

Mariusz FRANCZYK
Politechnika Rzeszowska

PRZYKŁADY ZASTOSOWANIA OPTYMALIZACJI WIELOKRYTERIALNEJ W PROJEKTOWANIU BETONÓW

W pracy przedstawiono efekty zastosowania statystycznej optymalizacji wielokryterialnej w analizie wyników badań betonów wysokowartościowych. Analizę i ocenę badań przeprowadzono w obszarze przyjętego planu doświadczeń. Efektem działań było uzyskanie rozwiązań preferowanych w zakresie składu betonów z uwagi na przyjęte kryteria optymalizacji.

1. Wstęp

Dotychczasowe zasady doboru składu betonów wysokowartościowych (BWW) nie odbiegają istotnie od znanych analityczno-doświadczalnych metod projektowania składu betonów zwykłych. Procedura technologiczna prowadząca do uzyskania betonów wysokowartościowych wymaga jednak odpowiedniego kształtowania i modyfikowania struktury betonu w skali makro i mikro, co ma prowadzić do optymalnego ułożenia dobranych składników i powiązania ich z dwoma głównymi parametrami składu mieszanki, tj. proporcjami woda/cement (W/C) i mikrowypełniacz/cement (w BWW najczęściej jest to stosunek pyłu krzemionkowego do cementu, przy udziale efektywnych upłynniaczy). Rosnące wymagania co do zespołu cech jakościowych, użytkowych oraz trwałości projektowanego betonu, wynikające m.in. ze szczelności, odporności na czynniki agresywne, powodują zasadniczy wzrost liczby kryteriów i zmiennych, jakie muszą być brane pod uwagę w procedurze projektowania składu mieszanki. Projektowanie prowadzi się obecnie głównie metodami doświadczalnymi, przy wykorzystaniu dotychczasowego stanu wiedzy o BWW, coraz częściej jednak stosuje się metody statystyczne i optymalizacyjne [1-6]. Zastosowanie metod statystyki matematycznej, w tym wielokryterialnej optymalizacji statystycznej, pozwalające na określenie optymalnego składu mieszanki betonowej z uwagi na przyjęte kryteria optymalizacji lub sprawdzenie poprawności przyjętych rozwiązań, znajduje zastosowanie w technologii betonu [1, 2, 7, 8]. Na podstawie raz przeprowadzonej serii zaplanowanych badań można rozwiązać wiele różnie

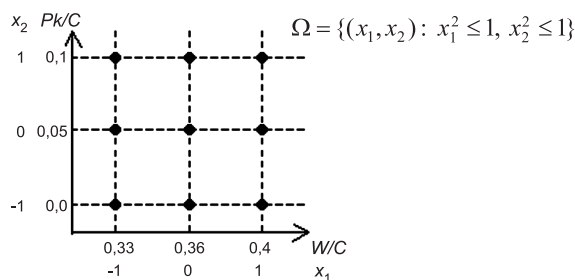
sformułowanych zadań optymalizacyjnych. Możliwe jest także prognozowanie skutków odejścia od warunków optymalnych.

Wybór planu eksperymentu wymaga m.in. dokładnej analizy warunków praktycznej realizacji doświadczenia, jak i analizy celu badań. Narzędziem pomocnym w podjęciu właściwej decyzji jest technika planowania doświadczeń. Doświadczenia w technologii betonów, a zwłaszcza betonów wysokowartościowych, charakteryzują się znaczną pracochłonnością, materiałochłonnością i czasochłonnością. Przyjęcie do opisu zależności pomiędzy czynnikami a badanymi cechami modelu matematycznego w postaci wielomianu stopnia trzeciego lub wyższego wymagałoby niewspółmiernie wielkiego wysiłku włożonego w realizację doświadczeń, w porównaniu do praktycznej wartości osiągniętej dokładności modelu. Ze względu na trudności techniczne, które pojawiają się podczas realizacji doświadczeń w punktach nieregularnego planu, wskazane jest, aby liczba różnych poziomów czynników w planie nie była zbyt duża [2].

W pracy przedstawiono wyniki zastosowania wielokryterialnej optymalizacji statystycznej do oceny wyników badań wysokowartościowych betonów z dodatkiem pyłu krzemionkowego. Jako zmienne decyzyjne przyjęto parametry: pył krzemionkowy/cement Pk/C oraz wskaźnik wodno-cementowy W/C . Optymalizację przeprowadzono przy zastosowaniu funkcji uogólnionej użyteczności U^I i U^{III} .

2. Program badań

Układ planu eksperymentu przyjęto jako dwuczynnikowy plan ortogonalny ($PS/DS-P$: α , $i = 2$), przy założeniu że $\alpha = \alpha_{ort} = 1$, co daje trzy wartości unormowane każdej z wielkości wyjściowych: x_1 (W/C) i x_2 (Pk/C) zmieniających się w zakresie $[-1, 0, 1]$, zgodnie z rys. 1.



Rys. 1. Plan doświadczeń

Wartości kodowe wraz z proporcjami składników i wynikami badań 28-dniowych dla wybranych 2 serii betonów (BO z kruszywem żwirowym i BB z kruszywem bazaltowym) zestawiono w tab. 1. i 2. W celu pełniejszego okre-

ślenia zmian wytrzymałości na ściskanie f_{c28} przyjęty plan eksperymentu poszerzono o dodatkowe punkty doświadczeń uwzględnione w obliczeniach i podane w tabelach (mieszanki: BO10, 11, 12, 13; BB10, 11, 12, 13).

Tabela 1. Składy według planu eksperymentu oraz wyniki badań betonów żwirowych BO

Nr serii betonu	Zmienne standaryzowane		Zmienne materiałowe		Ilość składników [kg/m³]					Wyniki badań					
	x_1	x_2	W/C	Pk/C	C	P	K	W	Pk	f_{c28} [MPa]	E_{28} [GPa]	K_{Ic} [MN/m ^{3/2}]	n_w [%]	w_b [mm]	ε_s [-]
BO1	-1	-1	0,33	0	466	520	1324	153,8	0	74,6	43,6	0,848	4,60	19	0,035
BO2	0	-1	0,36	0	466	512	1299	167,8	0	72,0	39,5	0,818	5,18	28	0,041
BO3	1	-1	0,40	0	466	496	1260	186,4	0	58,9	38,9	0,754	5,50	27	0,044
BO4	-1	0	0,33	0,05	466	508	1328	153,8	23,3	86,2	43,3	0,881	4,15	16	0,037
BO5	0	0	0,36	0,05	466	487	1300	167,8	23,3	79,8	43,0	0,868	4,80	16	0,039
BO6	1	0	0,40	0,05	466	473	1260	186,4	23,3	75,0	38,7	0,89	5,40	22	0,04
BO7	-1	1	0,33	0,1	466	485	1325	153,8	46,6	80,0	46,3	0,855	4,45	12	0,044
BO8	0	1	0,36	0,1	466	465	1299	167,8	46,6	75,6	46,2	0,926	4,50	15	0,039
BO9	1	1	0,40	0,1	466	450	1261	186,4	46,6	74,0	39,8	0,919	5,50	13	0,046
BO10	0	-0,4	0,36	0,02	466	503	1300	167,8	9,32	78,5	-	-	-	-	-
BO11	1	-0,4	0,40	0,02	466	487	1260	186,4	9,32	72,0	-	-	-	-	-
BO12	-1	0,5	0,33	0,075	466	485	1325	153,8	35	87,9	-	-	-	-	-
BO13	1	0,5	0,40	0,075	466	461	1260	186,4	35	76,1	-	-	-	-	-

Tabela 2. Składy według planu eksperymentu oraz wyniki badań betonów bazaltowych BB

Nr serii betonu	Zmienne standaryzowane		Zmienne materiałowe		Ilość składników [kg/m³]					Wyniki badań					
	x_1	x_2	W/C	Pk/C	C	P	K	W	Pk	f_{c28} [MPa]	E_{28} [GPa]	K_{Ic} [MN/m ^{3/2}]	n_w [%]	w_b [mm]	ε_s [-]
BB1	-1	-1	0,33	0	550	435	1257	181,5	0	77,4	55,1	0,941	4,06	20	0,0255
BB2	0	-1	0,36	0	469	473	1350	168,8	0	72,8	54,6	0,839	4,16	22	0,025
BB3	1	-1	0,40	0	424	602	1713	169,6	0	71,7	52,9	0,775	4,25	40	0,026
BB4	-1	0	0,33	0,05	550	406	1257	181,5	27,5	89,5	55,8	0,992	3,4	16	0,0226
BB5	0	0	0,36	0,05	469	450,5	1349	168,8	23,45	82,4	49,8	0,867	4,1	18	0,03
BB6	1	0	0,40	0,05	424	580	1713	169,6	21,2	72,5	52,1	0,905	4	18	0,0226
BB7	-1	1	0,33	0,1	550	376,5	1257	181,5	55	87,7	54,4	0,850	3,2	9	0,0266
BB8	0	1	0,36	0,1	469	427	1349	168,8	46,9	82	51,4	0,815	3,9	12	0,0334
BB9	1	1	0,40	0,1	424	459	1713	169,6	42,4	71	53	0,851	4,1	16	0,0348
BB10	0	-0,4	0,36	0,02	497	533	1374	178,9	9,94	76,96	-	-	-	-	-
BB11	1	-0,4	0,40	0,02	386	583	1499	154,4	7,72	72,3	-	-	-	-	-
BB12	-1	0,5	0,33	0,075	500	511	1400	165	37,5	93,1	-	-	-	-	-
BB13	0	0,5	0,36	0,075	386	583	1494	138,9	28,95	80	-	-	-	-	-

3. Optymalizacja składu betonów

Dziedzinę eksperymentu dla punktów x_1 i x_2 planu eksperymentu określono następująco:

$$\Omega = \{(x_1, x_2) : x_1^2 \leq 1, x_2^2 \leq 1\} \quad (1)$$

Zbiór Ω stanowi obszar rozwiązań dopuszczalnych dwuwymiarowej przestrzeni zmiennych decyzyjnych. Przyjęte ograniczenia wynikają z ograniczeń nałożonych na zmienne decyzyjne w planie eksperymentu, a ich zakresy zmienności odpowiadają ogólnie przyjętym wartościom stosowania dodatku pyłu krzemionkowego i wskaźnika W/C [9].

Wartości kodowe x_1 i x_2 zmieniają się w przedziale od -1 do 1 i odpowiadają wraz z wartościami pośrednimi przyjętym zmiennym wartościom W/C i Pk/C . Jako kryteria optymalizacji przyjęto:

- maksimum wytrzymałości na ściskanie po 28 dniach dojrzewania, $\max f_{c28}$,
- maksimum modułu Younga po 28 dniach dojrzewania, $\max E_c$,
- maksimum współczynnika intensywności naprężeń badanego według I modelu pęknięcia, $\max K_{Ic}$,
- minimum nasiąkliwości betonu, $\min n_w$,
- minimum wodoprzepuszczalności betonu, określonej maksymalną głębokością przesiąkania wody w mm, $\min w_b$,
- minimum skurczu, $\min \varepsilon_s$.

Przyjętych 6 kryteriów optymalizacji odpowiadających bezpośrednio badanym właściwościom betonu pozostaje w zgodzie z pożądanym kierunkiem ich zmian, czyli uzyskaniem betonów charakteryzujących się maksymalnymi wartościami badanych właściwości mechanicznych, przy minimalnych: nasiąkliwości, wodoprzepuszczalności i skurczu. Oczywiście wybór kryteriów i ich wag nie jest jedynym możliwym i w zależności od konkretnych wymagań użytkowych zastosowana procedura optymalizacyjna umożliwia ich dowolny wybór na etapie projektowania, jak i na etapie analizy wyników przeprowadzonych badań.

Otrzymane wyniki badań, zestawione w tab. 1. i 2. umożliwiły określenie funkcji regresji dla każdej z sześciu badanych właściwości betonów. Zależności funkcyjne między zmiennymi w planie eksperymentu a określonymi właściwościami betonu oszacowano za pomocą wielomianów stopnia drugiego, postaci:

$$BW = A_0 + A_1 \frac{W}{C} + A_2 \left(\frac{W}{C} \right)^2 + A_3 \frac{Pk}{C} + A_4 \left(\frac{Pk}{C} \right)^2 + A_5 \frac{W}{C} \frac{Pk}{C} \quad (2)$$

gdzie: BW – badana właściwość betonu, A_i – współczynniki do równania (2), określone dla poszczególnych właściwości betonu, W/C – wskaźnik wodno-cementowy, Pk/C – stosunek pyłu krzemionkowy/cement.

Wartości współczynników A_i do funkcji regresji dla każdej z właściwości badanego betonu, wraz ze współczynnikami korelacji wartości rzeczywistych do przewidywanych obliczono, wykorzystując program STATISTICA.

Na podstawie zaproponowanych wielomianów określono punkty optymalne ze względu na rozważane kryteria. Otrzymane wyniki zestawiono w tab. 3. i 4. Optymalizację składu betonów przeprowadzono z wykorzystaniem metody funkcji użyteczności. W tym celu określono przedziały wartości zadowalających dla każdej właściwości oraz przypisano im odpowiednie wagi (tab. 5., 6.).

Tabela 3. Wartości badanych właściwości w punktach optymalnych ze względu na rozważane kryteria – betony żwirowe BO

Kryte- rium	Współrzędne punktu optymalnego				Wartości funkcji celu					
	x_1	x_2	W/C	Pk/C	f_{c28} [MPa]	E_{28} [GPa]	K_{Ic} [MN/m ^{3/2}]	n_w [%]	w_b [mm]	ε_s [-]
max f_{c28}	-1	0,137255	0,33	0,056863	88,08352	44,24487	0,879738	4,263061	14,46034	0,037241
max E_{28}	-1	1	0,33	0,1	79,70484	46,89154	0,862353	4,269787	11,93221	0,042598
max K_{Ic}	0,294118	0,686275	0,354706	0,084314	80,73366	44,38024	0,900995	4,610798	15,36242	0,040121
min n_w	-1	0,529412	0,33	0,076471	86,26993	45,31564	0,876695	4,234438	13,12664	0,039153
min w_b	-1	1	0,33	0,1	79,70484	46,89154	0,862353	4,269787	11,93221	0,042598
min ε_s	-1	0,529412	0,33	0,023529	83,53614	42,93043	0,866322	4,432896	17,43349	0,035991

Tabela 4. Wartości badanych właściwości w punktach optymalnych ze względu na rozważane kryteria – betony bazaltowe BB

Kryte- rium	Współrzędne punktu optymalnego				Wartości funkcji celu					
	x_1	x_2	W/C	Pk/C	f_{c28} [MPa]	E_{28} [GPa]	K_{Ic} [MN/m ^{3/2}]	n_w [%]	w_b [mm]	ε_s [-]
max f_{c28}	-1	0,7	0,33	0,086	90,79254	54,31277	0,844498	3,267496	11,56436	0,025322
max E_{28}	-1	-1	0,33	0,0	78,07565	56,32148	0,960031	3,964652	20,0901	0,024752
max K_{Ic}	-1	-0,72	0,33	0,014	81,89597	55,59129	0,964878	3,806137	17,69419	0,023441
min n_w	-1	1	0,33	0,1	90,43199	54,54577	0,792837	3,216538	11,57645	0,027366
min w_b	-1	1	0,351	0,1	83,19900	52,15497	0,758646	3,709570	10,88153	0,032184
min ε_s	-1	-0,20	0,33	0,04	87,18516	54,65120	0,949474	3,558206	14,28464	0,022454

Obliczenie wartości liniowej funkcji użyteczności U^l polegało na przeliczeniu wartości każdego z kryteriów według wzoru:

$$\xi_j(y) = \frac{y_j - y_{jG}}{y_{jL} - y_{jG}} \quad (3)$$

gdzie: $\xi_j(y)$ – funkcja dla j -tego kryterium, y_j – wartość w danym punkcie dziedziny eksperymentu dla j -tego kryterium, y_{jG} – wartość gorsza dla j -tego kryterium, y_{jL} – wartość lepsza dla j -tego kryterium.

Tabela 5. Przedziały wartości zadowalających oraz wagi kryteriów optymalizacji – betony żwirowe BO

Badana właściwość betonu	Przedziały wartości zadowalających		Waga
	wartość gorsza	wartość lepsza	
f_{c28} [MPa]	65	80	0,25
E_{28} [GPa]	40	44	0,25
K_{Ic} [MN/m ^{3/2}]	0,85	0,88	0,2
n_w [%]	4,8	4,3	0,1
w_b [mm]	18	15	0,1
ε_s	0,04	0,039	0,1

Tabela 6. Przedziały wartości zadowalających oraz wagi kryteriów optymalizacji – betony bazaltowe BB

Badana właściwość betonu	Przedziały wartości zadowalających		Waga
	wartość gorsza	wartość lepsza	
f_{c28} [MPa]	75	80	0,25
E_{28} [GPa]	50	51	0,25
K_{Ic} [MN/m ^{3/2}]	0,85	0,88	0,2
n_w [%]	4,0	3,7	0,1
w_b [mm]	20	16	0,1
ε_s	0,030	0,026	0,1

Wartości z przedziału $\langle y_{jG}, y_{jL} \rangle$ uznano za zadowalające dla j -tego kryterium. Liniowa funkcja użyteczności U^I ma postać:

$$U^I(y_1, y_2, \dots, y_6) = \sum_{j=1}^6 w_j \xi_j(y_j) = \sum_{j=1}^6 w_j \frac{y_j - y_{jG}}{y_{jL} - y_{jG}} \quad (4)$$

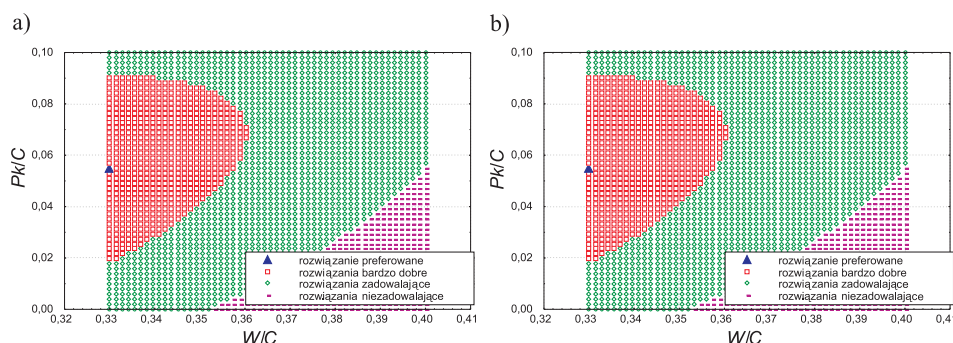
gdzie: $\sum_{j=1}^6 w_j = 1$ oraz $0 < w_j < 1$, w_j – wagi dla poszczególnych kryteriów.

Wartości funkcji użyteczności z przedziału $0 \leq U^I < 1$ oznaczają użyteczność zadowalającą pod względem przyjętych kryteriów optymalizacji, $U^I \geq 1$ oznacza zaś użyteczność bardzo dobrą.

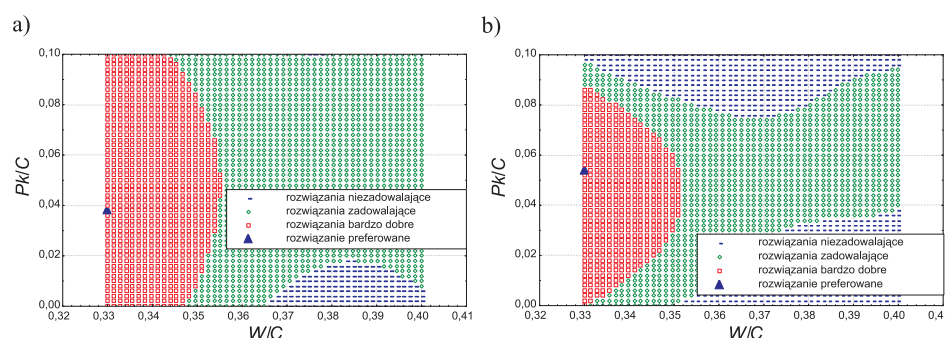
Zagadnienie optymalizacji rozważono również z uwagi na funkcję użyteczności U^{III} , która może przyjmować wartości z zakresu $\langle 0, 1 \rangle$. Funkcja użyteczności U^{III} ma postać:

$$U^{III}(y_1, y_2, \dots, y_6) = \exp \left[- \sum_{j=1}^6 w_j \exp \left(- \frac{y_j - y_{jG}}{y_{jL} - y_{jG}} \right) \right] \quad (5)$$

W tym przypadku obszar wartości zadowalających uzyskuje się dla wartości U^{III} z przedziału $<0,368; 0,692>$. Zbiory rozwiązań zadowalających oraz bardzo dobrych wraz z punktami preferowanymi z uwagi na funkcję użyteczności U^I i U^{III} dla betonów BO i BB przedstawiono na rys. 2. i 3. Rozwiązania preferowane uzyskane metodą funkcji użyteczności U^I i U^{III} zestawiono w tab. 7. i 8.



Rys. 2. Zbiory rozwiązań zadowalających oraz bardzo dobrych wraz z punktami preferowanymi z uwagi na funkcję użyteczności U^I i U^{III} ; betony zwirowe BO: a) U^I , b) U^{III}



Rys. 3. Zbiory rozwiązań zadowalających oraz bardzo dobrych wraz z punktami preferowanymi z uwagi na funkcję użyteczności U^I i U^{III} ; betony bazaltowe BB: a) U^I , b) U^{III}

W wyniku przeprowadzonej optymalizacji uzyskano współrzędne punktów preferowanych dla badanych betonów, w funkcji użyteczności U^I oraz U^{III} . Punkty wyróżnione na rysunkach oznaczają położenie maksimum funkcji użyteczności w podzbiorze Ω^I , określonym liczbą przedziałów dziedziny eksperymentu Ω . Uzyskane betony mieszczą się w kategoriach „bardzo dobry” i „dobry”, ze względu na wszystkie przyjęte kryteria optymalizacji.

Tabela 7. Skład betonów żwirowych BO obliczony według przyjętych kryteriów optymalizacji

Kryterium	Współrzędne punktów preferowanych				Ilość składników [kg/m ³]				
	x_1	x_2	W/C	Pk/C	C	P	K	W	Pk
U^I	-1	0,098	0,33	0,0549	466	503,35	1326,57	153,78	25,58
U^{III}	-1	0,294	0,33	0,0647	466	499,55	1326,53	153,78	30,15
Wartości kryteriów								Wartość funkcji użyteczności	
f_{c28} [Mpa]	E_{28} [Gpa]	K_{Ic} [MN/m ^{3/2}]	n_w [%]	w_b [mm]	ϵ_s [-]	U^I	U^{III}		
88,08	44,15	0,8796	4,27	14,61	0,037	1,350785	0,748874		
87,75	44,65	0,8794	4,24	13,89	0,038	1,324114	0,756877		

Tabela 8. Skład betonów bazaltowych BB obliczony według przyjętych kryteriów optymalizacji

Kryterium	Współrzędne punktów preferowanych				Ilość składników [kg/m ³]				
	x_1	x_2	W/C	Pk/C	C	P	K	W	Pk
U^I	-1	-0,24	0,33	0,038	550	420,84	1256,92	181,51	21,02
U^{III}	-1	0,08	0,33	0,054	550	415,29	1256,85	181,52	29,66
Wartości kryteriów								Wartość funkcji użyteczności	
f_{c28} [Mpa]	E_{28} [Gpa]	K_{Ic} [MN/m ^{3/2}]	n_w [%]	w_b [mm]	ϵ_s [-]	U^I	U^{III}		
86,86	54,70	0,952	3,58	14,50	0,022	2,915306	0,907523		
89,06	54,37	0,928	3,45	13,01	0,023	2,856189	0,920773		

W analizie optymalizacyjnej zastosowano metodę wyznaczania rozwiązania preferowanego za pomocą metody funkcji użyteczności, która najlepiej odpowiadała regresyjnemu charakterowi kryteriów. Stosując wielomianowe funkcje regresji, przedstawiono bowiem wyniki wszystkich badanych właściwości.

Autorzy pracy [2] wskazują, że funkcja U^{III} nie jest co prawda przemienne z modelem regresji i mogą wynikać z tego pewne ograniczenia, jednak zastosowanie iloczynu we wzorze Harringtona powoduje, że niezadowolająca wartość chociaż jednego kryterium silnie obniża wartość całej funkcji użyteczności U^{III} niż w przypadku U^I , co zwiększa szansę uzyskania wartości zadowolających dla wszystkich kryteriów w punkcie maksymalnej użyteczności.

Niezależnie od tego przedział funkcji $U^{III} < 0, 1 >$ w porównaniu z przedziałem funkcji U^I wydaje się lepiej klasyfikować uzyskane rozwiązanie i jego odległość np. od wartości bardzo dobrych lub rozwiązania preferowanego.

Uniwersalność zastosowanej metody funkcji użyteczności przejawia się w możliwości uwzględnienia dowolnego zestawu czynników na etapie planowania doświadczenia, jak również zestawu i ważności kryteriów na etapie analizy

wyników przeprowadzonych badań. Dobór kryteriów optymalizacji, jak i ustalanie ich ważności, zależą od celu optymalizacji, tj. przeznaczenia projektowanego twardości betonu, a ostateczną decyzję dotyczącą ich wyboru lub zmiany receptury betonu może podjąć jego projektant.

4. Podsumowanie

Tematyka dotycząca zagadnień teoretycznych i obliczeniowych związanych z projektowaniem i zastosowaniem BWW w konstrukcjach jest złożona i obszerna, a ponadto zawiera jeszcze wiele zagadnień niewystarczająco poznanych. Są nimi m.in.: nieprzystosowanie istniejących metod projektowania betonów do specyfiki składu BWW oraz wspomniane we wstępie rosnące wymagania co do zespołu cech jakościowych, użytkowych oraz trwałości projektowanego betonu, powodujące zasadniczy wzrost liczby kryteriów i zmiennych w procedurze projektowania składu mieszanki.

Przedstawione działania w sposób istotny przyczyniają się do bardziej precyzyjnego ustalania składu współczesnych betonów wysokowartościowych, a więc i zbliżenia ich rzeczywistych właściwości do właściwości zakładanych podczas projektowania. W każdym przypadku konieczne jest doświadczalne sprawdzenie doboru składników w konkretnych warunkach, jednak znajomość rozwiązań optymalnych oraz zależności określających wpływ poszczególnych składników na właściwości betonu znacznie zmniejsza liczbę doświadczeń i przyczynia się do ustalenia podstaw normatywnych w zakresie projektowania BWW i konstrukcji z BWW.

Literatura

1. Brandt A.M., Marks M.: *Optymalizacja składu i struktury kompozytów betonowych*. XXXVIII Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, Krynica 1992
2. Brandt A.M. i in.: *Metody optymalizacji materiałów kompozytowych o matrycach cementowych*. Studia z zakresu inżynierii, nr 38, IPPT PAN, Warszawa 1994
3. Glinicki M.A., Kasperkiewicz J., Potrzebowski J.: *Betony wysokowartościowe (BWV) do konstrukcji inżynierskich*. XLI Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, Kraków-Krynica 1995
4. De Larrard F.: *A Method for Proportioning High-Strength Concrete Mixtures*. Cement, Concrete and Aggregates, ASTM, vol. 12, no 1, 1990
5. De Larrard F.: *Naukowa metoda ustalania składu mieszanki betonowej. A scientific method for concrete mixture-proportioning*. CWB, nr 1, 2005, s. 3-12
6. Śliwiński J.: *Zasady projektowania składu betonów wysokowartościowych*. CWB, nr 6, 2003
7. Franczyk M., Konkol J.: *Wielokryterialna optymalizacja statystyczna betonów wysokowartościowych*. Przegląd Budowlany, nr 11, 2001, s. 9-14

8. Franczyk M.: *Projektowanie betonów wysokowartościowych*. VIII Konferencja Naukowa Rzeszowsko-Lwowsko-Koszycka „Aktualne problemy budownictwa i inżynierii środowiska”, Rzeszów, 3-4 września 2004, Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej, nr 211, Budownictwo i Inżynieria Środowiska, z. 37, s. 79-86
9. Franczyk M.: *Wpływ składu mieszanki betonowej na właściwości betonu wysokowartościowego*. Praca doktorska, Politechnika Rzeszowska, Rzeszów 2002

THE EXAMPLES OF APPLICATION THE MULTI-CRITERION OPTIMIZATION TO DESIGN CONCRETES

S u m m a r y

This paper presents the effect of use the mathematics methods of optimization to design High Performance Concretes. The analyses and valuation of property concretes have realized in the plan of experiences on the basis of 6 criteria of optimization. The results of analyses have presented as the preferred solutions of composition concretes.

Złożono w Oficynie Wydawniczej w lipcu 2008 r.