal values of bending moments are recognized as the main measure of evaluation. The analysis includes square floors of unit length of the square's side and loaded by unit surface load. The comparison of the floors based on reciprocal grillages with the floors based on one-way beams or classical two-way grillages has been made for floors supported on the walls and, moreover, for floors supported on four columns.

Krzysztof WILDE¹
Magdalena RUCKA²
Katedra Mechaniki Budowli i Mostów
Politechnika Gdańska

EKSPERYMENTALNA ANALIZA MODALNA KONSTRUKCJI STADIONU W ZIELONEJ GÓRZE

STRESZCZENIE

W artykule przedstawiono badania eksperymentalne trybuny stadionu żużlowego w Zielonej Górze. Dynamiczne badania trybuny wykonano pod kątem określenia stref rezonansu i eksperymentalnej identyfikacji postaci drgań. W wyniku badań zidentyfikowano funkcje przejścia w domenę częstotliwości, wyznaczono częstotliwości rezonansowe oraz dokonano oceny wpływu obciążeń dynamicznych na konstrukcję trybun.

Słowa kluczowe: eksperymentalna analiza modalna, dynamika konstrukcji, rezonans

1 WSTĘP

Mecze żużlowe należą do sportów wzbudzających ogromne emocje wśród kibiców. Emocje te są szczególnie widoczne podczas tańca, jaki przyjął się w zwyczaju na stadionie żużlowym w Zielonej Górze, który nazywany jest tańcem „Labado”. W tańcu tym kibice kładą ręce na barki sąsiada i wykonują równoczesne podskoki. Często wykonywane są podskoki z jednoczesnym przesuwaniem się poszczególnych rzędów osób w lewo i prawo. Kibice podczas tańca wywołują siłę periodyczną o częstotliwości ok. 2.2 Hz.

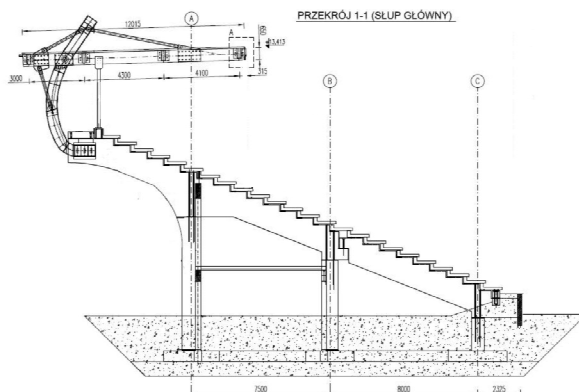
Taniec kibiców wykonywany jest na siedziskowych belkach żelbetowych, na których znajdują się siedzenia. Belki siedziskowe opierają się na belkach żelbetowych (rys. 1), które są głównymi elementami nośnymi. Pochyła belka wolnopodparta, znajdująca się w dolnej części trybuny jest połączona przegubowo z górną belką wolnopodpartą ze wspornikiem. Główne belki nośne wsparte są na fundamentach za pośrednictwem podkładek elastomerowych. Do zakończeń wsporników belek głównych przymocowane są stalowe słupy zadaszenia. Dach, którego całkowita rozpiętość, wynosi 12 metrów, wykonany jest z dźwigarów drewnianych. Stalowa balach trapezowa przymocowana jest do płatwi drewnianych.

Celem niniejszego artykułu jest eksperymentalne zbadanie częstotliwości rezonansowych trybun stadionu żużlowego i określenie wybranych postaci drgań. Badania są

¹ wild@pg.gda.pl

² mrucka@pg.gda.pl

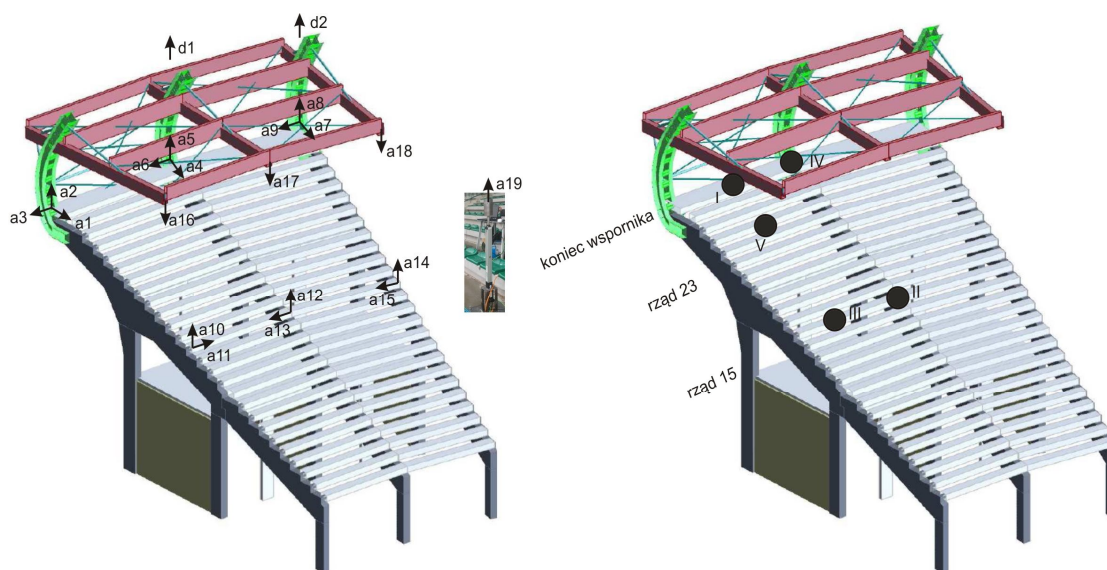
ukierunkowane na część żelbetową konstrukcji stadionu [1, 2]. W badaniach uwzględniono wzbudzenia drgań w postaci sił harmoniczných oraz synchronizowanego ruchu kibiców.



Rys. 1. Badana trybuna stadionu żużlowego oraz przekrój przez trybunę stadionu żużlowego

2 PROGRAM BADAŃ

Przedmiotem badań była wybrana sekcja trybuny stadionu żużlowego o numerze K4 (rys. 1). Wyboru trybuny dokonano na bazie informacji dotyczących badań dynamicznych przeprowadzonych przez zespół z Uniwersytetu Zielonogórskiego. Pomiary drgań przeprowadzono w 9 punktach konstrukcji, w trzech z nich badano przyspieszenia w kierunku pionowym, w kolejnych trzech badano przyspieszenia w dwóch kierunkach, zaś w trzech ostatnich punktach mierzono przyspieszenia trzykierunkowo, co dało łącznie 18 kierunków pomiarów przyspieszeń konstrukcji, rozmieszczonych jak na rys. 2. Kierunek 19 to przyspieszenie mierzone na końcu wzbudnika (tylko podczas testów harmoniczných). Do pomiarów użyto akcelerometry trójosiowe PCB T356B18 oraz przenośny system do pomiaru oraz analizy drgań i dźwięku LMS SCADAS (rys. 3). Dodatkowo wykonywano pomiary przemieszczeń za pomocą czujników indukcyjnych w punktach a5 i a8 (na końcu dwóch belek betonowych) oznaczonych odpowiednio symbolami d1 i d2.



Rys. 2. Rozmieszczenie punktów pomiarowych (a1 do a19) oraz położenia wzbudnika (I do V)



Rys. 3. Aparatura pomiarowa oraz wzbudnik w ustawieniu nr I i w ustawieniu nr II

Badania pomiarowe obejmowały drgania od wymuszenia harmonicznego oraz wymuszenia tańcem kibiców. Obciążenie harmoniczne wzbudzano za pomocą wzbudnika sił harmonicznym dostosowanego do pracy na żelbetowej konstrukcji trybun. Wzbudnik harmoniczny umieszczony był w pięciu pozycjach – na wysokości rzędu 15, 23 oraz na końcu trybuny (rys. 2, rys. 3). Wzbudnik znajdował się nad osią belki żelbetowej oraz w $\frac{1}{2}$ rozpiętości między belkami. Dla pomiarów wzbudnikiem wymuszenie harmoniczne przykładane było w formie sinusoidy o płynnie regulowanej częstotliwości od 1 Hz do 8 Hz.



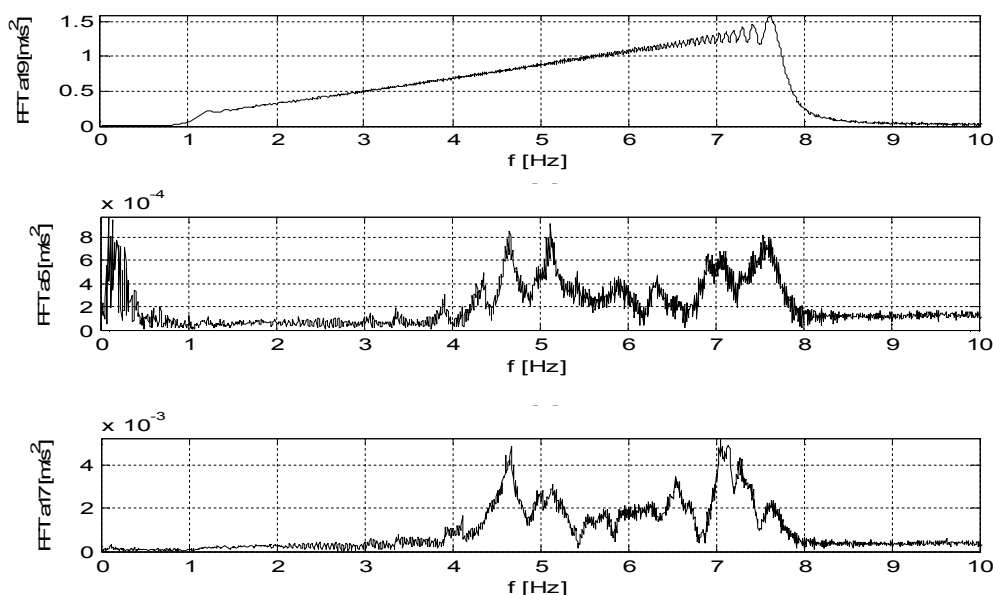
Rys. 4. Wymuszenie kibicami w sekcji nr I+III

Przy pomiarach drgań wymuszonych tańcem kibiców (rys. 4) badano dwie formy aktywności – taniec „Labado” oraz synchroniczne podskoki. Ludzie biorący udział w badaniach ustawieni byli w 9 kombinacjach ustawień. Na trybunie oznaczono trzy sekcje, tzn. sekcja I: od rzędu 1 do 11, sekcja II: od rzędu 12 do 21 oraz sekcja III: od rzędu 22 do 25 łącznie z osobami stojącymi na koronie stadionu. Zbadane zostało wzbudzenie trybuny przez nieregularne, ale synchroniczne skoki ludzi. Ludzie skakali trzymając się z barki, najpierw powoli, pojedyncze skoki, a potem coraz szybciej dochodząc do niesynchronicznych szybkich skoków wszystkich osób. Ta forma kibicowania jest nieformalnie nazywana „Szkocją”. Druga forma kibicowania, zwana tańcem „Labado” polega na śpiewaniu piosenki i synchronicznych skokach zgromadzonej ludzi. W tym przypadku sam początek tańca zaczyna się wolno, aby po parunastu sekundach przejść w regularne synchroniczne podskoki o stałej częstotliwości.

3 ANALIZA WYNIKÓW POMIARÓW

3.1 Wymuszenie harmoniczne

Celem badań było określenie częstotliwości rezonansowych trybuny. Po transformacji pomierzonych danych do dziedzinie częstotliwości poprzez szybką transformatę Fouriera (metoda FFT) uzyskano reprezentację częstotliwościową sygnałów. Jako wymuszenie zastosowano funkcję sinus o zmiennej w czasie częstotliwości od 1 Hz do 8 Hz, co umożliwiło wzbudzenie całego zakresu częstotliwości z zakresu potencjalnie wzbudzanych przez kibiców. Przykładowe sygnały w dziedzinie częstotliwości dla punktów znajdujących się na końcu wzbudnika, na końcu belki żelbetowej oraz na dachu pokazano na rys. 5. Widoczne jest, iż w badanym przedziale 2 Hz do 5 Hz, częstotliwości rezonansowe to: 3.4 Hz, 3.9 Hz, 4.4 Hz oraz 4.6 Hz.

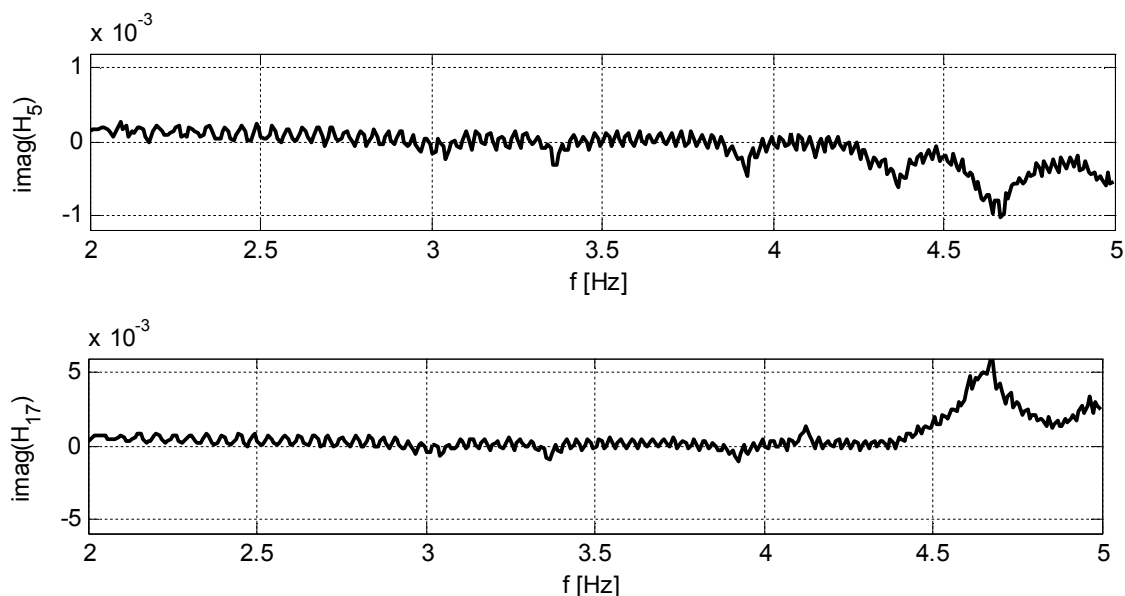


Rys. 5. Sygnał pomiarowy w dziedzinie częstotliwości od wymuszenia harmonicznego w kierunkach mierzonych przyspieszeń a19, a2 oraz a17

W celu wyznaczenia częstotliwości rezonansowych, posłużono się widmową funkcją przejścia. Funkcja przejścia $H(\omega)$ została obliczona jako iloraz amplitudy FFT przyspieszenia zarejestrowanego na konstrukcji \hat{a} do amplitudy FFT przyspieszenia zarejestrowanego na wzbudniku \hat{p} [3, 4, 5]:

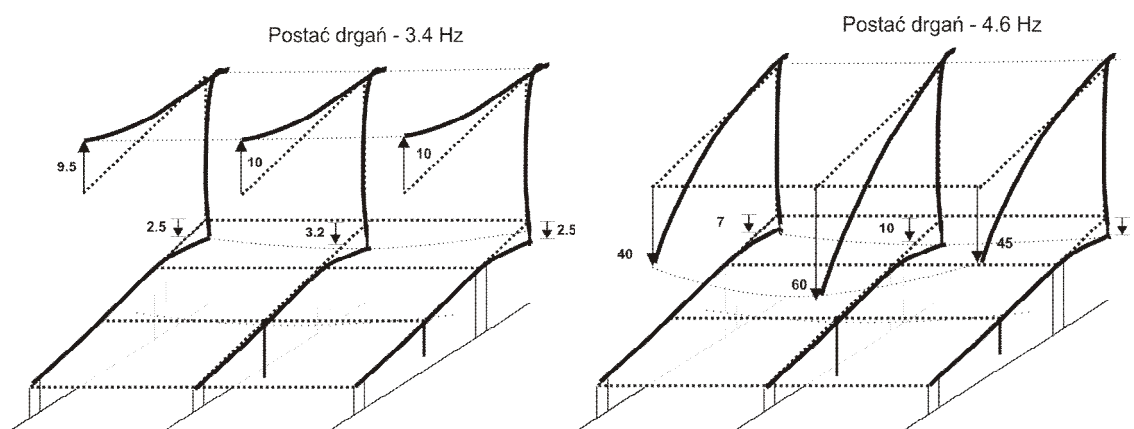
$$H(\omega) = \frac{\hat{a}}{\hat{p}}, \quad (1)$$

Funkcje przejścia pokazują relację wyjściowej i wejściowej amplitudy sygnału w dziedzinie częstotliwości. Na rys. 6 przedstawiona jest część urojona funkcji przejścia dla pomiaru pionowego na końcu belki żelbetowej (a15) oraz na dachu (a17). Widoczne są wzmocnienia dla częstotliwości 3.4 Hz, 3.9 Hz, 4.4 Hz oraz 4.6 Hz.



Rys. 6. Funkcja przejścia przy wzbudzeniu harmonicznym dla kierunku a5 oraz a17 (ustawienie wzbudnika nr I)

Na podstawie widmowych funkcji przejścia możliwe było wyznaczenie postaci drgań (por. [3-5]). Informacja zawarta w części urojonej funkcji transmitancji widmowej umożliwia określenie zarówno kształtu jak i kierunku postaci drgań. Przykładowe postaci drgań dla częstotliwości 3.4 Hz oraz 4.6 Hz pokazane są na rys. 7. Kierunki i wartości przemieszczeń dla poszczególnych stopni swobody pokazane są z pomocą wektorów i wartości liczbowych.

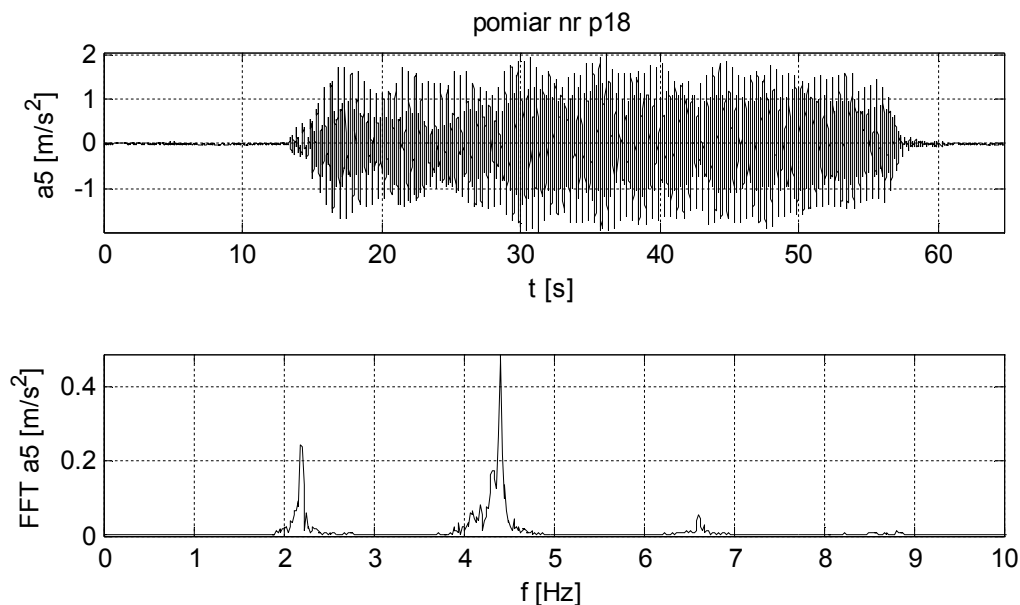


Rys. 7. Postacie drgań dla 3.4 Hz oraz 4.6 Hz

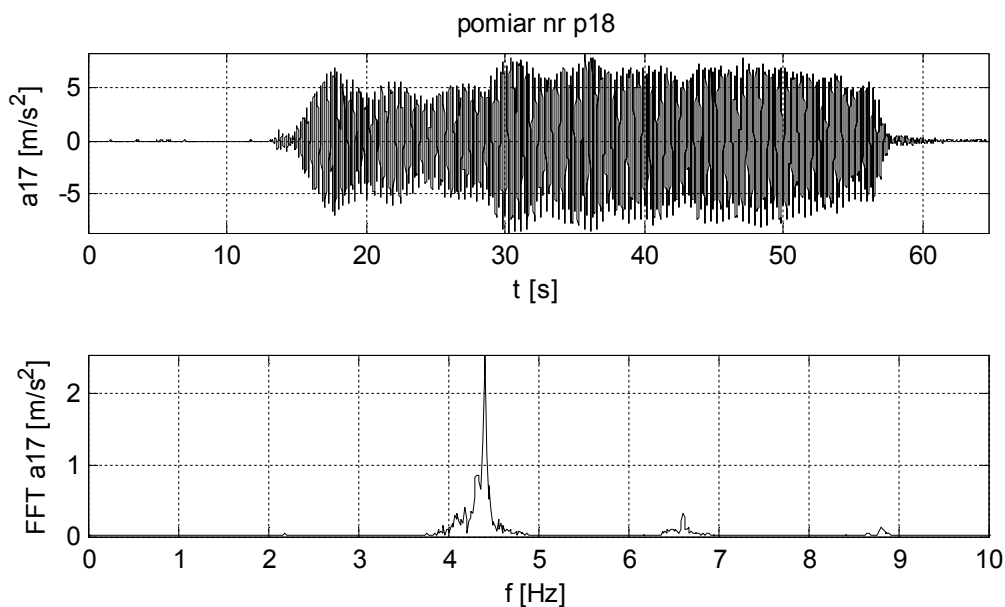
3.2 Wymuszenie tańcem kibiców

Celem badań było określenie, czy częstotliwości drgań generowanych przez kibiców są bliskie częstotliwościom rezonansowym konstrukcji. Po transformacji pomierzonych danych do dziedziny częstotliwości poprzez szybką transformatę Fouriera (metoda FFT) uzyskano reprezentację częstotliwościową sygnałów. Odpowiedź konstrukcji na wymuszenie w formie tańca Labado pokazano na rys. 8 (dla belki żelbetowej) i rys. 9 (dla konstrukcji dachu). Na wykresie transformaty Fouriera dla belki żelbetowej widoczne są dwa wyraźne piki przy częstotliwości 2.2 Hz i 4.4 Hz oraz kolejny mniejszy przy 6.6 Hz. Na wykresie transformaty Fouriera dla konstrukcji dachu widoczny jest jeden wyraźny pik o częstotliwości 4.4 Hz oraz kolejny mniejszy przy 6.6 Hz. Kibice skacząc z częstotliwością 2.2 Hz, wzbudzają kolejne częstotliwości harmoniczne ($n \times 2.2$ Hz, gdzie $n = 1, 2, 3, 4, \dots$).

Maksymalne amplitudy przemieszczenia przy wymuszeniu tańcem „Labado”, gdy osoby znajdowały się na części wspornikowej trybuny (testy wykonywane były przy wypełnieniu ludźmi jednej sekcji trybuny) wyniosły: 5 mm dla pionowego przemieszczenia swobodnego końca belki betonowej i 12 mm dla pionowego przemieszczenia swobodnego końca dachu.



Rys. 8. Sygnał pomiarowy od wymuszenia kibicami w kierunku a5 (taniec Labado)



Rys. 9. Sygnał pomiarowy od wymuszenia kibicami w kierunku a17 (taniec Labado)

4 WNIOSKI

Przeprowadzone eksperymentalne badania dynamiczne postaci drgań (rzeczywistego kształtu postaci drgań własnych) oraz badania drgań wzbudzonych przez synchroniczny ruch ludzi pozwoliły na eksperymentalną identyfikację dynamiki trybuny stadionu (zarówno części betonowej, jak i zadaszzenia) oraz identyfikację charakteru dynamicznej siły periodycznej

wywoływanej synchronicznym ruchem ludzi.

Na podstawie przeprowadzonych badań eksperymentalnych oraz analizy pomierzonych sygnałów można stwierdzić, że:

- Na podstawie testów harmonicznym o płynnie regulowanej częstotliwości w zakresie od 1 Hz do 8 Hz, wyznaczono, że konstrukcja trybun posiada strefy rezonansowe w przedziale częstotliwości od 2 Hz do 5 Hz, które znajdują się w strefie oddziaływań dynamicznych wywołanych ruchem kibiców.
- Postacie drgań z dominującym komponentem przemieszczenia pionowego głównych belek betonowych i swobodnego końca zadaszania (drgania giętne elementów konstrukcyjnych) związane są z częstotliwościami 3.2 Hz 3.4 Hz, 3.9 Hz i 4.6 Hz (wyniki podane są z dokładnością do +/-0.1Hz). Częstotliwość 4.4 Hz została zidentyfikowana na pomiarach na głównych belkach betonowych, ale nie pojawia się ona w sygnałach z punktów pomiarowych położonych na zadaszaniu trybuny.
- Najbardziej niekorzystnym, z punktu widzenia dynamicznego wzbudzenia drgań trybuny, jest ustawienie skaczących ludzi w najwyższej sekcji trybuny (w rzędach znajdujących się nad wspornikiem betonowym – rzędy od 22 do 25 oraz na koronie stadionu) i jednocześnie w najniższym sektorze trybuny (rzędy od 1 do 11).
- Największe amplitudy drgań zostały zarejestrowane podczas tańca „Labado” tzn. synchronicznych skoków ludzi przez dłuższy czas. W trakcie tańca „Labado” wzbudzana jest postać drgań związana z częstotliwością 4.4 Hz (drgania giętne o dominującym komponencie związanym z ruchem pionowym swobodnego końca zadaszania oraz ruchem pionowym końca wspornika betonowego).
- Częstotliwość skoków w trakcie tańca „Labado” wyniosła ok. 2.2 Hz w zarejestrowanych seriach pomiarowych. Częstotliwość wzbudzonej postaci drgań stanowi wielokrotność częstotliwości wymuszającej siły dynamicznej.
- Wymuszenia dynamiczne powstające przy synchronicznym ruchu ludzi, zarówno te od nieregularnych skoków jak i te od tańca „Labado” nie powodują znaczącego wzbudzenia najniższych giętych częstotliwości drgań własnych trybuny – postaci związanych z częstościami 3.4 Hz i 3.9 Hz.
- Zdaniem Autorów artykułu, powodem niepożądanych drgań trybuny jest zjawisko wzbudzenia wyższej częstotliwości harmonicznej tzn. wymuszenie o częstotliwości 2.2Hz wzbudza postać drgań związaną z częstotliwością ok. 4.4 Hz. Osoby tańczące „Labado” dostrajają się do naturalnych drgań trybuny wpasowując się w połowę częstotliwości 4.4Hz. Dokładne wpasowanie się częstotliwości wymuszenia powoduje relatywnie duże amplitudy drgań trybuny. Zjawisko synchronizowania się ruchu pieszych z drganiami konstrukcji inżynierskiej spotykane jest na kładkach dla pieszych.
- Zjawisko wzbudzania wyższej harmonicznej częstotliwości własnej konstrukcji nie jest tożsame ze zjawiskiem rezonansu. Standardowa analiza dynamiczna obiektu nie obejmuje konieczności sprawdzania wzbudzania wyższych częstotliwości harmonicznych, a ogranicza się do sprawdzenia czy częstotliwość siły wymuszającej znajduje się dostatecznie daleko od strefy rezonansu.

PIŚMIENNICTWO

- [1] Wilde K., Rucka M., Rutkowski T.: Orzeczenie techniczne dotyczące eksperymentalnego określenia częstotliwości drgań własnych konstrukcji żelbetowej stadionu żużlowego w Zielonej Górze, Politechnika Gdańska 2011.

- [2] Wilde K., Rucka M., Rutkowski T., Żelazkiewicz J: Ekspertyza techniczna dotycząca eksperymentalnego określenia formy drgań własnych konstrukcji trybuny stadionu żużlowego w Zielonej Górze z uwzględnieniem oddziaływań grupy kibiców, Politechnika Gdańska 2011.
- [3] Rucka M., Wilde K.: Dynamika Budowli z przykładami w środowisku MATLAB[®], Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, 2008.
- [4] Rucka M., Wilde K.: Application of continuous wavelet transform in vibration based damage detection method for beam and plates, Journal of Sound and Vibration Vol. 297, pp. 536-550, 2006.
- [5] Chopra A. K.: Dynamics of Structures, Upper Saddle River, Prentice Hall 2001.

EXPERIMENTAL MODAL ANALYSIS OF ARENA STRUCTURE IN ZIELONA GÓRA

Summary

The paper presents an experimental study of sports arena in Zielona Góra. The synchronized dancing of a large number of fans caused large amplitude vibrations of steel and concrete members of the stand. The experimental studies showed that the structure is sensitive to vibrations and that large amplitude vibrations require complex experimental studies of coupled vibrations that include characteristics of dynamic loading caused by dancing fans.