

**Izabela SKRZYPCZAK<sup>1</sup>**  
**Grzegorz OLENIACZ<sup>2</sup>**  
**Dawid ZIENTEK<sup>3</sup>**

## **ANALIZA DOKŁADNOŚCI TEODOLITÓW ELEKTRONICZNYCH ZA POMOCĄ TESTÓW STATYSTYCZNYCH W OPARCIU O UPROSZCZONĄ PROCEDURĘ TESTOWANIA TERENOWEGO**

### **Streszczenie**

W pracy omówiono analizy związane z ustalaniem dokładności użytkowej tachimetrów elektronicznych określając ich dokładność pomiaru kierunków poziomych i kątów pionowych uproszczoną procedurą pomiarową oraz za pomocą testów statystycznych – testu znaków oraz testu Shapiro-Wilka.

### **1. Wstęp**

W pracy omówiono analizy związane z ustalaniem dokładności użytkowej tachimetrów elektronicznych SOUTH NTS-362R oraz SOUTH NTS-365R określając ich dokładność pomiaru kierunków poziomych i kątów pionowych uproszczoną procedurą pomiarową oraz za pomocą testów statystycznych – testu znaków oraz testu Shapiro-Wilka.

### **2. Badania metodą uproszczoną**

Przeprowadzone badania mają dać odpowiedź na pytanie, jaka jest rzeczywista dokładność wyznaczenia kątów pionowych i poziomych przy zastosowaniu różnego typu tachimetrów. Analizę taką można przeprowadzić m.in. stosując uproszczoną procedurę testowania terenowego uzupełnioną o testy statystyczne – test znaków oraz Shapiro-Wilka.

Urządzenia użyte podczas testów posiadają lunetę o średnicy obiektywu 45 mm i powiększeniu 30x z minimalną ogniskową 1m. Wyposażone są w dwuosiowy kompensator o zasięgu 3' i dokładności 3". Dokładność pomiar kątów to odpowiednio 2" – NTS-362R oraz 5" – NTS-365R.

Zgodnie z normą PN-ISO 17123-3 2005 [1] testowanie teodolitów można przeprowadzić stosując dwie różne procedury, to znaczy w postaci pełnej procedury testowania oraz uproszczonej. Do badań wykorzystano procedurę uproszczoną. Baza pomiarowa składała się z czterech jednoznacznie identyfikowalnych, dobrze widocznych punktów pomiarowych, rozmieszczonych symetrycznie na wysokości horyzontu lunety. Długość celowych wynosiła ok. 200 m. Cykl pomiarowy składał się z trzech serii pomiarów do czterech punktów pomiarowych. Punkty pomiarowe były obserwowane, w każdej serii w I położeniu lunety w kierunku zgodnym z ruchem wskazówek zegara oraz w II położeniu lunety w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara. Odczyt koła podziałowego był zmieniany o 67° po każdej serii.

Na podstawie wyników pomiarów terenowych, przeprowadzono obliczenia według zaleceń normowych zgodnie z procedurą zawartą w normie PN-ISO 17123-3 2005 [1]. Wyniki tych obliczeń zestawiono w Tablicach 1A, 2A – dla kierunków poziomych oraz w Tablicach 1B, 2B – dla kątów pionowych.

---

<sup>1</sup>dr inż., Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska, Politechnika Rzeszowska

<sup>2</sup>mgr inż., Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska, Politechnika Rzeszowska

<sup>3</sup>mgr, Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska, Politechnika Rzeszowska



Rys. 1. Tachimetr SOUTH NTS-365R użyty w testach

### 3. Analiza dokładności użytkowej wykonana procedurą uproszczoną

Tablica 1A. Uproszczona metoda testowania dla kierunków poziomych dla SOUTH NTS-362R

| j | k | $x_{j,k,I} [^{\circ}]$ | $x_{j,k,II} [^{\circ}]$ | $x_{j,k} [^{\circ}]$ | $x'_{j,k,I} [^{\circ}]$ | $x_k [^{\circ}]$ | $d_{j,k} [^{\circ}]$ | $r_{j,k} [^{\circ}]$ | $r_{j,k}^2 [^{\circ}]$ |
|---|---|------------------------|-------------------------|----------------------|-------------------------|------------------|----------------------|----------------------|------------------------|
| 1 | 1 | 0,00000                | 200,00160               | 0,00080              | 0,00000                 | 0,00000          | 0,00                 | -3,12                | 9,77                   |
|   | 2 | 100,73590              | 300,73800               | 100,73695            | 100,73615               | 100,73605        | -1,00                | -4,13                | 17,02                  |
|   | 3 | 194,40240              | 394,40280               | 194,40260            | 194,40180               | 194,40228        | 4,83                 | 1,71                 | 2,92                   |
|   | 4 | 290,37470              | 90,37490                | 290,37480            | 290,37400               | 290,37487        | 8,67                 | 5,54                 | 30,71                  |
| 2 | 1 | 132,82690              | 332,82620               | 132,82655            | 0,00000                 |                  | 0,00                 | 4,50                 | 20,25                  |
|   | 2 | 233,56180              | 33,56360                | 233,56270            | 100,73615               |                  | -1,00                | 3,50                 | 12,25                  |
|   | 3 | 327,22820              | 127,23060               | 327,22940            | 194,40285               |                  | -5,67                | -1,17                | 1,36                   |
|   | 4 | 23,20240               | 223,20270               | 23,20255             | 290,37600               |                  | -11,33               | -6,83                | 46,69                  |
| 3 | 1 | 265,04270              | 65,04330                | 265,04300            | 0,00000                 |                  | 0,00                 | -1,38                | 1,89                   |

|                |   |           |           |           |           |  |      |              |        |
|----------------|---|-----------|-----------|-----------|-----------|--|------|--------------|--------|
|                | 2 | 365,77770 | 165,78000 | 365,77885 | 100,73585 |  | 2,00 | 0,63         | 0,39   |
|                | 3 | 59,44450  | 259,44590 | 59,44520  | 194,40220 |  | 0,83 | -0,54        | 0,29   |
|                | 4 | 155,41670 | 355,41850 | 155,41760 | 290,37460 |  | 2,67 | 1,29         | 1,67   |
| $s = 4,9^{cc}$ |   |           |           |           |           |  |      | $\Sigma r^2$ | 145,21 |

Tablica 1B. Uproszczona metoda testowania dla kątów pionowych dla SOUTH NTS-362R

| j        | k | $x_{j,k,I}$ [g] | $x_{j,k,II}$ [g] | $x'_{j,k,I}$ [g] | $x_k$ [g] | $r_{j,k}$ [°] | $r^2_{j,k}$ [°²] |        |
|----------|---|-----------------|------------------|------------------|-----------|---------------|------------------|--------|
| 1        | 1 | 72,41860        | 327,58100        | 72,41880         | 72,41888  | -0,83         | 0,69             |        |
|          | 2 | 82,63400        | 317,35560        | 82,63920         | 82,63867  | 5,33          | 28,44            |        |
|          | 3 | 93,91780        | 306,07340        | 93,92220         | 93,92142  | 7,83          | 61,36            |        |
|          | 4 | 102,06060       | 297,93370        | 102,06345        | 102,06400 | -5,50         | 30,25            |        |
| 2        | 1 | 72,41710        | 327,58020        | 72,41845         |           | -4,33         | 18,78            |        |
|          | 2 | 82,63600        | 317,36040        | 82,63780         |           | -8,67         | 75,11            |        |
|          | 3 | 93,91750        | 306,07540        | 93,92105         |           | -3,67         | 13,44            |        |
|          | 4 | 102,06120       | 297,93340        | 102,06390        |           | -1,00         | 1,00             |        |
| 3        | 1 | 72,41720        | 327,57840        | 72,41940         |           | 5,17          | 26,69            |        |
|          | 2 | 82,63440        | 317,35640        | 82,63900         |           | 3,33          | 11,11            |        |
|          | 3 | 93,91740        | 306,07540        | 93,92100         |           | -4,17         | 17,36            |        |
|          | 4 | 102,06180       | 297,93250        | 102,06465        |           | 6,50          | 42,25            |        |
| s = 6,4° |   |                 |                  |                  |           |               | Σ r²             | 326,50 |

Uzyskana dokładność użytkowa dla kierunków poziomych metodą uproszczoną to  $4,9^{cc}$ . Uzyskana dokładność użytkowa dla kątów pionowych metodą uproszczoną to  $6,4^{cc}$ . Są to więc wartości mniejsze niż określona dokładność pomiaru kierunku poziomego lub kąta pionowego według danych fabrycznych.

Tablica 2A. Uproszczona metoda testowania dla kierunków poziomych dla SOUTH NTS-365R

| j | k | $x_{j,k,I}$ [°] | $x_{j,k,II}$ [°] | $x_{j,k}$ [°] | $x'_{j,k,I}$ [°] | $x_k$ [°] | $d_{j,k}$ [°] | $r_{j,k}$ [°] | $r^2_{j,k}$ [°²] |
|---|---|-----------------|------------------|---------------|------------------|-----------|---------------|---------------|------------------|
| 1 | 1 | 0,00000         | 199,98800        | -0,00600      | 0,00000          | 0,00000   | 0,00          | -12,92        | 166,84           |
|   | 2 | 105,13050       | 305,12400        | 105,12725     | 105,13325        | 105,13492 | 16,67         | 3,75          | 14,06            |

|                             |          |           |           |           |           |           |        |                                |               |
|-----------------------------|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|--------|--------------------------------|---------------|
|                             | <b>3</b> | 194,86550 | 394,85750 | 194,86150 | 194,86750 | 194,86975 | 22,50  | 9,58                           | 91,84         |
|                             | <b>4</b> | 287,97650 | 87,97300  | 287,97475 | 287,98075 | 287,98200 | 12,50  | -0,42                          | 0,17          |
| <b>2</b>                    | <b>1</b> | 133,99750 | 334,00600 | 134,00175 | 0,00000   |           | 0,00   | 2,71                           | 7,34          |
|                             | <b>2</b> | 239,13350 | 39,14100  | 239,13725 | 105,13550 |           | -5,83  | -3,12                          | 9,77          |
|                             | <b>3</b> | 328,86850 | 128,87550 | 328,87200 | 194,87025 |           | -5,00  | -2,29                          | 5,25          |
|                             | <b>4</b> | 21,98200  | 221,98550 | 21,98375  | 287,98200 |           | 0,00   | 2,71                           | 7,34          |
| <b>3</b>                    | <b>1</b> | 266,99550 | 66,98850  | 266,99200 | 0,00000   |           | 0,00   | 10,21                          | 104,21        |
|                             | <b>2</b> | 372,13050 | 172,12550 | 372,12800 | 105,13600 |           | -10,83 | -0,62                          | 0,39          |
|                             | <b>3</b> | 61,86450  | 261,86250 | 61,86350  | 194,87150 |           | -17,50 | -7,29                          | 53,17         |
|                             | <b>4</b> | 154,97700 | 354,97350 | 154,97525 | 287,98325 |           | -12,50 | -2,29                          | 5,25          |
| <b>s = 8,8<sup>cc</sup></b> |          |           |           |           |           |           |        | <b><math>\Sigma r^2</math></b> | <b>465,63</b> |

Tablica 2B. Uproszczona metoda testowania dla kątów pionowych dla SOUTH NTS-365R

| j                     | k | $x_{j,k,I}$ [g] | $x_{j,k,II}$ [g] | $x'_{j,k,I}$ [g] | $x_k$ [g] | $r_{j,k}$ [°C] | $r^2_{j,k}$ [°C <sup>2</sup> ] |
|-----------------------|---|-----------------|------------------|------------------|-----------|----------------|--------------------------------|
| 1                     | 1 | 71,72250        | 328,27660        | 71,72295         | 71,72197  | 9,83           | 96,69                          |
|                       | 2 | 81,92900        | 318,06750        | 81,93075         | 81,93033  | 4,17           | 17,36                          |
|                       | 3 | 93,25670        | 306,74220        | 93,25725         | 93,25737  | -1,17          | 1,36                           |
|                       | 4 | 101,04730       | 298,94820        | 101,04955        | 101,04917 | 3,83           | 14,69                          |
| 2                     | 1 | 71,72370        | 328,27820        | 71,72275         |           | 7,83           | 61,36                          |
|                       | 2 | 81,92850        | 318,06890        | 81,92980         |           | -5,33          | 28,44                          |
|                       | 3 | 93,25630        | 306,74160        | 93,25735         |           | -0,17          | 0,03                           |
|                       | 4 | 101,04760       | 298,95120        | 101,04820        |           | -9,67          | 93,44                          |
| 3                     | 1 | 71,72000        | 328,27960        | 71,72020         |           | -17,67         | 312,11                         |
|                       | 2 | 81,92940        | 318,06850        | 81,93045         |           | 1,17           | 1,36                           |
|                       | 3 | 93,25580        | 306,74080        | 93,25750         |           | 1,33           | 1,78                           |
|                       | 4 | 101,04790       | 298,94840        | 101,04975        |           | 5,83           | 34,03                          |
| s = 9,1 <sup>cc</sup> |   |                 |                  |                  |           | $\Sigma r^2$   | 662,67                         |

Uzyskana dokładność użytkowa dla kierunków poziomych metodą uproszczoną to  $8,8''$ . Uzyskana dokładność użytkowa dla kątów pionowych metodą uproszczoną to  $9,1''$ . Są to więc wartości mniejsze niż określona dokładność pomiaru kierunku poziomego lub kąta pionowego według danych fabrycznych.

#### 4. Testy statystyczne

Sprawdzenia uzyskanej dokładności pomiarowej tachimetrów SOUTH NTS-362R i SOUTH NTS-365R oraz zweryfikowania poprawności przeprowadzonej procedury ich testowania dokonano wykorzystując testy statystyczne test znaków oraz test Shapiro-Wilka.

Za pomocą testu znaków można ustalić wpływ czynników systematycznych na wartość przeciętną w szeregu pomiarów. Test ten, jak sama nazwa wskazuje, oparty jest na znakach różnic między kolejnymi wynikami (czy są ujemne, czy dodatnie). Można podać prawdopodobieństwa związane ze wszystkimi proporcjami (wystąpienia znaków +/-), które mogłyby wystąpić. Znając prawdopodobieństwo każdej naszej kierunkowej zmiany, możemy ocenić, czy nasze wyniki nie są obciążone błędami systematycznymi [4,5].

W celu zweryfikowania poprawności pomiarów i sprawdzenia czy pomiary nie są obciążone błędami systematycznymi wykorzystano test znaków oferowany w pakiecie Statistica 7.0 oraz metodę weryfikacji hipotez proponowaną w tym programie. Jeśli poziom istotności dla wyznaczonych wartości statystyk jest mniejszy niż założony poziom istotności ( $p_{ozn} < p_{0,05}$ ) hipotezę, że wykonane pomiary nie zawierają błędów systematycznych należy przyjąć.

Tablica 3. Test znaków dla kierunków poziomych oraz kątów pionowych SOUTH NTS-362R

| Mierzona wielkość | Liczba pomiarów | Obliczona wartość statystyki | poziom $p_{ozn}$ |
|-------------------|-----------------|------------------------------|------------------|
| Kierunki poziome  | 12              | 2,598076                     | <b>0,009375</b>  |
| Kąt pionowy       | 12              | 3,175426                     | <b>0,001496</b>  |

Zaznaczone wyniki są istotne dla  $p < 0,050$

Tablica 4. Test znaków dla kierunków poziomych oraz kątów pionowych SOUTH NTS-365R

| Mierzona wielkość | Liczba pomiarów | Obliczona wartość statystyki | poziom $p_{ozn}$ |
|-------------------|-----------------|------------------------------|------------------|
| Kierunki poziome  | 12              | 3,175426                     | <b>0,001496</b>  |
| Kąt pionowy       | 12              | 2,598076                     | <b>0,009375</b>  |

Zaznaczone wyniki są istotne dla  $p < 0,050$

W obu przypadkach pomiaru kierunków poziomych oraz kątów pionowych stwierdzić można brak występowania błędów systematycznych, co pozwala wnioskować o przydatności badanego sprzętu do pomiarów geodezyjnych.

Test Shapiro-Wilka jest testem nieparametrycznym o zmiennej losowej postaci [4,5]:

$$W = \frac{(\sum_i a_i(n)(x_{n-i+1} - x_i))^2}{\sum_j (x_j - \bar{x})^2}$$

gdzie:

$x_{jq}$  - wartość elementów próbki,

$a_i(n)$  - tablicowane stałe (zestawione w tablicach Shapiro-Wilka)

$W$  odczytujemy z tablic S-W, obszar odrzucenia to  $P(W < W_\alpha) = \alpha$

Jeżeli wyznaczona statystyka  $W$ , należy do przedziału  $(W(1/2, \alpha; n); \infty)$  to brak jest podstaw do odrzucenia hipotezy o normalności rozkładu błędów pomiarów wykonywanych tym teodolitem, stąd wniosek o normalności rozkładów błędów i poprawności działania badanego sprzętu.

Odczytana z tablic Shapiro-Wilka, dla  $\alpha=0,05$  dolna granica przedziału

**$W_\alpha = 0,828$**

- Weryfikacja poprawności pomiaru dla tachimetru SOUTH 362R

Obliczona wartość statystyki Shapiro-Wilka dla kierunków poziomych  $W = 0,98331$ . Wartość statystyki  $W = 0,98331$  należy do przedziału  $(0,828; \infty)$ , więc można wnioskować normalności rozkładów błędów i poprawności działania badanego sprzętu w zakresie pomiaru kierunków poziomych.

Obliczona wartość statystyki Shapiro-Wilka dla kątów pionowych  $W = 0,93001$ . Wartość statystyki  $W = 0,93001$  należy do przedziału  $(0,828; \infty)$ , więc można wnioskować normalności rozkładów błędów i poprawności działania badanego sprzętu w zakresie pomiaru kątów pionowych.

- Weryfikacja poprawności pomiaru dla tachimetru SOUTH NTS-365R

Obliczona wartość statystyki Shapiro-Wilka dla kierunków poziomych  $W = 0,96040$ . Wartość statystyki  $W = 0,96040$  należy do przedziału  $(0,828; \infty)$ , więc można wnioskować normalności rozkładów błędów i poprawności działania badanego sprzętu w zakresie pomiaru kierunków poziomych.

Obliczona wartość statystyki Shapiro-Wilka dla kątów pionowych  $W = 0,92182$ . Wartość statystyki  $W = 0,92182$  należy do przedziału  $(0,828; \infty)$ , więc można wnioskować normalności rozkładów błędów i poprawności działania badanego sprzętu w zakresie pomiaru kątów pionowych.

## 5. Wnioski

Na podstawie przeprowadzonych pomiarów mających na celu ustalenie dokładności użytkowej oraz weryfikację poprawności tachimetru SOUTH NTS-362R oraz SOUTH NTS-365R można formułować następujące wnioski:

- na podstawie testu znaków stwierdzono brak występowania błędów systematycznych w pomiarach kierunków poziomych i kątów pionowych,
- na podstawie statystyki Shapiro-Wilka stwierdzono normalność rozkładów błędów i poprawność działania badanego sprzętu w zakresie pomiaru kierunków poziomych i kątów pionowych,
- na podstawie przeprowadzonej analizy sprzęt nadaje się do wykonywania pomiarów kątowych.

## Literatura

- [1] PN-ISO 17123-3, Optyka i instrumenty optyczne. Terenowe procedury testowania instrumentów geodezyjnych i pomiarowych, *Część 3, Teodolity*, 2005.
- [2] GODEK K., KRUPIŃSKI W., Metodyka oceny sprzętu geodezyjnego za pomocą testów statystyki matematycznej, *Infrastruktura i ekologia terenów wiejskich*, PAN, Oddział Kraków, Komisja Technicznej Infrastruktury wsi, s. 167-175, Nr 6/2010.
- [3] KRUPIŃSKI W., Sposoby badania zgodności rozkładów błędów niektórych pomiarów geodezyjnych z rozkładami teoretycznymi, *ZN AR, Kraków, seria Geodezja 3*, 1973.
- [4] GAJEK L., KAŁUSZKA M., Wnioskowanie statystyczne. Modele i metody, *WN-T*, Warszawa, 1996.
- [5] HELLWIG Z., Elementy rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej, *Wydawnictwo Naukowe PWN*, Warszawa, 1995

## ACCURACY ANALYSIS OF TOTAL STATIONS BY STATISTICAL TESTS WITH SIMPLIFIED TESTING PROCEDURE

### Summary

The paper describes the analysis associated with determining total station's accuracy of the horizontal and vertical angles measured by simplified procedure of measurements and using statistical tests - the test marks and the Shapiro-Wilk test.