ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI RZESZOWSKIEJ Nr 283
Budownictwo i Inżynieria Środowiska z. 59 (2/12/I) 2012

Andrzej RAGANOWICZ
Zweckverband zur Abwasserbeseitigung
im Hachinger Tal, Niemcy

Józef DZIOPAK
Politechnika Rzeszowska

PROGNOZA STANU TECHNICZNEGO INFRASTRUKTURY KANALIZACYJNEJ NA BAZIE MODELU *MARKOV'A*

Określona grupa statystycznych prognoz stanu technicznego sieci kanalizacyjnych wykorzystuje stochastyczny model *Markov'a*. Zmodyfikowana wersja tego modelu, zwana *Hidden-Markow-Model*, została opracowana przez *Baum'a* w latach sześćdziesiątych ubiegłego stulecia. Jest ona powszechnie stosowana do rozwiązywania wielu problemów z zakresu biologii, językoznawstwa, gospodarki i wielu innych dziedzin nauki i wiedzy. Model ten może być także zastosowany do opisu ukrytych zmian stanu technicznego sieci kanalizacyjnej, jakie zachodzą w trakcie jej eksploatacji. Bazą takiego modelowania są obserwacje rzeczywiste w trakcie inspekcji optycznych sieci. W publikacji przedstawiono przykład prognozy stanu technicznego sieci kanalizacyjnych opartej na matematycznym modelu statystyczno-stochastycznym reprezentowanym przez model *Markov'a*, który w sensie matematycznym dokładnie opisuje zmiany stanu technicznego badanego obiektu.

1. Wprowadzenie

W pierwszym artykule z tego cyklu [1] przedstawiono przykład prognozy stanu technicznego sieci kanalizacyjnej oparte na matematycznym modelu statystyczno-stochastycznym reprezentowanym przez model *Survival-Cohort-Method.* W tym modelu bazę stanowiły wyniki pełnozakresowej lub niepełnozakresowej inspekcji optycznej.

Pomimo dużego postępu naukowo-technicznego ostatnich dziesięcioleci, nadal powszechną strategią eksploatacji sieci kanalizacyjnych jest strategia straży pożanej. Polega ona na tym, że konkretne działania są podejmowane wtedy, gdy pojawiają się już wewnętrzne i zewnętrzne objawy mającej nastąpić katastrofy budowlanej. Pewną alternatywą dla tego typu postępowania jest system *M&R* (Maintenance/Rehabilitation) opracowany w drugiej połowie lat dziewiędziesiątych ubiegłego stulecia przez dwóch amerykańskich autorów Dulcy M. Abraham'a i Reini Wirahadikusumah'a, umożliwiający podejmowanie optymalnych decyzji w zakresie odnowy sieci [2, 3]. Opcje decyzyjne podjęte w ramach systemu *M&R* bazują na analizach *LCC* (Life Cycle Cost) odnoszących się do kosztów cykli żywotności technicznej obiektów budowlanych i muszą być wspierane przez solidne procedury. Techniki optymalizacyjne takie, jak prognozowanie dynamiczne jest istotnym potencjałem rozwiązań wielu problemów eksploatacji sieci kanalizacyjnych. Programowanie dynamiczne jest techniką optymalizacyjną, która umożliwia opracowanie sekwencji powiązanych ze sobą decyzji. Metoda ta jest korzystnym rozwiązaniem dla analiz *LCC* w zakresie zarządzania sieciami kanalizacyjnymi, ponieważ zapewnia ona szybkie znalezienie optymalnej wersji eksploatacji obiektu w ramach analizowanego cyklu. W języku programowania dynamicznego sub-problem oznacza pewien cykl (fazę) eksploatacji sieci, który może wynosić 5 lat, co jest zgodne z pięcioletnim cyklem inspekcji optycznej. Globalną eksploatację można podzielić na kilkanaście cykli i znaleźć dla każdego z nich odpowiednie rozwiązanie. W ramach każdego cyklu można wyróżnić pewną liczbę stanów, z których każdy odpowiada za zdefiniowaną kondycję techniczną sieci i może być podstawą podjęcia decyzji dotyczącej zakresu potrzeb renowacyjnych. W konkretnym przypadku eksploatacji sieci kanalizacyjnej tak zwana decyzja dotycząca odnowy powinna uwzględniać takie aspekty, jak: technika renowacyjna odpowiadająca stanowi technicznemu sieci, koszty realizacji odnowy, ograniczenia budżetowe, itd. Dynamiczne programowanie probabilistyczne różni się tym od programowania deterministycznego, że stan techniczny sieci kanalizacyjnej w następnym cyklu eksploatacyjnym nie jest zdeterminowany i bazuje przede wszystkim na aktualnej kondycji technicznej, przy czym decyzje są także podejmowane w aktualnym cyklu. Istnieje jednak prawdopodobieństwo, na podstawie którego można określić stan techniczny sieci w przyszłości [4]. Prawdopodobieństwo to nazywa się macierzą prawdopodobieństwa przejścia od jednego do następnego, gorszego stanu technicznego. W powyższym opracowaniu macierze przejścia bazują na modelu *Markov´a* (tzw. łańcuch *Markov´a*). Model ten był stosowany z dużym powodzeniem w przeszłości do prognozowania stanu techniczno-ekspoatacyjnego innych infrastruktur technicznych, na przykład takich, jak: mosty, nawierzchnie drogowe, itd. [5, 6, 7]. Najistotniejszym problemem zastosowania tego modelu jest ustalenie dla macierzy prawdopodobieństw przejścia od jednego do następnego stanu technicznego. Dla potrzeb każdej operacji w ramach systemu *M&R* opracowywana jest inna macierz, ponieważ stan techniczny w następnym cyklu jest zależny od stanu i decyzji w cyklu aktualnym. W idealnym przypadku macierze prawdopodobieństwa przejścia powinny być kreowane na podstawie analiz porównawczych wyników kilku inspekcji optycznych. Jest to bardzo trudne zadanie, ponieważ przedział czasu dzielący dwie inspekcje wynosi od 5-ciu do 10-ciu lat. W okresie takim następują duże zmiany techniczno-technologiczne, które mają istotny wpływ na jakość badań telewizyjnych. Innym ważnym czynnikiem jest operator i jego predyspozycje psychiczno-zawodowe. Wyniki dwóch inspekcji optycznych wykonanych w odstępstwie na przykład 5-ciu lat mogą być porównywalne tylko wtedy, gdy badania inspekcyjne zostaną przeprowadzone przy pomocy tego samego sprzętu i przez tego samego operatora. Jednak spełnienie tych dwóch warunków w praktyce eksploatacyjnej jest prawie niemożliwe.

2. Warunki zastosowania modelu *Markov′a*

Procesy stochastyczne są procesami, które ewaluują w czasie w sposób probabilistyczny. W przypadku modelu opisującego pogarszanie się stanu technicznego sieci kanalizacyjnej, procesy stochastyczne *X1, X2, X3, ..., Xn* mogą przedstawiać zbiór ocen kondycji technicznej sieci, bazujący na wynikach inspekcji optycznych, przeprowadzonych w pięcioletnim cyklu. W czasie *t* stan techniczny sieci można dokładnie opisać jedną ze skończonej liczby wzajemnie wykluczających się i wyczerpujących kategorii lub poprzez stany techniczne. W przypadku omawianej sieci wyróżnia się 5 stanów, którym odpowiadają oceny od 1 do 5. Ocenę 1 przyznaje się, gdy sieć jest w optymalnym stanie techniczno-ekspoatacyjnym, a ocenę 5 gdy wstępuje stan krytyczny, który grozi w każdej chwili katastrofą budowlaną. Jeżeli pewien proces stochastyczny ma charakter procesu *Markov'a*, to jego zasadniczą cechą jest to, że warunkowe prawdopodobieństwo zajścia jakiegoś przyszłego zdarzenia jest niezależne od warunków panujących w przeszłości, a zależy jedynie od akualnego stanu *Xt = i*. Właściwość tą można wyrazić w formie równania:

$$P\left(X_{t+1} = i_{t+1} \middle| X_t = i_t, X_{t-1} = i_{t-1}, \ldots X_1 = i_1, X_0 = i_0\right) = P(X_{t+1} = i_{t+1} | X_t = i_t) \quad (1)$$

W celu uproszczenia analizy przyjęto założenie, że przyszły stan techniczny sieci kanalizacyjnej zależy jedynie od stanu aktualnego, a nie zależy od stanu z przeszłości. Następnie należy także założyć, że dla wszystkich stanów *i* oraz *j*, jak również dla każdej wartości *t* wyrażenie *P(X t*+1 = *it*+1│*Xt = it)* jest niezależne od *t*. Prawdopodobieństwo *pij* nie zmieni się przez cały czas, gdy sieć znajduje się w czasie *t* w stanie *i* oraz będzie się znajdowała w czasie *t*+1 w stanie *j*, pod warunkiem że nie są realizowane w tym okresie zabiegi renowacyjne albo inne bodźce nie zakłócają funkcjonowania badanego obiektu.
To założenie stacjonarności jest wyrażone poprzez prostą formę równania:

$$P\left(X_{t+1} = j \middle| X_t = i\right) = p_{ij} \quad (2)$$

Pojęcie zmiany stanu wyraża w tym przypadku przejściem od stanu *i* w trakcie jednego cyklu do stanu *j* w trakcie następnego cyklu. Prawdopodobieństwa *pij`s* są określane odpowiednio jako prawdopodobieństwa przejścia i przedstawiane w postaci macierzy *mxm*, zwanej macierzą prawdopodobieństwa przejścia **P**. W pracy przyjęto pięć stanów techniczno-eksploatacyjnych sieci, od pierwszego najlepszego do piątego najgorszego. Dla uproszczenia dalszej analizy poczyniono założenie, że pogorszenie się stanu technicznego sieci o jeden stopień w przyjętej skali może mieć miejsce w ramach tylko jednego cyklu przejścia. W ten sposób utworzono następującą macierz przejścia

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_{22} & p_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_{33} & p_{34} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_{44} & p_{45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3}$$

Macierz ta przedstawia prawdopodobieństwa przejścia dla pojedynczego cyklu. Natomiast macierz prawdopodobieństwa przejścia dla wielu cykli $\mathbf{P}^{(n)}$ opisuje proces zmian od stanu *i* do *j* w wyniku kilku cykli, zgodnie z równaniem *Champman-Kołmogorov* $\mathbf{P}^{(n)'} = \mathbf{P}^{(n)}$. Macierz prawdopodobieństw przejścia w ramach *n*-cykli uzyskuje się potęgując *n*-razy macierz pojedynczą [8].

Model *Markov΄a* przedstawia niezawodny mechanizm rozwoju prognozowania stanów techniczno-eksploatacyjnych sieci kanalizacyjnych. Model ten wymaga opracowania racjonalnej struktury procesu starzenia się sieci, ponieważ opisuje określony niepewny proces i zapewnia jego kontunuację, aż do momentu uzyskania przez sieć złego stanu technicznego w zależności od jej wieku.

3. Przykład zastosowania modelu Markov'a

Podstawowym warunkiem zastosowania łańcuchów *Markov΄a* jest racjonalne ustalenie wartości prawdopodobieństw dla macierzy przejścia. Można je wyznaczyć na podstawie analizy krzywych stanu technicznego i kategoryzować wykorzystując wyniki starszych inspekcji optycznych lub opinie inżynierów i ekspertów. Opinia taka typu zinstrumentalizowała rozwój badań w zakresie oceny stanu technicznego infrastruktury kanalizacyjnej miasta Indianapolis, w stanie Indiana, w Stanach Zjednoczonych Ameryki Północnej i z tego względu została zastosowana do ustalenia wartości prawdopodobieństw macierzy przejścia. Przykład prognozy stanu technicznego dotyczy ogólnospławnego fragmentu sieci kanalizacyjnej miasta Indianapolis w zakresie średnic DN $\geq$ 1500 mm. Dla potrzeb modelu zaproponowano klasyfikację badanego fragmentu sieci, która uwzględniała różne warunki peryferyjne jej funkcjonowania, takie jak:

- materiał przewodu kanalizacyjnego: cegła, kamionka, beton, żelbet;
- poziom wody gruntowej: wysoki – przewód zlokalizowany jest poniżej zwierciadła wody gruntowej, niski – przewód zlokalizowany jest powyżej zwierciadła wody gruntowej;
- typ podłoża gruntowego: spoisty, niespoisty (sypki);
- głębokość posadowienia przewodu poniżej poziomu terenu: normalna (0,90 ÷ 6,00 m), płytka (< 0,90 m) i głęboka (> 6,00 m).

Prognozę stanu technicznego sieci została opracowano i rozwinięto dla przewodów z materiałów podatnych. Optymalne warunki funkcjonowania dla tych przewodów, to: niski poziom zwierciadła wody gruntowej, zasypka przewodu wykonana z materiału sypkiego oraz normalna głębokość jego posadowienia. Przy założeniu powyższych, optymalnych warunków eksploatacji można oczekiwać, że żywotność techniczna przewodu z tego typu materiału będzie wynosiła około stu lat. Krzywa stanu technicznego (krzywa starzenia się) badanego fragmentu sieci, eksploatowanego w optymalnych warunkach według opinii ekspertów jest przedstawiona na rysunku 1. Na tej podstawie można przypuszczać, że żywotność techniczna podobnych infrastruktur kanalizacyjnych, działających w odmiennych warunkach, będzie wynosiła około 90-ciu lat. Wielu specjalistów i ekspertów amerykańskich twierdzi, że krzywa przedstawiona na rys. 1 ma universalny charakter. W tabeli 1 zestawiono opracowane przez ekspertów oczekiwane żywotności techniczne dla przewodów kanalizacyjnych z materiału podatnego, które są eksploatowane w różnych warunkach.

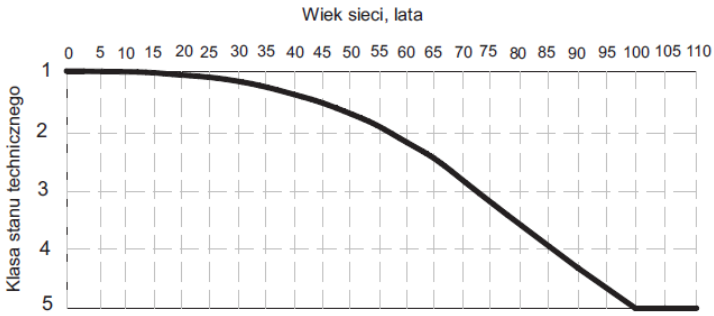
W celu ustalenia wartości prawdopodobieństw dla macierzy przejścia, zastosowano nieliniową optymalizację do zminimalizowania sumy absolutnych różnic pomiędzy punktami krzywej z rysunku 1, a prognozowanym stanem sieci w oparciu o łańcuch *Markov΄a*. Obiektywna funkcja nieliniowej optymalizacji przyjmuje następującą formę:

$$\text{minimum} = \sum_{t=1}^{N} \left| Y(t) - E\left[X(t,\mathbf{P})\right] \right| \tag{4}$$

gdzie:
- N - całkowita liczba cykli;
- $Y(t,j)$ - dane punktowe stanu sieci w czasie t (zgodnie z rys. 1);
- $E[X(t, \mathbf{P})]$ - prognozowana wartość stanu sieci w czasie t z macierzy $\mathbf{P}$.

Podstawowym problemem jest decyzja w kwestii macierzy przejścia **P**. Uprzednio opisana macierz, zgodnie ze wzorem (3) ma wymiar 5 x 5. Oczekiwana wartość stanu technicznego sieci w czasie $t = n$, który wykazuje pierwszą klasę w czasie $t = 0$, jest obliczona zgodnie ze wzorem:

$$E\left[X(t=n,\mathbf{P})\right]=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}\mathbf{P}^{(n)}\begin{bmatrix}1 & 2 & 3 & 4 & 5\end{bmatrix}^{T} \tag{5}$$



Rys. 1. Empiryczna krzywa stanu technicznego sieci kanalizacyjnej

W przypadku starszych sieci proces starzenia się postępuje szybciej i z tego powodu zastosowano różne macierze dla każdego pięcioletniego cyklu (fazy). Poprzez podział żywotności technicznej sieci na pięcioletnie fazy uzyskuje się dodatkową korzyść, gdyż obliczenia przeprowadzone zgodnie z obiektywną funkcją według wzoru (7) są bardziej przejrzyste.

Tabela 1. Żywotność techniczna przewodów z materiału podatnego, eksploatowanych w różnych warunkach

Typ podłoża dla zasypki przewodu	Poziom wody gruntowej	Głębokość posadowienia przewodu	Oczekiwana żywotność techniczna (lata)
Niespoisty	Niski	Normalna	100
Niespoisty	Niski	Płytka lub głęboka	90
Niespoisty	Wysoki	Normalna	80
Niespoisty	Wysoki	Płytka lub głęboka	70
Spoisty	Niski	Normalna	65
Spoisty	Niski	Płytka lub głęboka	60
Spoisty	Wysoki	Normalna	45
Spoisty	Wysoki	Płytka lub głęboka	40

Przykładowo, macierzą prawdopodobieństwa przejścia dla pierwszych pięciu etapów, faza od 0 do 5, jest macierz **P**, a dla następnych pięciu etapów, faza od 6 do 10, jest macierz **Q**. Oczekiwany stan techniczny sieci w czasie $t = 6$ można ustalić następująco:

$$E\left[X(t=6,\mathbf{P})\right]=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}\mathbf{P}^{(5)}\mathbf{Q}^{(1)}\begin{bmatrix}1 & 2 & 3 & 4 & 5\end{bmatrix}^{T} \tag{6}$$

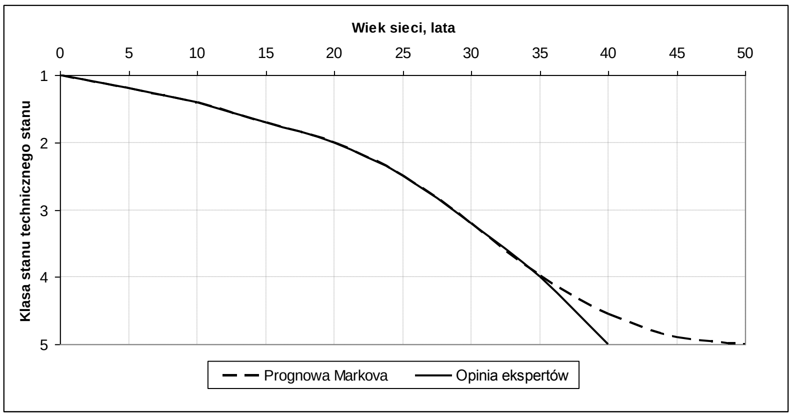
Przykładem mogą być przewody kanalizacyjne z materiału podatnego, które są głęboko posadowione w zasypce i są eksploatowane przy wysokim poziomie wody gruntowej. Macierze przejścia **P** i **Q** obliczone według formuły (3) dla powyżej sfomułowanych warunków przedstawiają wzory (7) i (8).

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0{,}8500 & 0{,}1500 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}4696 & 0{,}5304 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}0001 & 0{,}9999 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}0001 & 0{,}9999 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{7}$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0{,}0001 & 0{,}9999 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}0001 & 0{,}9999 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}0001 & 0{,}9999 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}2462 & 0{,}7538 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{8}$$

Na rys. 2 przedstawiono prognozowaną krzywą stanu technicznego dla sieci z materiału podatnego, działającego w powyższych warunkach. Oczekiwana żywotność techniczna podobnych sieci powinna wynosić około czterdziestu lat. Wartości prawdopodobieństw macierzy przejścia dla przewodów z materiału podatnego, przy uwzględnieniu różnych warunków ich funkcjonowania, zostały ustalone na podstawie tego samego schematu obliczeniowego i zaprezentowane w tabeli 2.

Zastosowanie łańcuchów *Markov'a* do estymacji krzywych stanu technicznego zapewnia, niezależnie od limitu danych, pogorszenie się stanu sieci wraz z upływem czasu. Jest to model prognozowania stanu technicznego sieci, który umożliwia prewencyjną politykę eksploatacyjną w kontekście odnowy sieci. Według opinii autorów, dalsze badania naukowe w tej dziedzinie powinny zmierzać w kierunku integracji prognozy stanu technicznego z wieloaspektową optymalizacją eksploatacji infrastruktur kanalizacyjnych.



Rys. 2. Krzywe stanu technicznego sieci kanalizacyjnej według opinii ekspertów i modelu *Markov'a*

Tabela 2. Estymacja prawdopodobieństwa przejścia

	Spoista zasypka, wysokie poziom wody gruntowej, głębokie posadowienie, oczekiwana żywotność: 40 lat				Spoista zasypka, wysoki poziom wody gruntowej, normalna głębokość posadowienie, oczekiwana żywotność: 45 lat			
	p11	p22	p33	p44	p11	p22	p33	p44
Faza 1 – 5	0,8500	0,4696	0,0001	0,0001	0,9226	0,2567	0,0001	0,0001
Faza 6 – 10	0,0001	0,0001	0,0001	0,2462	0, 3671	0,1536	0,0001	0,0001
	Spoista zasypka, niski poziom wody gruntowej, głębokie posadowienie, oczekiwana żywotność: 60 lat				Spoista zasypka, wysoki poziom wody gruntowej, normalna głębokość posadowienie, oczekiwana żywotność: 65 lat			
	p11	p22	p33	p44	p11	p22	p33	p44
Faza 1 – 5	0,9676	0,2917	0,0001	0,0001	0,9759	0,2929	0,0001	0,0001
Faza 6 – 10	0,7523	0,4720	0,0001	0,2462	0,6943	0,6629	0,0972	0,0001
Faza 11 – 15	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0845	0,0001	0,0001
	Niespoista zasypka, wysoki poziom wody gruntowej, głębokie posadowienie, oczekiwana żywotność: 70 lat				Niespoista zasypka, wysoki poziom wody gruntowej, normalna głębokość posadowienie, oczekiwana żywotność: 80 lat			
	p11	p22	p33	p44	p11	p22	p33	p44
Faza 1 – 5	0,9817	0,3011	0,0001	0,0001	0,9886	0,3073	0,0001	0,0001
Faza 6 – 10	0,6845	0,6339	0,4410	0,0688	0,7347	0,7546	0,3819	0,4432
Faza 11 – 15	0,2839	0,3125	0,3002	0,1962	0,5934	0,5548	0,4139	0,4124
Faza 16 – 20	N/A	N/A	N/A	N/A	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
	Niespoista zasypka, niski poziom wody gruntowej, głębokie posadowienie, oczekiwana żywotność: 90 lat				Niespoista zasypka, niski poziom wody gruntowej, normalna głębokość posadowienia, oczekiwana żywotność: 100 lat			
	p11	p22	p33	p44	p11	p22	p33	p44
Faza 1 – 5	0,9920	0,3122	0,0001	0,0001	0,9957	0,5309	0,0001	0,0001
Faza 6 – 10	0,9145	0,4786	0,1765	0,0001	0,9613	0,4460	0,0001	0,0001
Faza 11 – 15	0,7383	0,4363	0,3193	0,0001	0,8138	0,4510	0,5250	0,0001
Faza 16 – 20	0,1947	0,0001	0,0001	0,0001	0,5345	0,3153	0,4130	0,3535

4. Podsumowanie

W publikacji przedstawiono przykład prognozy stanu technicznego sieci kanalizacyjnych opartej na matematycznym modelu statystyczno-stochastycznym, a reprezentowany przez model *Markov'a*. W tym modelu baza niezbędnych danych, oprócz wyników pełnozakresowej inspekcji optycznej, obejmuje kilka podstawowych informacji na temat sieci takich, jak: materiał przewodu (podatny, sztywny), posadowienie (płytkie, normalne, głębokie), rodzaj podsypki (spoisty, sypki) oraz położenie przewodu w stosunku do poziomu zwierciadła wody gruntowej (poniżej, powyżej). Z najbardziej korzystnej kombinacji powyższych danych można ustalić optymalne warunki funkcjonowania przewodu, które gwarantują osiągnięcie założonej żywotności technicznej, przykładowo 100 lat.

Zaletą tej prognozy jest zastosowanie stochastycznego modelu *Markov'a*, który w sensie matematycznym dokładnie opisuje zmiany stanu technicznego badanego obiektu. Są one opisane poprzez prawdopodobieństwo przejścia przewodów od jednego do następnego, gorszego stanu oraz prawdopodobieństwo pozostania przewodu w danym stanie. Zastosowanie tego typu prognozy w przypadku amerykańskiego miasta Indianapolis wykazało, że uzyskane teoretyczne krzywe niezawodności są wiarygodne i dobrze korespondują z krzywymi eksperymentalnymi.

Opisany przykład zastosowania tego modelu bazuje również na wynikach jednorazowej, pełnozakresowej inspekcji optycznej. Model ten umożliwia także bardziej dokładny opis starzenia się sieci, jeżeli jego bazą będą dwie wykonane w odstępie pięciu lat pełnozakresowe, porównywalne inspekcje optyczne. Rozwiązanie to daje możliwość uwzględnienia w prognozie ważnego komponentu, który z naukowego punktu widzenia ma kluczowe znaczenie, a jest nim progresja uszkodzeń.

Literatura

[1] Raganowicz A., Dziopak J.: Statystyczno-stochastyczny model prognozowania stanu technicznego sieci kanalizacyjnych, Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów, 2012.

[2] Abraham D. M., Wirahadikusumah R.: Development of prediction models for sewer deterioration; Proceedings of the Eight International Conference on Durability of building materials and components, Ottawa, 1999.

[3] Abraham D. M., Wirahadikusumah R.: Application of dynamic programming and simulation for sewer management, Construction Architectural Management, Vol. 10, Nr 2, 2003.

[4] Hillier S. F., Lieberman G.J.: Introduction to Operations Research, 6 th ed., McGraw-Hill, Inc., New York, NY.

[5] Feighan K. J., Shahin M. Y., Sinha K.C., White T. D.: A priorization scheme for the micro Paver pavement management system, Transportation research Record 1215, Transportation Resaerch Board – National Research Council, 1989, 89-100.

[6] Feighan K. J., Shahin M. Y., Sinha K.C., White T. D.: A sensitivity analysis of the application of dynamic programming to pavement management systems, priorization scheme for the micro Paver pavement management system, Transportation research Record 1215, Transportation Research Board – National Research Council, 1989, 101-114.

[7] Jiang Y., Saito M., Sinha K.C.: Bridge performance model using the Markov chain, Transportation research Record 1180, Transportation Research Board – National Research Council, 1988, 939-46.

[8] Ross S. M.: Introduction to Probability Models, 6th edition, Academic Press, 1997.

SEWAGE NETWORK TECHNICAL CODITION PROGNOSIS ON BASIS OF *MARKOV'S* MODEL

Summary

The article deals with methods of statistical and stochastic forecasting of sewage networks technical condition. Presented prognosis was prepared on basis of stochastic *Markov's* model. Results of optical inspection were used as data base for this prognosis.