

**Izabela SKRZYPCZAK<sup>1</sup>**  
**Grzegorz OLENIACZ<sup>2</sup>**  
**Dawid ZIENTEK<sup>3</sup>**

## **ANALIZA STATYSTYCZNA W UPROSZCZONEJ PROCEDURZE TERENOWEJ TESTOWANIA TEODOLITÓW ELEKTRONICZNYCH**

### **Streszczenie**

W artykule dokonano sprawdzenia uzyskanej dokładności pomiarowej kierunków poziomych oraz kątów pionowych teodolitu SETL SDJ-10. Testowanie teodolitu wykonano metodą uproszczoną zgodnie z polską normą PN-ISO 17123-3 2005.

### **1. Wstęp**

Nowe technologie i narzędzia pomiarowe stanowią inspirację do podejmowania badań, których celem są nowe możliwości zastosowań oraz weryfikacja dokładności narzędzi pomiarowych. W przypadku powszechnie stosowanych już oraz wprowadzanych na rynek teodolitów i tachimetrów elektronicznych interesujące wydaje się badanie faktycznych dokładności pomiaru. Wyniki badań polowych sprawdzających przydatność teodolitu SETL SDJ-10 do prac inżynierskich określono jego dokładność pomiaru weryfikując ją za pomocą testów statystycznych – testu znaków oraz testu Shapiro-Wilka.

### **2. Procedura testowania**

Testowanie teodolitu wykonano metodą uproszczoną zgodnie z polską normą PN-ISO 17123-3 2005 [1]. Miarą dokładności teodolitów jest estymator odchylenia standardowego (średni błąd kwadratowy) kierunku poziomego obserwowanego jednokrotnie przy obu położeniach lunety oraz kąta pionowego obserwowanego jednokrotnie przy obu położeniach lunety.

Uproszczona procedura testowania bazuje na jednym cyklu pomiarów, dlatego też obliczone odchylenie standardowe wskazuje rząd wielkości miary dokładności osiągalnej w powszechnym użyciu. Do weryfikacji oceny dokładności teodolitu SETL SDJ-10 wykorzystano testy statystyczne zalecane dla próby o małej liczebności – test Shapiro-Wilka oraz test znaków, nie zastosowano testów zamieszczonych w normie PN-ISO 17123-3 2005 [1], bowiem nie zaleca się testów statystycznych bazujących na uproszczonej procedurze testowania.

Dla potrzeb testowania teodolitu w przypadku procedury uproszczonej cykl pomiarowy powinien składać się z trzech serii pomiarów do czterech celów. Cele powinny być obserwowane, w każdej serii w I położeniu lunety w kierunku zgodnym z ruchem wskazówek zegara (w przypadku kątów pionowych w kierunku z góry do dołu) oraz w II położeniu lunety w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara (w przypadku kątów pionowych w kierunku z dołu do góry) [1].

---

<sup>1</sup>dr inż., Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska, Politechnika Rzeszowska

<sup>2</sup>mgr inż., Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska, Politechnika Rzeszowska

<sup>3</sup>mgr, Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska, Politechnika Rzeszowska



Rys. 1. Teodolit SETL-SDJ-10 użyty w testach

Na podstawie wyników pomiarów terenowych, przeprowadzono obliczenia według zaleceń normowych zgodnie z procedurą zawartą w normie PN-ISO 17123-3 2005 [1]. Wyniki tych obliczeń zestawiono w Tablicy 1 – dla kierunków poziomych oraz w Tablicy 2 – dla kątów pionowych ( $s$  - estymator odchylenia standardowego obliczony według [1]).

Tablica 1. Uproszczona metoda testowania dla kierunków poziomych

j	k	$x_{j,k,I} [^\circ]$	$x_{j,k,II} [^\circ]$	$x_{j,k} [^\circ]$	$x'_{j,k,I} [^\circ]$	$x_k [^\circ]$	$d_{j,k} [^\circ]$	$r_{j,k} [^\circ]$	$r^2_{j,k} [^\circ^2]$
1	1	19,33870	219,34300	19,34085	0,00000	0,00000	0,00	16,13	260,02
	2	127,68290	327,68930	127,68610	108,34525	108,34417	-10,83	5,29	28,00
	3	219,16910	19,17590	219,17250	199,83165	199,82925	-24,00	-7,88	62,02
	4	308,31450	108,31120	308,31285	288,97200	288,96903	-29,67	-13,54	183,38
2	1	133,03870	333,04550	133,04210	0,00000		0,00	9,62	92,64
	2	241,38430	41,38840	241,38635	108,34425		-0,83	8,79	77,29
	3	332,86960	132,87480	332,87220	199,83010		-8,50	1,12	1,27
	4	22,01080	222,01730	22,01405	288,97195		-29,17	-19,54	381,88
3	1	265,33230	65,33550	265,33390	0,00000		0,00	-25,75	663,06
	2	373,67590	173,67790	373,67690	108,34300		11,67	-14,08	198,34
	3	65,15860	265,16120	65,15990	199,82600		32,50	6,75	45,56
	4	154,29660	354,29750	154,29705	288,96315		58,83	33,08	1094,51
$s = 22,7^\circ$									$\Sigma r^2$ 3087,96

Tablica 2. Uproszczona metoda testowania dla kątów pionowych

j	k	$x_{j,k,I}$ [g]	$x_{j,k,II}$ [g]	$x'_{j,k,I}$ [g]	$x_k$ [g]	$r_{j,k}$ [g]	$r^2_{j,k}$ [g <sup>2</sup> ]
1	1	66,72300	333,28950	66,71675	66,71300	37,50	1406,25
	2	76,39650	323,61100	76,39275	76,39150	12,50	156,25
	3	87,41950	312,58600	87,41675	87,41475	20,00	400,00
	4	93,25750	306,74900	93,25425	93,25458	-3,33	11,11
2	1	66,71750	333,29200	66,71275		-2,50	6,25
	2	76,39450	323,61300	76,39075		-7,50	56,25
	3	87,41950	312,58950	87,41500		2,50	6,25
	4	93,26050	306,75100	93,25475		1,67	2,78
3	1	66,71400	333,29500	66,70950		-35,00	1225,00
	2	76,39450	323,61250	76,39100		-5,00	25,00
	3	87,41600	312,59100	87,41250		-22,50	506,25
	4	93,25950	306,75000	93,25475		1,67	2,78
<b>s = 21,8<sup>cc</sup></b>						<b><math>\Sigma r^2</math></b>	<b>3804,17</b>

### 3. Testy statystyczne

Sprawdzenia uzyskanej dokładności pomiarowej teodolitu SETL SDJ-10 oraz zweryfikowania poprawności przeprowadzonej procedury testowania dokonano wykorzystując testy statystyczne Shapiro-Wilka oraz test znaków [2,3].

Test Shapiro-Wilka jest testem nieparametrycznym o zmiennej losowej postaci:

$$W = \frac{(\sum_i a_i(n)(x_{n-i+1} - x_i))^2}{\sum_j (x_j - \bar{x})^2}$$

gdzie:

$x_{jq}$  - wartość elementów próbki,

$a_i(n)$  - tablicowane stałe (zestawione w tablicach Shapiro-Wilka)

$W$  odczytujemy z tablic S-W, obszar odrzucenia to  $P(W < W_d) = \alpha$

Jeżeli wyznaczona statystyka  $W$ , należy do przedziału  $(W(1/2 \alpha; n); \infty)$  to brak jest podstaw do odrzucenia hipotezy o normalności rozkładu błędów pomiarów wykonywanych tym teodolitem, stąd wniosek o normalności rozkładów błędów i poprawności działania badanego sprzętu.

Odczytana z tablic Shapiro-Wilka, dla  $\alpha=0,05$  dolna granica przedziału

**$W_d = 0,828$**

- Weryfikacja poprawności pomiaru kierunków poziomych

Obliczona wartość statystyki Shapiro-Wilka

$$W = 0,96739$$

Wartość statystyki  $W = 0,96739$  należy do przedziału  $(0,828; \infty)$ , więc można wnioskować normalności rozkładów błędów i poprawności działania badanego sprzętu w zakresie pomiaru kierunków poziomych.

- Weryfikacja poprawności pomiaru kątów pionowych

Obliczona wartość statystyki Shapiro-Wilka

$$W = 0,95564$$

Wartość statystyki  $W = 0,95564$  należy do przedziału  $(0,828; \infty)$ , więc można wnioskować normalności rozkładów błędów i poprawności działania badanego sprzętu w zakresie pomiaru kątów pionowych.

Za pomocą testu znaków można ustalić wpływ czynników systematycznych na wartość przeciętną w szeregu pomiarów. Test ten, jak sama nazwa wskazuje, oparty jest na znakach różnic między kolejnymi wynikami (czy są ujemne, czy dodatnie). Można podać prawdopodobieństwa związane ze wszystkimi proporcjami (wystąpienia znaków +/-), które mogłyby wystąpić. Znając prawdopodobieństwo każdej naszej kierunkowej zmiany, możemy ocenić, czy nasze wyniki są obarczone błędami systematycznymi [4,5].

Test znaków to ustalenie liczby plusów i minusów oraz porównanie ich z wartością teoretyczną podaną w odpowiednich tablicach. Jeśli wyznaczona wartość statystyki spełnia warunek  $z > z_q$  oznacza, że wykonane pomiary nie zawierają błędów systematycznych. Natomiast jeśli  $z < z_q$  – pomiary są obarczone błędami systematycznymi i testowany sprzęt należy poddać rektyfikacji.

W celu zweryfikowania poprawności pomiarów i sprawdzenia czy pomiary nie są obarczone błędami systematycznymi wykorzystano test znaków oferowany w pakiecie Statistica 7.0 oraz metodę weryfikacji hipotez proponowaną w tym programie. Jeśli poziom istotności dla wyznaczonych wartości statystyk jest mniejszy niż założony poziom istotności ( $p_{ozn} < p_{0,05}$ ) należy przyjąć hipotezę, że wykonane pomiary nie zawierają błędów systematycznych.

Tablica 3. Test znaków dla kierunków poziomych

Liczba pomiarów	Obliczona wartość statystyki	poziom $p_{ozn}$
12	2,598076	<b>0,009375</b>

Zaznaczone wyniki są istotne dla  $p < 0,050$

Tablica 4. Test znaków dla kątów pionowych

Liczba pomiarów	Obliczona wartość statystyki	poziom $p_{ozn}$
12	3,175426	<b>0,001496</b>

Zaznaczone wyniki są istotne dla  $p < 0,050$

W obu przypadkach pomiaru kierunków poziomych oraz kątach pionowych stwierdzić można brak występowania błędów systematycznych, co pozwala wnioskować o przydatności badanego sprzętu do pomiarów geodezyjnych.

#### 4. Wnioski

Z przeprowadzonych pomiarów mających na celu ustalenie dokładności użytkowej oraz weryfikację poprawności teodolitu SETL SDJ-10 można sformułować wnioski:

- uzyskana dokładność użytkowa dla kierunków poziomych metodą uproszczoną to  $22,7''$ ,
- uzyskana dokładność użytkowa dla kątów pionowych metodą uproszczoną to  $21,8''$ ,
- na podstawie testu znaków stwierdzono brak występowania błędów systematycznych w pomiarach kierunków poziomych i kątów pionowych,

- na podstawie statystyki Shapiro-Wilka stwierdzono normalność rozkładów błędów i poprawność działania badanego sprzętu w zakresie pomiaru kierunków poziomych i kątów pionowych,

### **Literatura**

- [1] PN-ISO 17123-3 2005, Optyka i instrumenty optyczne, Terenowe procedury testowania instrumentów geodezyjnych i pomiarowych, Część 3, Teodolity.
- [2] GODEK K., KRUPIŃSKI W., Metodyka oceny sprzętu geodezyjnego za pomocą testów statystyki matematycznej, Infrastruktura i ekologia terenów wiejskich, Nr 6/2010, PAN, Oddział K-ów, s. 167-175, Komisja Technicznej Infrastruktury wsi.
- [3] KRUPIŃSKI W., Sposoby badania zgodności rozkładów błędów niektórych pomiarów geodezyjnych z rozkładami teoretycznymi, ZN AR, Kraków, seria Geodezja, 3, 83, 1973.
- [4] GAJEK L., KAŁUSZKA M., Wnioskowanie statystyczne. Modele i metody, WN-T, Warszawa, 1996.
- [5] HELLWIG Z., Elementy rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 1995.

## **STATISTICAL ANALYSIS IN SIMPLIFIED METHOD OF ELECTRONIC THEODOLITE TESTING**

### **Summary**

The article describes the procedure of verifying the electronic theodolite's accuracy of measurement the horizontal and vertical angles. Theodolite testing was performed with a simplified method in accordance with Polish Standard PN-ISO 17123-3, 2005.