

Izabela SKRZYPCZAK¹
Grzegorz OLENIACZ²

STATYSTYCZNA ANALIZA DŁUGOŚCI BOKÓW OSNOWY III KLASY NA PRZYKŁADZIE POWIATU KROTOSZYN W WOJEWÓDZTWIE WIELKOPOLSKIM

Streszczenie

W artykule przeprowadzono analizę długości boków poziomej osnowy geodezyjnej III klasy dla powiatu Krotoszyn w województwie wielkopolskim. Badania dotyczyły analiz statystycznych w odniesieniu do zapisów Instrukcji Technicznej G-1.

1. Wprowadzenie

Celem artykułu jest prezentacja przeprowadzonych analiz długości boków poziomej osnowy geodezyjnej III klasy, pochodzących z dostępnych dla autorów materiałów oraz ich obróbka statystyczna w odniesieniu do Instrukcji Technicznej G-1. Praca stanowi wprowadzenie do cyklu artykułów związanych z badaniem i weryfikacją długości boków poziomych osnów III klasy dla kilkunastu zróżnicowanych obiektów na terenie kraju.

Osnowę III klasy stanowi zbiór punktów będący rozwinięciem I i II klasy, służących do nawiązania osnowy pomiarowej i wykonywania szczegółowych pomiarów geodezyjnych. Długości boków w ciągach według Instrukcji [1] powinny wynosić od 150m do 600m, przy czym średnia długość boku w każdym ciągu nie powinna być mniejsza od 300m. W rzeczywistości długości boków w ciągach poligonowych tworzących sieć III klasy uzależnione są w dużej mierze od sytuacji terenowej na danym obszarze, a w szczególności od pionowego ukształtowania terenu oraz intensywności zabudowy i zagospodarowania.

Analizę przeprowadzono dla osnowy średniej wielkości powiatu krotoszyńskiego w województwie wielkopolskim. Powiat krotoszyński usytuowany jest w południowej części Wielkopolski, na granicy z Dolnym Śląskiem. Pod względem hipsometrycznym jest to obszar płaski, o niewielkich wzniesieniach krajobrazowo monotony. Wznosi się od około 110 do około 160m n.p.m. Przez teren powiatu przebiegają dwie drogi krajowe - nr 15 i nr 36. W skład powiatu wchodzi sześć gmin, w tym 5 miast (rys. 1). To jeden z najlepiej rozwiniętych gospodarczo terenów województwa. Powierzchnia powiatu krotoszyńskiego wynosi 714 km² (210 lokata na 381 powiatów w Polsce), populacja stanowi 77471 mieszkańców (138 lokata), a gęstość zaludnienia to 109 osób/km² (średnia krajowa 122 osoby/km²) [2].

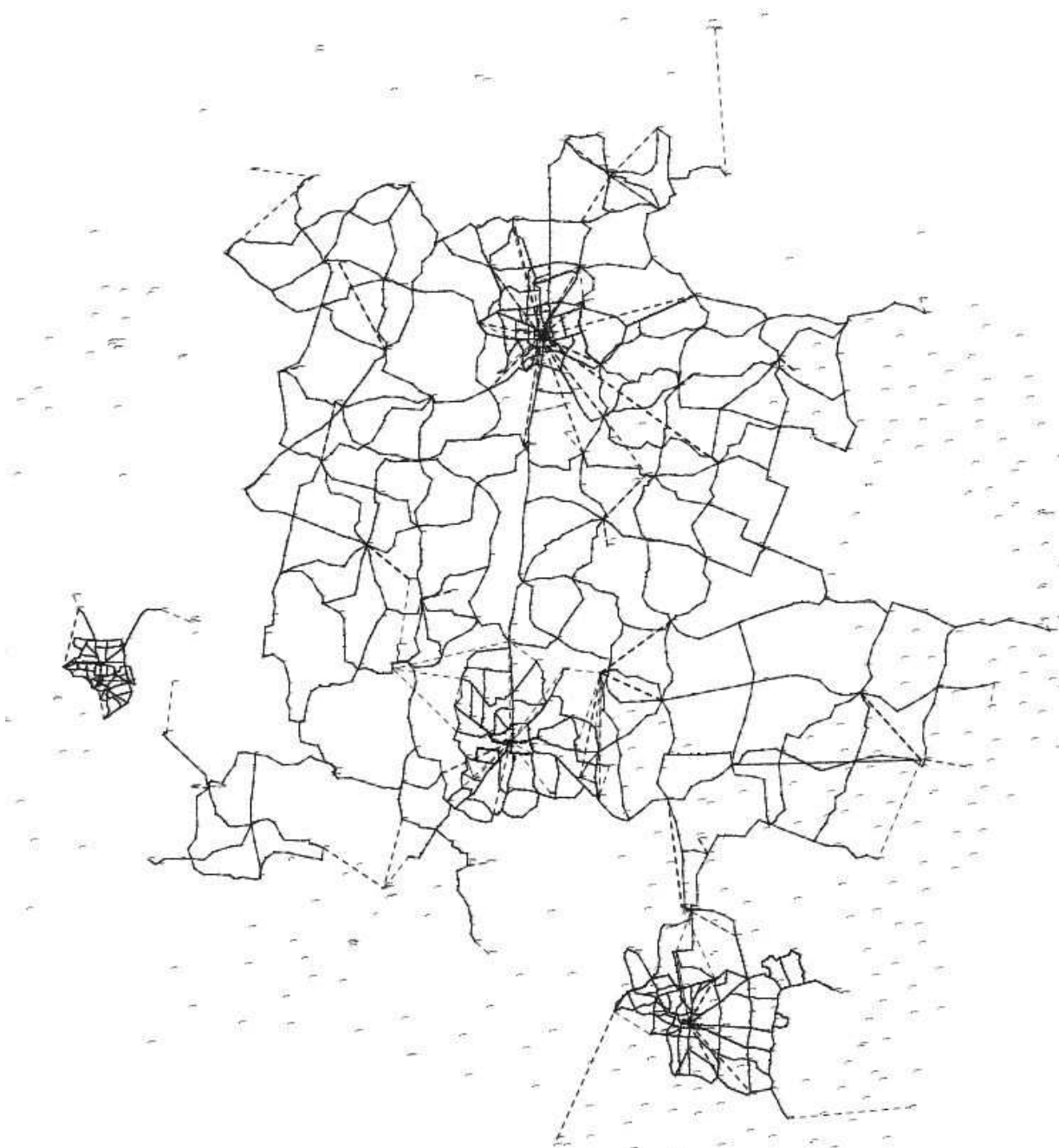


Rys. 1. Mapa poglądowa powiatu krotoszyńskiego

¹dr inż., Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska, Politechnika Rzeszowska

²mgr inż., Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska, Politechnika Rzeszowska

Pozioma osnowa III klasy powiatu krotoszyńskiego obejmuje 3088 punktów, w tym 280 punktów nawiązania. Ma postać klasycznej sieci wielowęzłowej, złożonej z ciągów poligonowych, wyraźnie zagęszczonych na obszarach miejskich (rys. 2).



Rys. 2. Szkic poglądowy osnowy III klasy powiatu krotoszyńskiego

2. Analiza długości boków

Pierwszym etapem statystycznego opracowania zbioru danych było określenie podstawowych parametrów statystycznych takich jak: wartości średniej, mediany, czy współczynnika zmienności. Wielkości tych parametrów charakteryzujących osnowę poziomą III klasy zamieszczono w poniższej tabeli 1.

Tablica 1. Parametry statystyczne charakteryzujące długości boków osnowy w Krotoszynie

Statystyki charakteryzujące długości boków osnowy III klasy w Krotoszynie	
Liczba danych	3200
Średnia [m]	262,79
Liczba boków dłuższych od 600m	63
Odsetek boków dłuższych od 600m [%]	2,0
Liczba boków krótszych niż 150m	628
Odsetek boków krótszych niż 150m [%]	19,6
Mediana [m]	233,83
Moda [m]	365,95
Liczność mody	3
Dolny kwartył	165,16
Górny kwartył	335,84
Skośność	0,9965
Błąd standardowy skośności	0,0433
Kurtoza	0,9408
Błąd standardowy kurtozy	0,0865
Współczynnik zmienności [%]	50

Analizie poddano wyniki obserwacji długości 3200 boków poziomej osnowy geodezyjnej III klasy powiatu krotoszyńskiego. Średnia wartość długości boku osnowy dla danego obszaru wyniosła 262,79m, natomiast względne zróżnicowanie poszczególnych otrzymanych wartości od średniej mierzone współczynnikiem zmienności wyniosło 50%. Typowa wartość długości boków mieści się w przedziale od 131,56m do 394,40m metrów. Otrzymana wartość średnia 262,79m jest wartością mniejszą od zalecanej przez Instrukcję G-1 natomiast obliczony współczynnik asymetrii, który wyniósł 0,9965 wskazuje, że długości boków sieci były mniejsze od wartości średniej.

Kolejnym etapem była ocena dopasowania modelu matematycznego do analizowanego zbioru długości boków poziomej osnowy. Poprawność wnioskowania potwierdzono testami statystycznymi χ^2 oraz Kołmogorowa-Smirnowa. Na rysunkach od 3 do 6 przedstawiono przykładowe histogramy długości boków poziomej osnowy geodezyjnej III klasy dla powiatu krotoszyńskiego, odpowiadające im krzywe rozkładu gęstości oraz wykresy dystrybucyjny empirycznej i teoretycznej. Przyjęto do weryfikacji zgodności dopasowania do danych empirycznych czterech modeli: normalny, lognormalny, Gamma oraz Weibulla.

W celu sprawdzenia czy rozkład empiryczny jest zgodny z założonym rozkładem teoretycznym, należało zbudować histogramy. Przy określaniu odpowiedniej szerokości i liczby przedziałów przyjęto formułę podaną przez T.Stugesę [3]

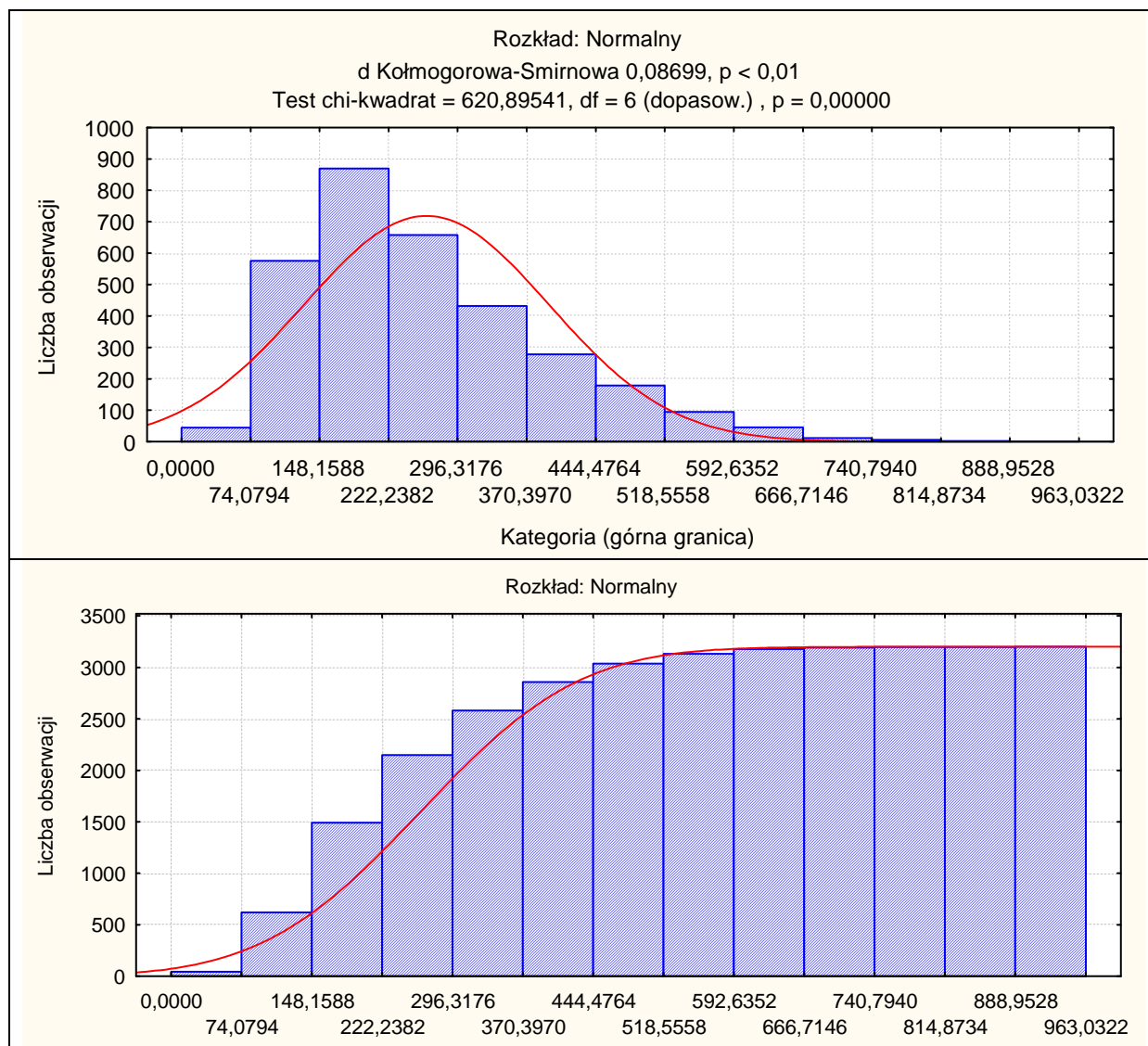
$$k = 1 + 3,3 \lg(n) \quad (1)$$

gdzie:

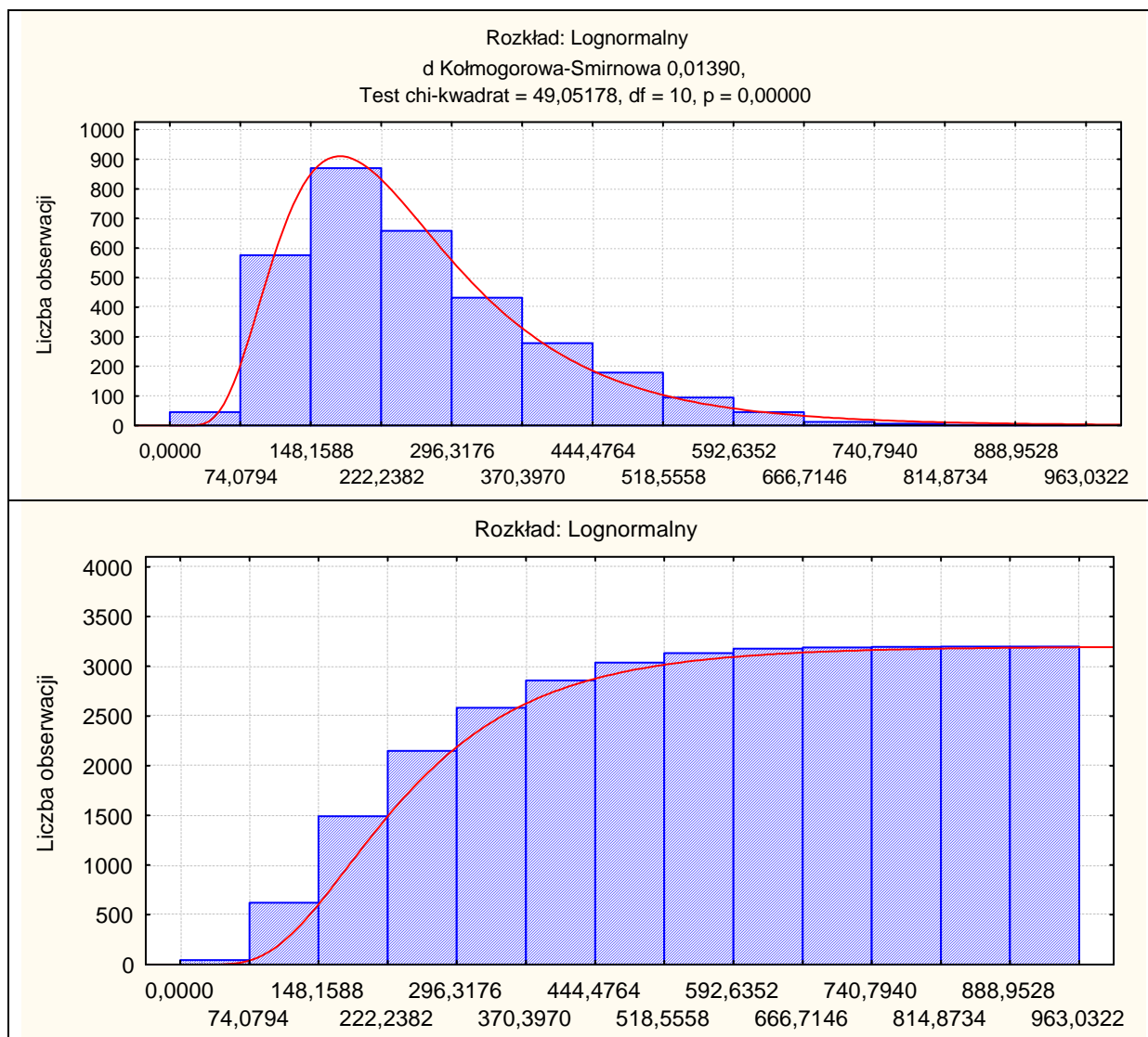
n- liczba danych

k- liczba przedziałów między min i max wartością obserwowaną.

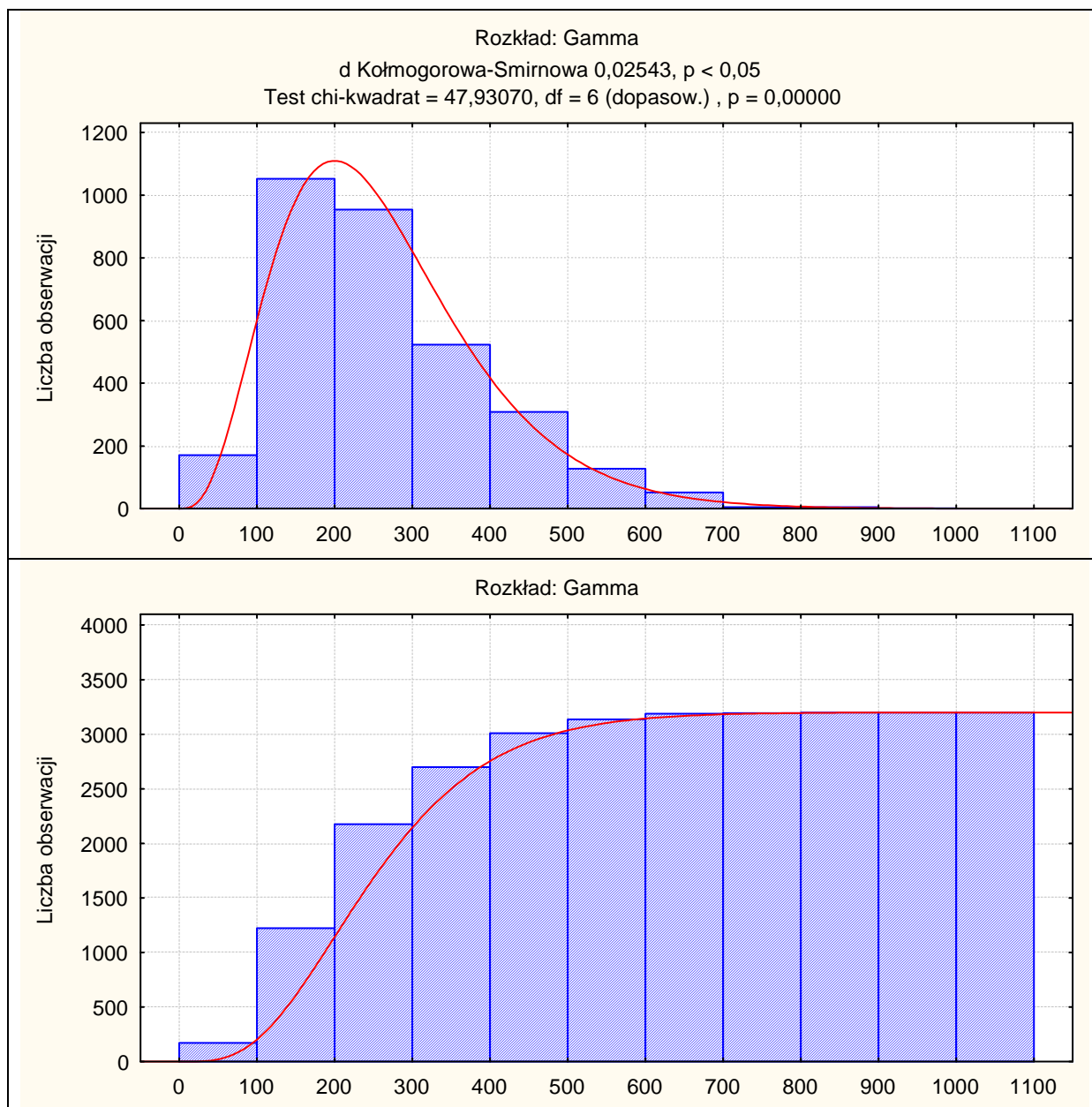
Następnie dokonano oceny dopasowania modelu matematycznego, do analizowanego zbioru długości boków osnowy. Poprawność wnioskowania potwierdzono testami statystycznymi hipotez zgodności χ^2 oraz Kołmogorowa-Smirnowa. Do obróbki statystycznej wyników wykorzystano program Statistica.



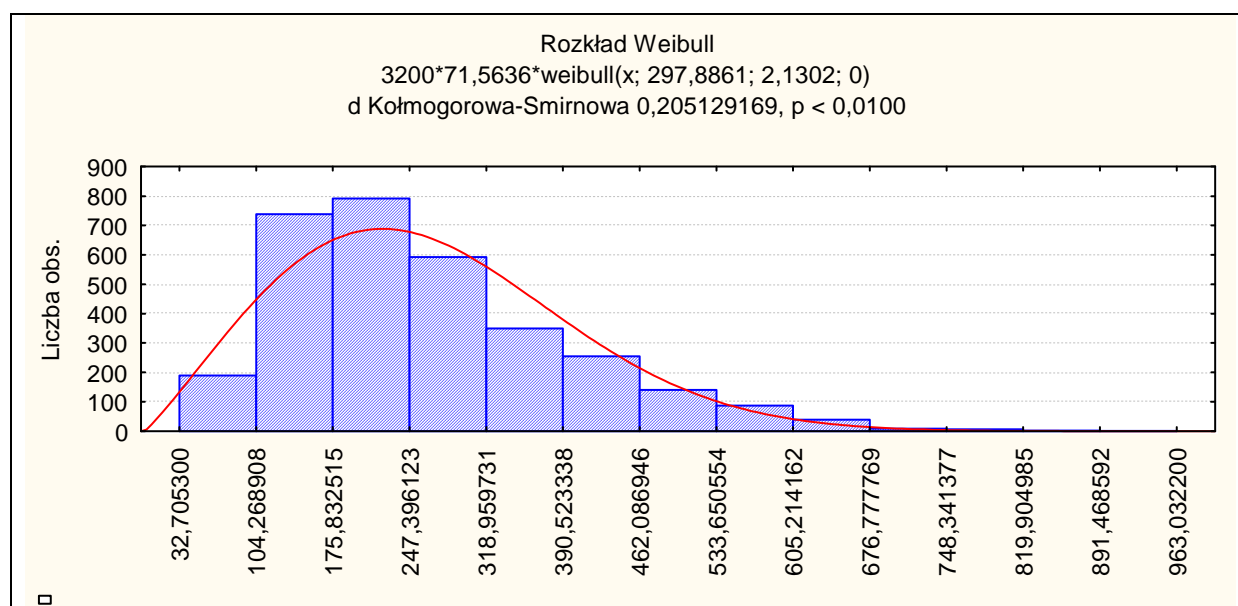
Rys. 3. Wykres funkcji gęstości oraz dystrybuanty dla rozkładu normalnego oraz histogram analizowanego zbioru długości boków poziomej osnowy geodezyjnej III klasy powiatu krotoszyńskiego



Rys. 4. Wykres funkcji gęstości oraz dystrybucyjnej dla rozkładu lognormalnego oraz histogram analizowanego zbioru długości boków poziomej osnowy geodezyjnej III klasy powiatu krotoszyńskiego



Rys. 5. Wykres funkcji gęstości oraz dystrybuanty dla rozkładu Gamma oraz histogram analizowanego zbioru długości boków poziomej osnowy geodezyjnej III klasy powiatu krotoszyńskiego



Rys. 6. Wykres funkcji gęstości dla rozkładu Weibulla oraz histogram analizowanego zbioru długości boków poziomej osnowy geodezyjnej III klasy powiatu krotoszyńskiego

Wizualne porównanie wykresu funkcji gęstości prawdopodobieństwa i histogramu w odniesieniu do długości boków osnowy, skłaniają do akceptacji założonego rozkładu lognormalnego badanej zmiennej losowej i odrzucenia rozkładu normalnego, Gamma i Weibulla. W celu analitycznego potwierdzenia poprawności wnioskowania dokonano weryfikacji statystycznych hipotez zgodności. O zgodności rzeczywistego rozkładu długości boków osnowy z założonym teoretycznym rozkładem można wnioskować na podstawie wyników testów χ^2 i Kołmogorowa-Smirnowa [3, 4].

Tablica 2. Wyniki testu χ^2 dla długości boków osnowy klasy III – wartości $\chi_0^2 < \chi^2$ (poziom istotności $\alpha=0,05$; dla $\alpha_{0,05}$ i k odczytano χ^2)

Obszar	Krotoszyn
Stopnie swobody K	6
Wartość statystyki $\chi^2 = 12,592$	Obliczona wartość χ^2
Rozkład	
Normalny	
Logarytmno-normalny	
Gamma	
Weibull	-

Na podstawie uzyskanych wartości statystyk χ^2 dla weryfikowanych rozkładów, na poziomie istotności 0,05 nie można opisać długości boków poziomej osnowy geodezyjnej na terenie powiatu krotoszyńskiego powyższymi rozkładami.

Na odrzucenie hipotezy w przypadku weryfikacji zgodności rozkładu empirycznego z teoretycznym za pomocą testu χ^2 decydujący wpływ ma łączenie mało licznych klas. Ma to swoje odzwierciedlenie w uzyskanych wynikach. Jest to słaba strona tego testu – silnie reaguje na wpływ krańcowych mało licznych klas.

Tablica 3. Wyniki testu Kołmogorowa-Smirnowa dla długości boków osnowy klasy III – wartości $\lambda = d_n \sqrt{n}$ (poziom istotności $\alpha=0,05$; $\lambda_{(0,95)} = 1,36$ $d_n \sqrt{n} < \lambda$)

Obszar	Krotoszyn
Wartość $\lambda = d_n \sqrt{n}$	
Rozkład	0,188
Normalny	0,087
Logarytm-normalny	0,014
Gamma	0,025
Weibulla	0,205

W przypadku testu Kołmogorowa-Smirnowa, otrzymaliśmy odmienne wyniki. Przewaga tego testu nad testem χ^2 polega na tym, że jest on niewrażliwy na działanie skrajnych mało licznych klas szeregu rozdzielczego. Najkorzystniejszymi do opisu rzeczywistego rozkładu długości boków poziomej osnowy klasy III w Krotoszynie będą rozkłady normalny, lognormalny oraz Gamma. Rozkład Weibulla na poziomie istotności 0,05 nie powinien być wykorzystywany do opisu długości boków osnowy.

3. Wnioski

Na podstawie uzyskanych wyników analiz można stwierdzić, że:

- Średnia długość boku osnowy dla analizowanego obszaru wyniosła 262,79m i jest mniejsza od przewidzianej w Instrukcji G-1 wartości 300m.
- W sieci przeważają boki o długości mniejszej od wartości średniej, 20% z wszystkich boków jest krótsza niż przewidziana wartość minimalna 150m.
- Rozkłady, które charakteryzowały się największą zgodnością z weryfikowanym zbiorem długości boków poziomej osnowy klasy III na poziomie istotności 0,05 to normalny, lognormalny oraz Gamma.
- Rozkład Weibulla charakteryzuje się najmniejszą zgodnością z rozkładem danych empirycznych, dlatego nie powinien być wykorzystywany do opisu badanej cechy dla danego obiektu.

Literatura

- [1] Instrukcja techniczna G-1, Główny Urząd Geodezji i Kartografii, Wydanie czwarte, W-wa 1986
- [2] Powierzchnia i ludność w przekroju terytorialnym w 2011 roku, Główny Urząd Statystyczny, W-wa, 2011
- [3] GAJEK L., KAŁUSZKA M., Wnioskowanie statystyczne. Modele i metody, WN-T, Wydanie trzecie rozszerzone, W-wa, 1998
- [4] OKTABA W., Elementy statystyki matematycznej i metodyka doświadczalnictwa, PWN, Wydanie czwarte, W-wa, 1976

STATISTICAL ANALYSIS OF 3RD CLASS HORIZONTAL NETWORK SIDES LENGTH ON THE EXAMPLE OF KROTOSZYN COUNTY OF WIELKOPOLSKIE PROVINCE

Summary

The article presents an analysis of the side lengths of the 3rd class horizontal geodetic network in Krotoszyn county. The study involves the statistical analysis in relation to G-1 Technical Instructions.