

Izabela SKRZYPCZAK  
Politechnika Rzeszowska

## KRYTERIUM ZGODNOŚCI WYTRZYMAŁOŚCI BETONU A PRAWDOPODOBIENSTWO POPEŁNIENIA BŁĘDU PIERWSZEGO I DRUGIEGO RODZAJU

Podstawowym działaniem związanym z kontrolą zgodności betonu ze specyfikacją jest kontrola wytrzymałości na ściskanie. Decyzja o zgodności lub niezgodności wytrzymałości jest podejmowana na podstawie porównania wyników badań próbek wytrzymałości średniej oraz minimalnej z kryterium zgodności. Decyzja ta podejmowana jest na podstawie przyjętego planu statystycznej kontroli jakości. W przypadku kontroli jakości betonu może to być krzywa operacyjno-charakterystyczna (krzywa OC) planu badań wyrwykowych według oceny liczbowej lub alternatywnej bądź krzywa OC reguły operacyjnej testowania wytrzymałości betonu. W artykule przedstawiono analizę i ocenę ryzyka związanego z popełnieniem błędu I i II rodzaju dotyczącego wytrzymałości na ściskanie. Do analiz wykorzystano krzywą operacyjno-charakterystyczną błędu I i II rodzaju jako funkcję rzeczywistej średniej wytrzymałości betonu na ściskanie.

### 1. Wprowadzenie

Decyzja o zgodności lub niezgodności wytrzymałości jest podejmowana na podstawie porównania wyników badań próbek z kryterium zgodności. Wyrwykowa kontrola zgodności niekoniecznie jest kontrolą statystyczną. Jest nią tylko wówczas, gdy próbki do badań doświadczalnych są pobierane losowo, a ich wyniki i wnioski dotyczące zgodności są opracowywane zgodnie z zasadami statystyki matematycznej. Należy podkreślić, że przepisy budowlane zalecają najczęściej zachowanie stałego stosunku liczby próbek do objętości materiału lub czasu produkcji (w przypadku produkcji ciągłej), czyli stałą częstotliwość badania [1]. Z punktu widzenia statystyki nie zawsze jest to trafna reguła [2÷5]. Decyzja o uznaniu zgodności badanego materiału ze specyfikacją jest podejmowana na podstawie przyjętego planu statystycznej kontroli jakości (SKJ). W przypadku wytrzymałości betonu na ściskanie jest to najprostszy pojedynczy plan badania wadliwości. W ostatnich latach kryteria ilościowe stosowane do oceny zgodności wytrzymałości betonu na ściskanie w różnych normach zmieniły się dość często [2÷9].

W przypadku kontroli jakości betonu może to być m.in. krzywa operacyjno-charakterystyczna (krzywa OC) planu badań wrywkowych według oceny liczbowej lub alternatywnej bądź krzywa OC reguły operacyjnej testowania wytrzymałości betonu. W artykule przedstawiono analizę i ocenę ryzyka związanego z popełnieniem błędu pierwszego i drugiego rodzaju, dotyczącego wytrzymałości na ściskanie pojedynczych rodzajów betonów zwykłych. W analizie wykorzystano krzywą operacyjno-charakterystyczną błędu pierwszego i drugiego rodzaju jako funkcję opisującą kryterium zgodności wytrzymałości betonu na ściskanie.

## 2. Metody statystycznej kontroli jakości

Statystyczna kontrola jakości jest to kontrola jakości wyrobów produkowanych masowo, oparta na metodach statystycznych [6, 10]. Zajmuje się zagadnieniami związanymi ze statystycznymi metodami odbioru produktów sztukowych oraz kontroli bieżącej prowadzonej w trakcie produkcji, na podstawie losowej, reprezentacyjnej części badanej całości. Metody te pozwalają na ograniczenie liczby błędnych orzeczeń co do jakości badanych partii towaru oraz chronią przed produkcją nadmiernej ilości braków. Rozróżnia się metody statystycznej kontroli odbiorczej oraz statystycznej kontroli bieżącej [6, 10]. Pierwsza z nich określa sposoby losowego pobierania prób i podaje zasady klasyfikacji jakości gotowych partii wyrobów. Na tej podstawie daną partię można przyjąć bądź odrzucić (w rozważanym przypadku beton można zakwalifikować do niższej klasy).

Jednymi ze stosowanych metod są plany odbiorcze. Najprostszy jest plan pojedynczy polegający na klasyfikowaniu każdej sztuki towaru jako wadliwej lub nie oraz na określeniu wadliwości w próbie, której przekroczenie prowadzi do odrzucenia partii badanych towarów. Aby utworzyć taki plan, dla każdej partii ustala się wadliwość dopuszczalną i dyskwalifikującą.

Statystyczna kontrola jakości prowadzona w różnych fazach produkcji zwana jest kontrolą bieżącą. Zasadniczym jej celem jest badanie statystycznej stabilności procesu produkcyjnego. Najczęściej stosowaną formą kontroli bieżącej są karty kontrolne, będące graficznym przedstawieniem prób losowych pobranych z produkcji bieżącej w ustalonych odstępach czasu. Statystyczna kontrola jakości powinna być stosowana, gdy:

- bezpieczeństwo użytkowania produktu nie wymaga kontroli stuprocentowej,
- nie ma technicznego i ekonomicznego uzasadnienia stosowania kontroli stuprocentowej,
- w wyniku kontroli następuje zniszczenie produktu lub zmiana jego właściwości.

W kontroli odbiorczej podstawowym zagadnieniem jest sposób oceny jakości badanej jednostki. Przyjmuje się, że właściwości jakościowe badanej jed-

nostki powinny spełniać określone wymagania. W rezultacie każda odbierana partia może być zakwalifikowana jako zgodna bądź niezgodna z wymaganiami. W tradycyjnej polskiej terminologii synonimem jednostki niezgodnej jest pojęcie jednostki wadliwej, będącej tłumaczeniem angielskiego *defective unit*.

Jeżeli w wyniku badania następuje kwalifikacja badanej jednostki do jednej z dwu kategorii: zgodny lub niezgodny, lub poprzez liczbę występujących w niej niezgodności, to mówi się o kontroli jakości według oceny alternatywnej (metody alternatywnej). Jeżeli wynikiem kontroli jest przypisanie badanej jednostce jednej lub wielu wartości liczbowych stanowiących wynik pomiaru, to mówi się o kontroli jakości zgodnie z oceną według właściwości liczbowej (metody liczbowej). Rozróżnia się więc trzy podstawowe rodzaje metod kontroli statystycznej:

- kontrolę według oceny alternatywnej,
- kontrolę według oceny liczbowej,
- krzywą OC reguły operacyjnej testowania badanej cechy.

### 3. Statystyczne kryteria zgodności wytrzymałości betonu

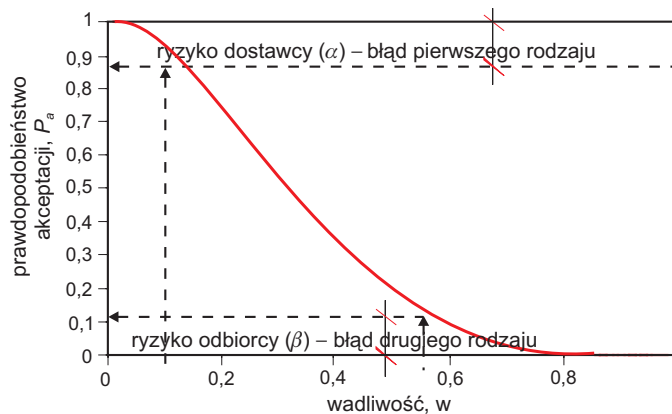
Wytrzymałość betonu na ściskanie jest traktowana jako zmienna losowa i opisywana za pomocą dwóch parametrów: wartości średniej oraz odchylenia standardowego. W normach projektowania konstrukcji betonowych i żelbetonowych właściwości mechaniczne betonu są zależne od wytrzymałości charakterystycznej. Wielkość tę zdefiniowano jako 5% kwantyl rozkładu wytrzymałości betonu na ściskanie. Weryfikując zgodność wytrzymałości rozważanej partii betonu z projektowaną wytrzymałością charakterystyczną (klasą betonu), należy sprawdzić, czy wyniki badań próbek spełniają odpowiednie kryteria statystyczne dotyczące wytrzymałości średniej oraz minimalnej. Ilościowe kryteria oceny zgodności wytrzymałości betonu na ściskanie można weryfikować metodami statystycznymi obejmującymi: klasyczne wnioskowanie statystyczne, krzywe OC, wnioskowanie bayesowskie. Stosowanie statystycznych kryteriów zgodności wymaga znajomości rzeczywistej wadliwości badanej partii betonu, która może być oszacowana jedynie w sposób przybliżony, nawet w przypadku ciągłej produkcji betonu. Decyzja o zgodności lub niezgodności wytrzymałości jest podejmowana na podstawie porównania wyników badań próbek z kryterium zgodności, z uwzględnieniem zarówno ryzyka dostawcy, jak i odbiorcy.

### 4. Ocena ryzyka związanego ze stosowaniem statystycznych kryteriów zgodności

W ocenie różnych planów badań wyrzykowych pomocne jest porównanie sposobów spełnienia przez nie postawionych zadań, przy różnych możliwych poziomach jakości kontrolowanego produktu. Z teorii statystycznej kontroli jakości wynika, że istnieją dwa typy krzywych operacyjno-charakterystycznych,

w zależności od tego, czy rozważa się kontrolę odbiorczą konkretnej partii w funkcji jej frakcji jednostek niezgodnych (wadliwych) czy też weryfikację otrzymanych wartości przy użyciu testów statystycznych. Wykresy zależności prawdopodobieństwa akceptacji  $P_a$  od wadliwości  $w$  (liczby braków w partii) lub wykresy zależności prawdopodobieństwa odrzucenia od reguły operacyjnej testowania (np. wytrzymałości średniej) to krzywe operacyjno-charakterystyczne (krzywe OC). Plany badań wyrywkowych są tradycyjnie stosowaną, sugestywną formą prezentacji ryzyka związanego ze statystycznymi kryteriami zgodności.

Krzywe operacyjno-charakterystyczne, zwane planami badań odbiorczych, są szczególnym przypadkiem znanych w statystyce testów statystycznych. Stosując terminologię statystyczną, można powiedzieć, że przyjęcie partii betonu odpowiada przypadkowi braku podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej  $w < w_0$ , gdzie wartość  $w_0$  jest jakością odpowiadającą ryzyku dostawcy  $\alpha$ . Z kolei odrzucenie partii odpowiada odrzuceniu hipotezy zerowej  $w < w_0$  na rzecz hipotezy alternatywnej  $w > w_1$ , gdzie  $w_1$  jest jakością odpowiadającą ryzyku odbiorcy. Prawdopodobieństwo popełnienia błędu pierwszego rodzaju utożsamia się z ryzykiem dostawcy, a prawdopodobieństwo popełnienia błędu drugiego rodzaju – z ryzykiem odbiorcy  $\beta$  (rys. 1.).



Rys. 1. Krzywa OC

Racjonalne kryteria zgodności powinny spełniać co najmniej trzy podstawowe warunki:

- prawdopodobieństwo  $P_a$  akceptacji partii betonu spełniającej wymagania ( $h_1 = 1 - P_a$ , czyli ryzyko producenta betonu, tzn. ryzyko odrzucenia partii spełniającej wymagania) powinno być nie mniejsze od wstępnie ustalonego i uwzględniać kompromis pomiędzy ryzykiem producenta  $h_1$  a odbiorcy  $h_2$  ( $h_2$  ryzyko akceptacji partii niespełniającej wymagań),
- zwiększenie liczebności próby  $n$  powinno powodować wzrost wartości  $P_a$ , czyli zmniejszenie ryzyka producenta  $h_1$ ,

- wśród partii spełniających wymagania większe wartości  $P_a$  powinny odpowiadać partiom o mniejszym odchyleniu standardowym produkcji betonu.

W procesie odbioru występują zawsze dwaj kontrahenci: jeden, który przedstawia produkt do odbioru i drugi, który decyduje się o przyjęciu lub odrzuceniu produktu. Teoretycznie producent i nabywca powinni mieć przeciwne punkty widzenia na wybór planu odbioru. Nabywca chce, aby plan uchronił go przed nadmierną wadliwością otrzymanego produktu, producent chce zaś uchronić się przed odrzuceniem dobrych partii betonu.

W stałych powiązaniach między producentem a nabywcą odrzucenie dużej części dobrych partii, w celu wykluczenia wadliwych, niekoniecznie leży w interesie nabywcy. Nabywca jest zainteresowany odpowiednią jakością, ale również kosztami. Producent będzie się więc starał koszty wynikające z odrzucenia dobrych partii przerzucić pośrednio na nabywcę.

Kryteria zgodności wytrzymałości betonu na ściskanie sformułowano w normach: ISO 3893:1977 [7], która wprowadziła pojęcie klas betonu i kryteriów, CEB-FIP/RILEM „Recommended principles for the control of quality and the judgment of acceptability of concrete” (1975 r.) [8], CEB-FIP Model Code (1977 r.) [9]. Ich postać została zachowana we współczesnych normach dotyczących betonu [11].

Dla małej liczebności próby  $n$  kryteria te mają postać:

$$\bar{x}_n \geq f_{ck} + k_1, \quad x_{\min} \geq f_{ck} - k_2 \quad (1)$$

gdzie:  $\bar{x}_n$  – wytrzymałość średnia w próbie  $n$ -elementowej,

$f_{ck}$  – projektowana wytrzymałość charakterystyczna betonu na ściskanie,

$x_{\min}$  – najmniejsza wytrzymałość w próbie  $n$ -elementowej,

$k_1, k_2$  – stałe.

Dla próby o liczebności nie mniejszej niż  $n = 15$  kryteria zgodności są zależne od odchylenia standardowego z próby  $s$  i mają postać:

$$\bar{x} \geq f_{ck} + \lambda \sigma, \quad x_{\min} \geq f_{ck} - k_2 \quad (2)$$

Wartości stałych  $k_1, k_2, \lambda$  są bardzo zróżnicowane w poszczególnych normach i najczęściej różne dla produkcji początkowej i ciągłej, a także dla betonu jednego rodzaju oraz rodziny betonów. Przykładowe wartości tych stałych przedstawiają się następująco:

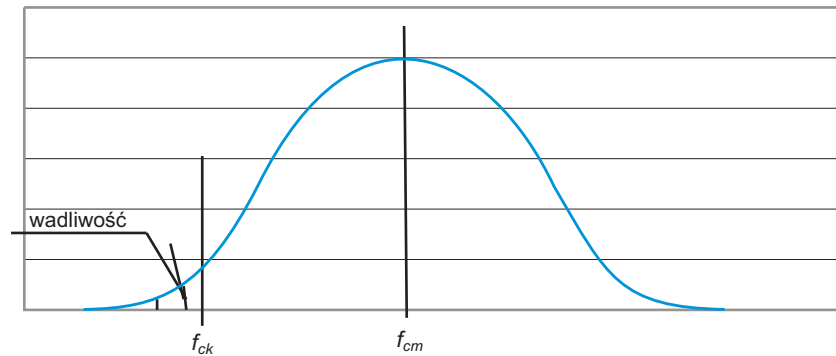
- CEB-FIP MC:1978 [9]: dla  $n = 3$ ;  $k_1 = k_2 = 3$  MPa, dla  $n \geq 15$ ;  $\lambda = 1,4$ ,  $k_2 = 4$  MPa,

- PN-EN 206-1:2003 [1]: kryteria zgodności dla  $n = 3$ ;  $k_1 = k_2 = 4$  MPa, dla  $n \geq 15$ ;  $\lambda = 1,48$ ,  $k_2 = 4$  MPa; kryteria identyczności (Załącznik B – normatywny):
  - dla  $n = 1$ ;  $k_2 = 4$  MPa (kryterium dla średniej należy pominąć),
  - dla  $2 \leq n \leq 4$ ;  $k_1 = 1$  MPa,  $k_2 = 4$  MPa,
  - dla  $5 \leq n \leq 6$ ;  $k_1 = 2$  MPa,  $k_2 = 4$  MPa.

Norma PN-88/B-06250 [12] zaleca kryteria (stosowane przez ponad 20 lat) o następującej postaci:

- dla 15,  $\bar{x} - 1,64s \geq f_{ck}$ ,
- 3–4  $x_{\min} \geq \alpha f_{ck}$ ,
- dla 5–8  $\alpha = 1,15$ ,
- 9–14  $\alpha = 1,10$ ,
- 15  $\alpha = 1,05$ ,
- dla 3–14  $x_{\min} \geq f_{ck}$ ,
- 15  $\bar{x} \geq 1,2 f_{ck}$ .

Decyzja o zaliczeniu rozważanej partii betonu do projektowanej klasy zależy przede wszystkim od spełnienia warunku narzuconego na wytrzymałość średnią z próby; bardzo rzadko warunkiem decydującym jest ograniczenie wytrzymałości minimalnej w próbie. Partię uważa się więc za dobrą, gdy spełnione jest kryterium narzucone na wytrzymałość średnią, ponieważ jest to kryterium decydujące o przyjęciu partii betonu.



Rys. 2. Badanie według oceny liczbowej

Próbę uważa się za wadliwą, gdy  $x < f_{ck}$  (zakreskowane pole na rys. 2.) jest wadliwością  $w$ :

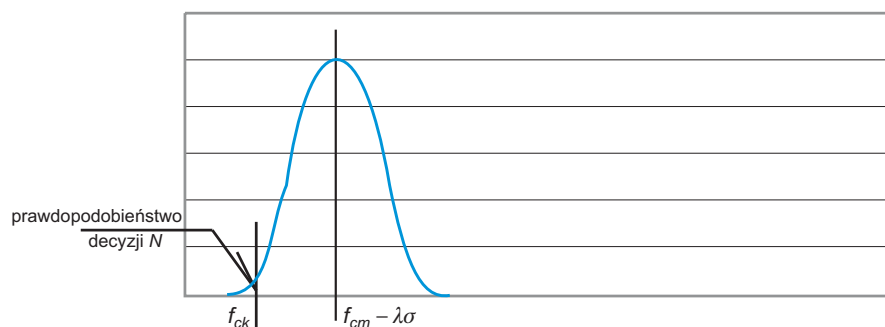
$$\theta \left( \frac{f_{cm} - f_{ck}}{\sigma} \right) = 0,5 - w \quad (3)$$

Decyzję o nieprzyjęciu partii betonu podejmuje się, gdy  $\bar{x} - \lambda\sigma < f_{ck}$  (rys. 1.). Partię uważa się za dobrą, gdy liczba wyrażająca jej właściwość:

$$\bar{x} \geq f_{ck} + \lambda\sigma \quad (4)$$

Przy odbiorze jednej partii nie jest istotne badanie parametrów procesu technologicznego, lecz powzięcie decyzji co do jednej konkretnej partii betonu. Kryterium ujęte nierównością  $\bar{x} - \lambda\sigma \geq f_{ck}$  stanowi zabezpieczenie przed przyjęciem wadliwej partii betonu (rys. 3.). W wytwórniach betonu towarowego podnoszona jest średnia wytrzymałość betonu przy rosnącym rozrzucie, co powoduje nieuzasadnione koszty produkcji betonu – im większe  $\sigma$ , tym większa szansa przyjęcia partii betonu. Wytrzymałość zapewniona przez wytwórnię betonu jest funkcją trzech parametrów:

- wytrzymałości średniej  $f_{cm}$ ,
- odchylenia standardowego  $s$ ,
- liczebności próby  $n$ .

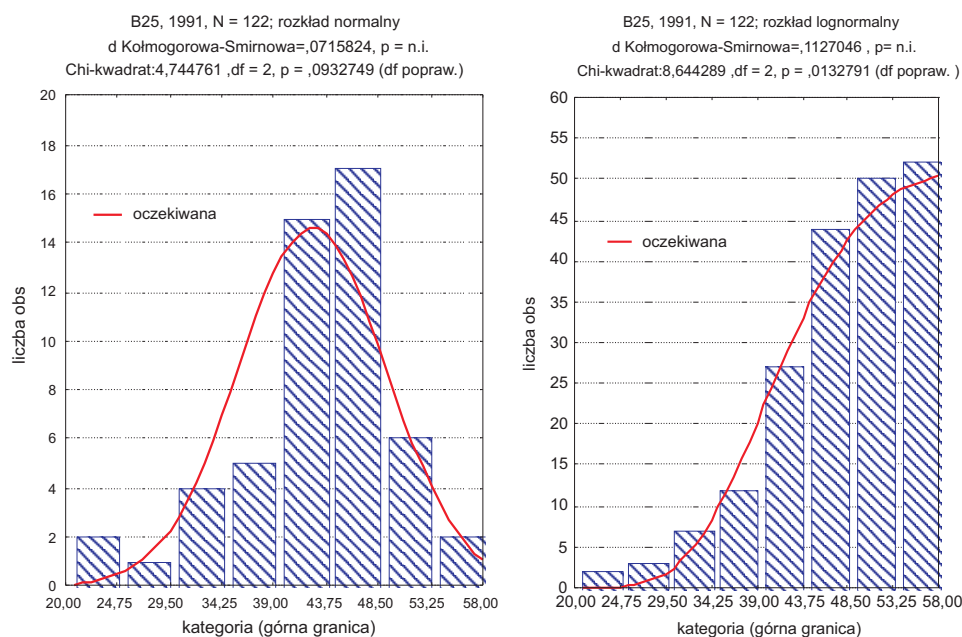


Rys. 3. Schemat wyznaczania kryterium zgodności (decyzja  $N$  oznacza odrzucenie próby o wadliwości  $x < f_{ck}$ )

Zaproponowane w normie kryteria zgodności powinny być wyrazem kompromisu między wymogami bezpieczeństwa, ekonomii i jakości. Ze względu na jakość projektowanych konstrukcji z betonu kryterium narzucone na wytrzymałość średnią można rozpatrywać z wykorzystaniem krzywej operacyjno-charakterystycznej reguły operacyjnej testowania rzeczywistej średniej wytrzymałości na ściskanie.

## 5. Przykład zastosowania krzywych operacyjno-charakterystycznych jako funkcji opisujących kryterium zgodności wytrzymałości betonu na ściskanie

Przedstawiony przykład opracowano na podstawie wyników badań wytrzymałości betonu na ściskanie, uzyskanych z działających na terenie Podkarpacia wytwórni betonu towarowego. Dokonano analizy i oceny ryzyka odbiorcy związanego z warunkiem narzuconym na wytrzymałość średnią dotyczącym betonu zwykłego klasy B25. Histogram rozkładu wytrzymałości betonu na ściskanie przedstawiono na rys. 4.



Rys. 4. Histogram betonu B25 produkowanego w 1991 r.,  $n = 122$

Kontrola jakości wytrzymałości betonu na ściskanie wiąże się więc z popełnieniem dwóch rodzajów błędów. Prawdopodobieństwo  $\alpha$  popełnienia błędu I rodzaju nie można uczynić dowolnie małym. Prawdopodobieństwo odrzucenia hipotezy, gdy jest ona prawdziwa, można uczynić małym jedynie kosztem wzrostu prawdopodobieństwa błędu II rodzaju, czyli przyjęcia hipotezy, gdy jest ona fałszywa.

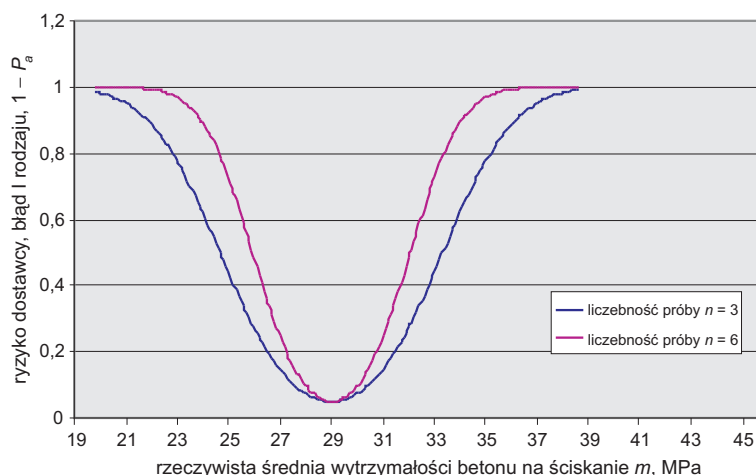
Odbiorcę interesuje, czy prawdziwa średnia wytrzymałość betonu była niska (np. 25 MPa) czy też wysoka (np. 33 MPa). W każdej z tych sytuacji istnieje możliwość, że średnia będzie się znajdować w obszarze przyjęcia reguły, tzn.:

$$P[(f_{ck} + 4) - c, \leq X \leq (f_{ck} + 4) + c/H_o] = 1 - \alpha = 95\% \quad (5)$$



Jeżeli to ma miejsce, reguła operacyjna zaproponowana w wyniku testowania hipotez będzie błędnie sugerować, że inżynier postępuje jakby prawdziwą średnią była wartość 29 MPa (rys. 5.). Prawdopodobieństwo tej możliwości oznacza się przez  $\beta$ . Można je wyznaczyć dla każdej konkretnej wartości rzeczywistej średniej. Jeśli np. prawdziwą średnią jest 25 MPa, wówczas dla tej reguły operacyjnej (dla  $\alpha = 5\%$ ) prawdopodobieństwo błędnego przyjęcia hipotezy, że średnia wynosi 29 MPa, jest równe:

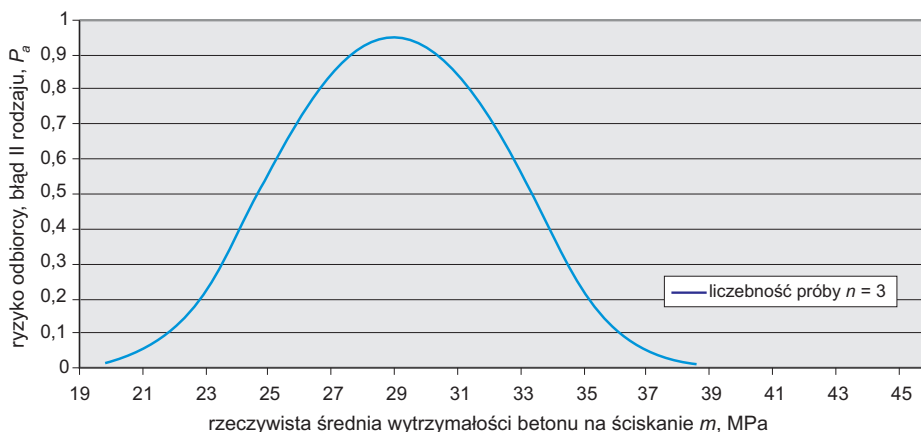
$$\beta = P[23,68 \leq X \leq 33,32/m = 29] \quad (6)$$



Rys. 5. Błąd oceny I rodzaju, prawdopodobieństwo wystąpienia  $1 - P_a$  dla  $n = 3$  i  $n = 6$

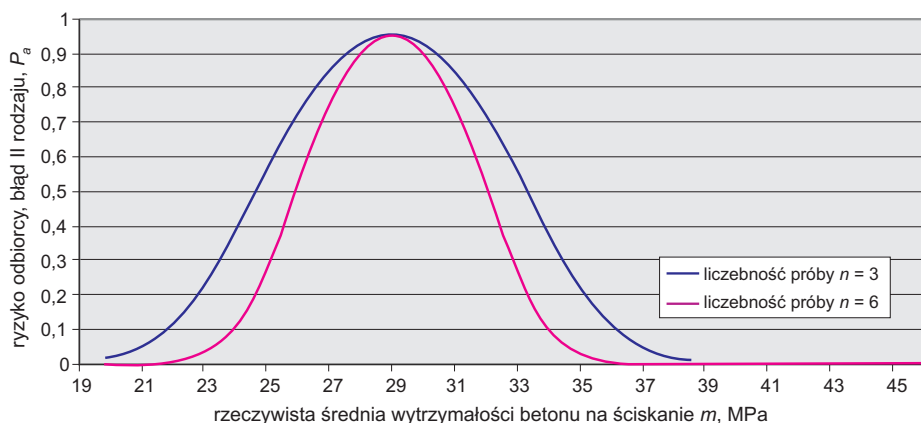
Jeśli prawdziwą średnią jest 25 MPa, to inżynier korzystający z tej metody będzie częściej zakładał, że prawdziwą średnią jest 29 MPa. Jeśli prawdziwą średnią jest 23 MPa, prawdopodobieństwo błędu II rodzaju zmniejszy się do ok. 15%, jeśli zaś prawdziwa wartość wynosi 34 MPa, to prawdopodobieństwo  $\beta$  jest równe tylko 39%. Można to przedstawić graficznie za pomocą krzywej operacyjno-charakterystycznej reguły (rys. 6.).

Jeśli  $m = 29$  MPa, to  $\beta$  jest równe  $1 - \alpha = 95\%$ . Ponieważ dużych wartości prawdopodobieństwa błędów II rodzaju nie należy tolerować, inżynier powinien starać się je zmniejszyć kosztem zmniejszenia długości przedziału przyjęcia hipotezy  $2c$  bądź kosztem wzrostu  $\alpha$  – prawdopodobieństwa błędu I rodzaju, czy też zwiększyć liczebność próby od trzech do dostatecznie dużej liczby. Na tym samym poziomie istotności  $\alpha = 5\%$  wzrastająca liczebność próby zmniejszy  $\sigma$ , a zatem zmniejszy się również szerokość przedziału  $2c$ .



Rys. 6. Krzywa OC reguły operacyjnej testowania wytrzymałości średniej,  $\alpha = 0,05$  przy  $n = 3$

Konstruując krzywą operacyjno-charakterystyczną dla  $n = 6$ , otrzymuje się zbiór wartości  $\beta$  „wszędzie” mniejszych od odpowiednich wartości dla próby o liczebności  $n = 3$ . Krzywą OC prawdopodobieństwa  $\beta$  skonstruowaną dla liczebności próby  $n = 6$ ,  $\alpha = 5\%$  oraz  $c = 3,06$  zilustrowano na rys. 7.



Rys. 7. Błąd oceny II rodzaju, prawdopodobieństwo wystąpienia  $P_a$  dla  $n = 3$  i  $n = 6$

Inżynier, kierując się wiarygodnością metody analizy wyników oraz mając zadaną wartość  $\alpha$ , może wyznaczyć niezbędną liczebność próby. Aby zachować  $\alpha$  na poziomie 5% oraz zmniejszyć  $\beta$  do co najwyżej 20%, zakładając, że prawdziwą średnią jest 29 MPa, można łatwo obliczyć, że liczebność próby musi być równa co najmniej 10. Jeśli taka liczba prób wiąże się ze zbyt wysokimi kosztami, należy wypośrodkować konsekwencje próbkowania poprzez porównanie błędów I i II rodzaju w kontekście ekonomicznym.

Tabela 1. Prawdopodobieństwo popełnienia błędu  $\beta$  dla wytrzymałości średniej 25 MPa i różnej liczebności próby

Liczebność próby $n$	Prawdopodobieństwo $\beta$
3	0,55
6	0,29

Krzywe OC reguły operacyjnej testowania rzeczywistej wytrzymałości średniej  $m = 29$  Mpa, przy  $\alpha = 0,05$  i różnej liczebności próby, charakteryzują się różnym prawdopodobieństwem przyjęcia prawdziwej wytrzymałości średniej 25 MPa. Wartości otrzymanych krzywych OC w różnym stopniu chronią odbiorcę przed przyjęciem partii o prawdziwej średniej 25 MPa. Z przeprowadzonej analizy wynika, że prawdziwa średnia wytrzymałości na ściskanie betonu klasy B25 (produkowanego przez jedną z wytwórni betonu towarowego) wynosi 25 MPa, a więc przy pobieraniu próbek o liczebności  $n = 3$  prawdopodobieństwo błędu II rodzaju takiej partii wyniesie 0,55, a przy liczebności  $n = 6 - 0,29$  (tab. 1.).

W przypadku oceny zgodności właściwości betonu ryzyko ponosi więc nie tylko producent i odbiorca, którym jest najczęściej wykonawca konstrukcji, ale także inwestor, użytkownik obiektu budowlanego oraz całe społeczeństwo, np. w przypadku katastrofy budowlanej. Dysproporcje skutków zagrożenia związanego z podjęciem błędnej decyzji są oczywiste i znaczne. Zalecenia zawarte w obecnie obowiązujących normach uwzględniają jedynie ryzyko producenta, ryzyko odbiorcy pozostaje niesprecyzowane. Kryteria zgodności powinny uwzględniać racjonalny i świadomy podział ryzyka. Dyrektywa Unii Europejskiej dotycząca normalizacji umożliwia traktowanie wymogów zawartych w normach jako minimalnych. Odbiorca betonu może uzgodnić z dostawcą warunki, które pozwolą na świadomy wybór poziomu ryzyka.

Jedną z możliwych strategii jest zrównanie ryzyka odbiorcy i producenta. Przy założeniu, że znane są ewentualne straty producenta wskutek dyskwalifikacji partii betonu spełniającej przyjęte wymagania i straty odbiorcy wskutek przyjęcia betonu niespełniającego wymagań warunek równego ryzyka umożliwia oszacowanie wartości  $P_a$  i przyjęcie odpowiedniego planu kontroli.

## 6. Podsumowanie

Weryfikacja kryterium zgodności dotyczącego wytrzymałości średniej na ściskanie za pomocą krzywych operacyjno-charakterystycznych reguły operacyjnej testowania wytrzymałości średniej prowadzi do następujących wniosków:

1. Krzywa operacyjno-charakterystyczna reguły operacyjnej testowania średniej wytrzymałości betonu na ściskanie umożliwia bezpośrednie odczytanie wartości popełnienia błędu I i II rodzaju, a więc bezpośrednie

- określenie ryzyka producenta czy odbiorcy, gdy prawdziwa średnia znacznie różni się od wytrzymałości założonej (projektowanej).
2. W określonej próbie  $n$ -elementowej zmniejszenie prawdopodobieństwa  $\alpha$  popełnienia błędu I rodzaju (poziom istotności testu) powoduje wzrost prawdopodobieństwa  $\beta$  popełnienia błędu II rodzaju.
  3. Zmniejszenie błędu  $\beta$  przy tym samym  $\alpha = 0,05$  można uzyskać poprzez zwiększenie liczebności próby.
  4. Określenie liczebności próby oraz błędów I i II rodzaju powinno być wyrazem kompromisu pomiędzy jakością a ekonomią.
  5. Uzgodnienie akceptowalnego ryzyka producenta i odbiorcy betonu, tzn. założenie równego ryzyka producenta i odbiorcy, pozwala na oszacowanie prawdopodobieństwa potwierdzenia zgodności i wybór odpowiedniego planu kontroli.

## Literatura

1. Taerwe L.: Evaluation of compound compliance criteria for concrete strength, RILEM, Materials and Structures, no 21, 1988, s. 13-20.
2. Hryniewicz O.: Nowoczesne metody statystycznego sterowania jakością, PAN, Instytut Badań Systemowych, Warszawa 2000.
3. König G., Soukhov D., Jungwirth F.: Compressive strength of concrete-conformity and safety according to EN 206 and Eurocode, Proc. 12<sup>th</sup> ERMCO Congress, vol. 1, 1998.
4. Steczkowski J., Ziela A.: Metody statystyczne w badaniu zjawisk jakościowych, Kraków 1997.
5. Sowa A.: Ocena jakości materiału konstrukcyjnego na podstawie małej próby, III Konferencja Naukowo-Techniczna „Problemy jakości budownictwa”, Wrocław-Kudowa Zdrój 1981.
6. Brunarski L.: Podstawy matematyczne kształtowania kryteriów zgodności wytrzymałości materiałów, ITB, Warszawa 2008.
7. ISO 3893:1977. Concrete – Classification by compressive strength.
8. CEB-FIP/RILEM. Recommended principles for the control of quality and the judgment of acceptability of concretes, Material and Structures, vol. 8, 47, 1975, s. 387-403.
9. CEB-FIP. Model Code 1978 CEN Bulletin d'information CEB, no 124-125 (E), 1978.
10. Murzewskiego J.: Bezpieczeństwo konstrukcji budowlanych, Arkady, Warszawa 1970.
11. PN-EN 206-1: 2003. Beton. Część 1: Wymagania, właściwości, produkcja i zgodność. PKN.
12. PN-88/B-06250. Beton zwykły, PKNMiJ.

## **PROBABILITY OF PRODUCERS AND CONSUMERS RISK AS FUNCTION REAL MEAN VALUE OF COMPRESSIVE STRENGTH**

### **S u m m a r y**

The subject of this paper are method and criteria of conformity for the ready mixed concrete properties. Conformity control is always based on a sample of limited size, from which inferences are made for the whole population. Hence, there is always a risk of taking the wrong decision. This means that in some cases good concrete will be rejected and bad concrete will be accepted, the associated risks are called respectively the producers risk and the consumers or clients risk. It is not straightforward to elaborate a control plan which satisfies all parties involved and to fix the mentioned risks for which no absolute criteria are available.

In the article we shall focus on the compressive strength as the quality to be tested on the OC lines.

*Wpłynęło do Oficyny Wydawniczej w listopadzie 2010 r.*