

ZESZYTY NAUKOWE
POLITECHNIKI RZESZOWSKIEJ

SCIENTIFIC LETTERS
OF RZESZOW UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

NR 290

(e-ISSN 2300-5211)

MECHANIKA

Kwartalnik

tom XXXI

zeszyt 86 (nr 4/2014)

październik-grudzień



WYDZIAŁ
BUDOWY MASZYN
I LOTNICTWA
POLITECHNIKI RZESZOWSKIEJ

Wydano za zgodą Rektora

Redaktor naczelny
Wydawnictw Politechniki Rzeszowskiej
prof. dr hab. inż. Leonard ZIEMIAŃSKI

Rada Naukowa ZN PRz Mechanika
Sergei ALEXANDROV (Rosja), Józef GAWLIK (Polska),
Rudolf KAWALLA (Niemcy), Krzysztof KUBIAK (Polska),
Thomas G. MATHIA (Francja), Tadeusz MARKOWSKI (Polska),
Pawlo MARUSCHAK (Ukraina), Paweł PAWLUS (Polska),
Andrea PICCOLROAZ (Włochy), Marderos Ara SAYEGH (Syria),
Igor SEVOSTIANOV (USA), Jarosław SEP (Polska),
Emil SPISÁK (Słowacja), Feliks STACHOWICZ (Polska),
Marian SZCZEREK (Polska), Nicolae UNGUREANU (Rumunia)

Komitet Redakcyjny
(afiliacje: Polska)
redaktor naczelny
prof. dr hab. inż. Feliks STACHOWICZ
redaktorzy tematyczni (naukowi)
dr hab. inż. Krzysztof KUBIAK, prof. PRz
prof. dr hab. inż. Jarosław SEP
prof. dr hab. inż. Andrzej TOMCZYK
redaktor statystyczny
prof. dr hab. inż. Paweł PAWLUS
sekretarz redakcji
dr hab. inż. Tomasz TRZEPIECIŃSKI, prof. PRz
członkowie
dr hab. inż. Grzegorz BUDZIK, prof. PRz
dr hab. inż. Tadeusz BALAWENDER, prof. PRz

Redaktorzy językowi
Marzena TARAŁA
Natalia TRZEPIECIŃSKA

Przygotowanie matryc
Joanna MIKUŁA

p-ISSN 0209-2689
e-ISSN 2300-5211

Wersja drukowana Kwartalnika jest wersją pierwotną.

Redakcja czasopisma: Politechnika Rzeszowska, Wydział Budowy Maszyn i Lotnictwa
al. Powstańców Warszawy 8, 35-959 Rzeszów (e-mail: tomtrz@prz.edu.pl)
<http://oficyna.portal.prz.edu.pl/pl/zeszyty-naukowe/mechanika>

Wydawca: Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej
al. Powstańców Warszawy 12, 35-959 Rzeszów (e-mail: oficyna1@prz.edu.pl)
<http://oficyna.portal.prz.edu.pl>

Informacje dodatkowe i stopka – str. 661.

SPIS TREŚCI

Viktor EROFEENKO, Aleksandr KUTS, Gennady SHUSHKEVICH: Propagation of low-frequency electromagnetic waves across a multilayer cylindrical shell	467
Rafał GAŁEK, Paweł GIL, Sebastian GROSICKI, Franciszek WOLAŃCZYK: Wymiennikowy zasobnik ciepła w mikroko- generacji	483
Piotr GIERLAK: Analiza kinematyki manipulatora o pięciu stopniach swobody	491
Piotr GIERLAK: Adaptive control of the Scorbot-ER 4PC manipulator	501
Paweł GIL, Piotr STRZELCZYK: Kryterium powstawania strugi synte- tycznej	517
Robert JAKUBOWSKI: Analiza procedur stanów awaryjnych silników w samolotach lekkich i ich wpływ na skutki wypadków lotni- czych	527
Yulij KADASHEVICH, Sergey POMYTKIN: Endochronic model of plas- ticity generalizing Sanders's theory	539
Stanisław KUT: Comparative 3D FEM analysis of three different dental implant shapes	549
Janka MAJERNÍKOVÁ, Emil SPIŠÁK, Ján SLOTA, Wiesław FRĄCZ: Numerical simulation of deep-drawing process	561
Jacek MUCHA: The fasteners pressing technology in thin-walled struc- tures	569
Józef RAK, Zbigniew GNUTEK: Numeryczna analiza przecieków osio- wych w bezolejowej sprężarce spiralnej w stanie nieustalo- nym	583

Gennadij SHUSHKEVICH, Svetlana SHUSHKEVICH: The penetration of the sound field of the spherical radiator through the plane elastic layer	589
Marcin SZUSTER: Rozmyte sterowanie behawioralne mobilnym robotem kołowym w nieznanym środowisku	603
Krzysztof SZWAJKA: Analysis of the delamination in drilling of particleboard	621
Tomasz TRZEPIECIŃSKI, Feliks STACHOWICZ, Sergei BOSIAKOV, Sergei ROGOSIN: A 3D numerical modeling of hemispherical contact against an elastic-plastic flat surface	629
Pavel S. VOLEGOV, Peter V. TRUSOV, Dmitry S. GRIBOV, Alexey I. SHVEYKIN: Hardening laws in multilevel crystal plasticity models and macro effects of complex cyclic loading	639
Waldemar WITKOWSKI: Clinching joint forming speed impact on the joints strength	651

Viktor EROFEENKO¹
Aleksandr KUTS²
Gennady SHUSHKEVICH³

PROPAGATION OF LOW-FREQUENCY ELECTROMAGNETIC WAVES ACROSS A MULTILAYER CYLINDRICAL SHELL

In the paper the results of the analysis of propagation of the low-frequency electromagnetic waves across the multilayer cylindrical shell are presented. The mathematical model of non-local bilateral boundary conditions of multilayer cylindrical shells was created. These non-local bilateral boundary conditions describe the penetration of low-frequency electromagnetic waves across layers of the shell. The method of transformation of the boundary problem to the integral Fredholm equations of the second kind was developed. Furthermore, the value of efficiency coefficient of the shell was calculated. Analytical transformations are based on the Bessel functions.

Keywords: Bessel function, boundary conditions, electromagnetic waves, electromagnetic field

1. Introduction

Controllable propagation of electromagnetic wave in a confined space which dimension is smaller than the incident wavelength is an interesting and challenging topic [1]. A new adverse environmental factor has been formed in recent years. This leads to decreasing the efficiency of hardware and staff [2, 3]. A low-frequency field affects the human especially, because biological functions are largely based on low-frequency rhythms [4]. That is why the creation of different types of screens that improves protection of technical devices, as well as biological effects of magnetic fields is important [5-7]. It is known that multilayered screens material improves the efficiency of screening [8-12]. Depending on the frequency of external magnetic fields, electromagnetic shielding occurs

¹ Autor do korespondencji/corresponding author: Viktor Erofeenko, Belarusian State University, 4 Nezavisimosti Avenue, 220050 Minsk, Belarus, (+375)172095248, e-mail: bsu_erofeenko@tut.by

² Aleksandr Kuts, Belarusian State University, e-mail: sadako1983@mail.ru

³ Gennady Shushkevich, Belarusian State University, e-mail: g_shu@tut.by

through different physical mechanisms. For static and low-frequency fields, the most important mechanism is flux shunting due to a high magnetic permeability [13]. A number of publications were devoted to the development of an analytical approach to derive simple formulae for the shielding efficiency for different geometries: cubic and cylindrical shields of finite length and spheroidal shields [14]. Sumner et.al. [15] presented a systematic review of a theoretical treatment and comparison with practical realizations. The detail analysis of various shielding geometries and configurations is presented by Rikitake [16].

In the paper the analytical analysis of electromagnetic waves propagation across the multilayer cylindrical shell is carried out. The aim of the paper is to develop the analytical method of transformation of boundary conditions to the integral Fredholm equations of the second type using Bessel functions. The relation between the efficiency coefficient E and a number of layers n is also analyzed. The developed analytical method uses average non-local bilateral boundary conditions, which describe the propagation of low-frequency electromagnetic waves across the multilayer cylindrical shell. Average non-local bilateral boundary conditions are related to the waves on either side of the shield. A similar procedure for the electromagnetic field was developed by Erofeenko et.al. [12].

2. Problem formulation

The thin-wall cylindrical shell $D\{R_1 < \rho < R_2, |z| < \ell, 0 \leq \varphi < 2\pi\}$ of the thickness $h = R_2 - R_1$ and the height 2ℓ is located in the space R^3 with the permittivity ε_0 and the permeability μ_0 . Vector $\{\rho, \varphi, z\}$ is cylindrical coordinates at point O (fig. 1.). The cylinder consists of $n + 1$ cylindrical layers $\Omega_s\{\rho_s < \rho < \rho_{s+1}, |z| < \ell, 0 \leq \varphi < 2\pi\}$ with the permittivity $\varepsilon^{(s)}$ and the permeability $\mu^{(s)}$, $s = 0, 1, \dots, n$. Parameters $\Delta_s = \rho_{s+1} - \rho_s$ and $h = \sum_{s=0}^n \Delta_s$ are the thickness of the s -layer and thickness of shell D , respectively.

We denote by $\Gamma_- \{\rho = R_1, |z| < \ell, 0 \leq \varphi < 2\pi\}$ the inner surface and $\Gamma_+ \{\rho = R_2, |z| < \ell, 0 \leq \varphi < 2\pi\}$ the outer surface of the shell D . We introduce the cylindrical surface $\Gamma \{\rho = R = 0,5(R_1 + R_2), |z| < \ell, 0 \leq \varphi < 2\pi\}$, which divides inner $D_1\{0 \leq \rho < R, |z| < \ell, 0 \leq \varphi < 2\pi\}$ and outer cylindrical region $D_2\{\rho > R, |z| < \ell, 0 \leq \varphi < 2\pi\}$. The surface $\Gamma = \Gamma_0 \cup \Gamma_c$, $\Gamma_0\{\rho = R, |z| > \ell, 0 \leq \varphi < 2\pi\}$, $\Gamma_c\{\rho = R, |z| < \ell, 0 \leq \varphi < 2\pi\}$ is the median surface of the shell D . The primary low-frequency magnetic field $\vec{H}_0 = -H_0 \vec{e}_x$

influences on the shell D with a circular frequency ω . The formula for magnetic potential is:

$$u_0 = H_0 \rho \cos \varphi, \quad H_0 - \text{const.} \tag{1}$$

Let u'_1 be the magnetic potential of secondary magnetic field at D_1 , u'_2 be the magnetic potential of reflected magnetic field at D_2 and $u_j = u_0 + u'_j$ be the total magnetic potential magnetic field at D_j , $j=1, 2$. Magnetic fields are defined by the formulas:

$$\vec{H}_0 = -\text{grad } u_0, \quad \vec{H}_j = -\text{grad } u_j, \quad j=1, 2 \tag{2}$$

Actual magnetic fields are defined by the formulas:

$$\vec{H}_0 = -\text{grad } \text{Re}(u_0 e^{-i\omega t}), \quad \vec{H}_j = -\text{grad } \text{Re}(u_j e^{-i\omega t}) \tag{3}$$

where $\omega = 2\pi f$ is the circular frequency of magnetic field.

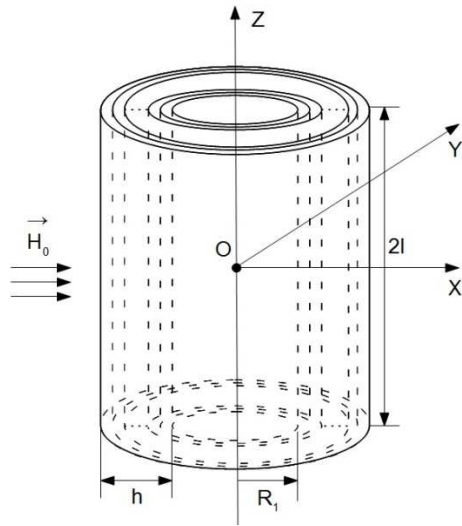


Fig. 1. Geometry of the problem

Electromagnetic fields $\vec{E}^{(s)}, \vec{H}^{(s)}$ satisfy the Maxwell equations in the layers Ω_s of the shell D:

$$\text{rot } \vec{E}^{(s)} = i \omega \mu^{(s)} \vec{H}^{(s)}, \quad \text{rot } \vec{H}^{(s)} = -i \omega \mu^{(s)} \vec{E}^{(s)}, \quad \mu^{(s)} = \mu_r^{(s)} \mu_0, \quad \epsilon^{(s)} = \epsilon_r^{(s)} \epsilon_0 \tag{4}$$

Let us formulate the boundary problem of the magnetic field \vec{H}_0 and shell D interaction. We need to define potentials $u'_j \in C^2(D_j) \cap C^1(\bar{D}_j)$ for the primary potential u_0 that satisfy Laplace equation:

$$\Delta u'_j = 0 \text{ in } D_j \quad (5)$$

The boundary conditions take the form:

$$u_2|_{\Gamma_0} = u_1|_{\Gamma_0}, \quad \frac{\partial u_2}{\partial \rho}\bigg|_{\Gamma_0} = \frac{\partial u_1}{\partial \rho}\bigg|_{\Gamma_0} \quad (6)$$

$$Q_1 \frac{\partial}{\partial \rho} u_1(M_1)\bigg|_{\Gamma_-} + Q_2 \frac{\partial}{\partial \rho} u_2(M_2)\bigg|_{\Gamma_+} = F(u_1(M_1)|_{\Gamma_-} - u_2(M_2)|_{\Gamma_+}) \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial \rho} u_1(M_1)\bigg|_{\Gamma_-} - \frac{\partial}{\partial \rho} u_2(M_2)\bigg|_{\Gamma_+} = F(P_1 u_1(M_1)|_{\Gamma_-} + P_2 u_2(M_2)|_{\Gamma_+}) \quad (8)$$

where

$$F(u) = (\vec{n}, \text{rot}[\vec{n}, \text{grad } u]) = \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \phi^2}, \quad \vec{n} = \vec{e}_\rho \quad (9)$$

$$Q_j = i\omega\mu_0 q_j, \quad P_j = p_j / i\omega\mu_0, \quad M_j = (\rho = R_j, \phi, z), \quad j = 1, 2, \quad |z| < \ell \quad (10)$$

Finally, the infinity conditions become:

$$r u'_1(M) \rightarrow 0, \text{ when } r \rightarrow \infty, \quad r u'_2(M) \rightarrow 0 \text{ when } r \rightarrow \infty \quad (11)$$

where r is the spherical coordinate of point M.

It is noticed that bilateral boundary conditions (8) simulate the magnetic field \vec{H}_0 penetration through D.

3. Boundary conditions

The algorithm for calculating the coefficients p_j, q_j of boundary conditions (8) is as follows. Let us consider transfer matrices for the layers Ω_s :

$$\hat{a}_s = \begin{pmatrix} \cos(k_s \Delta_s) & iZ_s \sin(k_s \Delta_s) \\ i \sin(k_s \Delta_s) / Z_s & \cos(k_s \Delta_s) \end{pmatrix} \tag{12}$$

where $Z_s = \omega \mu_s / k_s$, $k_s = \omega \sqrt{\epsilon^{(s)} \mu^{(s)}}$, $0 \leq \arg k_s < \pi$.

We can use the matrix (12) for the transformation of electromagnetic waves that propagated across the plane layer Ω_s with a thickness Δ_s . Let us build the transfer matrix \hat{B} for the multilayer shell D, where:

$$\hat{B} = \hat{a}_n \hat{a}_{n-1} \dots \hat{a}_1 \hat{a}_0 = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} \tag{13}$$

Taking into account the matrix elements b_{jk} , we can define:

$$\left. \begin{aligned} p_1 &= (b_{22} - 1) / b_{21}, & p_2 &= (b_{11} - 1) / b_{21} \\ q_1 &= (b_{11} - 1) / b_{12}, & q_2 &= (b_{22} - 1) / b_{12} \end{aligned} \right\} \tag{14}$$

Let us transform non-local boundary conditions (6) and (8). Let us represent magnetic potentials of D_j in the form $u'_j = v'_j \cos \varphi$, $u_0 = v_0 \cos \varphi$, $v_0 = H_0 \rho$. We transfer boundary conditions (8) to the median surface Γ_c for simplify the model. Then we obtain:

$$(v'_2 - v'_1)|_{\Gamma_0} = 0, \quad \left(\frac{\partial v'_2}{\partial \rho} - \frac{\partial v'_1}{\partial \rho} \right) \Big|_{\Gamma_0} = 0 \tag{15}$$

$$\begin{aligned} Q_1 \frac{\partial}{\partial \rho} (v'_1 + v_0) \Big|_{\Gamma_-} + Q_2 \frac{\partial}{\partial \rho} (v'_2 + v_0) \Big|_{\Gamma_+} &= \\ = \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} (v'_1 + v_0) - \frac{1}{\rho^2} v_0 \right) \Big|_{\Gamma_-} - \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} (v'_2 + v_0) - \frac{1}{\rho^2} v_0 \right) \Big|_{\Gamma_+} + \frac{1}{\rho^2} (v'_2 - v'_1) \Big|_{\Gamma_c} \end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial v'_1}{\partial \rho} - \frac{\partial v_2}{\partial \rho} \right) \Big|_{\Gamma_c} &= P_1 \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} (v'_1 + v_0) - \frac{1}{\rho^2} (v'_1 + v_0) \right) \Big|_{\Gamma_-} + \\ &+ P_2 \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} (v'_2 + v_0) - \frac{1}{\rho^2} (v'_2 + v_0) \right) \Big|_{\Gamma_+} \end{aligned} \tag{17}$$

Let us write the boundary conditions in the compact form:

$$(v'_2 - v'_1)|_{\Gamma_0} = 0, \quad \left(\frac{\partial v'_2}{\partial \rho} - \frac{\partial v'_1}{\partial \rho} \right) \Big|_{\Gamma_0} = 0 \quad (18)$$

$$(v'_2 - v'_1)|_{\Gamma_y} = f_1(z) + C_1, \quad \left(\frac{\partial v'_2}{\partial \rho} - \frac{\partial v'_1}{\partial \rho} \right) \Big|_{\Gamma_y} = f_2(z) + C_2, \quad |z| < l \quad (19)$$

where

$$f_1(z) = R^2 \left(Q_1 \frac{\partial v'_1}{\partial \rho} - \frac{\partial^2 v'_1}{\partial z^2} \right) \Big|_{\rho=R_1} + R^2 \left(Q_2 \frac{\partial v'_2}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 v'_2}{\partial z^2} \right) \Big|_{\rho=R_2}, \quad |z| < l \quad (20)$$

$$f_2(z) = P_1 \left(\frac{v'_1}{R_1^2} - \frac{\partial^2 v'_1}{\partial z^2} \right) \Big|_{\rho=R_1} + P_2 \left(\frac{v'_2}{R_2^2} - \frac{\partial^2 v'_2}{\partial z^2} \right) \Big|_{\rho=R_2}, \quad |z| < l \quad (21)$$

$$\begin{aligned} C_1 &= R^2 \left(Q_2 \frac{\partial v_0}{\partial \rho} - \frac{v_0}{\rho^2} \right) \Big|_{\rho=R_2} + R^2 \left(Q_1 \frac{\partial v_0}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} v_0 \right) \Big|_{\rho=R_1} = \\ &= H_0 R^2 \left(Q_1 + Q_2 + \frac{1}{R_1 R_2} \right) \end{aligned} \quad (22)$$

$$C_2 = -P_1 \left(\frac{\partial^2 v_0}{\partial z^2} - \frac{1}{\rho^2} v_0 \right) \Big|_{\rho=R_1} - P_2 \left(\frac{\partial^2 v_0}{\partial z^2} - \frac{1}{\rho^2} v_0 \right) \Big|_{\rho=R_2} = H_0 \left(\frac{P_1}{R_1} + \frac{P_2}{R_2} \right) \quad (23)$$

The cylinder Γ_c of fins $\gamma(\pm) = \{z = \pm l, \rho = R, 0 \leq \varphi < 2\pi\}$ must satisfy the requirements of energy limbs around the edges $D_\gamma(\pm)$:

$$\int_{D_\gamma(\pm)} |\text{grad } u|^2 dv < \infty, \quad u(M) = u_j(M), \quad M \in D_j \quad (24)$$

This modeling technique is used in [17-20] to calculate the frequency of perfectly thin impermeable screens with ribs. In [12, 21-23] this technique is developed for thin-walled translucent screens (disc, sphere with a hole, ending cylinder) in the case of low-frequency of both electric and magnetic waves. Let consider boundary conditions (18) and (19) as basic boundary conditions for solution of the original problem specified by eqs. (5), (6), (8) and (11).

4. Transformation of boundary conditions

Let us represent unknown functions v'_j in the integral form:

$$v'_1 = \int_0^\infty x(\lambda) \frac{I_1(\lambda\rho)}{I_1(\lambda R)} \cos(\lambda z) d\lambda, \quad 0 \leq \rho < R \tag{25}$$

$$v'_2 = \int_0^\infty y(\lambda) \frac{K_1(\lambda\rho)}{K_1(\lambda R)} \cos(\lambda z) d\lambda, \quad \rho > R \tag{26}$$

where $x(\lambda), y(\lambda)$ are unknown functions, $I_m(\lambda R), K_m(\lambda R)$ are modified Bessel functions [24].

Substituting integrals (26) into (20), we obtain the integral representation:

$$f_j(z) = \int_0^\infty (x(\lambda)g_j(\lambda) + y(\lambda)q_j(\lambda)) \cos(\lambda z) d\lambda, \quad j = 1, 2, \quad |z| < \ell \tag{27}$$

where

$$g_1(\lambda) = \lambda R^2 (Q_1 I'_1(\lambda R_1) + \lambda I_1(\lambda R_1)) / I_1(\lambda R) \tag{28}$$

$$q_1(\lambda) = \lambda R^2 (Q_2 K'_1(\lambda R_2) - \lambda K_1(\lambda R_2)) / K_1(\lambda R) \tag{29}$$

$$g_2(\lambda) = P_1 \left(\lambda^2 + \frac{1}{R_1^2} \right) \frac{I_1(\lambda R_1)}{I_1(\lambda R)}, \quad q_2(\lambda) = P_2 \left(\lambda^2 + \frac{1}{R_2^2} \right) \frac{K_1(\lambda R_2)}{K_1(\lambda R)} \tag{30}$$

$$K'_1(x) = -0,5(K_0(x) + K_2(x)), \quad I'_1(x) = 0,5(I_0(x) + I_2(x)) \tag{31}$$

Let us use the integral transformation:

$$f(z) = \int_0^\infty \tilde{f}(\lambda) \cos \lambda z d\lambda, \quad \tilde{f}(\lambda) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty f(z) \cos \lambda z dz \tag{32}$$

Let's approximate functions (20) and (21) on interval $0 \leq z < \infty$:

$$F_j(z) = \begin{cases} f_j(z), & 0 \leq z < \ell \\ 0, & \ell < z < \infty \end{cases} = \int_0^\infty \tilde{F}_j(\lambda) \cos \lambda z d\lambda \tag{33}$$

Applying the inverse integral transformation of eq. (32) to eq. (33) and considering (27), it gives:

$$\begin{aligned} \tilde{F}_j(\lambda) &= \frac{2}{\pi} \int_0^\ell f_j(z) \cos \lambda z dz = \\ &= \frac{2}{\pi} \int_0^\infty (x(\eta) g_j(\eta) + y(\eta) q_j(\eta)) \int_0^\ell \cos \eta z \cos \lambda z dz d\eta = \\ &= \int_0^\infty (x(\eta) g_j(\eta) + y(\eta) q_j(\eta)) L(\lambda, \eta) d\eta \end{aligned} \tag{34}$$

where

$$L(\lambda, \eta) = \left(\frac{\sin(\eta - \lambda)\ell}{\eta - \lambda} + \frac{\sin(\eta + \lambda)\ell}{\eta + \lambda} \right) / \pi \tag{35}$$

Let $c_j(z)$ be piecewise constant function:

$$c_j(z) = \begin{cases} c_j, & 0 \leq z < \ell \\ 0, & \ell < z < \infty \end{cases} = c_j \int_0^\infty q(\lambda) \cos \lambda z d\lambda \tag{36}$$

where $q(\lambda) = 2 \sin(\lambda\ell) / (\pi\lambda)$.

Using functions (33) and (36), we combine boundary conditions (18) and (19) as:

$$(v'_2 - v'_1)|_{\rho=R} = F_1(z) + c_1(z), \quad 0 \leq z < \infty \tag{37}$$

$$\left(\frac{\partial v'_2}{\partial \rho} - \frac{\partial v'_1}{\partial \rho} \right) \Big|_{\rho=R} = F_2(z) + c_2(z), \quad 0 \leq z < \infty \tag{38}$$

Let us transform the solution of the problem (eqs. (3), (6), (8), (11)) to the solution of integral Fredholm equations of the second kind, with boundary conditions (38). Functions (26), (32) and (34) occurring in eq. (38) are written in the form of Fourier integrals (32). Applying the inverse integral transform to the eq. (38), we obtain:

$$y(\lambda) - x(\lambda) = \tilde{F}_1(\lambda) + c_1 q(\lambda) \tag{39}$$

$$\lambda \left(y(\lambda) \frac{K'_1(\lambda R)}{K_1(\lambda R)} - x(\lambda) \frac{I'_1(\lambda R)}{I_1(\lambda R)} \right) = \tilde{F}_2(\lambda) + c_2 q(\lambda) \tag{40}$$

Let us solve set of eqs. (39) and (40) in variables $x(\lambda)$, $y(\lambda)$. It gives:

$$\left. \begin{aligned} x(\lambda) &= R \left(\lambda \frac{K'_1(\lambda R)}{K_1(\lambda R)} \tilde{F}_1(\lambda) - \tilde{F}_2(\lambda) \right) + Rq(\lambda) \left(\lambda \frac{K'_1(\lambda R)}{K_1(\lambda R)} C_1 - C_2 \right) \\ y(\lambda) &= R \left(\lambda \frac{I'_1(\lambda R)}{I_1(\lambda R)} \tilde{F}_1(\lambda) - \tilde{F}_2(\lambda) \right) + Rq(\lambda) \left(\lambda \frac{I'_1(\lambda R)}{I_1(\lambda R)} C_1 - C_2 \right) \end{aligned} \right\} \tag{41}$$

Substituting integrals (34) in (41), we obtain set of integral Fredholm equations of the second kind:

$$\left. \begin{aligned} x(\lambda) &= R \int_0^\infty \left[x(\eta) \left(\lambda \frac{K'_1(\lambda R)}{K_1(\lambda R)} g_1(\eta) - g_2(\eta) \right) + y(\eta) \left(\lambda \frac{K'_1(\lambda R)}{K_1(\lambda R)} q_1(\eta) - q_2(\eta) \right) \right] \times \\ &\quad \times L(\lambda, \eta) d\eta + Rq(\lambda) \left(\lambda \frac{K'_1(\lambda R)}{K_1(\lambda R)} C_1 - C_2 \right) \\ y(\lambda) &= R \int_0^\infty \left[x(\eta) \left(\lambda \frac{I'_1(\lambda R)}{I_1(\lambda R)} g_1(\eta) - g_2(\eta) \right) + y(\eta) \left(\lambda \frac{I'_1(\lambda R)}{I_1(\lambda R)} q_1(\eta) - q_2(\eta) \right) \right] \times \\ &\quad \times L(\lambda, \eta) d\eta + Rq(\lambda) \left(\lambda \frac{I'_1(\lambda R)}{I_1(\lambda R)} C_1 - C_2 \right) \end{aligned} \right\} \tag{42}$$

Let us multiply eq. (42) by a factor $\exp(-\lambda h / 4)$. We introduce dimensionless variables of integration $\bar{\lambda} = \lambda R$, $\bar{\eta} = \eta R$ and unknown functions:

$$\begin{aligned} \bar{x}(\bar{\lambda}) &= x(\bar{\lambda} / R) \exp(-\bar{\lambda} h / 4R) / H_0 R^2 \\ \bar{y}(\bar{\lambda}) &= y(\bar{\lambda} / R) \exp(-\bar{\lambda} h / 4R) / H_0 R^2 \end{aligned} \tag{43}$$

The set of dimensionless equations is defined by:

$$\left. \begin{aligned} \bar{x}(\bar{\lambda}) + \int_0^{\infty} (\bar{K}_{11}(\bar{\lambda}, \bar{\eta}) \bar{x}(\bar{\eta}) + \bar{K}_{12}(\bar{\lambda}, \bar{\eta}) \bar{y}(\bar{\eta})) d\bar{\eta} &= \bar{f}(\bar{\lambda}), \quad 0 \leq \bar{\lambda} < \infty \\ \bar{y}(\bar{\lambda}) + \int_0^{\infty} (\bar{K}_{21}(\bar{\lambda}, \bar{\eta}) \bar{x}(\bar{\eta}) + \bar{K}_{22}(\bar{\lambda}, \bar{\eta}) \bar{y}(\bar{\eta})) d\bar{\eta} &= \bar{g}(\bar{\lambda}), \quad 0 \leq \bar{\lambda} < \infty \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

where

$$\bar{K}_{11}(\bar{\lambda}, \bar{\eta}) = \left(\bar{g}_2(\bar{\eta}) - \bar{\lambda} \bar{g}_1(\bar{\eta}) \frac{K_1'(\bar{\lambda})}{K_1(\bar{\lambda})} \right) \exp((\bar{\eta} - \bar{\lambda})\bar{h}/4) \bar{L}(\bar{\lambda}, \bar{\eta}) \quad (45)$$

$$\bar{K}_{12}(\bar{\lambda}, \bar{\eta}) = \left(\bar{q}_2(\bar{\eta}) - \bar{\lambda} \bar{q}_1(\bar{\eta}) \frac{K_1'(\bar{\lambda})}{K_1(\bar{\lambda})} \right) \exp((\bar{\eta} - \bar{\lambda})\bar{h}/4) \bar{L}(\bar{\lambda}, \bar{\eta}) \quad (46)$$

$$\bar{K}_{21}(\bar{\lambda}, \bar{\eta}) = \left(\bar{g}_2(\bar{\eta}) - \bar{\lambda} \bar{g}_1(\bar{\eta}) \frac{I_1'(\bar{\lambda})}{I_1(\bar{\lambda})} \right) \exp((\bar{\eta} - \bar{\lambda})\bar{h}/4) \bar{L}(\bar{\lambda}, \bar{\eta}) \quad (47)$$

$$\bar{K}_{22}(\bar{\lambda}, \bar{\eta}) = \left(\bar{q}_2(\bar{\eta}) - \bar{\lambda} \bar{q}_1(\bar{\eta}) \frac{I_1'(\bar{\lambda})}{I_1(\bar{\lambda})} \right) \exp((\bar{\eta} - \bar{\lambda})\bar{h}/4) \bar{L}(\bar{\lambda}, \bar{\eta}) \quad (48)$$

$$\bar{f}(\bar{\lambda}) = \frac{2}{\pi} \sin(\bar{\lambda} \bar{\ell}) \left(\frac{K_1'(\bar{\lambda})}{K_1(\bar{\lambda})} \bar{C}_1 - \frac{\bar{C}_2}{\bar{\lambda}} \right) \exp(-\bar{\lambda} \bar{h}/4) \quad (49)$$

$$\bar{g}(\bar{\lambda}) = \frac{2}{\pi} \sin(\bar{\lambda} \bar{\ell}) \left(\frac{I_1'(\bar{\lambda})}{I_1(\bar{\lambda})} \bar{C}_1 - \frac{\bar{C}_2}{\bar{\lambda}} \right) \exp(-\bar{\lambda} \bar{h}/4) \quad (50)$$

$$\bar{g}_1(\bar{\lambda}) = \bar{\lambda} (\bar{Q}_1 I_1'(\bar{\lambda} \bar{R}_1) + \bar{\lambda} I_1(\bar{\lambda} \bar{R}_1)) / I_1(\bar{\lambda}) \quad (51)$$

$$\bar{q}_1(\bar{\lambda}) = \bar{\lambda} (\bar{Q}_2 K_1'(\bar{\lambda} \bar{R}_2) - \bar{\lambda} K_1(\bar{\lambda} \bar{R}_2)) / K_1(\bar{\lambda}) \quad (52)$$

$$\bar{g}_2(\bar{\lambda}) = (1 + \bar{\lambda}^2 \bar{R}_1^2) \frac{\bar{P} I_1(\bar{\lambda} \bar{R}_1)}{\bar{R}_1^2 I_1(\bar{\lambda})} \quad (53)$$

$$\bar{q}_2(\bar{\lambda}) = (1 + \bar{\lambda}^2 \bar{R}_2^2) \frac{\bar{P}_2 K_1(\bar{\lambda} \bar{R}_2)}{\bar{R}_2^2 K_1(\bar{\lambda})} \tag{54}$$

$$\bar{L}(\bar{\lambda}, \bar{\eta}) = \left(\frac{\sin(\bar{\eta} - \bar{\lambda}) \bar{\ell}}{\bar{\eta} - \bar{\lambda}} + \frac{\sin(\bar{\eta} + \bar{\lambda}) \bar{\ell}}{\bar{\eta} + \bar{\lambda}} \right) / \pi \tag{55}$$

where

$$\begin{aligned} \bar{h} &= h / R, \quad \bar{\Delta} = \Delta / R, \quad \bar{R}_j = R_j / R, \quad \bar{\ell} = \ell / R, \quad \bar{Q}_j = Q_j R, \quad \bar{P}_j = P_j / R, \\ \bar{C}_1 &= \bar{Q}_1 + \bar{Q}_2 + \bar{\Delta} / \bar{R}_1 \bar{R}_2, \quad \bar{C}_2 = \bar{P}_1 / \bar{R}_1 + \bar{P}_2 / \bar{R}_2. \end{aligned}$$

5. Calculation of a screening coefficient

Let us calculate the magnetic field at the center of shell D at the point O. We obtain

$$\bar{H}_1 \Big|_{\substack{z=0 \\ \rho=0}} = -\text{grad} u_1 \Big|_{\substack{z=0 \\ \rho=0}} = -H_0 \bar{e}_x - \frac{1}{2} \int_0^\infty \frac{\lambda x(\lambda)}{I_1(\lambda R)} d\lambda \bar{e}_x = -H_0 (1 + L(\bar{x}(\bar{\lambda}))) \bar{e}_x \tag{56}$$

where

$$L(\bar{x}(\bar{\lambda})) = \frac{1}{2} \int_0^\infty \frac{\bar{\lambda} \bar{x}(\bar{\lambda})}{I_1(\bar{\lambda})} \exp(\bar{\lambda} \bar{h} / 4) d\bar{\lambda} \tag{57}$$

The screening coefficient at the center of cylindrical shell is

$$K_e = \left| \bar{H}_1 \right| / \left| \bar{H}_0 \Big|_{\substack{z=0 \\ \rho=0}} \right| = \left| 1 + L(\bar{x}(\bar{\lambda})) \right| \tag{58}$$

The efficiency coefficient of the shell is defined as

$$E = 1 / K_e \tag{59}$$

Considering the integral on finite the interval of integration from O to A and applying the Simpson generalized quadrature formula of fourth-order accuracy to the set of integral Fredholm eq. (44) let's transform the set of integral Fredholm equations into a set of linear algebraic equations [22, 25]:

$$\left. \begin{aligned} x0_n + \sum_{k=0}^N A_k (K_{nk}^{11} x0_k + K_{nk}^{12} y0_k) &= f1_n \\ y0_n + \sum_{k=0}^N A_k (K_{nk}^{21} x0_k + K_{nk}^{22} y0_k) &= g1_n, \quad n = 0, 1, \dots, N \end{aligned} \right\} \quad (60)$$

where $K_{nk}^{11} = \bar{K}_{11}(\bar{\lambda}_n, \bar{\lambda}_k)$, $K_{nk}^{12} = \bar{K}_{12}(\bar{\lambda}_n, \bar{\lambda}_k)$, $K_{nk}^{21} = \bar{K}_{21}(\bar{\lambda}_n, \bar{\lambda}_k)$, $K_{nk}^{22} = \bar{K}_{22}(\bar{\lambda}_n, \bar{\lambda}_k)$, $f1_n = \bar{f}(\bar{\lambda}_n)$, $g1_n = \bar{g}(\bar{\lambda}_n)$, $\bar{\lambda}_n = nh$, $h = A / N$,

where N is an even number, A_k are weighting coefficients calculated by the formulas:

$$A_0 = A_N = h / 3, \quad A_{2j} = 2h / 3, \quad A_{2j+1} = 4h / 3, \quad j = 1, 2, \dots, N / 2 - 1 \quad (61)$$

The solution of the set of eq. (60) $x0_n, y0_n, n = 0, 1, \dots, N$, are taken as approximate solution of the set of integral eq. (44) in the points $\bar{\lambda}_n$. Calculations showed that to obtain solutions of the set of eq. (60) with accuracy of 10^{-3} for considered parameters of the problem we need $A = 8, h = 0,01$. Input parameters for the computational experiment: $n = 2m$ is a number of layers, where $m = 20$ is a number of pairs of layers; $\Delta_1 = \Delta_3 = \dots = \Delta_{n-1} = h_{sum} / m$ are thicknesses of magnetic layers, where $h_{sum} = 4,8 \cdot 10^{-4} m$ is a total thickness of magnetic layer; $\Delta_2 = \Delta_4 = \dots = \Delta_n = \alpha \Delta_1$ are thicknesses of nonmagnetic layers, where $\alpha = 0,125; 0,25; 0,5$; $\mu_r^{(1)} = \mu_r^{(3)} = \dots = \mu_r^{(n-1)} = 10^4$ are relative permeabilities of magnetic layers; $\varepsilon_r^{(1)} = \varepsilon_r^{(3)} = \dots = \varepsilon_r^{(n-1)} = i\gamma_1 / \omega \varepsilon_0$ are relative permittivities of magnetic layers, where $\gamma_1 = 10^7 S/m$; $\mu_r^{(2)} = \mu_r^{(4)} = \dots = \mu_r^{(n)} = 1$ are relative permeabilities of nonmagnetic layers; $\varepsilon_r^{(2)} = \varepsilon_r^{(4)} = \dots = \varepsilon_r^{(n)} = i\gamma_2 / \omega \varepsilon_0$ are relative permittivities of nonmagnetic layers, where $\gamma_2 = 6 \cdot 10^7 S/m$; $\ell = 0,5 m$ is half-length of the cylinder; $R_1 = 1,1 \cdot 10^{-2} m$ is an inner radius of the cylinder; $\Delta_0 = 10^{-3} m$ is thickness of nonmagnetic null layer; $\mu_r^{(0)} = 1$ is relative permeability of nonmagnetic null layer; $\varepsilon_r^{(0)} = i\gamma_2 / (\omega \varepsilon_0)$ is relative permittivity of nonmagnetic null layer. Figures 2. and 3. show the relation between the efficiency coefficient E and a number of layers n for some frequencies of magnetic field.

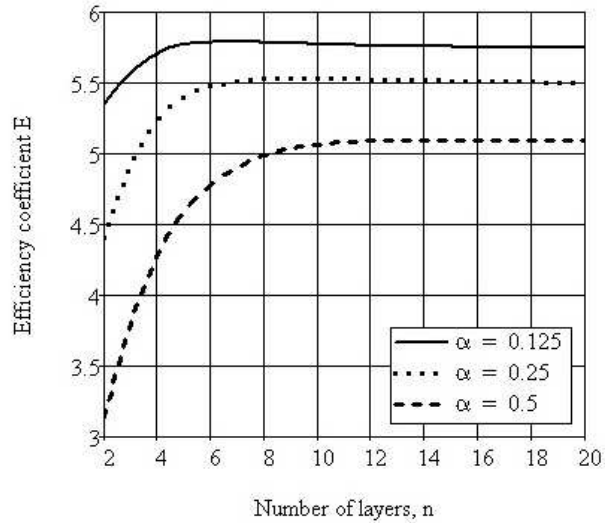


Fig. 2. The relation between the efficiency coefficient E and a number of layers n , $f = 200$ Hz

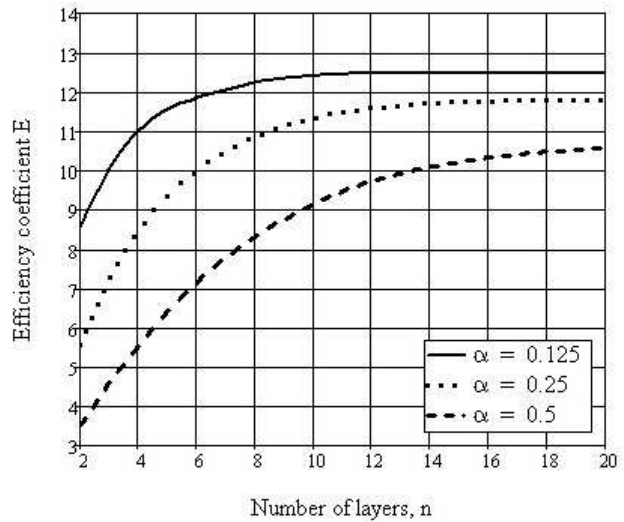


Fig. 3. The relation between the efficiency coefficient E and a number of layers n , $f = 500$ Hz

6. Conclusions

The mathematical model of non-local bilateral boundary conditions of multilayer finite cylindrical shells was built. These non-local bilateral boundary

conditions describe the propagation of a low-frequency electromagnetic field across layers of the shell. The method of transformation of the boundary conditions to the set of integral Fredholm equations of the second kind was presented. Analytical transformations are based on the Bessel functions. The value of the efficiency coefficient of the shell was also calculated. The results showed that the efficiency coefficient increases with a number of layers for all values of frequencies of magnetic field. The results of mathematic simulation can be used in multilayer shell manufacturing technology.

Acknowledgement

The research leading to these results has received funding from the People Programme (Marie Curie International Research Staff Exchange) of the European Union's Seventh Framework Programme FP7/2007-2013/ under REA grant agreement No. PIRSES-GA-2013-610547.

References

- [1] Zou S.: Electromagnetic wave propagation in a multilayer silver particle. *Chem. Phys. Lett.*, 454 (2008), 289-293.
- [2] Apollonski S.M., Kaliada T.V., Sindalovsky B.E.: A human safety in electromagnetic fields. Politehnika, Petersburg 2012.
- [3] Vetoshkin A.G.: Protecting the environment from energy impacts. *Vyshaja shkola*, Moscow 2010.
- [4] Surma S.V., Shchegolev B.F., Vasilieva O.V., Rubanova N.S., Tryrlin V.A.: Weak low-frequency magnetic fields in biology and medicine. *Newsletter of the Federal Center of Heart, Blood and Endocrinology*, 4(2011), 25-29.
- [5] Shapiro D.N.: *Electromagnetic Screening*. Izd. Dom Intellect, Dolgoprudny 2010.
- [6] Sadovnichiy D.N., Markov M.B., Voroncov A.S., Milehin U.M.: Diffraction of electromagnetic pulse on a dielectric cylinder of finite length gradient. *J. Tech. Phys.*, 82(2012), 55-62.
- [7] Apollonski A.S., Erofeenko V.T.: *Electromagnetic fields in the shielding shells*. BSU, Minsk 1988.
- [8] Fufayeva L.I., Timofeyev A.B.: The shielding effectiveness of constant magnetic fields by multilayer screens. *Works of MAI*, 364(1976), 58-63.
- [9] Erofeenko V.T.: Modeling of processes of penetration of low-frequency magnetic fields through multi-screens. *Informatika*, 31(2011), 22-32.
- [10] Novogorodcev A.B., Petrov V.M.: Pulsed magnetic field shielding double-layered cylindrical screen. *Izv. Vuzov. Electromechanika*, 5 (1976), 504-508.
- [11] Rezinina M.M.: Parameters of thin electromagnetic shields that provide a decrease in magnetic induction. *Tech. Phys.*, 59(2014), 155-161.
- [12] Erofeenko V.T., Shushkevich G.Ch., Grabchikov S.S., Bondarenko V.F.: Model shielding constant magnetic fields multilayer finite cylindrical screen. *Informatika*, 3(2012), 80-93.
- [13] Yashchuk V.V., Lee S.-K., Paperno E.: Magnetic shielding. [In:] D. Budker, D.F.J. Kimball (eds.): *Optical magnetometry*. Cambridge, London 2013.

- [14] Paperno E., Koide H., Sasada I.: A new estimation of the axial shielding factors for multishell cylindrical shields. *J. Appl. Phys.*, 87(2000), 5959-5691.
- [15] Sumner T.J., Pendlebury J. M., Smith K.F.: Convectional magnetic shielding. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 20(1987), 1095-1101.
- [16] Rikitake T.: Magnetic and electromagnetic shielding. TERRAPUB and D. Reidel Publ. Co., Tokyo, Dordrecht 1987.
- [17] Erofeenko V.T., Kozlovskaja I.S.: Analytical modelling in electrodynamics. BGU, Minsk 2010.
- [18] Ufliand Y.S.: The method of dual equations in mathematical physics. Nauka, Leningrad 1977.
- [19] Lebedev N.N., Scalskaya I.P.: Application of integral equations to the planar problem of electromagnetic waves on the thin conductive parallel plates. *J. Tech Phys.*, 59 (1989), 3-12.
- [20] Shushkevich G.Ch.: Calculation of electrostatic fields by methods of dual, triple equations using addition theorems. GrGU, Grodno 1999.
- [21] Erofeenko V.T., Shushkevich G.Ch.: Screening of a low-frequency electric field by a multilayer circular disk. *Tech. Phys.*, 58(2013), 886-871.
- [22] Erofeenko V.T., Shushkevich G.Ch.: Screening of low-frequency electric field of thin-walled open spherical shell with the reservoir properties. *Electrichestvo*, 6(2011), 57-61.
- [23] Erofeenko V.T., Kozlovskaya I.S., Shushkevich G.Ch.: Screening of a low-frequency magnetic field by an open thin-walled spherical shell. *Tech. Phys.*, 55(2010), 1240-1247.
- [24] Handbook of Mathematical Functions: with Formulas, Graphs and Mathematical Tables. Eds. M. Abramowitz, I.A. Stegun, Dover, New York 1972.
- [25] Fausett L.V.: Numerical Methods Using MathCAD. Prentice Hall, New York 2002.

PRZENIKALNOŚĆ FAL ELEKTROMAGNETYCZNYCH O NISKIEJ CZĘSTOTLIWOŚCI PRZEZ WIELOWARSTWOWĄ POWŁOKĘ WALCOWĄ

Streszczenie

W artykule przedstawiono wyniki analizy przenikania fal elektromagnetycznych o niskiej częstotliwości przez wielowarstwową powłokę walcową. Zbudowano model matematyczny nielokalnych dwustronnych warunków brzegowych wielowarstwowch powłok walcowych. Te dwustronne nielocalne warunki brzegowe opisują przenikanie pola elektromagnetycznego o niskiej częstotliwości przez warstwę powłoki. Opracowano sposób przekształcania równań brzegowych do całkowitych równań Fredholma drugiego rodzaju. Ponadto obliczono wartość współczynnika sprawności powłoki. Do przekształceń analitycznych wykorzystano funkcje Bessela.

Słowa kluczowe: funkcja Bessela, warunki brzegowe, fale elektromagnetyczne, pole elektromagnetyczne

DOI: 10.7862/rm.2014.51

Otrzymano/received: 20.07.2014 r.

Zaakceptowano/accepted: 22.11.2014 r.

Rafał GAŁEK¹
Paweł GIL²
Sebastian GROSICKI³
Franciszek WOLAŃCZYK⁴

WYMIENNIKOWY ZASOBNIK CIEPŁA W MIKROKOGENERACJI

Artykuł przedstawia wyniki eksperymentalne okresowego badania efektów pracy wolno stojącego wymiennika z wężownicą spiralną jako zasobnika ciepła w instalacji kogeneracji opartej na małej jednostce kogeneracyjnej GECC60A2N firmy AISIN. Zasobnik jako bufor ciepła ma zapewnić możliwość dostarczenia czynnika grzewczego do odbiorcy przy chwilowym poborze większym niż wydajność źródła ciepła. Czasowy okres badań instalacji mikrokogeneracji wyznaczało rozpoczęcie ładowania zasobnika, a zakończenie badań to włączenie zewnętrzne chłodzenia kogeneratora. Otrzymane wartości pomiarów mocy cieplnej kogeneratora zasilającego zasobnik w ciepło mają tendencję spadkową, dochodzącą do 60% początkowej mocy.

Słowa kluczowe: kogeneracja, mikro CHP, zasobnik ciepła

1. Wprowadzenie

Kogeneracja jest jednoczesnym wytwarzaniem energii elektrycznej i ciepła, przy czym energia cieplna jest odzyskiwana do celów grzewczych lub technologicznych. Jednoczesne wytwarzanie ciepła i energii elektrycznej zapewnia lepsze wykorzystanie paliwa pierwotnego, zmniejszając negatywne oddziaływanie na środowisko. Wpływa również korzystnie na wynik ekonomiczny inwestycji. Mikrokogeneracyjny system (mikro CHP) wytwarza ciepło i energię elektryczną, głównie za pomocą tłokowego silnika spalinowego, od którego ciepło grzejne jest pobierane z systemu chłodzenia silnika i z gazów wylotowych odpływających z silnika, do wykorzystania na potrzeby grzewcze, głównie w budynkach mieszkalnych. Mikro CHP może pracować ze stałą mocą elektryczną, nie wy-

¹ Autor do korespondencji/corresponding author: Rafał Gałek, Politechnika Rzeszowska, al. Powstańców Warszawy 8, 35-959 Rzeszów, tel.: (17) 86251341, e-mail: rafalgalek@prz.edu.pl

² Paweł Gil, Politechnika Rzeszowska, e-mail: gilpawel@prz.edu.pl

³ Sebastian Grosicki, Politechnika Rzeszowska, e-mail: sebogr@prz.edu.pl

⁴ Franciszek Wolańczyk, Politechnika Rzeszowska, e-mail: fwolan@prz.edu.pl

stępuje też wpływ odprowadzania ciepła grzejnego na wytwarzaną moc elektryczną. Powoduje to, że sprawność energetyczną całego układu można obliczać tylko z uwzględnieniem obydwu efektów energetycznych [3].

Ideą zbiorników akumulacyjnych jest magazynowanie nadwyżek energii cieplnej związanych z okresowym, zmiennym zapotrzebowaniem na ciepło. Energia, która powstała w procesie spalania paliwa w kogeneratorze, jest akumulowana przez czynnik grzewczy (zazwyczaj wodę), zapewniający jej późniejsze wykorzystanie. W wymiennikowym zasobniku ciepła woda jest ogrzewana przez czynnik grzewczy przepływający wężownicą spiralną umiejscowioną w zbiorniku akumulacyjnym, stopniowo ładując ciepłem zbiornik przez przenikanie ciepła. Zaletą akumulacji, w porównaniu z układem niezawierającym zbiornika akumulacyjnego, jest racjonalne wykorzystanie energii paliwa i w związku z tym oszczędność paliwa, jak i możliwość zmniejszenia projektowanej mocy cieplnej planowanego źródła w stosunku do zapotrzebowania (lub zwiększenia o tyle samo mocy cieplnej źródła istniejącego).

Niniejszy artykuł jest próbą odpowiedzi na pytanie o spodziewane efekty współpracy mikrokogeneratora z zasobnikiem ciepła podczas braku odbioru ciepła od zasobnika na zewnątrz układu.

2. Charakterystyka układu

W Laboratorium Energii Słonecznej i Energii Ciepłej Otoczenia Katedry Termodynamiki i Mechaniki Płynów Wydziału Budowy Maszyn i Lotnictwa Politechniki Rzeszowskiej kogenerator jest częścią większego układu, obejmującego fototermiczne kolektory solarne, średniokresowy akumulator ciepła oraz dwie pompy ciepła: sprężarkową i absorpcyjną. Funkcjonowanie poszczególnych urządzeń jest powiązane uwarunkowaniami wynikającymi ze struktury układu odbioru ciepła, dlatego pracują one pod kontrolą nadrzędnego układu sterowania automatycznego, spełniającego również zadania akwizycji i prezentacji danych pomiarowych. Zastosowaną w układzie jednostką jest mikrokogenerator GECC60A2N firmy AISIN (rys. 1.) o mocy elektrycznej 6 kW i mocy cieplnej 11,7 kW. Jest on wyposażony w trzycylindrowy silnik z rozrządem OHV o pojemności 952 cm³, spalający gaz ziemny w postaci ubogiej mieszanki z powietrzem (ang. *lean-burn*). Pozostałe dane techniczne od producenta podano w tab. 1.

Silnik napędza trójfazowy generator synchroniczny, z którego prąd jest prostowany, a następnie kierowany do falownika dostosowującego parametry wytworzonej energii elektrycznej do wymagań sieci i zapewniającego synchronizację umożliwiającą włączenie kogeneratora w instalację elektryczną budynku. Kogenerator jest posadowiony na tarasie budynku laboratorium i spaliny są odprowadzane bezpośrednio do otoczenia. Na wyjściu z kogeneratora wartość napięcia posiada parametry stosowane w japońskim standardzie sieci niskiego napięcia, czyli 100/200 V, dostarczane przy użyciu 3 przewodów. Dyktuje to

konieczność zastosowania dodatkowego zewnętrznego transformatora. Zintegrowany układ sterowania pozwala jednostce na pracę z ułamkiem mocy nominalnej kierowaną do odbiorników w obwodzie wydzielonym, natomiast chłodnica wentylatorowa uniezależnia wytwarzanie energii elektrycznej od aktualnego zapotrzebowania na ciepło.



Rys. 1. Kogenerator GECC60A2N firmy AISIN

Fig. 1. AISIN GECC60A2N cogeneration system

Tabela 1. Fabryczne dane techniczne kogeneratora GECC60A2N (na podstawie [1])

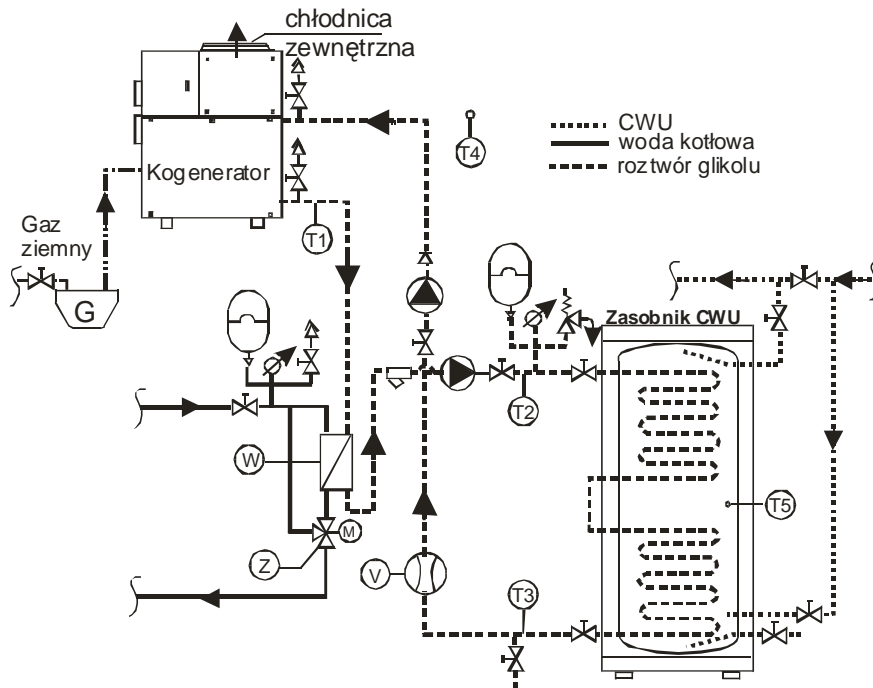
Table 1. Technical specification of the GECC60A2N cogeneration system (on the basis of [1])

Firma	AISIN
Model	GECC60A2N
Moc elektryczna	6 kW
Moc cieplna	11,7 kW
Temperatura nośnika ciepła	60-65°C
Strumień energii chemicznej paliwa	20,8 kW
Rodzaj paliwa	gaz ziemny
Silnik spalinowy	pionowy, 4-suwowy, 3-cylindrowy, mieszanka uboga (ang. <i>lean-burn</i>)
Pojemność silnika spalinowego	952 cm ³
Znamionowa prędkość obrotowa silnika spalinowego	1600-1800 obr./min
Prądnicą	synchroniczna, 16-polowa, na magnesach trwałych
Sprawność elektryczna	28,8%
Sprawność cieplna	56,2% (60-65°C)
EUF	85%

Ciepło jest odbierane w wymienniku spaliny–chłodziwo oraz płaszczu silnika, a następnie w kolejnym wymienniku oddawane do czynnika roboczego, który stanowi płyn termalny na bazie 40% roztworu glikolu propylenowego. Glikol jest kierowany do rur w kształcie węzownic spiralnych umieszczonych wewnątrz zasobnika ciepła, oddając ciepło na sposób przenikania przez ścianki rur do wody zasobnika.

Przyłącze elektryczne do instalacji budynku jest zrealizowane za pomocą transformatora oraz skrzynki przyłączeniowej zawierającej elementy zabezpieczające i sygnalizacyjne. Ponadto zastosowano dwa liczniki energii elektrycznej, z których jeden mierzy energię zwracaną przez kogenerator do sieci, natomiast drugi energię pobieraną do napędu pomp obiegowych roztworu glikolu.

Sterowanie pracą kogeneratora odbywa się z uwzględnieniem zapotrzebowania na ciepło. Ponieważ nie jest możliwa regulacja mocy cieplnej jednostki, ma ono charakter dwustanowy. Decyzja o włączeniu kogeneratora zostaje podjęta na podstawie wartości temperatur w zasobniku CWU (T_5) (rys. 2.), zasobniku wody kotłowej oraz linii powrotu instalacji CO budynku. Dzięki zaworowi trójdrogowemu (Z) jest realizowany priorytet CWU. Włączony kogenerator pracuje cały czas z nominalną mocą elektryczną równą 6 kW, a cała wytworzona energia elektryczna jest zużywana na potrzeby budynku.



Rys. 2. Schemat instalacji mikrokogeneratora

Fig. 2. Schema of microgeneration installation



Rys. 3. Podgrzewacz UNO/2 500 firmy De Dietrich

Fig. 3. Hot water tank UNO/2 500 of the De Dietrich company

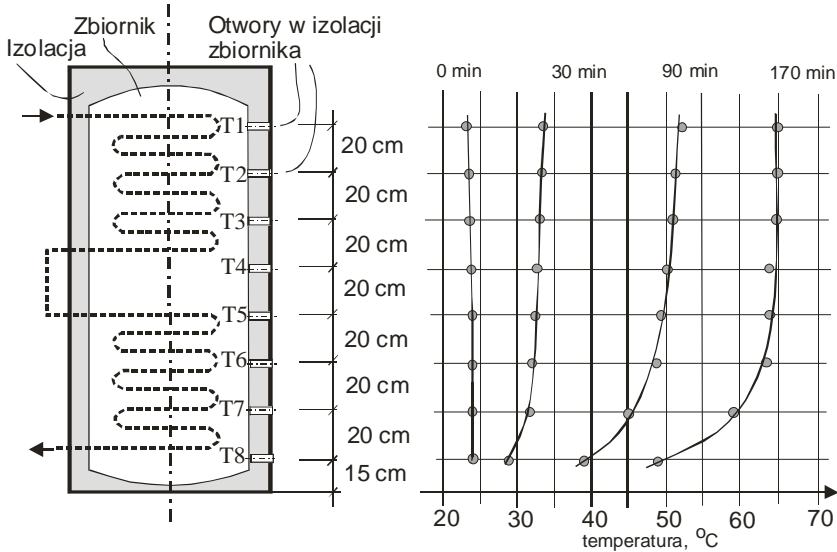
Włączanie i wyłączenie kogeneratora oraz obrotów głowicy zaworu trójdrogowego (Z) odbywa się za pośrednictwem przekaźników karty wyjść dwustanowych jednostki Keithley 3706 pełniącej w układzie rolę zarówno multimetru, jak i sterownika. W skali całej instalacji Laboratorium sterownik obsługuje kilkadziesiąt wejść (głównie termometry oporowe) oraz kilkanaście wyjść sterujących pracą pomp i zaworów. Przez magistralę USB jest podłączony do komputera, na którym pracuje program odpowiedzialny za podejmowanie decyzji sterujących na podstawie danych wejściowych oraz akwizycję i prezentację wyników pomiarów. Część danych charakteryzujących pracę układu CHP jest uzyskiwana dzięki podłączeniu jej wewnętrznego sterownika do portu szeregowego RS232 komputera. Ponieważ wśród tych parametrów nie ma informacji o wydatku roztworu glikolu, zastosowano dodatkowo licznik ciepła (V) Kamstrup MULTICAL 402 włączony tak, aby mierzyć ciepło oddane do zasobnika CWU (czujniki temperatury T2 i T3 na rys. 2.). Istotną zaletą licznika jest możliwość odrębnego odczytu wartości wielkości mierzonych bezpośrednio: wydatku objętościowego czynnika oraz temperatur zasilania i powrotu.

Zasobnik ciepła stanowi podgrzewacz solarny typu UNO/2 500 firmy De Dietrich (rys. 3.), będący stalowym zbiornikiem o pojemności 500 litrów. Zbiornik jest pokryty od wewnątrz emalią w celu ochrony zasobnika przed korozją i zachowania jakości wody. Na zewnątrz zasobnik jest izolowany bezfreonową pianką poliuretanową o grubości 50 mm.

Wewnątrz zbiornika są dwa wymienniki ciepła: jeden w górnej części, o pojemności 10,9 litra i powierzchni grzewczej 1,5 m², drugi zaś w dolnej części zbiornika, o pojemności 4,9 litra i powierzchni grzewczej 0,72 m² [2]. Wymienniki wykonano z gładkiej rury z powierzchnią od strony wody użytkowej pokrytą emalią. Są ukształtowane spiralnie oraz połączone ze sobą w szereg.

3. Wyniki pomiarów

Czasowy okres badań instalacji mikrokogeneracji (170 min) wyznaczało uruchomienie kogeneratora i rozpoczęcie ładowania zasobnika, a zakończenie badań to włączenie zewnętrzne chłodzenia kogeneratora. Ciepło od zasobnika nie było odbierane (na zewnątrz), temperatura wody w zasobniku rosła od początkowej 23°C do końcowej 65°C (rys. 4.).



Rys. 4. Rozkład temperatury w zasobniku ciepła w funkcji czasu

Fig. 4. The temperature distribution in the heat storage tank as a function of time

Na rysunku 4. pokazano osiem miejsc pomiaru temperatury wody termoparą (co 10 min). Przeprowadza się pomiar zewnętrznej powierzchni zbiornika przez wykonane w izolacji otwory. Pokazano początkowy i końcowy rozkład temperatury oraz dwa stany pośrednie dla czasu 30 i 90 min. Tak przeprowadzony pomiar temperatury odzwierciedla raczej układ temperatury warstw wody w funkcji wysokości stojącego zasobnika. Widoczne jest niedogrzanie dolnej części, gdy wymiennik dolny ma mniejszą powierzchnię wymiany ciepła w porównaniu z wymiennikiem w części górnej.

Moc cieplną kogeneratora określono za pomocą wzoru

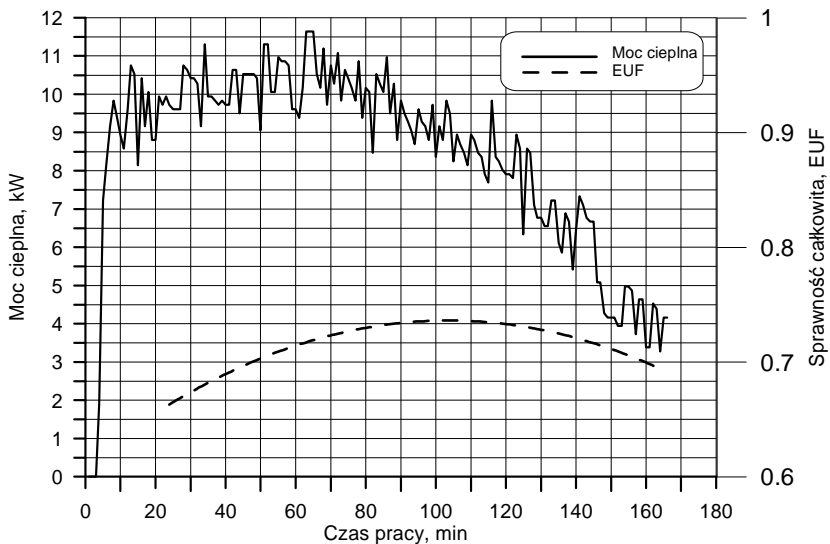
$$\dot{Q} = \dot{m} \cdot c \cdot (T_2 - T_3) \quad (1)$$

gdzie: \dot{m} – strumień glikolu [kg/s], c – ciepło właściwe glikolu [kJ/(kg·K)], T_2 , T_3 – temperatura glikolu w miejscu zasilania i powrotu z zasobnika ciepła [°C].

Zmianę mocy cieplnej kogeneratora w czasie pomiaru pokazano na rys. 5. Pomiary mocy wykonywano co minutę, od momentu włączenia kogeneratora, stąd zerowe wskazania początkowe, gdyż kogenerator uruchamia się w 6. min i od tego czasu wzrasta moc cieplna, osiągając maksimum po 60. min pracy. Średnia sprawność całkowita (*EUF*) kogeneratora w okresie pomiarów (170 min), według pracy [3], została określona ze wzoru:

$$EUF = \frac{E_{el} + Q}{PW_d} \quad (2)$$

gdzie: E_{el} – ilość energii elektrycznej wyprodukowanej w okresie pomiarów, Q – ilość ciepła wyprodukowanego w okresie pomiarów, jako $Q = \sum_i \dot{Q}_i \cdot t_i$, \dot{Q}_i – średnia wartość mocy cieplnej kolejnych pomiarów dla czasu $t_i = 10$ min, P – ilość spalonego paliwa gazowego, W_d – wartość opałowa gazu ziemnego; $W_d = 31 \text{ MJ/m}^3$.



Rys. 5. Zmiana mocy cieplnej i sprawności całkowitej kogeneratora

Fig. 5. Changing the thermal power and total efficiency of the cogenerator

Obliczoną zmianę sprawności całkowitej kogeneratora aproksymowano wielomianem $EUF = 0,6124 + 0,0024t - 1,154 \cdot 10^{-5}t^2$, co ukazuje linia przerywana na rys. 5. Zmiana sprawności jest spowodowana zmniejszającą się mocą cieplną kogeneratora, gdyż moc elektryczna kogeneratora przekazywana do sieci energetycznej pozostaje stała.

4. Podsumowanie

Wykonano pomiary mocy cieplnej i sprawności całkowitej kogeneratora podczas ładowania zasobnika, od którego nie odbierano ciepła na zewnątrz. Obliczona z pomiarów maksymalna całkowita sprawność kogeneratora jest około 12% niższa niż maksymalna sprawność całkowita deklarowana przez producenta. Otrzymane wartości pomiarów mocy cieplnej kogeneratora zasilającego zasobnik w ciepło, od którego nie odbierano ciepła na zewnątrz, mają tendencję spadkową, dochodzącą do 60% początkowej mocy, co jest spowodowane wzrostem temperatury wody w zasobniku.

Podziękowania

Prace były prowadzone na aparaturze naukowo-badawczej zakupionej w projekcie nr POPW.01.03.00-18-012 z funduszy strukturalnych w ramach Programu Operacyjnego Rozwój Polski Wschodniej współfinansowanego przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Rozwoju Regionalnego.

Literatura

- [1] Gas Engine Cogeneration System Interconnection with Power Grid System Type. Installation Manual, GECC60A2 N AISIN Toyota group 2006.
- [2] Instrukcja Inisol-UNO-1-2_IIN-IT-IO.pdf, www.dedietrich.pl.
- [3] Skorek J., Kalina J.: Gazowe układy kogeneracyjne. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 2005.

STORAGE TANK WITH HEAT EXCHANGER AT MICROCOGENERATION SYSTEMS

Summary

This article presents the results of experimental periodic studies on the effect of work of a free-standing exchanger with a spiral coil as a heat storage tank in the cogeneration installation based on the small AISIN GECC60A2N cogeneration unit. The heat storage tank as a heat buffer is to deliver the heating medium during the temporary request greater than the heat source efficiency. Investigations of cogeneration were started at the moment of heat storage tank and it was finished at startup of external cooling of the cogenerator. The measurement values of thermal power of cogenerator feeding the heat accumulator tend to decrease to 60% of the initial power.

Keywords: cogeneration, micro CHP, heat storage tank

DOI: 10.7862/rm.2014.52

Otrzymano/received: 2.09.2014 r.

Zaakceptowano/accepted: 22.11.2014 r.

Piotr GIERLAK¹

ANALIZA KINEMATYKI MANIPULATORA O PIĘCIU STOPNIACH SWOBODY

W artykule przedstawiono analizę kinematyki manipulatora o pięciu stopniach swobody na przykładzie jednostki kinematycznej robota manipulacyjnego Scorbót-ER 4pc. Do opisu kinematyki układu zastosowano notację Denavita-Hartenberga. Przyjęto schemat kinematyki manipulatora i podano parametry opisujące układ. Zapisano odpowiednie macierze transformacji, które zastosowano w dalszej analizie. Wyznaczono jacobian analityczny manipulatora oraz jacobian geometryczny w ciele i przeprowadzono analizę osobliwości. Są to takie konfiguracje manipulatora, w których wyznaczenie rozwiązania zadania odwrotnego kinematyki jest znacznie utrudnione, a przy zastosowaniu klasycznych metod – niemożliwe. Dlatego znajomość konfiguracji osobliwych jest niezbędna w celu poprawnego planowania i generowania trajektorii manipulatora. Zaprezentowana metodyka jest uniwersalna i może być stosowana do analizy kinematyki manipulatorów o innej strukturze kinematycznej niż zaprezentowana w niniejszej pracy.

Słowa kluczowe: jacobian, konfiguracje osobliwe, notacja Denavita-Hartenberga

1. Wprowadzenie

Analizę kinematyki manipulatora przeprowadza się w celu uzyskania opisu właściwości ruchowych układu, które mogą być wykorzystane w planowaniu trajektorii ruchu oraz jej realizacji, czyli sterowaniu [1, 2]. Analiza kinematyki umożliwia również określenie charakterystycznych dla danego manipulatora tzw. jacobianów, które stosuje się np. do obliczenia wpływu sił i momentów zewnętrznych działających na końcówkę manipulatora na siły i momenty w przegubach. Jacobiany mogą być też użyte do uzyskania informacji o tzw. konfiguracjach osobliwych, czyli ustawieniach łańcucha kinematycznego, których należy unikać na etapie planowania trajektorii, ze względu na niejednoznaczne rozwiązanie zadania odwrotnego kinematyki.

W artykule dokonano analizy kinematyki manipulatora robota Scorbót-ER 4pc. Jednostka kinematyczna robota to czteroczęłowy manipulator o pięciu

¹ Autor do korespondencji/corresponding author: Piotr Gierlak, Politechnika Rzeszowska, al. Powstańców Warszawy 8, 35-959 Rzeszów, tel.: (17) 8651854, e-mail: pgierlak@prz.edu.pl

stopniach swobody – z możliwością jednoczesnego wykonywania obrotów ostatniego członu wokół dwóch prostopadłych osi. Ramię manipulatora o trzech stopniach swobody ma strukturę kinematyczną antropomorficzną (stawową) [3]. Na końcu ramienia jest dołączona tzw. kiść o dwóch stopniach swobody. Formalnie wygodnie jest przyjąć, że manipulator jest pięciocząonowy, natomiast czwarty człon manipulatora ma zerową długość i masę.

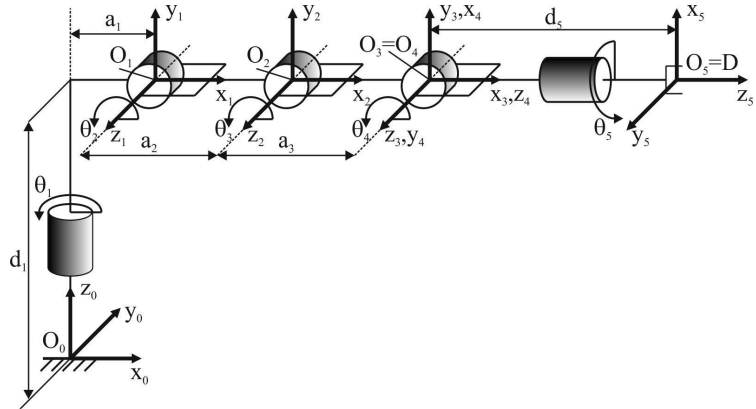
2. Przekształcenia jednorodne

Do opisu kinematyki manipulatora zastosowano notację Denavita-Hartenberga (D-H) [4-6]. Na schemacie kinematycznym (rys. 1.) przyjętym zgodnie z notacją, wprowadzono lokalne układy odniesienia związane z kolejnymi członami i określono parametry kinematyczne charakteryzujące układ. W notacji D-H wprowadza się tzw. macierz przekształcenia jednorodnego [4-6] \mathbf{A}_{i-1}^i , która przekształca współrzędne wybranego punktu z układu i -tego do $(i-1)$. Jest ona wynikiem czterech przekształceń „podstawowych” [6], co zapisano jako:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{i-1}^i &= \mathbf{Rot}_{z,\theta_i} \mathbf{Trans}_{z,d_i} \mathbf{Trans}_{x,a_i} \mathbf{Rot}_{x,\alpha_i} = \\ &= \begin{bmatrix} c_{\theta_i} & -s_{\theta_i} & 0 & 0 \\ s_{\theta_i} & c_{\theta_i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{\alpha_i} & -s_{\alpha_i} & 0 \\ 0 & s_{\alpha_i} & c_{\alpha_i} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} c_{\theta_i} & -s_{\theta_i}c_{\alpha_i} & s_{\theta_i}s_{\alpha_i} & a_i c_{\theta_i} \\ s_{\theta_i} & c_{\theta_i}c_{\alpha_i} & -c_{\theta_i}s_{\alpha_i} & a_i s_{\theta_i} \\ 0 & s_{\alpha_i} & c_{\alpha_i} & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1) \end{aligned}$$

gdzie: $s_{\theta_i} = \sin\theta_i$, $c_{\theta_i} = \cos\theta_i$, $s_{\alpha_i} = \sin\alpha_i$, $c_{\alpha_i} = \cos\alpha_i$, $\mathbf{Rot}_{z,\theta_i}$ – macierz rotacji o kąt θ_i wokół osi z , \mathbf{Trans}_{z,d_i} – macierz translacji o d_i wzdłuż osi z , \mathbf{Trans}_{x,a_i} – macierz translacji o a_i wzdłuż osi x , $\mathbf{Rot}_{x,\alpha_i}$ – macierz rotacji o kąt α_i wokół osi x .

Rotacje i translacje są rozumiane jako rotacje i translacje układu i -tego względem $(i-1)$. Ogniwo i -te łańcucha kinematycznego jest charakteryzowane przez cztery parametry: a_i – długość członu, α_i – skręcenie członu, d_i – odsunięcie przegubu, θ_i – kąt obrotu przegubu. Parametry manipulatora w ujęciu notacji D-H zestawiono w tab. 1.



Rys. 1. Struktura kinematyczna manipulatora Scorbot-ER 4pc

Fig. 1. Kinematic structure of the Scorbot-ER 4pc manipulator

Tabela 1. Parametry kinematyczne manipulatora Scorbot-ER 4pc

Table 1. Kinematics parameters of the Scorbot-ER 4pc manipulator

Nr ogniwa	a_i	α_i	d_i	θ_i
1	l_1	$\pi/2$	d_1	θ_1
2	l_2	0	0	θ_2
3	l_3	0	0	θ_3
4	0	$\pi/2$	0	$\pi/2+\theta_4$
5	0	0	d_5	θ_5

Macierze przekształceń jednorodnych mają następujące postacie:

$$\mathbf{A}_0^1 = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & 0 & \sin \theta_1 & l_1 \cos \theta_1 \\ \sin \theta_1 & 0 & -\cos \theta_1 & l_1 \sin \theta_1 \\ 0 & 1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2}$$

$$\mathbf{A}_1^2 = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 & 0 & l_2 \cos \theta_2 \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 & 0 & l_2 \sin \theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3}$$

$$\mathbf{A}_2^3 = \begin{bmatrix} \cos \theta_3 & -\sin \theta_3 & 0 & l_3 \cos \theta_3 \\ \sin \theta_3 & \cos \theta_3 & 0 & l_3 \sin \theta_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\mathbf{A}_3^4 = \begin{bmatrix} -\sin \theta_4 & 0 & \cos \theta_4 & 0 \\ \cos \theta_4 & 0 & \sin \theta_4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\mathbf{A}_4^5 = \begin{bmatrix} \cos \theta_5 & -\sin \theta_5 & 0 & 0 \\ \sin \theta_5 & \cos \theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Do wyznaczenia jakobianu analitycznego i geometrycznego potrzebna jest znajomość macierzy transformacji układu j -tego do $(i-1)$ [7]:

$$\mathbf{T}_{i-1}^j = \prod_{k=i}^j \mathbf{A}_{k-1}^k \quad (7)$$

a ogólna struktura macierzy \mathbf{T}_{i-1}^j to:

$$\mathbf{T}_{i-1}^j = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{R}_{i-1}^j & \mathbf{p}_{i-1}^j \\ \hline \mathbf{0} & 1 \end{array} \right] \quad (8)$$

gdzie: $\mathbf{R}_{i-1}^j \in \mathfrak{R}^{3 \times 3}$ – macierz rotacji układu j -tego względem $(i-1)$, $\mathbf{p}_{i-1}^j \in \mathfrak{R}^3$ – wektor translacji układu j -tego względem $(i-1)$.

3. Jakobian analityczny

W wielu aspektach robotyki, takich jak modelowanie, planowanie ruchu i sterowanie manipulatorem [2] stosuje się tzw. macierz jakobianową, nazywaną jakobianem (w robotyce nie utożsamia się jej z wyznacznikiem macierzy jakobianowej, jak to ma miejsce w matematyce). W literaturze zdefiniowano kilka

rodzajów jacobianów [6-8]. W tym rozdziale zostanie przedstawiony jacobian analityczny, natomiast w kolejnym – jacobian geometryczny w ciele.

Do wyznaczenia jacobianu analitycznego wykorzystuje się tzw. funkcję kinematyki, która wynika ze związku pomiędzy współrzędnymi konfiguracyjnymi (przegubowymi) a współrzędnymi zadaniowymi związanymi z przestrzenią roboczą (zadaniową). Współrzędne zadaniowe \mathbf{y} mogą być wybrane np. tak, aby określały pozycję i orientację końcówki roboczej w przestrzeni zadaniowej w funkcji współrzędnych konfiguracyjnych:

$$\mathbf{y} = \mathbf{k}(\mathbf{q}) \in \mathfrak{R}^m \quad (9)$$

gdzie: $\mathbf{k}(\mathbf{q})$ – tzw. funkcja kinematyki, $\mathbf{q} \in \mathfrak{R}^n$ – wektor współrzędnych konfiguracyjnych, n – wymiar przestrzeni konfiguracyjnej manipulatora, m – wymiar przestrzeni zadaniowej manipulatora.

Wybór współrzędnych zadaniowych \mathbf{y} do reprezentacji kinematyki ma istotny wpływ na złożoność reprezentacji kinematyki [7].

Zależność pomiędzy prędkościami przegubowymi i prędkościami w przestrzeni zadaniowej jest określona za pomocą jacobianu analitycznego, co zapisano następująco:

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{J}^a(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}, \quad \mathbf{J}^a(\mathbf{q}) = \frac{\partial \mathbf{k}(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} \in \mathfrak{R}^{m \times n} \quad (10)$$

gdzie: $\dot{\mathbf{q}} \in \mathfrak{R}^n$ – wektor prędkości przegubowych, $\dot{\mathbf{y}} \in \mathfrak{R}^m$ – prędkość we współrzędnych zadaniowych, $\mathbf{J}^a(\mathbf{q})$ – macierz jacobianowa reprezentacji kinematyki manipulatora we współrzędnych, nazywana jacobianem analitycznym manipulatora.

Do wyznaczenia jacobianu analitycznego zastosowano jeden z możliwych sposobów, przedstawiony m.in. w pracach [6, 7]. Jacobian analityczny n -członowego manipulatora składa się z kolumn \mathbf{J}_i^a , $i = 1, 2, \dots, n$, czyli:

$$\mathbf{J}^a(\mathbf{q}) = \left[\mathbf{J}_1^a \quad \dots \quad \mathbf{J}_i^a \quad \dots \quad \mathbf{J}_n^a \right] \quad (11)$$

gdzie kolumnę \mathbf{J}_i^a określa się jako:

$$\mathbf{J}_i^a = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_0^{i-1}{}_{3kol} \times (\mathbf{p}_0^n - \mathbf{p}_0^{i-1}) \\ \mathbf{R}_0^{i-1}{}_{3kol} \end{bmatrix} \quad (12)$$

w przypadku gdy przegub i -ty jest obrotowy lub

$$\mathbf{J}_i^a = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{0\ 3kol}^{i-1} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (13)$$

w przypadku gdy przegub i -ty jest przyrmatyczny.

Elementy wzorów (12) i (13) wyznacza się na podstawie macierzy transformacji (8). Symbolem $\mathbf{R}_{0\ 3kol}^{i-1}$ oznaczono trzecią kolumnę macierzy rotacji.

W przypadku rozważanego manipulatora przyjęto 6-wymiarową przestrzeń zadaniową, w której współrzędne $\mathbf{y} = [y_1\ y_2\ y_3\ y_4\ y_5\ y_6]^T$ opisują pozycję (trzy pierwsze elementy) i orientację (trzy ostatnie elementy) końcówki roboczej względem osi układu bazowego. Ze względu na specyficzny sposób pomiaru kątów obrotu członów manipulatora robota Scorbot-ER 4pc przyjęto nowy wektor współrzędnych konfiguracyjnych:

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_2 + \theta_3 \\ \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 \\ \theta_5 \end{bmatrix} \quad (14)$$

Specyfika pomiaru kątów obrotu członu 3. i 4. polega na tym, że kąty obrotu tych członów nie są odmierzane względem osi x_i członów poprzedzających, lecz względem poziomej płaszczyzny x_0y_0 układu bazowego. Jakobian analityczny wyprowadzony z zastosowaniem zależności (8) oraz (11)-(13) we współrzędnych q_i ma postać:

$$\mathbf{J}^a(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} -(l_1 + l_2 c_2 + l_3 c_3 + d_5 c_4) s_1 & -l_2 s_2 c_1 & -l_3 s_3 c_1 & -d_5 s_4 c_1 & 0 \\ (l_1 + l_2 c_2 + l_3 c_3 + d_5 c_4) c_1 & -l_2 s_2 s_1 & -l_3 s_3 s_1 & -d_5 s_4 s_1 & 0 \\ 0 & l_2 c_2 & l_3 c_3 & d_5 c_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_1 & c_4 c_1 \\ 0 & 0 & 0 & -c_1 & c_4 s_1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & s_4 \end{bmatrix} \begin{matrix} \Delta y \\ \Delta x \end{matrix} \quad (15)$$

gdzie: $s_i = \sin q_i$, $c_i = \cos q_i$.

Jakobian analityczny $\mathbf{J}^a(\mathbf{q})$ znajduje zastosowanie w praktycznych aplikacjach do obliczania wpływu sił i momentów występujących w końcówce manipulatora, określonych w układzie globalnym, na momenty w przegubach. Jeśli siły i momenty są mierzone za pomocą czujnika umieszczonego w końcówce manipulatora, to są one wyrażone w lokalnym układzie czujnika. Wówczas, w celu przeliczenia sił i momentów z miejsca pomiaru do przegubów manipula-

tora, redukuje się zmierzony wektor sił i momentów do układu końcówki i wyraża się go w układzie globalnym, a następnie stosuje się jacobian analityczny. Innym rozwiązaniem jest zastosowanie jacobianu geometrycznego w ciele.

4. Jacobian geometryczny w ciele

W celu poprawnego obliczenia wpływu sił i momentów wyrażonych np. w układzie czujnika siły umieszczonego w końcówce na siły i momenty w przegubach manipulatora można określić jacobian geometryczny w układzie ciała $\mathbf{J}^b(\mathbf{q})$, zwany krótko jacobianem geometrycznym w ciele [7].

Możliwy sposób wyznaczania jacobianu geometrycznego w ciele manipulatora n -członowego przedstawiono w pracy [7]. Jacobian taki składa się z kolumn \mathbf{J}_i^b , $i = 1, 2, \dots, n$, czyli:

$$\mathbf{J}^b(\mathbf{q}) = [\mathbf{J}_1^b \quad \dots \quad \mathbf{J}_i^b \quad \dots \quad \mathbf{J}_n^b] \quad (16)$$

gdzie kolumnę \mathbf{J}_i^b definiuje się następująco:

$$\mathbf{J}_i^b = \begin{bmatrix} [\mathbf{R}_{i-1}^{nT}]_{3kol} \times \mathbf{R}_{i-1}^{nT} \mathbf{p}_{i-1}^n \\ [\mathbf{R}_{i-1}^{nT}]_{3kol} \end{bmatrix} \quad (17)$$

w przypadku gdy przegub i -ty jest obrotowy lub

$$\mathbf{J}_i^b = \begin{bmatrix} [\mathbf{R}_{i-1}^{nT}]_{3kol} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (18)$$

w przypadku gdy przegub i -ty jest pryzmatyczny.

Jacobian geometryczny w ciele wyprowadzony z zastosowaniem zależności (8) oraz (16)-(18) we współrzędnych q_i ma postać:

$$\mathbf{J}^b(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} -(l_1 + l_2 c_2 + l_3 c_3 + d_5 c_4) s_5 & l_2 \tilde{c}_{42} c_5 & l_3 \tilde{c}_{43} c_5 & d_5 c_5 & 0 \\ -(l_1 + l_2 c_2 + l_3 c_3 + d_5 c_4) c_5 & -l_2 \tilde{c}_{42} s_5 & -l_3 \tilde{c}_{43} s_5 & -d_5 s_5 & 0 \\ 0 & l_2 \tilde{s}_{42} & l_3 \tilde{s}_{43} & 0 & 0 \\ c_4 c_5 & 0 & 0 & s_5 & 0 \\ -c_4 s_5 & 0 & 0 & c_5 & 0 \\ s_4 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

gdzie: $\tilde{s}_{ij} = \sin(q_i - q_j)$, $\tilde{c}_{ij} = \cos(q_i - q_j)$.

5. Konfiguracje osobliwe

W zagadnieniach planowania trajektorii ruchu manipulatora istotnym zagadnieniem jest wyznaczenie konfiguracji osobliwych [3, 7, 9]. Z praktycznego punktu widzenia występowanie takich konfiguracji znacznie utrudnia rozwiązywanie zadania odwrotnego kinematyki, gdyż konieczne jest wówczas stosowanie złożonych metod matematycznych. W celu wyznaczenia konfiguracji osobliwych dokonuje się analizy jakobianu, przy czym analizując jakobian analityczny, można wyznaczyć konfiguracje osobliwe manipulatora, natomiast analizując jakobian geometryczny, można wyznaczyć również osobliwości reprezentacji kinematyki [7]. Jeśli liczba stopni swobody manipulatora jest mniejsza niż wymiar przestrzeni zadaniowej – tak jest w przypadku rozważanego manipulatora, to zgodnie z teorią wszystkie jego konfiguracje są osobliwe.

Gdyby jakobian był macierzą kwadratową, wystarczyłoby obliczyć jego wyznacznik i wyznaczyć zbiór konfiguracji osobliwych, przyrównując wyznacznik jakobianu do zera. Przedstawione jakobiany manipulatora nie są macierzami kwadratowymi, dlatego w celu wyznaczenia konfiguracji osobliwych określa się zestaw minorów stopnia 5. każdego jakobianu i poszukuje się konfiguracji, w których będą one równe zero. Zestaw minorów stopnia 5. jakobianu analitycznego to:

$$\mathbf{D}_5^a = \begin{pmatrix} -l_2 l_3 (l_1 + l_2 \cos q_2 + l_3 \cos q_3 + d_5 \cos q_4) \sin(q_3 - q_2) \cos q_4 \\ -l_2 l_3 (l_1 + l_2 \cos q_2 + l_3 \cos q_3 + d_5 \cos q_4) \sin q_1 \sin(q_3 - q_2) \sin q_4 \\ l_2 l_3 (l_1 + l_2 \cos q_2 + l_3 \cos q_3 + d_5 \cos q_4) \cos q_1 \sin(q_3 - q_2) \sin q_4 \\ 0 \\ l_2 l_3 \cos q_1 \sin(q_3 - q_2) \cos q_4 \\ l_2 l_3 \sin q_1 \sin(q_3 - q_2) \cos q_4 \end{pmatrix} \quad (20)$$

z czego wynika, że zbiór konfiguracji osobliwych jest następujący:

$$\mathbf{S} = \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{q} = (q_1 \quad q_2 \quad q_3 \quad q_4 \quad q_5)^T \in \mathfrak{R}^5 \\ \sin q_1 = 0 \vee \cos q_1 = 0 \vee \sin(q_3 - q_2) = 0 \vee \sin q_4 = 0 \\ \vee \cos q_4 = 0 \vee l_1 + l_2 \cos q_2 + l_3 \cos q_3 + d_5 \cos q_4 = 0 \end{array} \right\} \quad (21)$$

Zestaw minorów stopnia 5. jakobianu geometrycznego w ciele to:

$$\mathbf{D}_5^b = \begin{pmatrix} 0 \\ -l_2 l_3 (l_1 + l_2 \cos q_2 + l_3 \cos q_3 + d_5 \cos q_4) \sin(q_3 - q_2) \sin q_5 \\ -l_2 l_3 (l_1 + l_2 \cos q_2 + l_3 \cos q_3 + d_5 \cos q_4) \sin(q_3 - q_2) \cos q_5 \\ 0 \\ -l_2 l_3 \sin(q_3 - q_2) \cos q_4 \cos q_5 \\ l_2 l_3 \sin(q_3 - q_2) \cos q_4 \sin q_5 \end{pmatrix} \quad (22)$$

Wynika z niego zbiór konfiguracji osobliwych:

$$\mathbf{S}^* = \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{q} = (q_1 \quad q_2 \quad q_3 \quad q_4 \quad q_5)^T \in \mathfrak{R}^5 \\ \sin(q_3 - q_2) = 0 \vee \cos q_4 = 0 \vee \sin q_5 = 0 \\ \vee \cos q_5 = 0 \vee l_1 + l_2 \cos q_2 + l_3 \cos q_3 + d_5 \cos q_4 = 0 \end{array} \right\} \quad (23)$$

Zera w zestawach minorów (20) i (22) potwierdzają fakt, że rozpatrywany manipulator formalnie zawsze jest w konfiguracji osobliwej.

6. Podsumowanie

Przeprowadzona analiza kinematyki manipulatora umożliwia zaplanowanie trajektorii we współrzędnych konfiguracyjnych, która będzie następnie realizowana przez układ sterowania robota. W tym celu należy rozwiązać zadanie odwrotne kinematyki przy narzuconych zmianach pozycji i(lub) orientacji końcówki roboczej manipulatora. Do tego celu można zastosować równania kinematyki (10), z których należy wyznaczyć wektor prędkości przegubowych, a następnie, przez całkowanie, wektor współrzędnych przegubowych. Ponieważ $n < m$, czyli wymiar przestrzeni konfiguracyjnej jest mniejszy niż wymiar przestrzeni zadaniowej, nie jest możliwe osiągnięcie przez końcówkę roboczą dowolnego punktu przestrzeni zadaniowej z dowolną orientacją. Przeprowadzona analiza osobliwości stanowi wskazanie, jak należy planować zmiany pozycji i orientacji końcówki roboczej, aby manipulator nie osiągał konfiguracji osobliwych.

Znajomość jacobianów manipulatora jest szczególnie potrzebna w zagadnieniach sterowania ruchem robota, z uwzględnieniem interakcji z otoczeniem. Jest to sytuacja typowa m.in. dla różnych zadań montażowych oraz w przypadku zrobotyzowanej obróbki mechanicznej. W takim przypadku siły i momenty interakcji powinny być mierzone przykładowo przez czujnik umieszczony w końcówce roboczej, a znajomość jacobianów pozwala na obliczenie wpływu sił interakcji na siły i momenty w przegubach manipulatora oraz umożliwia poprawne sterowanie robotem.

Literatura

- [1] Gracia L., Tornero J.: Tracking Trajectories with a Robotic Manipulator with Singularities. LNCS, 4729 (2007), 595-605.
- [2] Żylski W., Gierlak P.: Sterowanie ruchem nadążnym robotów manipulacyjnych. OW PRz, Rzeszów 2014.
- [3] Penne R., Smet E., Klosiewicz P.: A short Note on Point Singularities for Robot Manipulators. J. Intell. Robot Syst., 62 (2011), 205-216.
- [4] Kozłowski K., Dutkiewicz P., Wróblewski W.: Modelowanie i sterowanie robotów. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2003.
- [5] Morecki A., Knapczyk J.: Podstawy robotyki. Teoria i elementy manipulatorów i robotów. WNT, Warszawa 1999.
- [6] Spong M.W., Vidyasagar M.: Dynamika i sterowanie robotów. WNT, Warszawa 1997.
- [7] Tchoń K. i in.: Manipulatory i roboty mobilne: modele, planowanie ruchu i sterowanie. Akademicka Oficyna Wydawnicza PLJ, Warszawa 2000.
- [8] Selig J.M.: Geometric Fundamentals of Robotics, Springer Science+Business Media, New York 2005.
- [9] Dulęba I.: Metody i algorytmy planowania ruchu robotów mobilnych i manipulacyjnych. AOW EXIT, Warszawa 2001.

ANALYSIS OF THE KINEMATICS OF THE 5DOF MANIPULATOR

Summary

In the paper the kinematics analysis of 5 degrees of freedom manipulator is presented. The analysis was realised for the Scorbot-ER 4pc robotic manipulator. To describe the kinematics of the manipulator the Denavit-Hartenberg notation is used. The kinematics scheme and parameters of the manipulator as well as appropriate transformation matrices, that were used in the further analysis, are given. The analytical Jacobian of the manipulator and the geometrical Jacobian in the body are determined and the analysis of singularities is realised. In singular manipulator's configurations the solution of the inverse kinematics problem is very difficult, and using classical methods – impossible. Therefore, knowledge of the singular configurations is necessary for the proper planning and generating the trajectory of the manipulator. The presented methodology is universal and can be used to analyze the kinematics of manipulators with a other kinematic structure that is not presented in this paper.

Keywords: Jacobian, singular configuration, Denavit-Hartenberg notation

DOI: 10.7862/rm.2014.53

Otrzymano/received: 10.06.2014 r.

Zaakceptowano/accepted: 12.11.2014 r.

Piotr GIERLAK¹

ADAPTIVE CONTROL OF THE SCORBOT-ER 4PC MANIPULATOR

The problem of the manipulator tracking control is not trivial because the manipulator is a nonlinear object, whose parameters may be unknown and variable. The control law should enable the manipulator to behave correctly even when operational conditions are changeable. The adaptive control system meets this requirement. In this paper, both kinematic and dynamic equations of motion for the Scrobot-ER 4pc are presented. The adaptive control algorithm was derived for this manipulator. The presented control and adaptive laws guarantee practical Lyapunov stability. The results of verification of theoretical investigations are presented. Experiments were carried out on a work station which consists of the Scrobot-ER 4pc robotic manipulator, a computer with Matlab and dSPACE ControlDesk software and a DS1006 digital signal processing board. In the experiments, the specified point of the manipulator has moved on a desired circular path and the gripper of the manipulator was loaded in variable ways. The operation of adaptive control system was compared with the computed moment method. From the result of the comparison we can see that, in practice, the adaptive control gives better results.

Keywords: robotic manipulator, manipulator's dynamics, adaptive control system, Lyapunov stability

1. Introduction

Robotic manipulators are devices which find different applications in many domains of the economy, for example in industry. The requirements in relation to precision and autonomy of manipulators are increasing as well as the tasks performed by them are more and more complex. The control of such complex systems is very problematic. Manipulators are objects with nonlinear dynamics, often with unknown and variable parameters which operate in changeable conditions. A change in operating conditions may result from the variation of mass and the mass moment of inertia of the objects which are carried by the gripper. The control system has to generate such control signals that will guarantee the

¹ Autor do korespondencji/corresponding author: Piotr Gierlak, Rzeszow University of Technology, 8 Powstańców Warszawy Avenue, 35-959 Rzeszow, Poland, tel.: (17) 8651854, e-mail: pgierlak@prz.edu.pl

execution of movement along a path with desired precision in spite of the operating conditions.

In the control systems of contemporary industrial manipulators the computed torque method [1-3] for nonlinearity compensation is used. However, these approaches require precise knowledge about mathematical models of the control objects, such as the mathematical structure of motion equations with coefficients connected with geometry, mass, mass moment of inertia of links. Determining friction coefficients in kinematic pairs is especially difficult. Moreover, in such an approach, parameters in the compensator have nominal values so the control system acts without taking into account the changeable operating conditions.

In connection with the present difficulties, adaptive control techniques [1-7] were developed. These methods require a structure of mathematical models of the control objects but no parameters are needed.

2. Description of the Scorbot-ER 4pc robotic manipulator

The Scorbot-ER 4pc robotic manipulator is shown in fig. 1a. The manipulator has rotational kinematic pairs. It is driven by direct-current motors with gears and encoders, which allow to determine angular velocities and the angles of rotation of links. The manipulator arm has 3 degrees of freedom (DOF) whereas the gripper has 2 DOF. In this paper we modeled the gripper as discrete mass located at the end of the last link of the arm (point C – see fig. 1b). In the remainder of the paper we will consider only 3 DOF of the arm.

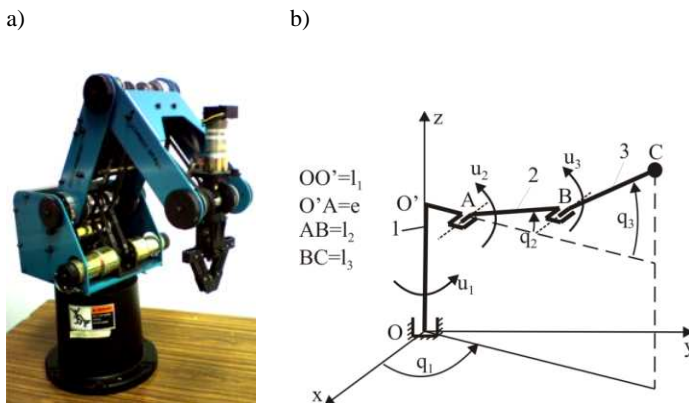


Fig. 1. The Scorbot-ER 4pc robotic manipulator (a), the scheme of the manipulator (b)

The position and velocity of the point C in the Cartesian coordinate system is expressed in the following way:

$$\begin{bmatrix} x_C \\ y_C \\ z_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (e + l_2 c_2 + l_3 c_3) c_1 \\ (e + l_2 c_2 + l_3 c_3) s_1 \\ l_1 + l_2 s_2 + l_3 s_3 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} v_{Cx} \\ v_{Cy} \\ v_{Cz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(e + l_2 c_2 + l_3 c_3) s_1 & -l_2 s_2 c_1 & -l_3 s_3 c_1 \\ (e + l_2 c_2 + l_3 c_3) c_1 & -l_2 s_2 s_1 & -l_3 s_3 s_1 \\ 0 & l_2 c_2 & l_3 c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} \quad (2)$$

where: x_C, y_C, z_C – coordinates of point C, v_{Cx}, v_{Cy}, v_{Cz} – projections of velocity of point C, e, l_j – geometrical parameters ($j = 1, 2, 3$), $s_j = \sin q_j$, $c_j = \cos q_j$ – translation matrix of a_i distance along axis x , \dot{q}_j – the angular velocity of j -th links.

In a practical task, the desired path and velocity of point C in a workspace is defined, the projections of velocity may be calculated. Then, based on the eq. (2), a desired trajectory in a joint space may be determined, by solving the inverse kinematics problem. The dynamics of the Scorbot-ER 4pc manipulator can be expressed in the Lagrange form [1, 3, 9]:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{F}(\dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{G}(\mathbf{q}) + \boldsymbol{\tau}_d = \mathbf{u} \quad (3)$$

where: \mathbf{q} – a vector of generalized coordinates (angles of rotation of links), $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ – the inertia matrix, $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}$ – the centrifugal and Coriolis vector, $\mathbf{F}(\dot{\mathbf{q}})$ – the friction vector, $\mathbf{G}(\mathbf{q})$ – the gravity vector, $\boldsymbol{\tau}_d$ – a vector of disturbances bounded by $\|\boldsymbol{\tau}_d\| < b$, $b > 0$, \mathbf{u} – control input vector.

The mathematical model holds standard properties of revolute rigid manipulator dynamics [1]. Matrixes in the eq. (3) have the following form [9]:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{M}(\mathbf{q}) &= \begin{bmatrix} M_{11} & 0 & 0 \\ 0 & p_6 & l_2 p_2 \cos(q_3 - q_2) \\ 0 & l_2 p_2 \cos(q_3 - q_2) & p_7 \end{bmatrix} \\ \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) &= \begin{bmatrix} a\dot{q}_2 + b\dot{q}_3 & a\dot{q}_1 & b\dot{q}_1 \\ -a\dot{q}_1 & 0 & -c\dot{q}_3 \\ -b\dot{q}_1 & c\dot{q}_2 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{F}(\dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} p_8 \dot{q}_1 + p_{11} \operatorname{sgn}(\dot{q}_1) \\ p_9 \dot{q}_2 + p_{12} \operatorname{sgn}(\dot{q}_2) \\ p_{10} \dot{q}_3 + p_{13} \operatorname{sgn}(\dot{q}_3) \end{bmatrix} \\ \mathbf{G}(\mathbf{q}) &= [0 \quad p_1 g c_2 \quad p_2 g c_3]^T, \quad \mathbf{q} = [q_1 \quad q_2 \quad q_3]^T \\ \boldsymbol{\tau}_d(t) &= [\tau_{d1}(t) \quad \tau_{d2}(t) \quad \tau_{d3}(t)]^T, \quad \mathbf{u} = [u_1 \quad u_2 \quad u_3]^T \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

where

$$\left. \begin{aligned} M_{11} &= 2p_1 e c_2 + 2p_2 (e + l_2 c_2) c_3 + 0.5 p_3 \cos(2q_2) + 0.5 p_4 \cos(2q_3) + p_5 \\ a &= -[p_1 e s_2 + p_2 l_2 s_2 c_3 + 0.5 p_3 \sin(2q_2)] \\ b &= -[p_2 (e + l_2 c_2) s_3 + 0.5 p_4 \sin(2q_3)] \\ c &= l_2 p_2 \sin(q_3 - q_2) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Parameters p_i take the form:

$$\left. \begin{aligned} p_1 &= l_{c2} m_2 + l_2 m_3 + l_2 m_C \\ p_2 &= l_{c3} m_3 + l_3 m_C \\ p_3 &= l_{c2}^2 m_2 + l_2^2 m_3 + l_2^2 m_C - I_{2xx} + I_{2yy} \\ p_4 &= l_{c3}^2 m_3 + l_3^2 m_C - I_{3xx} + I_{3yy} \\ p_5 &= 0.5(I_{2xx} + I_{2yy} + I_{3xx} + I_{3yy}) + I_{1zz} + (e^2 + 0.5l_{c2}^2) m_2 + \\ &\quad + (e^2 + 0.5l_2^2 + 0.5l_{c3}^2) m_3 + (e^2 + 0.5l_2^2 + 0.5l_3^2) m_C \\ p_6 &= l_{c2}^2 m_2 + l_2^2 m_2 + l_2^2 m_C + I_{2zz} \\ p_7 &= l_{c3}^2 m_3 + l_3^2 m_C + I_{3zz} \\ p_8 &= f_1 \\ p_9 &= f_2 \\ p_{10} &= f_3 \\ p_{11} &= \kappa_1 \\ p_{12} &= \kappa_2 \\ p_{13} &= \kappa_3 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

where: m_j – a mass of j -th link, m_C – a mass of a gripper, l_j – the length of j -th link, l_{c_j} – the distance between the center of mass of j -th link and joint $j - 1$, e – an eccentric of the second joint, I_{jxx} , I_{jyy} , I_{jzz} – are mass moments of inertia of j -th link with respect to x_j , y_j , z_j axis, respectively, f_j – a coefficient of viscous friction in j -th kinematic pair, κ_j – a moment of dry friction in j -th kinematic pair.

3. Adaptive tracking control

Assumed that the desired trajectory of the manipulator motion in the joint space is known. The desired trajectory \mathbf{Q}_d consists of generalized coordinates $\mathbf{q}_d(t) = [q_{d1}(t) \ q_{d2}(t) \ q_{d3}(t)]^T$ and the first and second time derivatives, i.e. $\mathbf{Q}_d = [q_d^T \ \dot{q}_d^T \ \ddot{q}_d^T]^T$. The tracking control is defined in such a way, that for the desired trajectory the tracking error is introduced [1-3, 5-7]:

$$\mathbf{e}(t) = \mathbf{q}_d(t) - \mathbf{q}(t) \quad (7)$$

The purpose of the control system is the realisation of such control signal \mathbf{u} , which will minimise the tracking error and will cause that $\mathbf{q}(t)$ will follow the $\mathbf{q}_d(t)$. Defined a filtered tracking error \mathbf{s} and an auxiliary signal \mathbf{v} as:

$$\mathbf{s} = \dot{\mathbf{e}} + \Lambda \mathbf{e} \quad (8)$$

$$\mathbf{v} = \dot{\mathbf{q}}_d + \Lambda \mathbf{e} \quad (9)$$

where Λ – a diagonal positive definite design matrix.

The dynamics of the manipulator (eq. (3)) can be rewritten in terms of the filtered tracking error as:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{s}} = -\mathbf{u} - \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\mathbf{s} + \mathbf{f} + \boldsymbol{\tau}_d \quad (10)$$

where \mathbf{f} is a nonlinear manipulator function, which may be written in the linear parametric form as:

$$\mathbf{f} = \mathbf{M}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{v}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\mathbf{v} + \mathbf{F}(\dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{G}(\mathbf{q}) = \mathbf{Y}_v(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{v}, \dot{\mathbf{v}})\mathbf{p} \quad (11)$$

where $\mathbf{Y}_v(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{v}, \dot{\mathbf{v}})\mathbf{p}$ – a regression matrix.

In standard use, in robotics it is a proportional-plus-derivative (PD) control law with nonlinearity compensation, given by the equation:

$$\mathbf{u} = \mathbf{K}_D \mathbf{s} + \mathbf{Y}_v(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{v}, \dot{\mathbf{v}})\hat{\mathbf{p}} \quad (12)$$

where term:

$$\mathbf{K}_D \mathbf{s} = \mathbf{K}_D (\dot{\mathbf{e}} + \Lambda \mathbf{e}) \quad (13)$$

has a mathematical structure like a PD controller, and the term $\mathbf{Y}_v(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{v}, \dot{\mathbf{v}})\hat{\mathbf{p}}$ approximates nonlinear function \mathbf{f} . In control law (12) estimation $\hat{\mathbf{p}}$ of a real vector \mathbf{p} is used, because the real vector of parameters is unknown. The closed-loop system becomes:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{s}} = -\mathbf{K}_D \mathbf{s} - \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\mathbf{s} + \mathbf{Y}_v(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{v}, \dot{\mathbf{v}})\tilde{\mathbf{p}} + \boldsymbol{\tau}_d \quad (14)$$

where an estimation error is given by the equation:

$$\tilde{\mathbf{p}} = \mathbf{p} - \hat{\mathbf{p}} \quad (15)$$

A scheme of closed-loop system is presented in fig. 2.

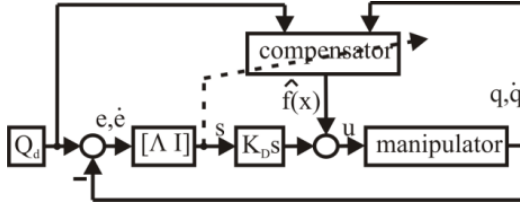


Fig. 2. Schematic structure of the adaptive control system

In order to derive adaptation law of the parameters, the Lyapunov stability theory is applied. We assumed the positive definite Lyapunov function candidate, which is a quadratic form of the filtered tracking error and the parameter estimation error [2]:

$$L = 0.5\mathbf{s}^T \mathbf{M}(\mathbf{q})\mathbf{s} + 0.5\tilde{\mathbf{p}}^T \Gamma_p^{-1}\tilde{\mathbf{p}} \tag{16}$$

where: Γ_p – a regression matrix.

Time derivative of L is:

$$\dot{L} = \mathbf{s}^T \dot{\mathbf{M}}(\mathbf{q})\mathbf{s} + 0.5\mathbf{s}^T \dot{\mathbf{M}}(\mathbf{q})\mathbf{s} + \tilde{\mathbf{p}}^T \Gamma_p^{-1}\dot{\tilde{\mathbf{p}}} \tag{17}$$

Substituting eq. (14) into eq. (17), and taking into account, that $\dot{\mathbf{M}}(\mathbf{q}) - 2\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ is a skew-symmetric matrix, we have:

$$\dot{L} = -\mathbf{s}^T \mathbf{K}_D \mathbf{s} + \mathbf{s}^T \boldsymbol{\tau}_d + \tilde{\mathbf{p}}^T \left[\Gamma_p^{-1}\dot{\tilde{\mathbf{p}}} + \mathbf{Y}_v(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{v}, \dot{\mathbf{v}})^T \mathbf{s} \right] \tag{18}$$

Defining an adaptive law as [10]:

$$\dot{\tilde{\mathbf{p}}} = \Gamma_p \mathbf{Y}_v(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{v}, \dot{\mathbf{v}})^T \mathbf{s} - k\Gamma_p \|\mathbf{s}\| \hat{\mathbf{p}} \tag{19}$$

where $k > 0$, and taking into account, that the vector of the real parameters satisfies the constraint:

$$\|\mathbf{p}\| \leq p_{\max} \tag{20}$$

we may write \dot{L} as:

$$\dot{L} = -\mathbf{s}^T \mathbf{K}_D \mathbf{s} + \mathbf{s}^T \boldsymbol{\tau}_d + k\|\mathbf{s}\| \tilde{\mathbf{p}}^T \hat{\mathbf{p}} \tag{21}$$

Because inequality:

$$\tilde{\mathbf{p}}^T \hat{\mathbf{p}} \leq \|\tilde{\mathbf{p}}\| p_{\max} - \|\tilde{\mathbf{p}}\|^2 \quad (22)$$

is true, so \dot{L} satisfies the condition:

$$\begin{aligned} \dot{L} &\leq -\|\mathbf{s}\| \left[K_{D\min} \|\mathbf{s}\| - b + k \|\tilde{\mathbf{p}}\| (\|\tilde{\mathbf{p}}\| - p_{\max}) \right] \leq \\ &\leq -\|\mathbf{s}\| \left[K_{D\min} \|\mathbf{s}\| - b + k (\|\tilde{\mathbf{p}}\| - 0.5 p_{\max})^2 - 0.25 k p_{\max}^2 \right] \end{aligned} \quad (23)$$

Function $\dot{L} \leq 0$ if

$$\|\mathbf{s}\| > \frac{b + 0.25 k p_{\max}^2}{K_{D\min}} \equiv b_s \quad (24)$$

or

$$\|\tilde{\mathbf{p}}\| > 0.5 p_{\max} + \sqrt{\frac{b}{k} + 0.25 p_{\max}^2} \equiv b_p \quad (25)$$

where $K_{D\min}$ – is the minimum singular value of \mathbf{K}_D .

This result means, that the time derivative of the function L along the solutions of the eq. (14) is negative outside a compact set. The adaptive law (19) guarantees that estimates of parameters will be bounded without persistency of the excitation condition. According to a standard Lyapunov theorem extension [10], both $\|\mathbf{s}\|$ and $\|\tilde{\mathbf{p}}\|$ are uniformly ultimately bounded.

4. Experimental results

In order to confirm the behaviour of the proposed adaptive control system, an experiment was performed. The workstation consists of the Scorbot-ER 4pc robotic manipulator, PC computer with Matlab and dSPACE ControlDesk software, and DS1006 digital signal processing board.

In the experiment, the point C of the manipulator has moved on a desired circular path (fig. 3a), defined in the following way:

$$\left. \begin{aligned} (x_C - x_O)^2 + (y_C - y_O)^2 - R^2 &= 0 \\ z_C &= \text{const.} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

where: $x_O = 0.36$ m, $y_O = 0$ m – coordinates of the center of the circle.

Desired velocity of the point C (fig. 3b) is given by the equation:

$$v_C = -v_{\max} \sum_{i=1}^{12} \frac{(-1)^i}{1 + \exp[-c(t-t_i)]}, \quad i=1,2,\dots,12 \quad (27)$$

where: $v_{\max} = 0.12$ m/s – a maximal velocity, $c = 10$ 1/s – a design coefficient, $t \in \langle 0-65 \rangle$ s – the time, t – coefficients selected in accordance with rule $t_{i-1} < t_i$.

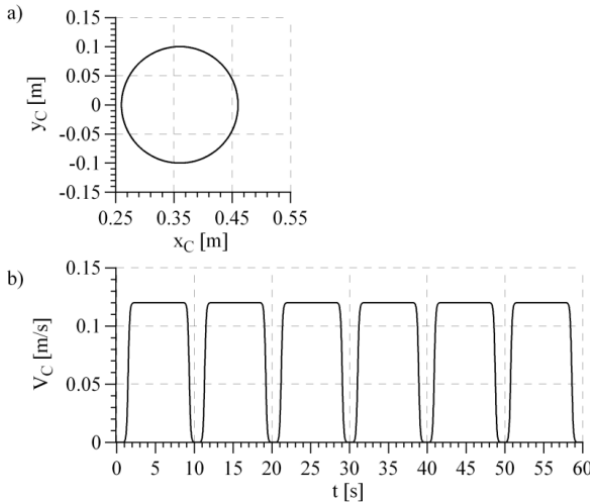


Fig. 3. The desired path (a), the desired velocity of the point C (b)

The desired trajectory in a joint space was obtained by solving the inverse kinematics problem for the desired path and velocity. This trajectory is shown in fig. 4. During the experiment, the gripper of the manipulator (point C) was loaded in the following way: for time $t < 30$ s the gripper was loaded by an additional mass, which was equal to 0.75 kg, and for $t \geq 30$ s the additional mass was increased to 2.5 kg. Design parameters in the control system were assumed as follows: $\mathbf{K}_D = \text{diag}\{0.5 \ 0.5 \ 0.5\}$, $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}\{2 \ 2 \ 2\}$, $\hat{\mathbf{p}}(0) = \mathbf{0}$, $k = 0.1$, $\mathbf{\Gamma} = \text{diag}\{0.015 \ 0.015 \ 0.65 \ 0.65 \ 0.65 \ 0.3 \ 0.25 \ 6.5 \ 15 \ 15 \ 0.035 \ 0.15 \ 0.15\}$. Signals generated by the control system during the experiment are shown in fig. 5.

At the beginning of the experiment, signals generated by compensator (fig. 5c) were not accurate, because the initial parameter estimates were set to zero, and the signals generated by the PD controller (fig. 5b) take an important part in the total control signals (fig. 5a). Then, the influence of PD signals decreases during the experiment, because the parameter estimates adaptation.

In the initial movement phase (about 8 s), tracking errors of joint angles (fig. 6a) and tracking errors of angular velocities (fig. 6b) have the highest values. Afterwards they are decreased during the adaptation of parameter estimates. After 30 s of the experiment, tracking errors temporarily increased. It is caused

by the change of the gripper load. Then, tracking errors are reduced during adaptation of control system to the new working conditions.

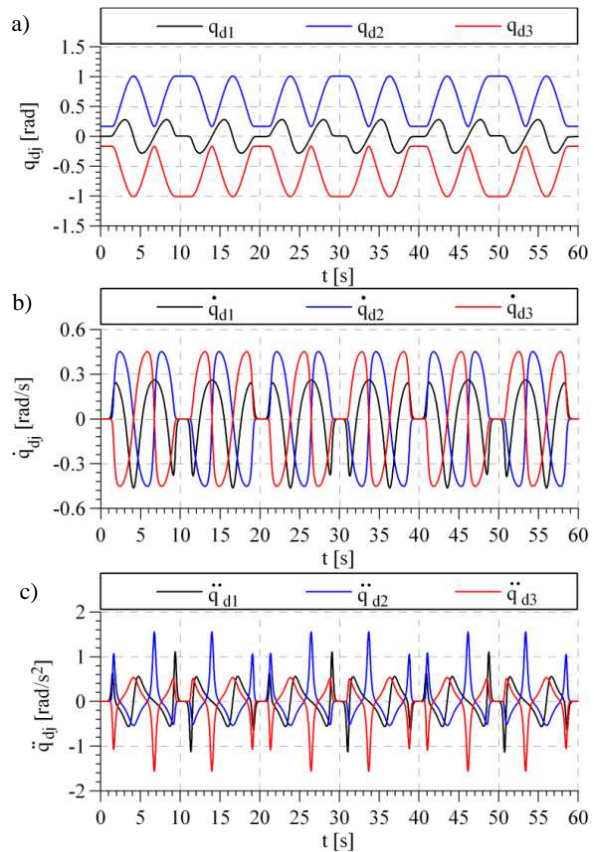


Fig. 4. The desired trajectory in a joint space: a) angles of rotation of links 1, 2, 3, b) angular velocities of links 1, 2, 3, c) angular accelerations of links 1, 2, 3

In figure 7. estimated characteristics of parameters are shown. They were set to zero in the initialization process, and adapted during the movement of the manipulator. After 30 s, values of parameters estimates change, which is caused by change of working conditions. In figure 8. real path (fig. 8a) and velocity of point C (fig. 8b) are shown.

In the initial movement phase, the real path and velocity of point C differs from the desired, later they near the desired path and velocity.

In the second experiment we set up non-zero values of parameter estimates – we used final values from the first experiment. In this case, the compensator generated adequate signals even in the initial movement phase, and tracking

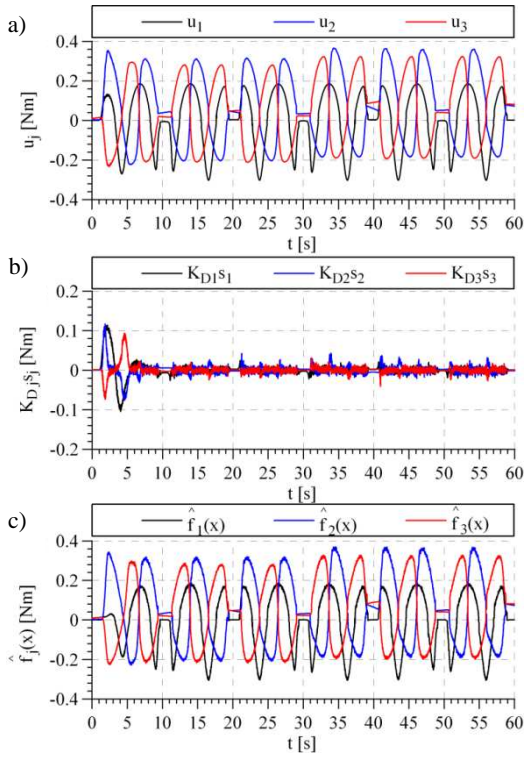


Fig. 5. Control signals: a) total control signals, b) signals generated by the PD controller, c) signals generated by compensator

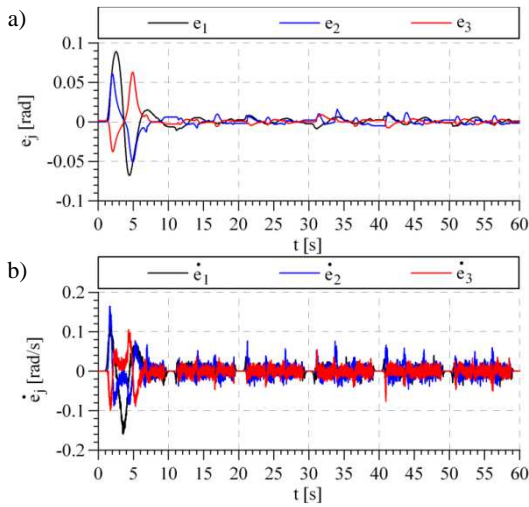


Fig. 6. Tracking errors: a) tracking errors of joint angles, b) tracking errors of angular velocities

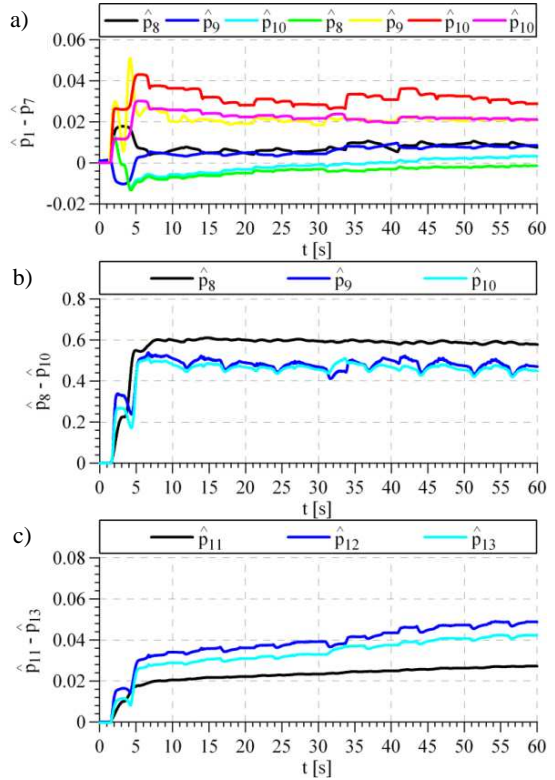


Fig. 7. Estimated characteristics of parameters: a) $\hat{p}_1 - \hat{p}_7$, b) $\hat{p}_8 - \hat{p}_{10}$, c) $\hat{p}_{11} - \hat{p}_{13}$

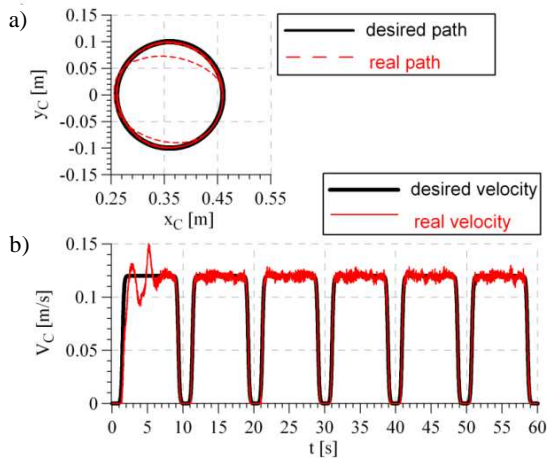


Fig. 8. Performance of movement in a workspace: a) the desired (black line) and the real (red line) path of point C, b) the desired (black line) and the real (red line) velocity of point C

errors (fig. 9.) were smaller than in the first experiment. In the workspace, precision of movement was also higher, so the real path and velocity (fig. 10.) were close to the desired path and velocity of point C, even in initial phase of experiment.

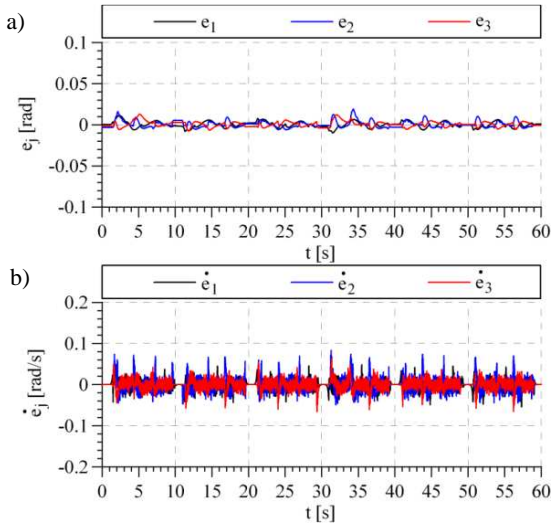


Fig. 9. Tracking errors from an experiment with non-zero values of parameter estimates: a) tracking errors of joint angles, b) tracking errors of angular velocities

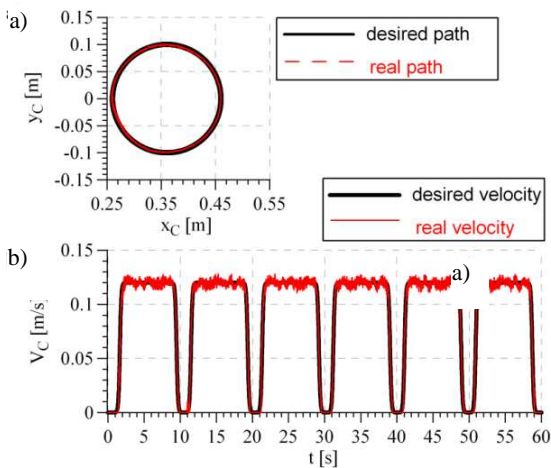


Fig. 10. Performance of movement in a workspace from an experiment with non-zero values of parameter estimates: a) the desired (black line) and the real (red line) path of point C, b) the desired (black line) and the real (red line) velocity of point C

In order to compare adaptive control with the computed torque method, we assumed the following control law:

$$\mathbf{u} = \mathbf{M}(\mathbf{q})(\ddot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{K}_1\dot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_0\mathbf{e}) + \mathbf{C}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{F}(\dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{G}(\mathbf{q}) \quad (28)$$

where: $\mathbf{K}_0 = \text{diag}\{225 \ 225 \ 225\}$ – the matrix of the proportional gain, $\mathbf{K}_1 = \text{diag}\{30 \ 30 \ 30\}$ – the matrix of the derivative gain.

Matrixes $\mathbf{M}(\mathbf{q})$, $\mathbf{C}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})$, $\mathbf{F}(\dot{\mathbf{q}})$, and $\mathbf{G}(\mathbf{q})$ have nominal parameters: $p_1 = p_4 = p_7 = 0.006$, $p_2 = 0.002$, $p_3 = p_5 = p_6 = 0.011$, $p_8 = p_9 = p_{10} = 0.52$, $p_{11} = 0.019$, $p_{12} = p_{13} = 0.018$. Tracking errors, obtained in this case, are presented in fig. 11.

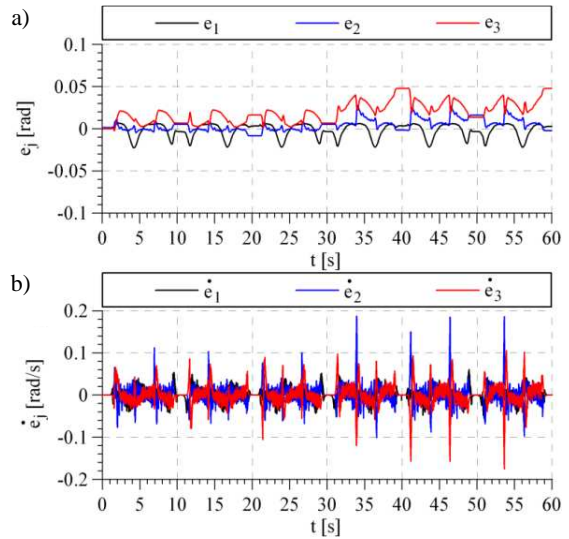


Fig. 11. Tracking errors from an experiment with the computed torque method: a) tracking errors of joint angles, b) tracking errors of angular velocities

After 30 s tracking errors of links 2 and 3 have increased, because the gripper load changed, but parameters in the compensator were constant. In figure 12. path and velocity in the workspace of point C are presented.

5. Conclusions

For numerical evaluation of the adaptive control system quality, we used a root mean square of tracking errors (tab. 1.), defined as:

$$\begin{cases} \epsilon_j = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n e_{jk}^2} \\ \psi_j = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n e_{jk}^2} \end{cases} \quad (29)$$

where: k – an index of sample, n – a number of sample.

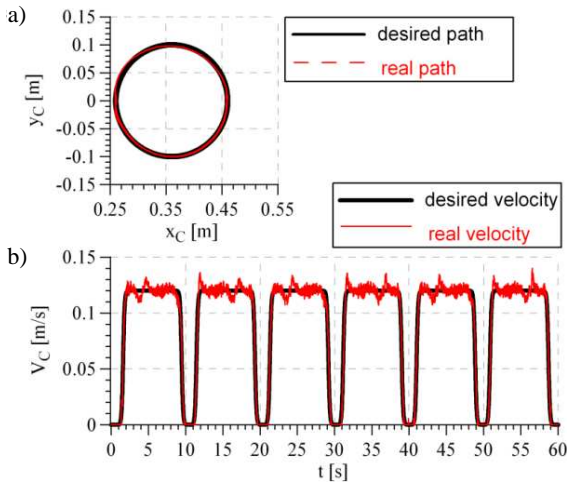


Fig. 12. Performance of movement in a workspace from an experiment with the computed torque method desired (black line) and the real (red line): a) the path of point C, b) the velocity of point C

Table 1. Values of quality ratings

Parameter	j	ϵ_j	ψ_j
Adaptive control	1	0.0158	0.0228
	2	0.0095	0.0204
	3	0.0088	0.0164
Adaptive control (non-zero parameters)	1	0.0036	0.0104
	2	0.0041	0.0162
	3	0.0035	0.0122
Computed torque	1	0.0084	0.0152
	2	0.0081	0.0221
	3	0.0233	0.0239

The tracking control of the manipulator is problematic because of the nonlinearities. The most commonly used torque computing method requires a precise

knowledge about the mathematical model structure of the control object and also the values of the parameters. In practical applications, while parameters of an object may change, this approach is ineffective. In this case, the adaptive control system, with pre-adapted parameters ensures better quality of tracking control. In both algorithms, the structure of the mathematical model must be known.

References

- [1] Canudas de Wit C., Siciliano B., Bastin G.: Theory of Robot Control. Springer-Verlag, London 1996.
- [2] Spong M.W., Vidyasagar M.: Dynamika i sterowanie robotów. WNT, Warszawa 1997.
- [3] Tchoń K. i in.: Manipulatory i roboty mobilne: modele, planowanie ruchu i sterowanie. Akademicka Oficyna Wydawnicza PLJ, Warszawa 2000.
- [4] Cazilla J., Vallés M., Mata V., Díaz-Rodríguez M., Valera A.: Adaptive control of a 3-DOF parallel manipulator considering payload handling and relevant parameter models. Robot. Computer-Integrated Manuf., 30 (2014), 468-477.
- [5] Giergiel M.J., Hendzel Z., Żylski W.: Modelowanie i sterowanie mobilnych robotów kołowych. PWN, Warszawa 2002.
- [6] Isidori A.: Nonlinear Control Systems: An Introduction. Springer-Verlag, Berlin 1985.
- [7] Slotine J.J., Li W.: Applied Nonlinear Control. Prentice Hall, New Jersey 1991.
- [8] Zeinali M., Notash L.: Adaptive sliding mode control with uncertainty estimator for robot manipulators. Mech. Machine Theory, 45 (2010), 80-90.
- [9] Żylski W., Gierlak P.: Modelowanie ruchu wybranego manipulatora. Acta Mech. Automatica, 4 (2010), 112-119.
- [10] Lewis F.L., Yesildirek A., Liu K.: Multilayer Neural-Net Robot Controller with Guaranteed Tracking Performance. IEEE Trans. Neural Networks, 7 (1996), 388-399.

ADAPTACYJNE STEROWANIE MANIPULATOREM SCORBOT-ER 4PC

Streszczenie

Sterowanie ruchem nadążnym manipulatora nie jest prostym zagadnieniem, ponieważ manipulator jest nieliniowym obiektem, którego parametry mogą być nieznanne i zmienne. Prawo sterowania powinno uwzględniać te aspekty i umożliwiać manipulatorowi poprawne działanie nawet wtedy, gdy warunki jego pracy są zmienne. Wymaganie to jest spełnione przy zastosowaniu adaptacyjnych układów sterowania. W artykule przedstawiono równania kinematyki i dynamiczne równania ruchu manipulatora Scorbot-ER 4pc. Zaprezentowane prawa sterownia i adaptacji gwarantują praktyczną stabilność w sensie Lapunowa. W pracy zamieszczono rezultaty weryfikacji prezentowanych rozwiązań teoretycznych. Eksperymenty przeprowadzono na stanowisku, które składa się z robota manipulacyjnego Scorbot-ER 4pc, komputera PC z oprogramowaniem Matlab i dSPACE ControlDesk oraz karty kontrolno-pomiarowej DS1006. Podczas eksperymentów wybrany punkt manipulatora poruszał się po żądanym torze kołowym, a chwytak manipulatora był obciążony zmiennym ładunkiem. Działanie adaptacyjnego układu sterowania porównano z działa-

niem układu z zaimplementowaną metodą wyliczanego momentu. Z porównania jakości sterowania wynika, że w praktyce lepsze wyniki zapewnia stosowanie sterowania adaptacyjnego.

Słowa kluczowe: robot manipulacyjny, dynamika manipulatora, adaptacyjny układ sterowania, stabilność w sensie Lapunowa

DOI: 10.7862/rm.2014.54

Otrzymano/received: 2.07.2014 r.

Zaakceptowano/accepted: 12.11.2014 r.

Paweł GIL¹
Piotr STRZELCZYK²

KRYTERIUM POWSTAWANIA STRUGI SYNTETYCZNEJ

W pracy przedstawiono kryterium powstawania strugi syntetycznej. Zaprezentowano wyniki pomiaru prędkości powietrza w osi dyszy generatora strugi syntetycznej dla zmiennej częstotliwości $f = 5-400$ Hz generatora, zmiennej średnicy dyszy $d = 15, 24, 40$ mm oraz zmiennej głębokości komory rezonansowej generatora $H = 20, 40, 60$ mm. Dokonano pomiaru mocy elektrycznej przetwornika elektroakustycznego. Porównano uzyskane wartości liczb Reynoldsa oraz Stokesa z danymi literaturowymi oraz warunkiem powstawania strugi syntetycznej, uzyskując zbieżność otrzymanych wyników.

Słowa kluczowe: struga syntetyczna, liczba Reynoldsa, kryterium powstawania strugi, częstotliwość rezonansowa

1. Wprowadzenie

Struga syntetyczna jest rodzajem przepływu wytwarzanym przez ścieżkę wirów pierścieniowych. Strugi syntetyczne mogą mieć zastosowanie w chłodzeniu elektroniki, sterowaniu przepływem lub w wytwarzaniu turbulentnej warstwy przyściennej. Pierwsze prace na temat strugi syntetycznej pojawiły się w latach 50. XX w. [1]. Wówczas tematyka ta nie wywołała większego zainteresowania. Dopiero w 1997 r. w pracy [2] przypomniano znów to zagadnienie i od tamtej pory liczba publikacji na ten temat wciąż rośnie. Struga syntetyczna, określana również ZNMF, jest wytwarzana za pomocą generatora o pracy periodycznej. Cechą charakterystyczną urządzeń wytwarzających strugę syntetyczną jest brak zewnętrznego doprowadzenia płynu. Do działania niepotrzebne są zatem kanały doprowadzające czynnik roboczy, a uśredniony w czasie wydatek masowy przepływający przez dyszę jest równy zeru. W odróżnieniu od typowych maszyn przepływowych generatory strugi syntetycznej mają zdolność do generowania transportu pędu i energii przy braku przepływu masy przez to urządzenie [3]. Chaudhari i in. [4] zbadali prędkość wyptywu powietrza z generatora

¹ Autor do korespondencji/corresponding author: Paweł Gil, Politechnika Rzeszowska, al. Powstańców Warszawy 8, 35-959 Rzeszów, tel.: (17) 8651326, e-mail: gilpawel@prz.edu.pl

² Piotr Strzelczyk, Politechnika Rzeszowska, e-mail: piotstrz@prz.edu.pl

strugi syntetycznej przy różnych średnicach dysz d i głębokości komory H w funkcji częstotliwości. Wykazali, że najwyższe wartości prędkości średniej (i liczby Reynoldsa) generator osiąga dla częstotliwości rezonansowej przetwornika. Wówczas moc elektryczna jest mniejsza niż w innym zakresie częstotliwości o około 30%. Smith i Glezer [3] porównywali strugę syntetyczną ze strugą swobodną dla tych samych liczb Reynoldsa. Z uzyskanych danych wynika, że struga syntetyczna w bliskiej odległości jest zdominowana przez wiry pierścieniowe, które zasysają dodatkowy płyn do środka wiru, w dalekiej zaś odległości od dyszy generatora struga syntetyczna wykazuje duże podobieństwo do strugi ciągłej. Oznaczenia stosowanych do opisu analizowanych zagadnień zestawiono w tabeli 1. Oznaczenia wielkości stosowanych do opisu analizowanych zagadnień zestawiono w tab. 1.

Tabela 1. Oznaczenia

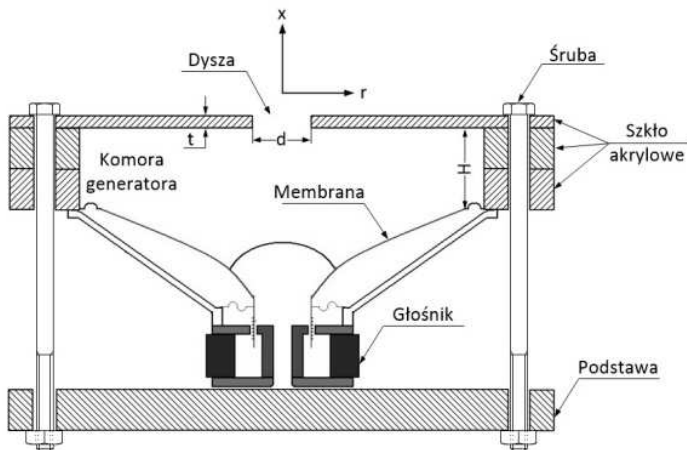
Table 1. Nomenclature

Symbol	Objaśnienie, jednostka	Symbol	Objaśnienie, jednostka
d	średnica dyszy [mm]	t	długość dyszy [mm]
d_m	średnica membrany [mm]	T	temperatura otoczenia [°C]
f	częstotliwość pracy	U	napięcie zasilania głośnika [V]
f_H	częstotliwość Helmholtza [Hz]	U_{ch}	prędkość chwilowa [m/s]
f_s	częstotliwość rezonansowa [Hz]	U_{avg}	wartość średnia prędkości [m/s]
	głośnika [Hz]	U_I	spadek napięcia na rezystorze wzorcowym [V]
H	głębokość komory [mm]	U_{RMS}	wartość skuteczna prędkości [m/s]
I	natężenie prądu głośnika [A]	V	objętość komory [mm ³]
m	masa membrany [g]	x	współrzędna osiowa [mm]
n	liczba pomiarów	ν	lepkość kinematyczna [m ² /s]
P	moc głośnika [W]	φ	wilgotność względna powietrza [%]
R	rezystancja opornika [Ω]		
r	współrzędna promieniowa [mm]		
Re	liczba Reynoldsa		
Stk	liczba Stokesa		

2. Stanowisko pomiarowe

Komora generatora strugi syntetycznej zbudowana do celów badawczych została przedstawiona na rys. 1. Składa się z przetwornika elektroakustycznego (głośnika) o średnicy 160 mm jako elementu wykonawczego, zamontowanego w wyfrezowanej płycie ze szkła organicznego mającego otwór o średnicy 150 mm. Płyta zamykająca komorę posiada cylindryczną dyszę o średnicy d oraz długości t . W prezentowanych wynikach wykorzystywano średnicę dyszy $d = 15, 24, 40$ mm oraz stałą długość dyszy $t = 5$ mm. Płyty zamykające są wymienne, tak aby można było zastosować dyszę o różnych średnicach i długościach. Objętość komory V jest regulowana. Polega to na dodaniu lub odjęciu płyt pośrednich pomiędzy przetwornikiem elektroakustycznym a płytą zamykającą. Głębokość komory H zmienia się w zakresie 20-60 mm.

Generator strugi syntetycznej jest zasilany wzmacniaczem mocy zbudowanym na podstawie układu scalonego LM3886 zasilanego symetrycznie, z kondensatorami separującymi. Wzmacniacz jest podłączony do wyjścia analogowego karty dźwiękowej posiadającej przetwornik cyfrowo-analogowy (DAC) 16-bitowy. Częstotliwość próbkowania wynosi 48 kHz. Podczas wykonywania badań częstotliwość wzbudzenia membrany przetwornika elektroakustycznego f zmieniała się w zakresie 5-400 Hz.



Rys. 1. Generator strugi syntetycznej

Fig. 1. Synthetic jet generator

Zastosowano 8-omowy głośnik STX 6,5 200. Przetwornik elektroakustyczny był zasilany napięciem przemiennym o przebiegu sinusoidalnym, ze wzmacniacza mocy o wartości skutecznej napięcia stałej dla wszystkich pomiarów $U = 4$ V. Moc pobieraną przez generator określono jako iloczyn napięcia skutecznego zmierzonego na głośniku U oraz natężenia skutecznego prądu pobranego I . Natężenie prądu płynącego przez przetwornik było obliczone jako spadek napięcia U_I na rezystorze wzorcowym $R = 0,1 \Omega$. Pomiaru napięcia i spadku napięcia na rezystorze wzorcowym dokonano za pomocą multimetru Keithley 2700. Moc głośnika została obliczona z zależności:

$$P_g = U \frac{U_I}{R} \quad (1)$$

Do pomiaru prędkości powietrza w osi membrany zastosowano termoanemometr stałotemperaturowy jednowłóknowy HPA 98 o średnicy włókna $5 \mu\text{m}$ oraz długości włókna 1 mm. Włókno zostało wykonane z wolframu. Sygnał napięciowy był rejestrowany za pomocą karty pomiarowej KPCI-3116A firmy

Keithley. Częstotliwość próbkowania dobierano automatycznie jako szesnastokrotność częstotliwości pracy generatora strugi syntetycznej.

Termoanemometr został przewzorcowany w tunelu aerodynamicznym w zakresie 0,7-20,0 m/s. Punkty wzorcowe aproksymowano wielomianem 6. stopnia w zakresie 0,7-20,0 m/s, z maksymalnym błędem 2,7%. Pomiary wykonywano w klimatyzowanym laboratorium o temperaturze $T = 21 \pm 1^\circ\text{C}$. Wilgotność względną oraz temperaturę powietrza mierzono higrometrem Testo 6681. Wilgotność względną w pomieszczeniu podczas pomiarów wynosiła $\varphi = (50 \pm 8)\%$. Płynem generatora strugi syntetycznej było powietrze atmosferyczne.

Sondę termoanemometru ustawiono w osi dyszy, równo z powierzchnią wylotu dyszy $x = 0$ mm (rys. 1.). Generator strugi syntetycznej był ustawiony poziomo. Dla każdego punktu pomiarowego dokonywano pomiaru 50 cykli, każdy po 16 próbek. Kierunek prędkości nie może być określony z pomiarów termoanemometru. Na podstawie zarejestrowanego modułu prędkości dokonano inwersji połówki sinusoidy odpowiadającej za cykl zasysania powietrza do komory. Wykorzystano w tym celu procedurę opisaną w pracy [5].

Rysunek 2. przedstawia przykładowy przebieg prędkości powietrza w osi dyszy. Większy pik na rys. 2. odpowiada za cykl wyłaczania, natomiast mniejszy – zasysania. W celu określenia kierunku prędkości został napisany program w środowisku LabVIEW, który przeprowadza obliczenia dla każdego punktu pomiarowego z 800 pomiarów prędkości. Zarejestrowany przebieg prędkości z kierunkiem posłużył do obliczenia następujących wielkości jako średniej z 50 cykli [1]:

- prędkości średniej

$$U_{avg} = \frac{\sum U_{Ch}}{n} \quad (2)$$

- wartości skutecznej prędkości

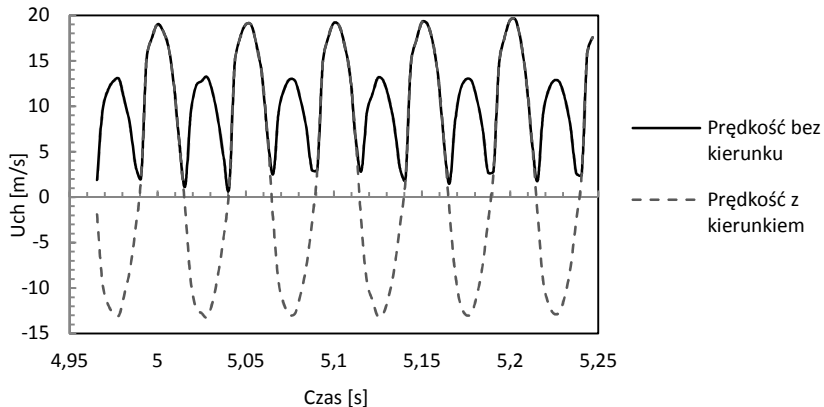
$$U_{RMS} = \sqrt{\frac{\sum (U_{Ch} - U_{avg})^2}{n}} \quad (3)$$

- liczby Reynoldsa

$$\text{Re} = \frac{U_{avg} \cdot d}{\nu} \quad (4)$$

- liczby Stokesa

$$\text{Stk} = \sqrt{\frac{2\pi f d^2}{\nu}} \quad (5)$$

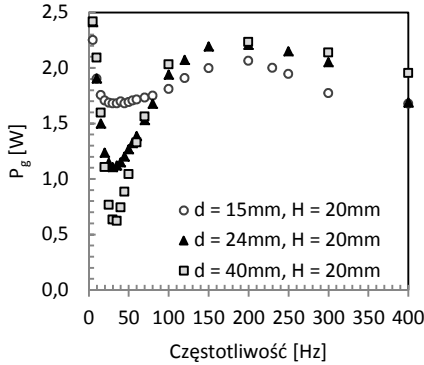


Rys. 2. Przykładowy wykres zmiennosci prędkości powietrza w osi dyszy generatora strugi syntetycznej

Fig. 2. Example plot of air velocity fluctuation in the nozzle axis of synthetic jet generator

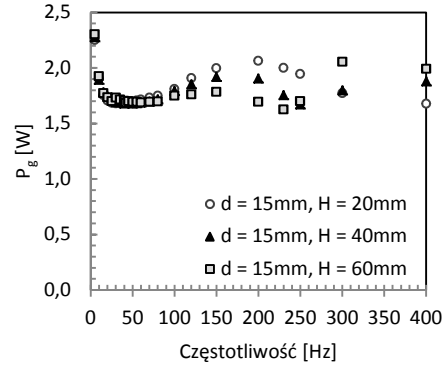
3. Wyniki

Na podstawie zestawu pomiarowego uzyskano wyniki zobrazowane na rys. 3-8. Na rysunkach 3. oraz 4. przedstawiono moc elektryczną głośnika. Głośnik zabudowany w komorze posiada częstotliwość, przy której moc pobrana osiąga lokalne minimum. Jest to częstotliwość rezonansowa membrany. Lokalne minimum mocy elektrycznej zostało osiągnięte dla częstotliwości $f = 35$ Hz. Przy zwiększającej się średnicy dyszy pobrana moc elektryczna głośnika maleje (rys. 4.). Rysunki 5. oraz 6. pokazują średnią prędkość w osi dyszy w odniesieniu do różnych średnic dyszy (rys. 5.) oraz różnych głębokości komory (rys. 6.). Średnia prędkość U_{avg} szybko rośnie do wartości szczytowej, która występuje dla częstotliwości $f = 35$ Hz, a następnie powoli się zmniejsza wraz ze zwiększaniem częstotliwości generatora strugi syntetycznej. Na rysunku 7. przedstawiono wartość skuteczną prędkości powietrza w osi dyszy U_{RMS} , przy czym wartości szczytowe osiągnięto dla 35 Hz. Przy różnych średnicach dysz osiągnano różne wartości prędkości skutecznej. Dla $d = 15$ mm wartości maksymalne sięgają 12,5 m/s, dla $d = 24$ mm już tylko 8 m/s, a dla $d = 40$ mm wartości prędkości skutecznej nie przekraczają 4 m/s. Rysunek 8. przedstawia wartość prędkości skutecznej dla tej samej średnicy dyszy $d = 15$ mm, lecz zmiennej objętości komory V . W zakresie częstotliwości rezonansowej wpływ głębokości komory na U_{RMS} oraz moc głośnika P_g jest niewielki (rys. 4. i 8.).



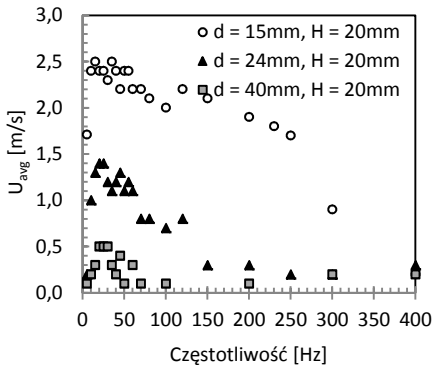
Rys. 3. Moc elektryczna głośnika dla zmiennej częstotliwości f oraz średnicy d ; głębokość komory $H = 20$ mm, długość dyszy $t = 5$ mm

Fig. 3. Speaker electric power variation for different frequencies f and different diameter d ; cavity depth $H = 20$ mm, length of nizzle $t = 5$ mm



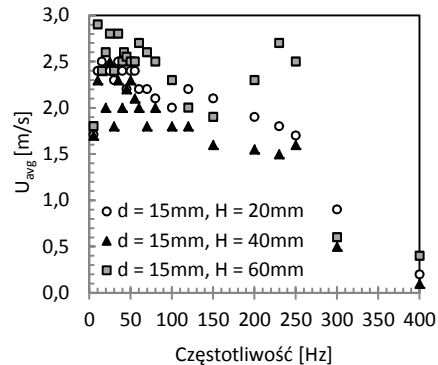
Rys. 4. Moc elektryczna głośnika dla zmiennej częstotliwości f oraz głębokości komory H ; średnica $d = 15$ mm, długość dyszy $t = 5$ mm

Fig. 4. Speaker electric power variation for different frequencies f and different cavity depth H ; orifice diameter $d = 15$ mm, length of nozzle $t = 5$ mm



Rys. 5. Średnia prędkość powietrza U_{avg} dla zmiennej częstotliwości f oraz średnicy dyszy d ; głębokość komory $H = 20$ mm, długość dyszy $t = 5$ mm

Fig. 5. Average air velocity U_{avg} for various frequency f and nozzle diameter d ; cavity depth $H = 20$ mm, orifice length $t = 5$ mm

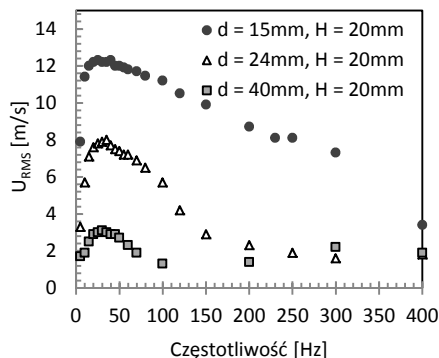


Rys. 6. Średnia prędkość powietrza U_{avg} dla zmiennej częstotliwości f oraz głębokości komory H ; średnica $d = 15$ mm, długość dyszy $t = 5$ mm

Fig. 6. Average air velocity U_{avg} for various frequency f and cavity depth H ; orifice diameter $d = 15$ mm, orifice length $t = 5$ mm

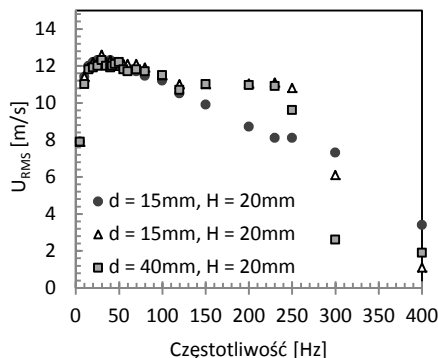
4. Wnioski

Struga syntetyczna nie powstaje przy wyższych częstotliwościach, ze względu na efekt równoważenia prędkości wytlaczenia i zasysania powietrza



Rys. 7. Wartość skuteczną prędkości powietrza U_{RMS} dla zmiennej częstotliwości f oraz średnicy dyszy d ; głębokość komory $H = 20$ mm, długość dyszy $t = 5$ mm

Fig. 7. Effective value of air velocity U_{RMS} for various frequency f and nozzle diameter d , cavity depth $H = 20$ mm, nozzle length $t = 5$ mm



Rys. 8. Wartość skuteczną prędkości powietrza U_{RMS} dla zmiennej częstotliwości f oraz głębokości komory H ; średnica dyszy $d = 15$ mm, długość dyszy $t = 5$ mm

Fig. 8. Effective value of air velocity U_{RMS} for various frequency f and cavity depth H ; nozzle diameter $d = 15$ mm, nozzle length $t = 5$ mm

do komory generatora strugi syntetycznej. Jednak równoważenie to nie występuje przy niskich częstotliwościach (rys. 5.) i struga syntetyczna powstaje. Zauważono dwa maksima prędkości średniej U_{avg} dla objętości komory $H = 40$ mm oraz $H = 60$ mm (rys. 6.) oraz odpowiadające im minima lokalnej mocy elektrycznej głośnika (rys. 4.). Gallas i in. [6] zasugerowali istnienie dwóch częstotliwości rezonansowych, co potwierdzono eksperymentalnie w pracy [4]. Pierwsza częstotliwość rezonansowa odpowiada częstotliwości własnej membrany, która dla głośnika użytego w tym opracowaniu wynosi $F_s = 37$ Hz. Jest ona zależna od średnicy d_m , masy m oraz właściwości materiałowych membrany [4]. Z kolei druga częstotliwość rezonansowa, określana częstotliwością Helmholtza, jest zależna wyłącznie od objętości komory V , średnicy dyszy d oraz długości dyszy t . Uzyskane wartości częstotliwości rezonansowej są mniejsze niż podawane przez producenta, co jest spowodowane zwiększeniem masy membrany ze względu na przyklejenie płytki akcelerometru (zwiększenie masy drgającej) i(lub) błędem pomiaru.

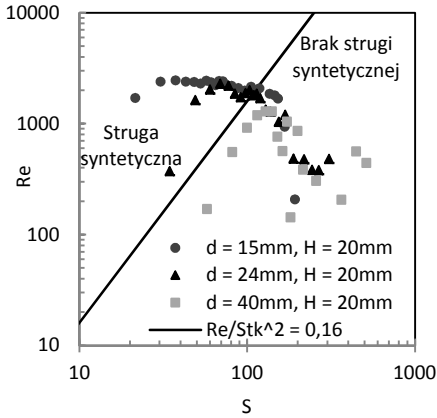
Kryterium powstawania strugi syntetycznej było badane w pracach [7-9]. Dla dysz osiowoosymetrycznych autorzy otrzymali zbieżny warunek powstawania strugi syntetycznej, tj:

$$\frac{Re}{Stk^2} \geq 0,16 \quad (6)$$

Gdy prędkość średnia U_{avg} jest wystarczająco duża oraz częstotliwość f dostatecznie mała, wówczas występują korzystne warunki, przy których podczas

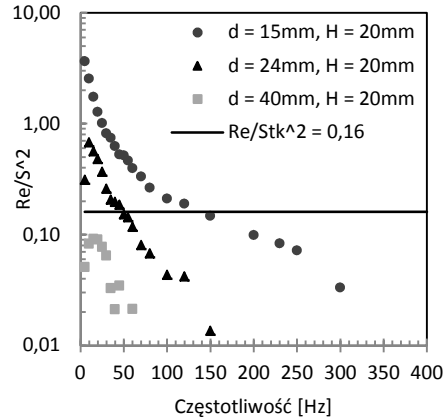
cyklu zasysania płynu do komory nie jest niszczona struktura wiru wytworzonego podczas cyklu wyłaczania (rys. 9. i 10.).

Aby wytworzyć strugę syntetyczną, należy spełnić warunek $Re/Stk^2 \geq 0.16$. Jak widać na rys. 10., przy średnicy dyszy $d = 15$ mm struga syntetyczna występowała w zakresie częstotliwości $f = 5-120$ Hz, gdy $d = 24$ mm – w zakresie częstotliwości $f = 5-55$ Hz, natomiast gdy $d = 40$ mm, struga syntetyczna nie występuje.



Rys. 9. Kryterium powstawania strugi syntetycznej; gdy $Re/Stk^2 \geq 0,16$, powstaje struga syntetyczna

Fig. 9. A criterion for synthetic jet formation; synthetic jet is formed for $Re/Stk^2 \geq 0.16$



Rys. 10. Linia graniczna powstawania strugi syntetycznej

Fig. 10. Threshold of synthetic jet formation

Podziękowania

Prace były prowadzone na aparaturze naukowo-badawczej zakupionej w ramach projektu nr POPW.01.03.00-18-012 z funduszy strukturalnych Programu Operacyjnego Rozwój Polski Wschodniej, współfinansowanego przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Rozwoju Regionalnego.

Literatura

- [1] Ingard U., Labate S.: Acoustic circulation effect and the nonlinear impedance of orifice. J. Acoustic Soc. Am., 22(2), 211-218.
- [2] Smith B.L., Glezer A.: Vectoring and small-scale motions effected in free shear flows using synthetic jet actuators. AIAA 35th Aerospace Sciences Meeting, Reno 1997, 97-113.
- [3] Smith B., Glezer A.: The formation and evolution of synthetic jet. Phys. Fluids, 10 (1998), 2281-2297.

- [4] Chaudhari M., Verma G., Puranik B., Agrawal A.: Frequency response of a synthetic jet cavity. *Exp. Thermal Fluid Sci.*, 33 (2009), 439-448.
- [5] Pavlova A., Amitay M.: Electronic cooling with synthetic jet impingement. *J. Heat Transfer*, 128 (2006), 897-907.
- [6] Gallas Q., Holman R., Nishida T., et.al.: Lumped element modeling of piezoelectric-driven synthetic jet actuator. *AIAA J.*, 41 (2003), 240-247.
- [7] Holman R., Utturkar Y., Mittal R., et.al.: A formation criterion for synthetic jets. *AIAA J.*, 43 (2005), 2110-2116.
- [8] McGuinn A., Farrelly R., Persoons T. et.al.: Flow regime characterization of an impinging axisymmetric synthetic jet. *Exp. Thermal Fluid Sci.*, 47 (2013), 241-251.
- [9] Zhang P., Wang J., Feng L.: Review of zero-net-mass-flux jet and its application in separation flow control. *Science in China Series E: Technol. Sci.*, 51 (2008), 1315-1344.

A CRITERION FOR FORMATION OF SYNTHETIC JET

Summary

The paper presents a criterion for the formation of a synthetic jet. The paper presents air velocity measurement in the axis of the nozzle of synthetic jet generator for various frequencies $f = 5-400$ Hz, various nozzle diameters $d = 15, 24, 40$ mm and for various cavity depths $H = 20, 40, 60$ mm. Electrical power of electroacoustic transducers was measured. Obtained values of Reynolds and Stokes numbers were compared with literature data, and the criterion for synthetic jet formation. Convergence of the obtained results was gained.

Keywords: synthetic jet, Reynolds number, criterion for jet formation, resonant frequency

DOI: 10.7862/rm.2014.55

Otrzymano/received: 2.06.2014 r.

Zaakceptowano/accepted: 2.11.2014 r.

Robert JAKUBOWSKI¹

ANALIZA PROCEDUR STANÓW AWARYJNYCH SILNIKÓW W SAMOLOTACH LEKKICH I ICH WPŁYW NA SKUTKI WYPADKÓW LOTNICZYCH

Na podstawie analizy teorii eksploatacji złożonych struktur technicznych przedstawiono samolot lekki jako obiekt eksploatacyjny. Szczególną uwagę zwrócono na zespół napędowy, wskazując na jego istotną rolę w zapewnieniu bezpieczeństwa eksploatacji całego statku powietrznego. Na podstawie analizy instrukcji eksploatacji wybranych samolotów lekkich oraz produkowanych do nich silników dokonano przeglądu procedur postępowania w stanach awaryjnych zespołu napędowego. Następnie wykonano analizę przyczyn wypadków w klasie samolotów lekkich, gdzie wskazano na znaczący udział wypadków spowodowanych awarią zespołu napędowego w ogólnej liczbie wypadków w tej klasie statków powietrznych. Wykonano analizę liczby wypadków ze skutkiem śmiertelnym, wskazując, że awarie zespołu napędowego nie mają w tym względzie znaczącego udziału. Wskazano jednak, że co 12. wypadek spowodowany awarią tego zespołu pociąga za sobą ofiary śmiertelne. Wyniki analizy wypadkowości samolotów lekkich skonfrontowano z zaleceniami instrukcji dotyczącej postępowania w stanach awaryjnych zespołu napędowego. Posłużyło to do opracowania wniosków na temat aktualnego stanu bezpieczeństwa eksploatacji, jak też zaleceń na przyszłość, w celu podnoszenia niezawodności i bezpieczeństwa eksploatacji samolotów lekkich.

Słowa kluczowe: bezpieczeństwo, stany awaryjne silników, niezawodność systemów, procedury awaryjne w lotnictwie

1. Wprowadzenie

Współczesne lotnictwo stawia bardzo wysokie wymagania odnośnie do bezpieczeństwa eksploatacji techniki lotniczej [1-4]. Wynika to stąd, że wypadki lotnicze są bardzo często tragiczne w skutkach i powodują śmierć dużej liczby osób podczas pojedynczego zdarzenia, przez co urastają do miana katastrof [4].

¹ Autor do korespondencji/corresponding author: Robert Jakubowski, Politechnika Rzeszowska, al. Powstańców Warszawy 8, 35-959 Rzeszów, tel.: (17) 8651466, e-mail: robert.jakubowski@prz.edu.pl

Zapewnienie wysokiego poziomu bezpieczeństwa w lotnictwie odbywa się przez spełnienie stosownych procedur, które dotyczą certyfikacji techniki lotniczej, jak też samego personelu zajmującego się produkcją i eksploatacją. Wiąże się to z właściwie opracowanymi przepisami dotyczącymi technik wytwarzania i eksploatacji techniki lotniczej oraz szkolenia personelu [4]. Rygorystyczne procedury z tego zakresu pozwalają ograniczać do minimum błędy, które mogą się przyczynić do zaistnienia okoliczności powodujących obniżenie bezpieczeństwa eksploatacji techniki lotniczej. Jednym ze składników bezpieczeństwa eksploatacji statków powietrznych jest niezawodność systemu eksploatacji, czyli zdolność do realizacji określonych zadań lotniczych w danym czasie i określonych warunkach [1, 4, 5]. Niezawodność jest właściwością statku powietrznego związaną bezpośrednio z jego usterkowością [6]. Z punktu widzenia praktycznej realizacji zadania lotniczego wymaga się takiego przygotowania statku powietrznego, które zakłada pełną (całkowitą) niezawodność [4]. Zapewnieniu takiego poziomu niezawodności służy właściwie zorganizowany proces diagnostyki statku powietrznego [7] oraz prognozowanie jego niezawodnej pracy przez ocenę zmiany stanu technicznego jego poszczególnych podsystemów [4, 8, 9]. Analiza procesu eksploatacji urządzeń technicznych [7], w tym także techniki lotniczej [2, 3], pokazuje, że mimo ciągłych wysiłków zmierzających do podniesienia niezawodności konstrukcji, nie da się uniknąć występowania niesprawności i uszkodzeń [1]. Wskazuje się przy tym, że możliwość wystąpienia niesprawności jest tym większa, im większy jest stopień skomplikowania konstrukcji [4, 7, 8].

Statek powietrzny należy do konstrukcji o stosunkowo dużym stopniu złożoności. Składa się z wielu bardzo różnych funkcjonalnie systemów, które cechują się często bardzo odmiennymi właściwościami z punktu widzenia niezawodności [6, 8]. Równocześnie proces eksploatacji poszczególnych systemów powoduje, że wpływają one mniej lub bardziej na powstawanie uszkodzeń, a przez to na czas niezawodnej pracy. Dotyczy to między innymi sposobów obciążenia konstrukcji, np. elementów silnika, które są poddane obciążeniom mechanicznym i cieplnym, elementów nośnych płatowca, które oprócz obciążeń mechanicznych często są narażone na przypadkowe procesy niekorzystnego oddziaływania warunków atmosferycznych itp. [4]. W całym tym systemie bardzo istotną rolę odgrywa czynnik ludzki – pilot i personel obsługi naziemnej [4, 10-13], których poziom wyszkolenia, a często również inne, bardzo przypadkowe czynniki (np. stan emocjonalny i zdrowotny, stres, poziom zmęczenia) będą powodować nieprzewidywalne oddziaływanie na eksploatowaną technikę lotniczą. Wskazuje się, że w momentach kryzysowych (awaria istotnych elementów samolotów) bardzo ważne są mechaniczne zachowania wyuczone przez personel lotniczy [10, 11]. Służą temu poprawnie przygotowane procedury postępowania w stanach awaryjnych oraz odpowiedni trening, najczęściej na symulatorach lotu [4, 11].

2. Niezawodność statku powietrznego

W pracach [4, 6] niezawodność w odniesieniu do statku powietrznego definiuje się jako prawdopodobieństwo poprawnego działania według zbioru określonych wymagań w zakładanym przedziale czasu, z uwzględnieniem sumy destrukcyjnych oddziaływań wymuszających uszkodzenia w zakładanych warunkach użytkowania. Można to zapisać zależnością:

$$R(t) = P[U(\tau)_{\{w\}}, 0 \leq \tau \leq t, t] \quad (1)$$

gdzie: R – niezawodność, t – czas, U – zbiór funkcji działań zdefiniowanych dla statku powietrznego, $\{w\}$ – zbiór wymagań, τ – przedział czasu.

Niezawodność może być rozpatrywana jako funkcja intensywności uszkodzeń [6], gdzie przez intensywność uszkodzeń rozumie się względne pogorszenie niezawodności. Wartość tego parametru wyznacza się doświadczalnie, rejestrując liczbę uszkodzeń danego elementu przypadającą na jednostkę czasu eksploatacji. W takim ujęciu niezawodność jest opisywana zależnością:

$$R(t) = \exp \left[- \int_0^t \lambda(\tau) d\tau \right] \quad (2)$$

gdzie λ – intensywność uszkodzeń.

Statek powietrzny jest zespołem składającym się z wielu struktur niezawodnościowych, które determinują jego globalną niezawodność [4, 7]. W klasycznej budowie statku powietrznego wyróżnia się płatowiec, zespół napędowy, systemy awioniczne i wyposażenie dodatkowe [4]. Każda z tych struktur składa się z mniejszych układów – struktur składowych. W obrębie każdej struktury występują kolejne podstruktury, aż do pojedynczych elementów.

W strukturach niezawodnościowych można odnaleźć elementy, które mają istotny wpływ na proces eksploatacji i determinują zdatność eksploatacyjną statku powietrznego oraz takie, których cechy eksploatacyjne są pomijalne [4]. W wielu przypadkach, tam gdzie jest to możliwe, elementy o krytycznym znaczeniu dla bezpieczeństwa eksploatacyjnego są zwielokrotniane, tworząc tzw. równoległą strukturę niezawodnościową [6], której niezawodność opisuje równanie:

$$R(t) = 1 - \prod_{i=1}^N (1 - R_i(t)) \quad (3)$$

gdzie: R – niezawodność całej struktury równoległej, R_i – niezawodność i -tego elementu składowego struktury równoległej, t – czas, N – liczba elementów w strukturze niezawodnościowej.

Zaletą takiej struktury jest to, że jej niezawodność wzrasta wraz z liczbą elementów, a struktura jest w stanie zdatności eksploatacyjnej, gdy przynajmniej jeden jej element jest w stanie zdatności [6]. Wadą takiego rozwiązania jest wzrost masy, co w lotnictwie ma istotne znaczenie. Dlatego liczba takich struktur jest ograniczana do niezbędnego minimum i dotyczy najistotniejszych elementów statku powietrznego, np. elementów sterowania, które są często dublowane w postaci systemów elektrycznych i hydraulicznych.

Drugą grupę stanowią niezawodnościowe struktury szeregowy. W przeciwieństwie do równoległych cechują się tym, że brak jest elementów rezerwowych, a stan zdatności pojedynczego elementu determinuje zdadność całej struktury [6]. Aby zatem taka struktura była w stanie zdadności, każdy jej element musi być w stanie zdadności. Niezawodność struktury szeregowy opisuje zależność:

$$R(t) = \prod_{i=1}^N R_i(t) \quad (4)$$

Statek powietrzny, jako złożone urządzenie techniczne, jest złożoną strukturą niezawodnościową, w której występują szeregowy i równoległe struktury niezawodnościowe [4, 6]. Stopień złożoności struktury niezawodnościowej jest efektem poszukiwania racjonalnego kompromisu pomiędzy poziomem niezawodności i bezpieczeństwa eksploatacji a masą i udźwigniem statku powietrznego. W takim układzie najbardziej istotnymi elementami z punktu widzenia niezawodności eksploatacji są te, które cechują się dużym ryzykiem wystąpienia uszkodzenia, a ich właściwości eksploatacyjne są istotne z punktu widzenia eksploatacji całego statku powietrznego [4]. Gdy w takiej strukturze występują układy, które nie są zwielokrotnione, ale są znaczące z punktu widzenia niezawodności całej konstrukcji, to ich wpływ na niezawodność eksploatacyjną statku powietrznego jest znaczący [4].

W klasie samolotów lekkich jedną z kluczowych struktur eksploatacyjnych, determinujących niezawodność całego statku powietrznego jest zespół napędowy. Występuje on pojedynczo, przez co stanowi element struktury szeregowy w niezawodnościowej strukturze samolotu. Ze względu na charakter obciążeń oraz proces zużywania się jego elementów w procesie eksploatacji wykazuje on istotny wzrost podatności na uszkodzenia z czasem jego użytkowania.

3. Analiza procedur dla stanów awaryjnych zespołu napędowego samolotów lekkich

Zespołem napędowym w małych samolotach lekkich jest silnik tłokowy ze śmigłem. Ponieważ nie jest to element zwielokrotniony, dlatego jego awaria stanowi istotny problem w procesie eksploatacji. Uszkodzonego zespołu napędowego nie da się zastąpić innym zespołem, a jego awaria powoduje, że pilot

w stosunkowo krótkim czasie musi podjąć decyzję odnośnie do kolejnych czynności, które pozwolą uniknąć tragicznego w skutkach wypadku. Procedury postępowania w stanach awaryjnych mają umożliwić pilotowi poprawne działanie, m.in. na wypadek zaistnienia awarii zespołu napędowego. Analiza instrukcji eksploatacji statków powietrznych i silników [14-20] pozwala wyodrębnić działania przewidziane w stanie bezpośredniej awarii lub wyłączenia silnika oraz w sytuacji, gdy wskazania przyrządów oraz zachowanie silnika sygnalizują możliwość utraty zespołu napędowego w najbliższym czasie.

W instrukcjach eksploatacji samolotów lekkich [14-16] stan wyłączenia silnika jest rozpatrywany w fazie startu oraz w fazie lotu. W odniesieniu do sytuacji wyłączenia silnika w fazie startu instrukcje podają procedury postępowania dla dwóch przypadków: gdy samolot nie oderwał się jeszcze od pasa startowego oraz gdy samolot jest w fazie wznoszenia po oderwaniu od pasa startowego. W pierwszym przypadku zalecenia dla pilota obejmują dwa możliwe scenariusze, tj. gdy istnieje możliwość bezpiecznego wyhamowania samolotu przed końcem pasa startowego oraz gdy nie ma możliwości bezpiecznego zatrzymania samolotu na pasie. W sytuacji gdy pozostała część pasa jest wystarczająca, zaleca się wykonanie hamowania. Gdy nie ma możliwości wyhamowania przed końcem pasa startowego, należy przygotować samolot do możliwego incydentu w postaci zderzenia z przeszkodą itp. W instrukcji samolotu PIPER PA-28 [16] jest zalecane wykonanie ostrego zakrętu na ziemi, tzw. „ground loop”. W obydwu przypadkach instrukcja wskazuje na konieczność odcięcia zasilania paliwem silnika, schowania klap, w celu zmniejszenia siły nośnej i zwiększenia efektywności hamowania oraz odłączenia zasilania elektrycznego i iskrowników.

Podczas wyłączenia silnika po oderwaniu się od pasa startowego instrukcje w pierwszej kolejności nakazują przygotowanie statku powietrznego do bezpiecznego lądowania. Pilot musi wybrać najkorzystniejsze miejsce do lądowania w locie bezsilnikowym, przy czym gdy samolot jest na małej wysokości, nie zaleca się wykonywania gwałtownych manewrów, w tym zawracania na lotnisko, gdyż jest to związane z dużą utratą wysokości, co może skutkować niezamierzonym zderzeniem z ziemią przed dotarciem do miejsca lądowania. Następnie, o ile istnieje taka możliwość, pilot powinien podjąć próbę zidentyfikowania przyczyn wyłączenia silnika i w uzasadnionych przypadkach spróbować go uruchomić.

Przerwanie pracy silnika w czasie lotu na dużej wysokości jest najczęściej następstwem przerwania dopływu paliwa lub złego wyregulowania obrotów [14-16]. Procedury awaryjne nakazują pilotowi podobny sposób postępowania jak w przypadku awarii silnika na małej wysokości.

W fazie lotu mogą wystąpić znamiona stanu awaryjnego silnika, które nie powodują od razu jego wyłączenia, natomiast niosą ze sobą informacje na temat zbliżającej się awarii tego zespołu. Na samolocie Cessna 150 M instrukcja przewiduje postępowanie na wypadek wystąpienia niewłaściwych wskazań tem-

peratury i ciśnienia oleju [14]. Wskazania niskiego ciśnienia i wysokiej temperatury oleju sygnalizują zacieranie się silnika. Należy wtedy zmniejszyć otwarcie przepustnicy i przygotować się do lądowania. Należy planować lot w taki sposób, aby możliwa była kontynuacja fazy lądowania nawet przy wyłączonym silniku. Po unieruchomieniu silnika nie należy go ponownie uruchamiać. Instrukcja [14] wskazuje na niejednoznaczność interpretacyjną pewnych symptomów. Przykładowo, gdy ciśnienie oleju jest niskie, a temperatura oleju mieści się w normie, może to oznaczać prawdopodobieństwo uszkodzenia zaworu redukcyjnego ciśnienia zasilania, ale też może być to błąd wskazań przyrządów. Instrukcja w tej sytuacji zaleca przerwanie lotu i rozpoczęcie procedury lądowania w najbliższym możliwym terenie. Podobnie, gdy występuje normalne ciśnienie oleju i wysoka temperatura, może to oznaczać zbyt duże obciążenie silnika w panujących warunkach lotu lub zbyt niski poziom oleju w układzie olejowym. Zaleceniem instrukcji jest zmniejszenie prędkości obrotowej i kontrolowanie temperatury oleju. Jeżeli nie wróci ona do dozwolonego poziomu, należy przerwać lot i przystąpić do lądowania, uwzględniając, że w dalszym czasie może wystąpić konieczność realizacji tej fazy lotu z wyłączonym silnikiem.

W przypadku samolotu Piper PA 28-201 Arrow przy wzroście temperatury oleju wskazuje się na konieczność natychmiastowego lądowania w najbliższym możliwym terenie [16]. W instrukcjach silników Rotax [18, 19] przekroczenie temperatury oleju powyżej dopuszczalnej wartości oraz spadek ciśnienia poniżej minimum jest sygnałem do zredukowania mocy silnika oraz wykonania zapobiegawczego lądowania. Przekroczenie temperatury oleju powinno zostać wpisane do książki silnikowej. Zbyt wysoka temperatura głowic cylindra według instrukcji silnika Continental O-200-A [17] jest spowodowana niewłaściwym chłodzeniem. Zalecenia w tym względzie dotyczą lepszego dopasowania składu mieszanki do mocy silnika. Następnie należy otworzyć zasłonki w systemie chłodzącym silnika i ewentualnie zwiększyć prędkość lotu. Gdy wspomniane działania nie spowodują obniżenia temperatury głowic, trzeba zmniejszyć moc i przejść do procedury lądowania. Przed kolejnym startem konieczne jest wyeliminowanie przyczyny zaistniałej niesprawności. W instrukcjach silnika Rotax przy przekroczeniu temperatury głowic zaleca się zmniejszenie mocy do niezbędnego minimum i wykonanie zapobiegawczego lądowania [18, 19].

Nierównomierna praca silnika (spadek prędkości obrotowej, wibracje silnika) może być spowodowana przez oblodzenie, niewłaściwy skład mieszanki, awarię zapłonu lub zacieranie się silnika. Instrukcja silnika Cessna 150 M podaje, że w zależności od domniemanej przyczyny takiego stanu pracy silnika zalecane jest odpowiednie postępowanie. Przykładowo, w przypadku gdy przyczyną niewłaściwej pracy jest oblodzenie gaźnika, należy włączyć jego podgrzewanie. Jeżeli silnik nadal nie może poprawnie pracować, zaleca się zmienić lot do wysokości, gdzie oblodzenie gaźnika nie będzie występować. Gdy oblodzenia nie można zatrzymać, zaleca się przerwać lot i wykonać procedurę lądowania w najbliższym dogodnym miejscu.

4. Wypadki lotnicze samolotów lekkich spowodowane awarią zespołu napędowego

Rejestracją i analizą wypadków lotniczych oraz działalnością na rzecz poprawy bezpieczeństwa lotniczego na terytorium Europy zajmuje się Europejska Agencja Bezpieczeństwa Lotniczego – EASA (European Aviation Safety Agency). Od 2006 roku prowadzi ona rejestrację zdarzeń lotniczych w klasie samolotów lekkich o masie startowej do 2250 kg. Według danych za rok 2012 [3] w okresie od 2007 do 2011 r. średnioroczna liczba wypadków lotniczych dla samolotów lekkich w krajach członkowskich EASA wynosiła 486, a w 2012 r. – 397. Liczba zgonów na pokładzie samolotu, związanych z wypadkami lotniczymi w 2012 r. to 108. Była ona mniejsza o 13 od wartości średniorocznej za lata 2007-2011 (por. tab. 1.). Na podstawie analizy trendu zmian danych zawartych w opracowaniu [3] można stwierdzić, że w przypadku samolotów lekkich od 2006 r. liczba wypadków w państwach członkowskich EASA ciągle się obniża. Przykładowo, w 2006 r. mało miejsce 571 wypadków, w tym 75 ze skutkiem śmiertelnym, a liczba zgonów na pokładzie wyniosła 124 osoby [2].

Tabela 1. Zestawienie liczby wypadków lotniczych w samolotach lekkich w krajach członkowskich EASA (opracowano na podstawie [3])

Table 1. Comparison of the number of aviation accidents for light aircraft in EASA member countries (developed on the basis of [3])

Lata	Liczba wypadków	Wypadki śmiertelne	Zgony na pokładzie	Zgony na ziemi
2007-2011	486*	61,8*	121*	1,2*
2012	397	51	108	0

* wartość średnioroczna dla danego okresu.

Według zawartego w opracowaniu EASA podziału na przyczyny wypadków lotniczych, zdarzenia spowodowane awarią lub wadliwym działaniem zespołu napędowego plasują się na 5. pozycji pod względem liczby wypadków. Awaria lub wyłączenie zespołu napędowego były przyczyną ok. 600 wypadków samolotów lekkich w okresie 2007-2012 (patrz tab. 2.). Należy zwrócić uwagę, że w tej liczbie było 50 zdarzeń ze skutkiem śmiertelnym. Wskazuje to, że co ok. 12. wypadek spowodowany awarią silnika kończył się ofiarami śmiertelnymi na pokładzie samolotu.

Osobno są analizowane wypadki z przyczyn paliwowych, do których zalicza się m.in: brak paliwa lub jego niewłaściwą jakość, przerwanie dopływu paliwa, oblodzenie gaźnika. Wypadki spowodowane przez te czynniki wiążą się dosyć ściśle z niewłaściwym funkcjonowaniem zespołu napędowego. Włączając tę kategorię do analizy wypadków powstałych z przyczyn zespołu napędowego, uzyskano łączną liczbę wypadków lotniczych w analizowanym okresie wyno-

sząca 860, w tym ze skutkiem śmiertelnym ok. 70. Ta grupa przyczyn plasuje się na 3. pozycji w kolejności przyczyn wypadków małych samolotów lekkich.

Tabela 2. Zestawienie liczby wypadków lotniczych samolotów lekkich w okresie 2006-2011 w kolejności przyczyn o największym udziale (opracowano na podstawie [3])

Table 2. Comparison of the number of light aircraft accidents in the period of 2006-2011 in order causes ranked according to the largest share (developed on the basis of [3])

Lp.	Kategoria zdarzenia lotniczego	Liczba wypadków	Liczba wypadków ze skutkiem śmiertelnym
1	Utrata kontroli podczas lotu	1200	410
2	Nieprawidłowy kontakt z drogą startu	1170	15
3	Utrata kontroli na ziemi	630	5
4	Wyjście poza drogę startową	620	10
5	Awaria lub wadliwe działanie systemu związanego z zespołem napędowym	600	50
6	Awaria lub wadliwe działanie systemów niezwiązanych z napędem	540	40
7	Inne przyczyny niezdefiniowane w wykazie	420	50
8	Utrata kontroli podczas lotu	303	119
9	Z przyczyn paliwowych	260	20

Przedstawione w tab. 3. zestawienie szereguje wypadki na podstawie udziału liczby wypadków ze skutkiem śmiertelnym w łącznej liczbie wypadków spowodowanych danym czynnikiem. Wskazuje ono, że wypadki lotnicze spowodowane awarią lub niewłaściwym działaniem zespołu napędowego bądź paliwowego plasują się na pozycjach 12. i 13., ze wskaźnikiem poniżej 0,1. Najgorsze w tym względzie są wypadki spowodowane przez niezamierzony lot w warunkach meteorologicznych dla lotów według wskazań przyrządów, ogień – dym po zderzeniu czy zderzenie z ziemią w locie kontrolowanym, gdzie wskaźnik liczby wypadków z ofiarami śmiertelnymi do ogólnej liczby wypadków dla danego czynnika osiąga poziom powyżej 50%, a w pierwszym z wymienionych przypadków – nawet 80%.

5. Podsumowanie i wnioski

Przeprowadzona w pracy analiza wykazała, że silnik wraz z jego wyposażeniem i instalacjami jest kluczowym elementem struktury niezawodnościowej samolotu lekkiego. Jego znaczenie zwiększa fakt, że występuje on jako pojedynczy element w strukturze niezawodnościowej samolotu. Dlatego istotne jest właściwe przygotowanie procedur postępowania na wypadek jego wyłączenia lub awarii. Analiza wypadków samolotów lekkich wskazuje, że ok. 30% z nich wynika z uszkodzenia, niewłaściwego działania lub wyłączenia zespołu napędowego lub systemów z nim związanych (układu paliwowego). Natomiast odsetek zdarzeń ze skutkiem śmiertelnym w tej grupie wypadków jest mniejszy niż

10%. Zestawienie wskaźnika wypadków ze skutkiem śmiertelnym z łączną liczbą wypadków spowodowanych przez dany czynnik plasuje zespół napędowy w drugiej dziesiątce. Wskazuje to na dużą poprawność procedur postępowania w stanach awaryjnych zespołu napędowego, które wprowadzicie nie pozwalają uniknąć wypadku, niemniej łagodzą jego skutki, powodując, że większość z nich kończy się bez ofiar śmiertelnych.

Tabela 3. Zestawienie przyczyn wypadków samolotów lekkich w krajach członkowskich EASA w latach 2006-2011 według największego wskaźnika wypadków śmiertelnych (opracowano na podstawie [3])

Table 3. Summary of light aircraft accidents in EASA member countries in the years 2006-2011 according to the highest rate of fatal accidents (developed on the basis of [3])

Lp.	Kategoria zdarzenia lotniczego	Wypadki ze skutkiem śmiertelnym [WS]	Liczba wypadków łącznie [WŁ]	WS/WŁ
1	Niezamierzony lot w warunkach meteorologicznych dla lotów wg wskazań przyrządów	40	50	0,800
2	Ogień – dym po zderzeniu	80	130	0,615
3	Zderzenie z ziemią w locie kontrolowanym	60	115	0,522
4	Nieznane lub nieustalone przyczyny	86	187	0,460
5	Bliskość w powietrzu, kolizja w powietrzu	35	80	0,437
6	Operacje na małej wysokości	119	303	0,393
7	Utrata kontroli podczas lotu	410	1200	0,342
8	Gwałtowny manewr samolotem	15	75	0,200
9	Napotkanie turbulencji	15	118	0,127
10	Inne niezdefiniowane przyczyny	50	420	0,120
11	Zderzenie z przeszkodą podczas startu/ładowania	22	183	0,120
12	Awaria lub wadliwe działanie systemu związanego z zespołem napędowym	50	600	0,083
13	Z przyczyn paliwowych	20	260	0,077

Przytoczone przykłady postępowania w stanach awaryjnych wybranych samolotów lekkich i stosowanych w nich silników wskazują, że pierwszą czynnością, którą ma wykonać pilot w momencie utraty silnika, jest przejście do optymalnego z punktu widzenia osiągów samolotu lotu bezsilnikowego oraz dokonanie oceny terenu w celu wyboru miejsca do lądowania. Dopiero w kolejnym etapie pilot ma dokonać analizy przyczyn wyłączenia silnika i w uzasadnionych przypadkach podjąć próbę przywrócenia jego pracy. Zawsze, gdy przyczyna wyłączenia silnika nie jest możliwa do ustalenia, pilot musi lądować w najbliższym możliwym terenie. Lot może być kontynuowany dopiero po zwerfikowaniu przyczyn zaistniałej sytuacji i dokonaniu oceny stanu technicznego zespołu napędowego i jego systemów.

Instrukcje wskazują na pewne symptomy uszkodzeń zespołu napędowego, których pilot nie może jednoznacznie zinterpretować. Podjęte w tym zakresie dalsze działania powinny doprowadzić do wypracowania narzędzi diagnostycznych umożliwiających jednoznaczną ocenę zaistniałej sytuacji awaryjnej. Ułatwi to pilotowi podjęcie właściwej decyzji, szczególnie że w sytuacji awaryjnej racjonalne myślenie ograniczają deficyt czasu, stres i wiele innych czynników.

Literatura

- [1] Cwojdziański L., Żurek J.: Systemy wspierające zarządzanie bezpieczeństwem lotów. Rozwój techniki, technologii i transportu w lotnictwie, Poznań 2012, 19-27.
- [2] EASA Annual Safety Review 2007, European Aviation Safety Agency, 2008.
- [3] EASA Annual Safety Review 2012, European Aviation Safety Agency, 2013.
- [4] Lewitowicz J.: Podstawy eksploatacji statków powietrznych. Statek powietrzny i elementy teorii. Wydawn. ITWL, Warszawa 2001.
- [5] Lewitowicz J., Cwojdziański L.: Współczesne statki powietrzne i nowoczesne metody ich eksploatacji. Rozwój techniki, technologii i transportu w lotnictwie, Poznań 2012, 77-89.
- [6] Lewitowicz J., Kustroń K.: Podstawy eksploatacji statków powietrznych. Własności i właściwości eksploatacyjne statku powietrznego. Wydawn. ITWL, Warszawa 2003.
- [7] Lindstedt P.: Praktyczna diagnostyka maszyn i jej teoretyczne podstawy. Wydawn. ASKON, Warszawa 2002.
- [8] Lewitowicz J.: Management and control of the potential exploitation of fleet aircrafts. Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability, 37 (2008), 53-56.
- [9] Ważny M.: The method of determining the time concerning the operation of a chosen navigation and aiming device in the operation system. Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability, 38 (2008), 4-11.
- [10] Basmadji F., Gruszecki J., Rzucidło P.: Prediction, Analysis and Modeling of Human Performance. SAE Technical Paper, 2009-01-2297, 2009.
- [11] Gruszecki J., Rzucidło P.: Simplified Informatics Model of Pilot-Operator and Prediction of Human Performance. AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference and Exhibit, Honolulu, Hawaii, AIAA 2008-7110.
- [12] Klich E.: Wykorzystanie teorii systemowych w badaniach zdarzeń lotniczych. Rozwój techniki, technologii i transportu w lotnictwie, Poznań 2012, 39-58.
- [13] Orkisz M., Kotlarz W., Rypulak A., Turbak W.: The influence of the air-experience of pilots on loads spectrum of turbojet-engines under of the realization of air missions, J. KONES, 9 (2002), 231-238.
- [14] Instrukcja użytkownika CESSNA 150.
- [15] Instrukcja użytkownika w locie Cessna 152.
- [16] Instrukcja użytkownika PIPER PA-28-201-PA.
- [17] Instrukcja użytkownika silnika lotniczego typu CONTINENTAL serii O-200-A.
- [18] Instrukcja użytkownika dla wszystkich silników typu ROTAX 912.
- [19] Instrukcja użytkownika dla wszystkich silników typu ROTAX 914.
- [20] Reciprocating engine. Trouble shooting guide. Lycoming 2006.

ANALYSIS OF LIGHT AIRCRAFT ENGINE EMERGENCY PROCEDURES AND THEIR IMPACT ON THE EFFECTS OF AIRCRAFT ACCIDENT

S u m m a r y

Special analysis was done for small aircraft maintenance problems based on the complex structures maintenance theory. In this background the propulsion systems of small aircraft was carefully studied. The important role of this element in safe aircraft operation was studied and discussed. Based on the maintenance instructions of chosen light aircrafts the emergency procedures for engine faults were analyzed. Then the reasons of light aircrafts accidents were studied. A significant proportion of accidents caused by engine fault in the total number of accidents in this aircraft class are indicated. In this way the conclusions about propulsion faults influence on the light aircrafts operability were formulated. Fatal accidents share in total light aircrafts accidents were analyzed too. In this way some conclusions were formulated about emergency procedures for engine faults and their influence on fatal accidents. It is indicated that every twelfth accident is caused by propulsion system fault. Some conclusions were formulated about actual light aircraft maintenance problems connected with propulsion system faults and about future development of piston engine maintenance systems in light aircrafts.

Keywords: safety, engines faults, systems reliability, aviation emergency procedures

DOI: 10.7862/rm.2014.56

Otrzymano/received: 10.08.2014 r.

Zaakceptowano/accepted: 12.11.2014 r.

Yulij KADASHEVICH¹

Sergey POMYTKIN²

ENDOCHRONIC MODEL OF PLASTICITY GENERALIZING SANDERS'S THEORY

The Sanders's theory of plasticity and quasi-statistical variant of incremental plastic theory with isotropic and kinematic hardening in Novozhilov's version are generalized in the frameworks of the endochronic approach. The constitutive equations of endochronic theory of inelasticity including the ideas of Sanders, Novozhilov and Valanis are formulated. The relations for the calculation of stresses and strains in uniaxial active and reversible material loadings are proposed. The formulas are obtained by using the elementary average principle of local values and by the simplest set of material constants and functions. Two types of initial conditions are considered in the calculations. The results of numerical modeling of inelastic material behavior under uniaxial active and cyclic loadings are presented. The results are compared with each other and with original Sanders's theory. The similarity and differences between the generalized endochronic theory and the Sanders's version are demonstrated. Several unusual manifestations of inelastic material behavior that require further theoretical analysis, calculations on the complex loading paths and the experimental verification are noted.

Keywords: plasticity, theory, endochronic approach, constitutive equations, quasi-statistical variant

1. Introduction

The new approach to the formulation of theory of plasticity was presented by Sanders in 1955 [1]. In its foundations the new theory used the set of the plane closed piecewise-linear yield surfaces and the macroscopic yield surface was interpreted as the envelope of local ones. The Sanders's approach was promoted actively by Klyushnikov [2]. It was found [2] that the potentialities of Sanders's theory were similar to capabilities of deformation theory [3] and the conception of slip in Batdorf-Budiansky's form [4]. The similarities of results of

¹ Yulij Kadashevich, Technological University of Plant Polymers, e-mail: kadashevich-yulij@yandex.ru

² Autor do korespondencji/corresponding author: Sergey Pomytkin, University of Aerospace Instrumentation, 67 Bolshaya Morskaya St., Saint-Petersburg 190000, Russia, tel.: (+7 812) 7084372, e-mail: sppom@yandex.ru

the Sanders's constitutive equations and Batdorf-Budiansky's theory were noticed by Bazant [5] for soils and concretes. The original multi-surfaces theory of plasticity by using the movement of smooth surfaces was proposed by Mroz [6].

The limit quasi-statistical variant of Sanders's theory accounting initial microstresses was published by Kadashevich and Novozhilov [7]. In 1971 the original endochronic theory was proposed by Valanis [8, 9]. The active development of endochronic theories began after that [5, 10-13]. Today the endochronic approach is the generally accepted method in researches on the inelastic behavior of materials. There were some studies related to the endochronic theory with the famous classical ones: deformation theory [10], concept of slip [5], incremental theory [5, 14], etc.

In this paper the formulation of the endochronic constitutive equations generalizing the Sanders's plastic theory [1], the statistical approach for the incremental plasticity [7] and endochronic ideas [15] is proposed. Quasi-statistical equations of the new theory are based on the movement of independent piecewise linear planar yield surfaces [7] and on technology of conversion from incremental plasticity to endochronic theory [14].

2. New proposals

As the base the quasi-statistical limit variant of Sanders's theory taking into account the initial microstresses is considered [7]. It is supposed [7] that the first and the third invariants of stress tensor do not influence the process of plastic deformation. Also it is postulated that local yield surfaces remain the planar piecewise linear and move independently in Ilyushin's space [3]. Each surface begins the motion when the stress point comes up to its boundary. Constitutive equations of that theory can be formulated in the form [7]:

$$\sum_{k=1}^5 (\sigma_k - b \varepsilon_k^p) \cdot \cos \varphi_k = \tau, \quad \varepsilon_k^p = \varepsilon_i^p \cdot \cos \varphi_k \quad (1)$$

$$\sum_{k=1}^5 \cos^2 \varphi_k = 1, \quad \sigma_k = \langle \sigma_k \rangle, \quad \langle \varepsilon_k^e \rangle = \langle \sigma_k \rangle / 2G \quad (2)$$

$$\langle \varepsilon_k^p \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{-\varphi_0}^{+\varphi_0} \varepsilon_k^p d\varphi, \quad \langle \varepsilon_k \rangle = \langle \varepsilon_k^e \rangle + \langle \varepsilon_k^p \rangle \quad (3)$$

Here σ_k , ε_k^p , ε_k^e are the components of stresses, plastic and elastic strains in vector Ilyushin's space; ε_i^p is the effective plastic strain rate, $\varepsilon_i^p = (\varepsilon_k^p \cdot \varepsilon_k^p)^{1/2}$; τ is the yield limit; b is a constant material parameter; G is

the shear modulus; $\langle \dots \rangle$ is the mean value of any magnitude; φ_0 is the limit value of angle φ when the planes of the yield surfaces can not move. (The motion of the yield surfaces is fulfilled in the range $-\varphi_0 \leq \varphi \leq \varphi_0$ only).

Particularly, for uniaxial loading it was found [7] that:

$$b\varepsilon_1^p = \sigma_1 \cos^2 \varphi - \tau \cdot \cos \varphi, \quad \sigma_1 \cos \varphi_0 = \tau \quad (4)$$

$$\langle \varepsilon_1^e \rangle = \frac{\sigma_1}{2G} \quad \text{and} \quad \langle \varepsilon_1^p \rangle = 0, \quad \text{if} \quad \sigma_1 < \tau \quad (5a)$$

$$\langle \varepsilon_1^e \rangle = \frac{\tau}{2G \cdot \cos \varphi_0}, \quad \text{if} \quad \sigma_1 \geq \tau \quad (5b)$$

$$\langle \varepsilon_1^p \rangle = \frac{\tau}{2\pi b} \left(\frac{\varphi_0}{\cos \varphi_0} - \sin \varphi_0 \right) \quad (6)$$

$$\langle \varepsilon_1 \rangle = \langle \varepsilon_1^e \rangle + \langle \varepsilon_1^p \rangle \quad (7)$$

Asymptotic behavior of solution (4), (6) is:

$$\langle \varepsilon_1^p \rangle = \frac{1}{4b} \left(\sigma_1 - \frac{4\tau}{\pi} \right).$$

Based on the idea of Valanis about intrinsic time measure [15] the endochronic variant of relations (1)-(3) is proposed now. The new vector $b r_k$ is introduced in place of vector $b\varepsilon_k^p$ according to formula:

$$r_k = \varepsilon_k - \frac{1-\alpha}{2G} \sigma_k \quad (8)$$

The definition (8) contains the endochronic parameter α and $0 \leq \alpha \leq 1$. Then we can write that:

$$\sum_{k=1}^5 (\sigma_k - b r_k) \cdot \cos \varphi_k = \tau, \quad r_k = r_i \cdot \cos \varphi_k \quad (9)$$

$$b r_i = \sum_{k=1}^5 \sigma_k \cdot \cos \varphi_k - \tau, \quad r_i = (r_k \cdot r_k)^{1/2} \quad (10)$$

$$\sum_{k=1}^5 \cos^2 \varphi_k = 1.$$

As in the classical theory of endochronic type [15] three partial cases of the relations (8)-(10) are interesting:

- a) if $\alpha = 0$, then $r_k = \varepsilon_k^p$ and we have the various variants of incremental theory of plasticity,
- b) if $\alpha = 1$, then $r_k = \varepsilon_k$ and we have one of the limit variant of Valanis's theory [8, 9],
- c) if $\alpha \rightarrow 0$, then the solutions a) and b) can be differed essentially (under the cycling loading especially).

Additionally it should be noted that the strains are not separated into the elastic and the plastic parts in endochronic approaches when $\alpha \geq 0$.

In endochronic theory [15] the constitutive equations contain the small term $\alpha \dot{\sigma}$ for the guarantee of initial conditions as $\varepsilon = 0$, $\sigma = 0$. In present variant of theory (8)-(10) the condition:

$$\sigma_1 = \frac{\tau}{\cos \varphi_0} \cdot (1 - \cos \varphi_0) \quad (11)$$

is used in return for (4). Obviously that if $\varphi_0 = 0$ then $\sigma_1 = 0$. From (11) we have concluded that r_i is taken actually as:

$$b r_i = \sum_{k=1}^5 (\sigma_k + \tau) \cdot \cos \varphi_k - \tau \quad (12)$$

for provision of correctness of the equations from initial value $\varphi = 0$.

For uniaxial loading we have:

$$b r_i = [(\sigma_1 + \tau) \cdot \cos \varphi - \tau] \cdot \cos \varphi \quad (13)$$

In the case of $\alpha = 1$ the mean value of strain is:

$$\langle \varepsilon_1 \rangle = \frac{\tau}{2\pi b} \left(\frac{1 + \varphi_0 - \sin \varphi_0 \cdot \cos \varphi_0}{\cos \varphi_0} - 1 \right) \quad (14)$$

Using the formulas (11), (13) and the averaging as:

$$\langle r_i \rangle = \frac{1}{2\pi b} \int_{-\varphi_0}^{+\varphi_0} r_i d\varphi \quad (15)$$

can be established also that

$$\langle r_1 \rangle = \frac{\tau}{2\pi b} \left(\frac{\varphi_0}{\cos \varphi_0} - \sin \varphi_0 \right) \quad (16)$$

3. Numerical modeling and results

To demonstrate some features of the new endochronic version of the Sanders's theory the numerical simulations of inelastic material behavior under uniaxial loading and cyclic loadings were made. The solutions for uniaxial tension are presented in fig. 1.:

- the graph a) is based on the theory of Sanders [1], the formulas (4)-(7),
- the diagram b) is the result of using the endochronic variant in the form (11) and (14),
- the curve c) is the consequence from the endochronic formulae (11) and (16).

The solutions for uniaxial cyclic loading according to the scheme of Sanders, by formulas (11), (14), (17) and by the methods (11) and (16) are shown in figs. 2-4, respectively. In this modeling the forward tension σ_1 up to value $\sigma_1 = \sigma_1^0$ then changes the direction to the opposite. Symbol ε_1^0 denotes the strain when the stress is equal to σ_1^0 . It should be noted that according to the ideas of Sanders [1] the plastic strains in forward-reverse loading are generated by other planar yield surfaces located in range of values from $-\pi + \phi$ to $\pi + \phi$. In all calculations it was accepted when $\varphi_0 \geq 0$, $\alpha = 1$, $2G = 1$, $\tau = 1$ and $2\pi b = 1$, i.e. the material was taken as hypothetical.

Using the relations (11) and (14) the solution of uniaxial forward-reverse loading can be obtained in the form of:

$$\sigma_1 = \sigma_1^0 + \frac{\tau}{\cos \varphi_0} \cdot (\cos \varphi_0 - 1), \quad \text{if } \varphi_0 \geq 0 \quad (17)$$

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_1^0 + \frac{\tau}{2\pi b} \cdot \left(1 + \frac{\sin \varphi_0 \cdot \cos \varphi_0 - \varphi_0 - 1}{\cos \varphi_0} \right), \quad \text{if } \varphi_0 \geq 0 \quad (18)$$

In the figure 1. the line a) corresponds to the diagrams of elastic-linear-hardening materials and the graphs b) and c) are weakly nonlinear as a consequence of the selected parameters for calculations. But the cyclic „stress–strain” curves in the figs. 2-4 may be challenged by experimenters. However, they are presented here deliberately to emphasize the specific approach of Sanders and need further development of the method proposed above.

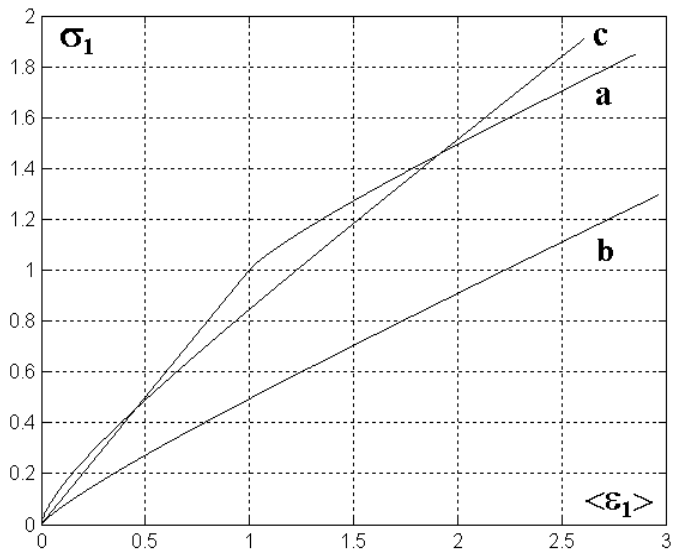


Fig. 1. Stress–strain curves under uniaxial loading: a-c – explanation in text

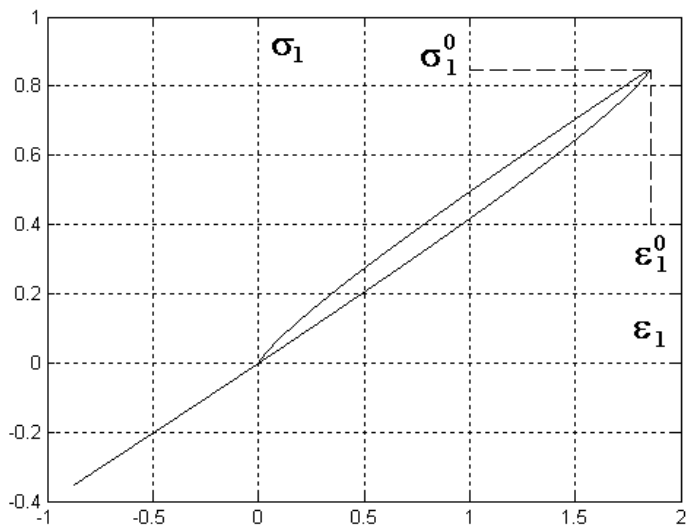


Fig. 2. Cyclic uniaxial loading on outlines of Sanders

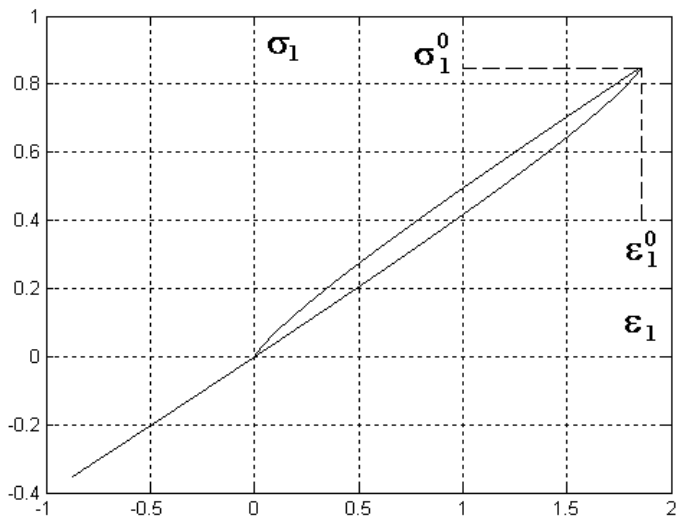


Fig. 3. Uniaxial forward–reverse deformation according to eqs. (11), (14), (17) and (18)

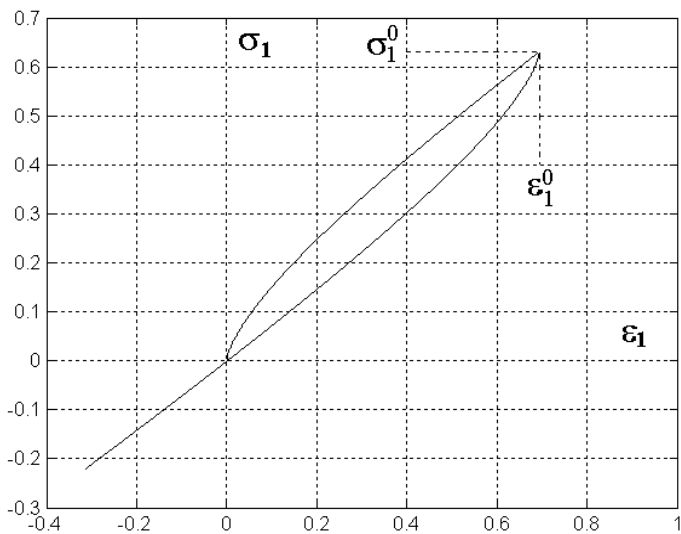


Fig. 4. Uniaxial tension–stress using cycling formulas (11) and (16)

4. Conclusions

Thus, the constitutive equations of the new endochronic variant of nonelastic theory in quasi-statistical case are proposed. The equations take into account

the microstresses and generalize the Sanders's approach. The results of numerical modeling demonstrated the supplementary potentialities in description of nonlinear behavior of materials with initial microstresses. But the results of calculations of uniaxial active and reversible loadings are unexpected. In this regard, the authors plan to perform calculations on the complex loading paths of real materials, to accomplish the special experiments on soils and rocks and to make a final conclusion about the ideas of Sanders.

References

- [1] Sanders J.L.: Plastic stress-strain relations based on linear loading functions. [In:] Proc. U.S. Nat. Cong. of Appl. Mech. (Ann Arbor, MI, 14-18 June 1954), ed. P.M. Naghdi, ASME, New York 1955.
- [2] Klyushnikov V.D.: The new conceptions in plasticity and deformation theory. *J. Appl. Math. and Mech.*, 4 (1959), 722-731.
- [3] Ilyushin A.A.: Plasticity. Foundations of the general mathematical theory. Akademiya Nauk SSSR, Moscow 1963.
- [4] Batdorf S.B., Budiansky B.: A mathematical theory of plasticity based on the concept of slip. NASA Technical Note 1871, 1949.
- [5] Bazant Z.P.: Endochronic theory inelasticity and incremental plasticity. *Int. J. Sol. Struc.*, 9 (1978), 691-714.
- [6] Mroz Z.: A on the description of anisotropic hardening. *J. Mech. Phys. Solids*, 3 (1967), 163-175.
- [7] Kadashevich Yu.I., Novozhilov V.V.: On limit variants of plasticity theory accounting initial microstresses, *Mech. Sol.*, 3 (1980), 93-96.
- [8] Valanis K.C.: A theory of viscoplasticity without a yield surface. Part I. General theory. *Arch. Mech. Stosow.*, 4 (1971), 517-534.
- [9] Valanis K.C.: A theory of viscoplasticity without a yield surface. Part II. Application to mechanical behavior of metals. *Arch. Mech. Stosow.*, 4 (1971), 535-551.
- [10] Kosinski W., Wu H.C.: On steady viscoplastic waves. Endochronic theory, *Bull. Pol. Acad. Sci. Techn. Sci.*, 2 (1978), 109-117.
- [11] Kadashevich Yu.I., Mikha'lov A.N.: On theory of plasticity without yield surface. *Dokl. Phys.*, 3/254 (1980), 574-576.
- [12] Watanabe O., Atluri S.N.: Constitutive modeling of cyclic plasticity and creep, using an internal time concept. *Int. J. Plast.*, 2 (1986), 107-134.
- [13] Kletschkowski T., Schomburg U., Bertram A.: Endochronic viscoplastic material models for filled PTFE. *Mech. Mater.*, 12 (2002), 795-808.
- [14] Kadashevich Yu.I., Pomytkin S.P.: On the interconnection of plasticity theory taking into account the microstresses and endochronic theory of plasticity. *Mech. Sol.*, 4 (1997), 99-105.
- [15] Valanis K.C.: Fundamental consequence of a new intrinsic time measure-plasticity as a limit of the endochronic theory. *Arch. Mech.*, 2 (1980), 171-191.

Acknowledgement

The research was supported by grant no 14-01-00202 from Russian Foundation for Basic Researches.

ENDOCHRONICZNE UOGÓLNIENIE TEORII PLASTYCZNOŚCI SANDERSA

Streszczenie

W pracy w ramach podejścia endochronicznego dokonano uogólnienia teorii plastyczności Sandersa i quasi-statystycznego wariantu przyrostowej teorii plastyczności dla izotropowego kinematycznego umocnienia Nowożyłowa. Sformułowano równania konstytutywne endochronicznej teorii zachowania niesprężystego, oparte na koncepcjach Sandersa, Nowożyłowa i Valanisa. Zaproponowano zależności obliczeniowe dla naprężeń i odkształceń w przypadku aktywnego jednoosiowego obciążenia odwracalnego. Zależności te otrzymano przez zastosowanie zasady uśredniania wartości lokalnych dla podstawowego zestawu parametrów materiałowych. W obliczeniach rozważano dwa typy warunków początkowych. Zaprezentowano wyniki obliczeń numerycznych dla materiału niesprężystego poddanego aktywnemu obciążeniu jednoosiowemu oraz obciążeniu okresowemu. Dokonano analizy porównawczej wyników, w tym z wykorzystaniem teorii Sandersa. Przedstawiono różnice i podobieństwa pomiędzy uogólnioną teorią endochroniczną a teorią Sandersa. Wyszczególniono wiele niestandardowych efektów niesprężystego zachowania materiału, wymagających dalszych badań teoretycznych.

Słowa kluczowe: plastyczność, teoria, endochroniczne podejście, równania konstytutywne, wersja quasi-statystyczna

DOI: 10.7862/rm.2014.57

Otrzymano/received: 14.06.2014 r.

Zaakceptowano/accepted: 20.11.2014 r.

Stanisław KUT¹

COMPARATIVE 3D FEM ANALYSIS OF THREE DIFFERENT DENTAL IMPLANT SHAPES

This paper presents the results of numerical modeling using the finite element method of three implants. Geometric models of individual parts of the analyzed system (implant, abutment and screw) and the standard models of the bone and the crown were built in the Ideas NX environment. On the basis of real geometric models the fully three-dimensional numerical models were built. The calculations for different implant systems were carried out using MARC/Mentat commercial software. The numerical models of each system consist of five deformable bodies being connected to each others. Modeling was carried out in two stages. The first stage includes the modeling of the stresses in the bone-implant-abutment-screw assembly. The preload of models was set so that the axial stress in the screw core is equal to 75% of yield stress of material from which the screw was made. In the second stage the model with assembly stresses was being loaded with oblique force on the crown with values in the range from 0 to 250 N. An analysis and comparison of stress distributions and values of stresses in analysed implant systems were carried out. This investigation shows the meaningful influence of the shape of implant of an abutment on distribution and values of stress, load capacity of individual implant systems, and furthermore, stress in osseous tissue.

Key words: dental implants, 3D numerical analysis, load, stress distribution

1. Introduction

Osseointegrated dental implants have been accepted as one of the major treatment concepts for restoring completely and partially edentulous patients over the last three decades [1-3]. These osseointegrated implants have to support the partial or full structure for dental replacement. On the other hand dental implants replace the lost physiological functions. The support of teeth and implants is inherently different. Tooth is viscoelastically supported in the bone, promoting an elastic deformation pattern, while the implant, due to its stiffness, is fairly more rigid [4]. A dental implant system consists of an implant that is surgically implanted in maxilla or mandible, and an abutment that mates with the implant

¹ Autor do korespondencji/corresponding author: Stanisław Kut, Rzeszow University of Technology, 8 Powstańców Warszawy Avenue, 35-959 Rzeszow, Poland, tel.: (17) 8651558, e-mail: stan_kut@prz.edu.pl

once the implant successfully osseointegrates to the bone. Depending on the specific system used, an abutment can include a machined connection mechanism within itself or can be clamped onto the implant by means of an abutment screw. The dental prosthesis is then fabricated over the abutment. In general, the success of the treatment depends on many factors affecting the bone–implant, implant–abutment and abutment–prosthesis interfaces [5-6]. In evaluation of the long-term treatment concept of a dental implant, there are several factors which play a great role in clinical success, such as: reliability, initial stability of the implant–abutment interface and long-term osseointegration that provides lasting incorporation into the bone and depends on implant design features such as materials, geometry and fixation methods. The last two factors are also mentioned in [4-7]. Despite the success of dental implants reported by a vast number of articles there are significant problems noticed in dental implant systems such as screw loosening and bone resorption. In order to prevent the loosening, a preload is applied to the retaining screw even that many trials are not able to eliminate its occurrence, and marginal bone resorption around implants is still unavoidable. The aim of this study was to assess the role of implant/abutment joint designs with occlusion loads transferred to the surrounding bone media using the finite element method.

2. Numerical models and materials

Three-dimensional geometric models of individual components of three different analyzed systems of dental implants performed in Ideas NX program are shown in fig. 1. Due to the plain symmetry of the analyzed systems a half of geometry was built. This allowed reducing complexities of the estimated issue and shortening the computation time, without affecting the accuracy of the results obtained by modeling. Geometric model of each system (fig. 2.) consists of bone, implant, abutment, screw, and the crown. Geometric model of the bone and the crown was made equal for all tested implant systems. Both the shape of the bone and the crown has been simplified in relation to natural one. This simplification was made because the precise mapping of the shape of the natural bone and the crown for comparative studies of different systems has no significant effect on the results, a model can greatly simplify the numerical analysis of mechanical system. While modeling the geometric models, a particular attention has paid to accurate copying of the shape and dimensions of the implant, the screw and the abutment in individual systems (fig. 1.). This is especially important for comparative studies. The tested systems chosen so as to be in the same group of measurements differ mainly in the shape of the implant-abutment connection. As a consequence of modeling, geometric models of individual components are made so that the numerical model after discretization can include as many relevant details of construction as phases, undercutting or rays. Insignificant details have been omitted during the discretization of the model.

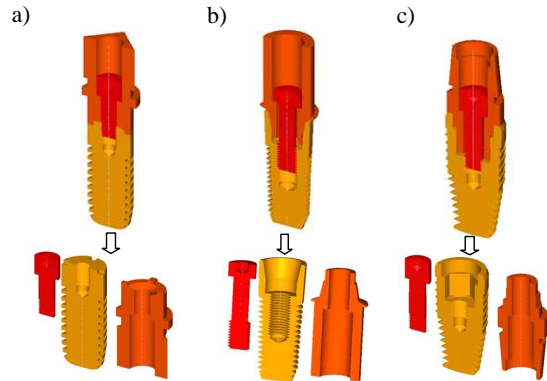


Fig. 1. Implant systems which have been chosen for the test: a) Ankylos, b) Astra Tech, c) Xive

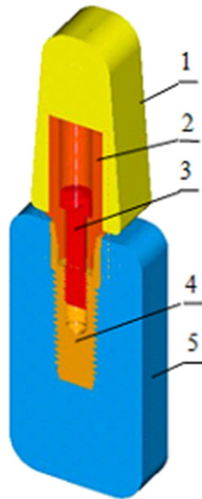


Fig. 2. The exemplary geometric model of the analysed system Astra Tech: 1 – crown, 2 – abutment, 3 – screw, 4 – implant, 5 – bone

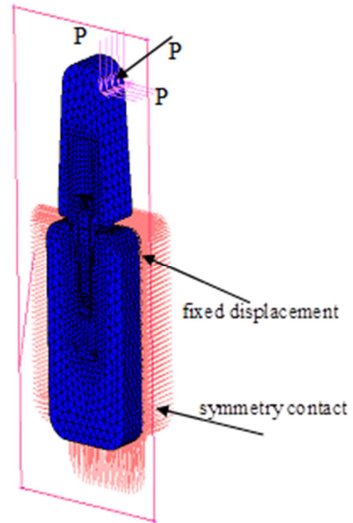


Fig. 3. Boundary conditions and the place of load application

Numerical models and calculations of studied implant systems were conducted using the MSC MARC/Mentat system. Three-dimensional, isoparametric, 10-node tetrahedron elements 127 were used to the discretization of individual parts of the numerical model [8]. Each edge forms a parabola so that four nodes define the corners of the element and a further six nodes define the position of the „midpoint” of each edge. This allows for an accurate representation of the strain field in elastic analyses. Applying 10-node elements of the second

order compared with four-node elements of the first order enable more precise copy of the shape of the geometrical model and reduce the influence of the number of elements on the sensitivity of the numerical solution. This allows obtaining good results by modeling with a much smaller number of finite elements. The total number of finite elements in each numerical models was about 24 000.

Analyzed cases constitute the typical contact issue. Numerical models of individual systems consist of five deformable bodies (bone, implant, abutment, screw and crown). In all cases, glue contact type has been established between the abutment and the crown and between the implant and the bone. Between remaining surfaces of deformable bodies encountering oneself a contact of the type touching was accepted described with Coulomb's law. The value of the friction coefficient between these surfaces was assumed $\mu = 0.36$ [9]. Boundary conditions have been assumed so that from the outermost the transfer of extreme nodes of bone was blocked, while in the plane of symmetry a symmetric contact was assumed (fig. 3.). In all cases, the system was loaded by force P applied to the crown at an angle of 45° in the range from 0 to 250 N. Place and manner of application of the load to the model in the form of the force P values $P_x = P_y = P \cos 45^\circ$ are presented in fig. 3.

Knowledge of materials, from which they were made individual elements of implant systems and their mechanical characteristics, is the basis of modeling success. In practice, dental implants are manufactured from titanium alloy. Commercial pure titanium, Ti-6Al-4V and Ti-6Al-4V ELI have basically been developed for structural materials although they are still widely used as representative titanium alloys for implant materials. Recently, V free $\alpha + \beta$ type alloys such as Ti-6Al-7Nb and Ti-5Al-2.5Fe have appeared as implant materials [10]. In addition, V and Al free $\alpha + \beta$ type alloys composed of non-toxic elements like Ti-15Sn-4Nb-2Ta-0.2Pd and Ti-15Zr-4Nb-4Ta-0.2Pd have been developed [11]. Low modulus alloys are nowadays desired because the module of alloys is required to be much more similar to that of bone. The β typ alloys have been, therefore, developed or are developing mainly in the USA [12]. They are composed of non-toxic elements like Nb, Ta, Zr and so on. Pure titanium and Ti-6Al-4V type alloys are also the main implant materials in the dental field. However, titanium alloys used as dental implant materials are the same as those for surgical implant materials. The alloys for other dental usage like crown, clasp and so on has somewhat different compositions compared with those for surgical implant materials except for Ti-6Al-4V and Ti-6Al-7Nb. They are in general processed by casting and superplastic forming.

The aim of these conducted investigations is comparing the influence of the shape of different systems of dental implants. For this reason they assumed that individual elements of all studied systems were carried out for the same materials. They assumed that the implant, the abutment and the screw had been made of titanium Ti-6Al-4 V alloy [10]. For these elements to modeling, an elastoplastic material model without strain hardening phenomenon was adopted. For

remaining elements (the cortical bone, the cancellous bone and the crown) an elastic model of material was accepted. Mechanical properties of individual materials used in modeling are presented in the tab. 1.

Table 1. Material properties used in the finite element model

Element of the model	Young's modulus [MPa]	Poisson's ratio	Yield stress [MPa]
Implant, abutment, abutment screw [10]	110000	0.3	729
Crown [13]	66900	0.29	-
Compact bone [14]	13760	0.3	-
Cancellous bone [14]	7930	0.3	-

Preliminary stresses are playing a very important role in correct functioning of the implant system, incurred as a result of tightening the implant to the abutment clamped by means of an abutment screw. Too high value of the initial stress can affect the bone tissue which is very unfavorable. One of the main complications is the inflammation of the peri-implant tissues called peri-implantitis. Moreover the high value of preliminary stresses in combination with stresses originating from occlusal forces can trigger inadmissible permanent plastic deformations of the abutment screw or the implant. On the other hand, excessively low values of assembly stress can lead to the relief of combined elements under the influence of variable loads, and hence to their destruction. Therefore it is very important at the time of mounting the torque. So that to make the implant-abutment joint correct, the screw should always be initially stretched irrespective of occlusal forces (chewing forces). While burdening the implant system, the preliminary tension in the screw should not fall to zero or did not cross the border of the screw's plasticity. The load of the screw depends on the type of the abutment. Conducted investigations [13] showed that optimal preliminary loading of the screw after the assembly should be 75% yield stress of material from which it is made. Therefore, the strength of screws preload of each system established so that the initial stress in the core was about 547 MPa. For example, the screws with a diameter of core of 1.2 mm (Astra Tech system) the value of preload force was 618 N.

While modeling preliminary stresses in the system were being triggered to this purpose exploiting abilities of the contact of the type glue. For this purpose the screw was divided into two deformable bodies, and a crack was created between them. After starting calculations in the first step surfaces are moving to themselves and then they are being glued together, what in the analyzed arrangement assembly stresses are arising as a result of it. The size of gap was such that the surface of the tightening of screw surface induces stress in the core of the required values indicated above.

3. FEM simulation results

Performed numerical modeling allowed to appoint disintegrations and values of stresses appearing in individual areas of component parts of studied implant systems. A comparative analysis of stresses was carried out for individual parts of the system. First an analysis of the effect of the type of the implant system on bone tissue was conducted. From the relation between the effective tension and the load P (fig. 4.) results, that the impact of the type of the implant system on the size of stresses which are transferred to the bone is very significant. The figure 5. presents the values of stresses transferred to the bone in the most loaded site A. For the load $P = 0$ N initial stress occurring in the system is a result of an implant abutment joint tightened with a screw. Preload (assembly) all the time impacts on bone regardless of the load of external occlusal forces. Therefore, their value is very important and is approximately 13.5 MPa for Xive, 10.5 MPa for Ankylos and 8.5 MPa for Astra Tech. After applying load P the value of stresses increases. The largest increase in the stress value was observed for the Astra Tech (fig. 4. – red line), and lowest for Xive (green line). In all cases, the tension rising in proportion with the load. When the load $P = 100$ N the intensity of stress in the most loaded place of bone is for Ankylos 69%, and for Astra Tech system up to 153%, higher in comparison with Xive system.

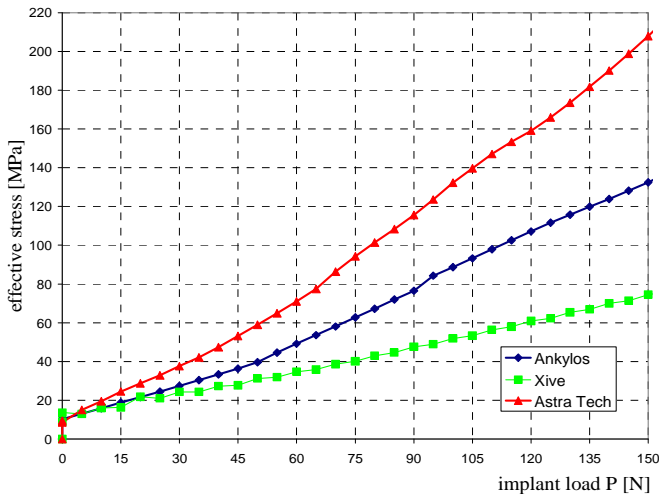


Fig. 4. The relation between the effective stress transferred to the bone and the load for studied systems

Further comparative analyses of disintegrations and stresses values in abutments of implants and individual screws of implant systems were carried out

using the non-dimensional standardized tension in the form of the indicator: $k = (\text{effective stress}/\text{yield stress})$.

If ($0 < k < 1$) the material deforms in the elastic range. If $k = 1$ then the substitutive load reaches a value of plasticizer load equal to yield of material of which the structural element is loaded. In cases where $k > 1$ the material plastically deforms, which leads to permanent deformation of structural elements. In endurance analyses of structural elements the k indicator with the help of one numerical value is announcing the possibility of using the carrying capacity of individual elements of the structure. In order not to allow to the material plasticizing, and hence causing long-lasting deformations of the structure oneself, the value of an indicator should be $0 < k < 1$. Therefore, the use of such a normalized stress index k is very comfortable, which was used in the analysis of research results presented in this work.

Figure 5. presents the stress distribution and the values of normalized index k in the abutments of analyzed systems after a load of $P = 200$ N. One can see the large impact of component force P_x causing bending of the system and consequently stress concentration on the values of $k \approx 1$ (Ankylos and Astra Tech systems). In case of the Ankylos system relatively the small size of the implant abutment interface caused the great concentration of stresses which is biggest in the action area of stresses from the bending force (yellow color). This is the most dangerous place in the abutment under load so that it can be plasticized. It is similar to the case of an implant abutment joint of Astra Tech system. Stress from bending forces is concentrated, and this pattern of force can lead to permanent deformation of the abutment in the area of greatest stress values (yellow color). Much better situation is in implant abutment joint of the system Xive. In this case, the indicator k does not exceed the value of 0.7 (fig. 5.).

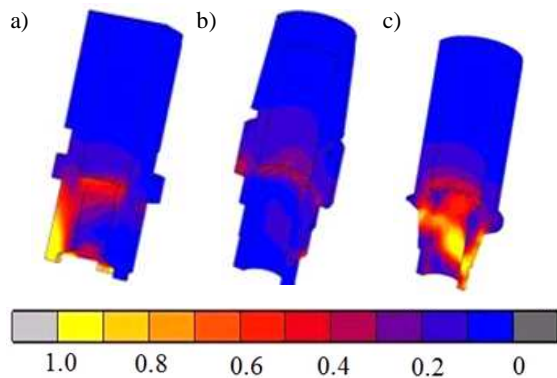


Fig. 5. Comparison of distributions of the normalized stress index k in abutments after load ($P = 200$ N) for different implant systems: a) Ankylos, b) Xive, c) Astra Tech

Implant abutment connection form is designed so that both the load from the component axial force P_y and the bending force distributed on a large surface area of contact which substantially reduces the level of stress. Similarly is in the case of implants, in which the stresses are a result of the impact of load applied to the crown and the connecting screws (fig. 6.). As well as, this case may be areas plasticized with the greatest values of stress, which are loaded with force $P = 200$ N have already reached the value of locally $k \approx 1$ in the Ankylos and Astra Tech systems. In addition to the shape of the implant connection with the abutment, a screw has the significant impact on capacity of the system, whose task is to merge with the rest of the implant system, triggering and keeping preliminary stresses (assembly). Initial stresses in the screw cores should be large enough so that while loading tooth crowns with the strength of the axial stress is not reduced to zero. The absence of this condition may lead to loosening the connection, which is unacceptable.

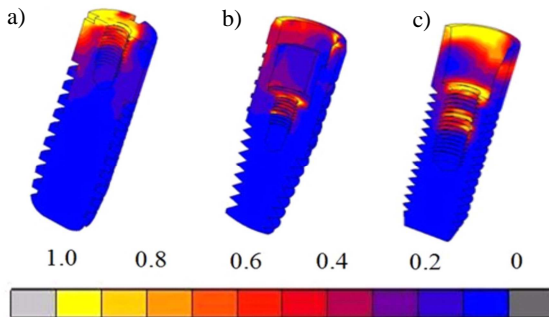


Fig. 6. Comparison of disintegrations of the normalized stress index k in implants of individual systems: a) Ankylos, b) Xive, c) Astra Tech; load $P = 200$ N

Figure 7. presents the stress distributions and deformations of examined implant systems under the impact of load values $P = 200$ N. Ankylos system is the least resistant to the transfer of bending forces. The weakest element in this system is a screw, which is the earliest part that plasticized, with power $P \approx 100$ N. Astra Tech system (fig. 7c), compared with Ankylos system (fig. 7a), demonstrates greater resistance to lateral forces. In this case, stress from the bending is transmitted by the conical surfaces. However, increasing the power $P \approx 200$ N may plasticize most loaded areas (yellow), and consequently lead to the deformation of the system. The most resistant to the transfer of both axial and lateral loads is Xive system (fig. 7b). In this case, the load $P = 200$ N does not cause significant deformation of the system, and stress values are below the yield point ($k < 1$). The shape of the abutment and the implant cause that forces

transmitted by the screw is considerably smaller than in the other analyzed systems.

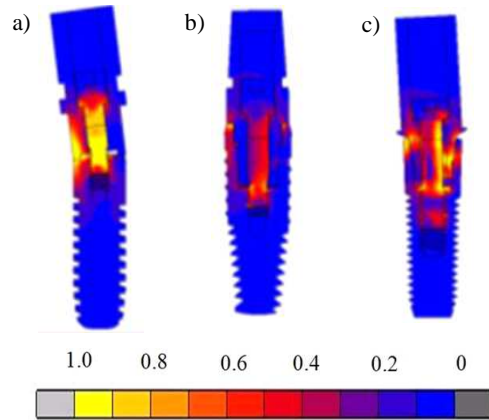


Fig. 7. Comparison of the deformation and distribution of the normalized k index for different values of loads for individual systems: a) Ankylos, b) Xive, c) Astra Tech

4. Conclusions

These studies demonstrated that in case of oblique load most beneficial both in the aspect of applied load on bone tissue, as well as the carrying capacity and the stiffness is implantological system Xive. It can transfer loads a little bit above 200 N without significant deformations. The shape of the connector in this system is so designed that big gradients of stresses do not appear. However it has the most complex shape of the connector, which can influence on inaccuracies of performing connection between the implant and the abutment. Ankylos system can transmit high axial loads, but is the least resistant to lateral loads. Applied oblique power with the $P \approx 100$ N value can trigger permanent deformations in this system. The weakest element in this system is a screw, which first can be subjected to yield and trigger further permanent deformations of the system. The Astra Tech transfers both axial and lateral forces. However, the conical shape of the connector can, at great axial loads cause stretching the cone and thus it reduces the preliminary tension triggered by the screw. That in consequence may lead to implant connection loosening. Lateral forces cause considerable stresses concentration and straining the screw, moreover it significantly reduces the carrying capacity of the system, which for the modeled coincidence was slightly less than 150 N.

References

- [1] Chun L.L., Kuo Y.-C., Lin T.-S.: Effects of dental implant length and bone quality on biomechanical responses in bone around implants: A 3D non linear finite element analysis. *Biomed. Eng. Appl. Basis Comm.*, 17 (2005), 44-49.
- [2] Sahin S., Cehreli M.C., Yalcin E.: The influence of functional forces on the biomechanics of implantsupported proethses – a review. *J. Dent.*, 30 (2002), 271-282.
- [3] Tada S., Stegaroiu R., Kitamura E., Miyakawa O., Kusakari H.: Influence of implant design and bone quality on stress/strain distribution in bone around implants: a 3-dimensional finite element analysis. *Int. J. Oral Maxillofac. Implants*, 18 (2003), 357-368.
- [4] Carvalho L., Ramos A., Simões J.A.: Finite element analysis of a dental implant system with an elatomeric stress barrier. *Summer Bioengineering Conf.*, Florida 2003.
- [5] Bozkaya D., Muftu S.: Mechanics of the tapered interference fit in dental implants. *J. Biomech.*, 36 (2003), 1649-1658.
- [6] Geng J., Tan K.B.C., Liu G.: Application of finite element analysis in implant dentistry: a review of the literature. *J. Prosthetic Dentistry*, 85 (2001), 585-598.
- [7] Waters N.E.: Some mechanical and physical properties of teeth. *Symp. Society for Experimental Biology*, Cambridge University Press, London 1980, vol. 34, 99-135.
- [8] MSC Software: MSC. Marc Volume B: Element Library, Version 2010.
- [9] *Machinerys Handbook Eighteenth edition*, Kempes Engineers Year Book 1980.
- [10] Niinomi M.: Mechanical properties of biomedical titanium alloys, *Mat. Sci. Eng.*, A243 (1998), 231-236.
- [11] Iron and Steel Institute of Japan. *Data Book of Fracture Toughness of Titanium Alloys*, Tokyo 1990.
- [12] Wang K.: The use of titanium for medical applications in the USA. *Mat. Sci. Eng.*, A213 (1996), 134-137.
- [13] Lang L.A., Kang B., Wang R.F., Lang B.: Finite element analysis to determine implant preload. *J. Prosthetic Dentistry*, 90 (2003), 539-546.

BADANIA PORÓWNAWCZE TRZECH RÓŻNYCH KSZTAŁTÓW IMPLANTÓW DENTYSTYCZNYCH Z ZASTOSOWANIEM 3D MES

Streszczenie

W pracy przedstawiono wyniki modelowania numerycznego MES trzech systemów implantologicznych. Modele geometryczne poszczególnych części badanych układów (implant, łącznik, śruba) oraz standardowe modele kości i korony zostały utworzone w programie Ideas NX. Na podstawie modeli geometrycznych zbudowano trójwymiarowe modele numeryczne badanych systemów. Symulacje numeryczne poszczególnych systemów implantologicznych przeprowadzono za pomocą komercyjnego oprogramowania MARC/Mentat. Model numeryczny każdego systemu składał się z pięciu ciał odkształcalnych połączonych ze sobą. Analizę numeryczną dla poszczególnych systemów implantów przeprowadzono w dwóch etapach. Pierwszy obejmował modelowanie naprężeń montażowych. Obciążenie montażowe było zadawane w taki sposób, aby naprężenia osiowe w rdzeniu śruby wynosiły 75% granicy plastyczności materiału, z którego jest ona wykonana. W drugim etapie model ze wstępnymi naprężeniami montażowymi był obciążany na koronie ukośnie siłą w zakresie wartości od 0 do 250 N. Dokonano analizy oraz porównania rozkładów i wartości naprężeń występujących w badanych systemach implantologicznych. Bada-

nia wykazały znaczący wpływ kształtu implantu oraz łącznika na rozkład i poziom naprężeń oraz nośność poszczególnych systemów implantologicznych, a także na naprężenia w tkance kostnej.

Słowa kluczowe: implanty dentystyczne, analiza numeryczna 3D, obciążenie, rozkład naprężeń

DOI: 10.7862/rm.2014.58

Otrzymano/received: 20.07.2014 r.

Zaakceptowano/accepted: 22.11.2014 r.

Janka MAJERNÍKOVÁ¹

Emil SPIŠÁK²

Ján SLOTA³

Wiesław FRĄCZ⁴

NUMERICAL SIMULATION OF DEEP-DRAWING PROCESS

The article deals with the analysis of formability of deep-drawing DC06 steel sheets. The aim of the investigations is to verify possibilities of formability of sheet metal with thickness of 0.85 mm. The mechanical parameters of the sheets have been determined in uniaxial tensile and bulge tests. The numerical simulations using AUTOFORM has been carried out for two drawpiece models. Obtained results can be used during the simulation of real forming process.

Keywords: formability, numerical simulation, steel sheet

1. Introduction

The term process simulation describes all methods by which one or more of the process parameters are predicted approximately. The aim of the determination of these parameters is usually one or more from the following: checking the feasibility of the process design, evaluating the product properties for service use and optimize the production sequence [1].

The deep drawing process is nowadays frequently used technology of manufacturing products in industrial sphere. Many factors influence procedure of forming process. In order to optimizing this process is necessary to perform numbers of tests, which results may predict problematic and critic areas on the future product. Due to this are in industrial practice often used numerical simulations which often work on FEM principle and different time integration scheme. The most known integration schemes are static implicit and dynamic explicit integration scheme. In explicit strategy the current time step is solved once, re-

¹ Autor do korespondencji/corresponding autor: Janka Majerníková, Technical University of Košice, 74 Mäsiarska, Košice, Slovakia, tel.: (+421) 556023509, e-mail: jana.majernikova@tuke.sk

² Emil Spišák, Technical University of Košice, e-mail: emil.spisak@tuke.sk

³ Ján Slota, Technical University of Košice, e-mail: jan.slota@tuke.sk

⁴ Wiesław Frącz, Rzeszow University of Technology, e-mail: wf@prz.edu.pl

sulting from previous time step. Based on required accuracy the mesh is locally redefined and changed. The problem is not solved again, and the solving process is not iterated. Method is convenient for a task where the solution does not change in time [2]. Implicit strategy is in every time step starting from the previous time step and a mesh is generated using local refinement due to requiring accuracy of problem, which is calculated resulting from current mesh. This solving process is iterated until the estimated error is between the bounds of interval of requiring precision. If the time step between new iteration is not too large, the time of solving process is usually very small [2]. Nowadays, this method is indispensable in phase of production proposal, because the accuracy of results obtained during the simulation has been proved in many scientific works. Especially in cases of irregularly and complicated draws it can be the only economical way to obtain optimal parameters of production process [3, 4].

The aim of contribution is to verify possibilities of formability in the numerical simulation according to material properties of deep-drawing steel sheet reached from uniaxial and biaxial tensile tests. The numerical simulations using AUTOFORM has been realized carried out on for two drawpiece models. Obtained results can be used during realization of real forming process. In the simulation of proposed shapes of drawpieces AutoForm software with Incremental module has been used. It is used to solve exact and also very quick simulation of deep-drawing of sheet by using implicit time integration. This method is not appropriate for very quick processes, for example deformation during crash. AutoForm uses for the analysis the membrane and shell elements. The software automatically generates the discreet net. It does not need any difficult settings and corrections of the net made in this way. Considering these advantages the time of preparation of model and calculation is radically shortened.

2. Experimental material and methods

The simulation of deep-drawing process has been carried out for a deep-drawing DC06 BZE 75/75PHOL steel with thickness of 0.85 mm. Experimental material has been mutually zinc-coated, with amount of zinc 75 g/m². Chemical composition of material declared by producer is: C = 0.02%, Mn = 0.25%, P = 0.02%, S = 0.02% and Ti = 0.3%. Uniaxial tensile test has been conducted according to STN EN ISO 6892-1 standard on measuring equipment TIRA-test 2300. The specimens for tensile tests were cut under the angle of 0°, 45° and 90° with respect to the rolling direction of the sheet. Values of mechanical properties, coefficient of normal anisotropy and strain hardening exponent achieved by uniaxial tensile test are shown in tab. 1.

Table 1. Values of mechanical properties of DC06 steel

Direction [°]	$R_{p0.2}$ [MPa]	R_m [MPa]	A_{80} [%]	r	r_m	Δr	n	n_m	Δn
0	145	292	50.9	1.888	1.753	0.576	0.261	0.258	0.005
45	151	298	47.9	1.464			0.255		
90	149	290	48.0	2.193			0.259		

Biaxial tension belongs to the most unfavourable schema of stress by plastic deformation of sheet. Hydraulic bulge test represents a method to obtain the stress–strain hardening curve for sheet metals. Measured signals are by means of technological card and own software program worked in graphic dependency „stress–strain”. All samples have been tested to break the material. Values of selected material parameters of DC06 steel achieved from bulge test are as follow:

- yield stress $R_{p0.2} = 143$ MPa,
- ultimate strength $R_m = 289$ MPa,
- total elongation $A = 59.6\%$.

To verify the possibility of deep-drawing steel sheet formability two types of drawpieces have been proposed. Individual geometries have been made in CAD software CATIA V5. Specifically it is a „Generative Sheet Metal Design” module which contains many possibilities for creation of optimal angles, curvatures, shapes and transfer areas. The formability of deep drawing DC06 steel sheets is investigated for drawpiece types A and B (fig. 1.). In first case of drawpiece (A) the height is 50 mm and sheet thickness 0.85 mm. For another variant (B) drawpiece height is 90 mm and sheet thickness also 0.85 mm.

Geometry of drawing tools, blanks and breaking ribs in the simulation of deep-drawing has been deduced from 3D models of proposed variants. Basic parameters like curvature radius of the punch and the die or location and the shape of braking ribs are predefined in the model. In environment of simulation border references of tools automatically derived from imported drawpiece model are only determined. Derived geometries of drawing tools automatically generated in AutoForm with the value of punch and die offset corresponding to sheet thickness of 0.85 mm are shown in fig. 2.

Many models can be used for calculation of hardening curve, yield surface and determination of FLC curve. Following models have been chosen:

- hardening curve: Ludwik law – required parameters are: strain hardening exponent n and material constant K or yield strength R_e ,
- yield surface: Hill criterion – required variables are directional values of normal anisotropy coefficients: r_0° , r_{45° , r_{90° ,
- FLC curve: model Arcelor V9 – required fields are A_{G90} and a yield strength R_{m90° .

Arcelor V9 model can be used for steel sheets exhibited following range of values of mechanical parameters: R_{m90° from 260 to 1500 MPa, sheet thickness from 0.5 mm to 3.5 mm and coefficient r_{90° from 0.6 to 3.0.

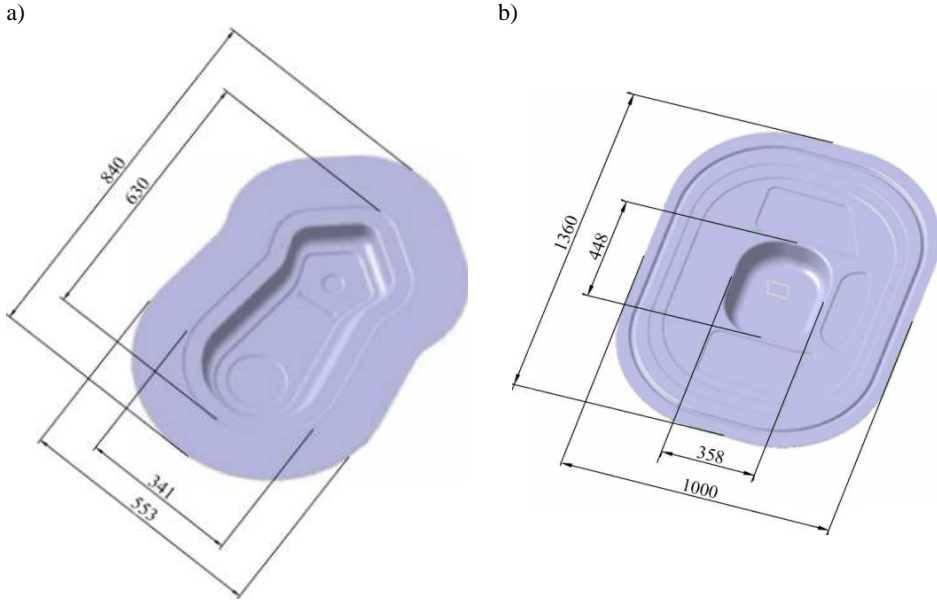


Fig. 1. Variants of drawpiece A (a) and B (b) with defined basic dimensions in mm

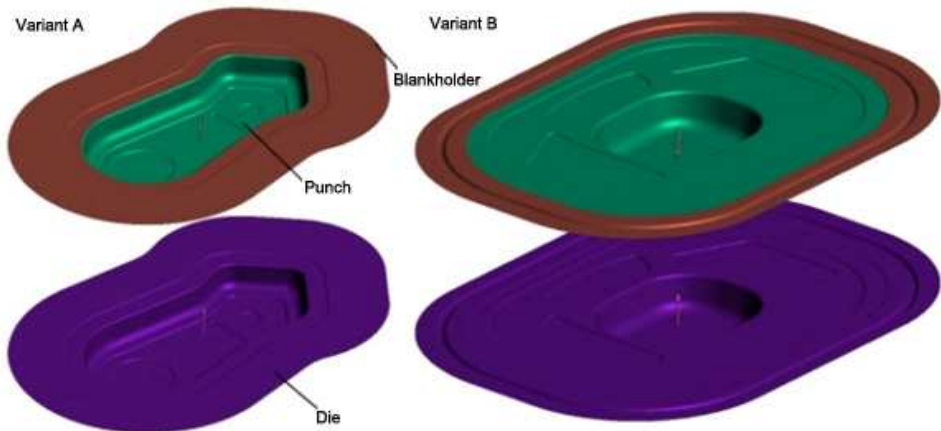


Fig. 2. Geometry of punch, die and blankholder

Complexity of each step by proposal of deep drawing process depends on complicatedness of drawpiece. For drawing simulation of proposed models the

use of braking ribs has also been necessary. Their geometry has been also in advance proposed as a component of drawpiece. In the simulation braking ribs have been assigned to blankholder's reference. Each steps used for definition of process are following:

- definition of blank shape, material DC06 and its thickness a_0 – orientation of blank in direction 0° across to direction of rolling,
- definition of drawing tools references,
- definition of friction – special lubrication with coefficient of friction $\mu = 0.05$ has been assumed,
- definition of movements of drawing tools for system closing and drawing, assigning of constant force for blankholder and braking ribs.

3. Results and discussion

AutoForm Incremental gives accurate results, where it is possible to get easily basic criterion, which shows rightness of choice of technological and constructional parameters of drawing process. It is mostly the criterion of compressibility, breaking, waving and thinning. The aim of deep drawing is to reach the biggest transformation which suppresses the unwanted effect of springback and increases the strength of drawpiece. But unwanted phenomenon like splits, excessive thinning of material, compressing of material and thickening of material must be stopped.

In the figure 3. distribution of sheet deformation and FLD diagram of the drawpiece A after shearing-off is shown. In area of the smallest radius of the basic outline is a small area (yellow colour) signaling excessive thinning and other areas (blue colour) pointing at compression in material. As we can see on FLD diagram these areas do not represent a risk for process realization, material is mostly uniformly deformed (green area). In the figure 4. distribution of sheet deformation and FLD diagram of the drawpiece B after shearing-off is shown. As it is a model with the height of 90 mm, the draw is considerably deforming into final shape at the expense of the thickness of the original blank (yellow area). Another defect is smaller area of strain hardening of material (green colour), which predicates its lower strength and higher rate of springback.

This analysis gives percentage thinning of draw sheet. Negative values mean the loss of thickness, otherwise positive values mean pressing of material in certain area. In figure 5. the maximum and minimum value of percentage sheet thinning is shown. Thinning in the most critical point for the draw A has the value of 0.54 mm, which is 36% of the original thickness of 0.85 mm. Thinning in the most critical point for the draw B has the value of 0.53 mm, which is 37% of the original thickness of 0.85 mm. Even if the height of the model B is 40 mm longer, difference in reduction of thickness in critical areas between both models is fractional. However the size of surface, on which is the maximum thinning, is considerably bigger at model B (green area).

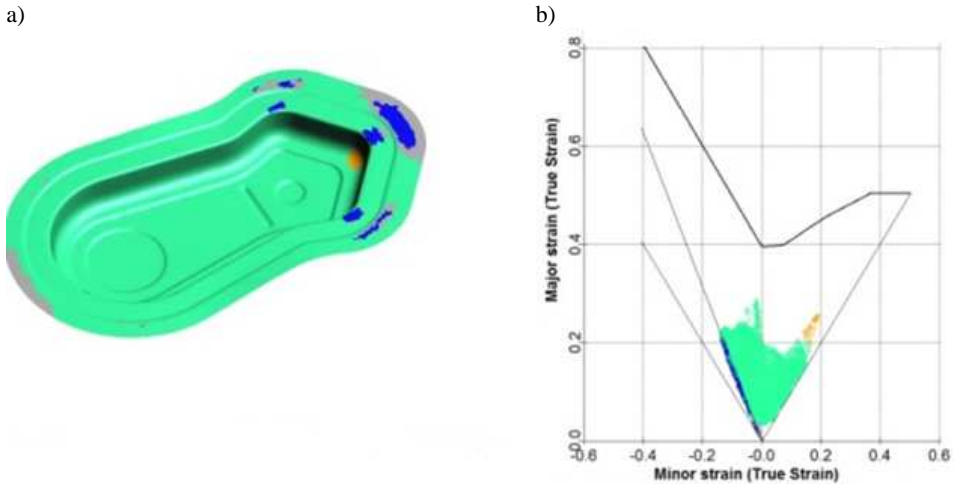


Fig. 3. Final deformation distribution (a) and FLD diagram (b) of drawpiece A

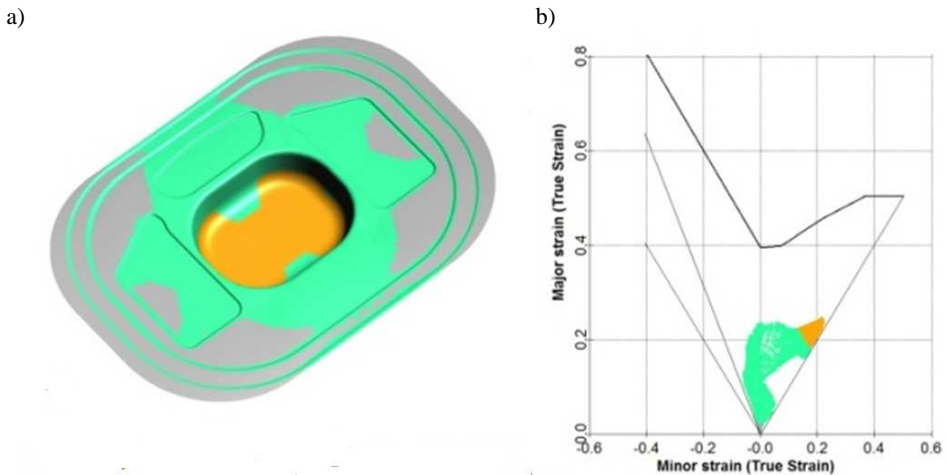


Fig. 4. Final deformation distribution (a) and FLD diagram (b) of drawpiece B

4. Conclusions

Development of simulation processes of steel sheets forming is aimed on increasingly exact description of fractional quantity influencing on process. Many of these have been missed at the beginning of numerical simulation or there has been not made an appropriate mathematical model. Contribution has been dealing with evaluation of formability of deep-drawing steel sheet DC06 by use of simulation with proposed models of draws with significant difference of height (A = 50 mm and B = 90 mm). Tensile test was performed to determine

mechanical parameters of sheet. Qualitative evaluation of results for each model of draws has been described by FLD diagrams where secondary loss of stability (waving) or possibly tertiary loss of stability (breaking) has been evaluated. Simulations lead to occurrence of waving, however these areas represent waste in their final shape. Another criterion of evaluation was analysis of thinning which did not prove splits formation not even at height of draw 90 mm. However the size of area in which excessive thinning occurred (bigger than 30%) is significant for model B.

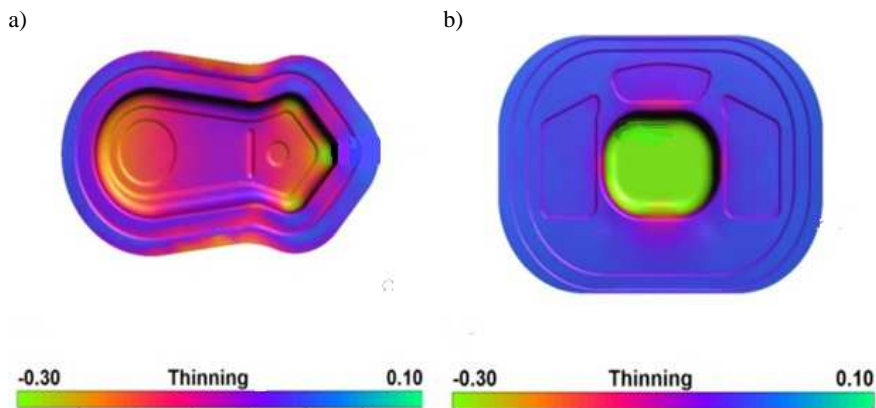


Fig. 5. Results of percentage thinning of drawpieces A (a) and B (b)

Acknowledgement

The authors are grateful to APVV for support of experimental work under grant APVV-0682-11 – Application of progressive tool coatings for increasing the effectiveness and productivity of forming sheets made of modern materials and the project VEGA no 1/0872/14 – Research and optimalization of drawing and joinability evaluation of high-strength steel sheets and aluminium steels.

References

- [1] Spišák E.: *Matematické modelovanie a simulácia technologických procesov – ťaženie*. Košice 2000.
- [2] Koç M., Billur E., Necati C.Ö.: An experimental study on the comparative assessment of hydraulic bulge test analysis methods. *Mater. Design*, 32 (2011), 272-281.
- [3] Atkinson M.: Accurate determination of biaxial stress-strain relationships from hydraulic bulging test of sheet metal. *Int. J. Mech. Sci.*, 39 (1997), 761-769.
- [4] Zhang J., Jiang Y.: A Study of Inhomogeneous Plastic Deformation of 1045 Steel. *J. Eng. Mater. Technol.*, 126 (2004), 164-172.

SYMULACJA NUMERYCZNA PROCESU GŁĘBOKIEGO TŁOCZENIA

Streszczenie

Artykuł obejmuje tematykę analizy odkształcalności blachy stalowej głęboko tłocznej gatunku DC06. Celem badań była weryfikacja możliwości odkształcania blach o grubości 0,85 mm. Właściwości mechaniczne blach określono w testach jednoosiowego rozciągania oraz wyrzuszania blachy. Symulacje numeryczne w programie AUTOFORM przeprowadzono dla dwóch modeli wytłoczek. Otrzymane wyniki mogą być wykorzystane do symulacji rzeczywistego procesu formowania.

Słowa kluczowe: odkształcalność, symulacja numeryczna, blacha stalowa

DOI: 10.7862/rm.2014.59

Otrzymano/received: 10.11.2014 r.

Zaakceptowano/accepted: 24.11.2014 r.

Jacek MUCHA¹

THE FASTENERS PRESSING TECHNOLOGY IN THIN-WALLED STRUCTURES

Nowadays, in the thin-walled structures industry a dynamic development of the assembling technologies is observed. This development is caused by the ensuring of the manufacturing processes competitiveness. The mounting process, with the use of the constructional connections, is often the structure and quality construction last phase. The thin-walled fragments of the larger structures often have different tasks to satisfy. Sometimes, the performance of the structure requires the use of not only permanent joints but also use of the temporary fastening. The temporary fastening allows for easier positioning and for their removal during repairs or maintenance. This paper presents the importance of the pressed fasteners use in the thin-walled structures during the assembly processes. The typical fasteners structures and the selected special solutions were presented. The blind rivet nut basic solutions and their assembling technologies were described.

Keywords: fasteners, blind rivet nut pressing, sheets joining, thin-walled structures

1. Introduction

The mounting process, with the use of the constructional connections, is often the structure and quality construction last phase. In the most cases the commercial manufacturing of the finished products would be impossible, without the use of the various technologies during the assembly processes [1]. The individual parts joining processes allow to create the functional spatial forms (fig. 1.). Still popular, in the assembly processes, are temporary fastening technologies (with screws and bolts use). The temporary fastening technologies enable to connect and disconnect the assembled parts without damaging them or damaging fasteners.

In the thin-walled sheet metal elements it is often necessary to apply temporary fastening during the assembly process [2, 3]. This temporary fastening solution is the fasteners with the thread. Due to the very small thickness of the con-

¹ Autor do korespondencji/corresponding author: Jacek Mucha, Rzeszow University of Technology, 8 Powstańców Warszawy Avenue, 35-959 Rzeszow, Poland, tel.: (17) 8651636, e-mail: j_mucha@prz.edu.pl

nected elements, there is the need to make appropriate thread length, in a particular place, to ensure adequate joint load capacity. Generally, there are three joining methods:

- extract the hole rim and cut the thread on the formed cylindrical part (fig. 2a),
- welding the additional fastener (fig. 2b),
- plastic deformation of the fastener or joined sheet material (fig. 2c).

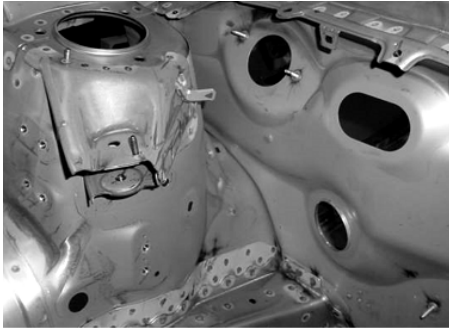


Fig. 1. Part of the motorcar body structure manufactured using the different assembly technologies

The first method allows to obtain direct screw joint, while the other two allow to obtain the indirect screw joint (with additional threaded elements). Each of these methods requires a different process technology, different mounting devices and in two last mentioned methods the additional fastener. The thin-walled construction designers define the joints strength requirements. Then the appropriate joining method for this task is selected. Moreover, the axis load capacity and the torsional load capacity are also required. Therefore, it is essential to press the fastener in the sheet material appropriate to avoid its rotation (fig. 3.), during the final assembly process (tightening).

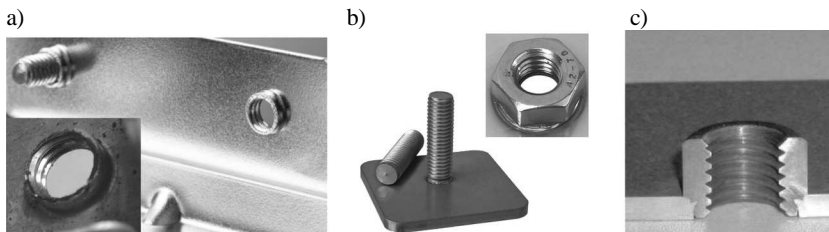


Fig. 2. The basic solutions of the thread connections in the sheet metal structures: a) thread cut in the sheet material, b) the additional part with thread welded with sheet, c) the blind rivet nut with internal thread

Over time, the normal joining technology, by threaded connection, evolved and it is still changing (fig. 4.). It was caused by new requirements [4-6]. These days, a design solution variety is very large. Some parts of the fastener are similar to each other, and they are characterized by the same joining technology and their applications. Depending on the manufacturer they may differ in small details. Therefore, the most important and interesting technologies were presented.

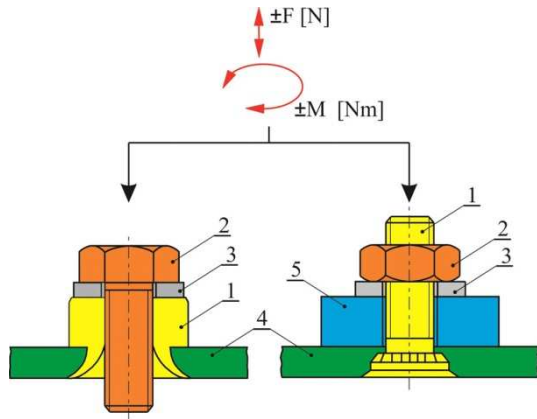


Fig. 3. The fastener main load; 1 – the connecting element, 2 – the additional fastener, 3 – the washer, 4 – the material with mounted fastener, 5 – the additional bolted material

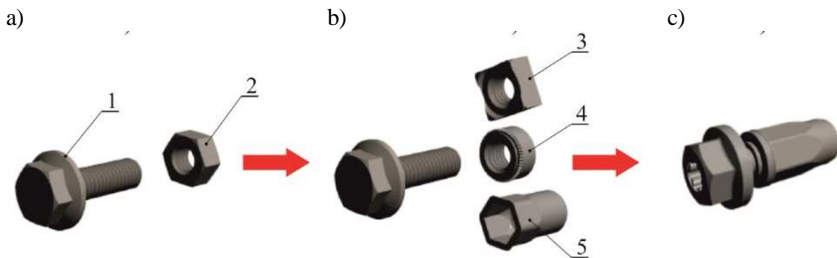


Fig. 4. The thread fasteners development: a) the classic bolted joint, b) the combination of the bolts and the pressed elements, c) the solutions in the case of the construction with closed spaces; 1 – the bolt, 2 – the classic nut, 3-5 – the blind rivet nut

2. Fasteners used in the pressing technology

During the structural connections designing many factors are taken into account, and the most important, which determinate the design process, are:

- the geometry, structure and product material,
- the required joint mechanical properties,
- the assembly process,
- the reliability, durability and safety,
- the economics of the joining method,

- the special requirements,
- the intensity of the mechanical and chemical interactions on the joint,
- the knowledge obtained from the previous design concepts of the new solutions.

Taking into account these factors the fastener design and the assembly process technology are developed. The pressed fasteners have grooves for the filling the sheet material. Depending on their shape and their location they can be blocked during the assembly process in the different way. From the point of the main groove shape and the additional notched grooves view the several fundamental design solution of the pressed nut can be distinguished (fig. 5.). The main groove, which is filled by joined material, may have different shape from rectangular to the cylindrical part (fig. 5c), triangular profile (fig. 5d) and more complex shape (fig. 5a, b). The additional notched grooves may be formed on the cylindrical part of the fastener before the main groove (fig. 5a) or after the main groove (fig. 5b). To ensure the efficient flow of the material in the groove space, which is blocking the axial rotation and movements of the nut, the main groove can have a sloped internal surfaces fragments. The notched grooves

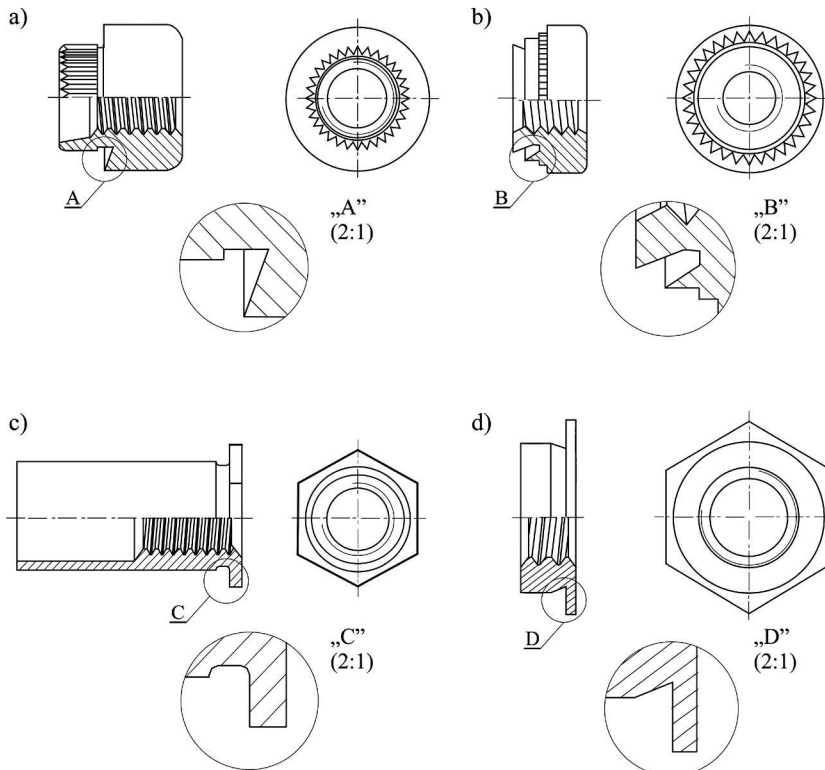


Fig. 5. The main solutions of the blind rivet nut pressed in the sheet material

(fig. 5a, b) are generally intended to increase the torque moment resistance (fig. 3.). There are a huge variety of fastener solutions and the most commonly used are presented in fig. 6.



Fig. 6. The fastener examples used in the thin-walled constructions during the assembly process



Fig. 7. The fastener special solutions

Many types of these elements have a special structure, so they can comply tasks, which are results of their design. Some of them, developed by *Kerb Konus Company*, are presented in the fig. 7. The pressed fastener can have internal and also external thread (fig. 7a), which increase possibilities of their using. For ensuring for example other element centering or to increase the load surface the part of the fastener cylindrical surface can be enlarged (fig. 7b). To increase the torsion moment resistance the notched grooves are also placed on the front and the cylindrical surface (fig. 7c). By using the double-sided blind rivet nut the

distance between joining sheets can be determined (fig. 7d). The elements with special hexagonal structure (fig. 7e) or with holes and additional ridges (fig. 7f) ensure the possibilities of the bolt fixing during the tighten up a nut.

3. The pressing technology

Engineers designing assembly processes regularly use the self-locking fasteners technology (self-clinching – SC), when they need to apply the thread function in the thin sheets. The main indicators, which determine the suitability of the joining technology, in the assembling technology economics aspects, are: manufacturing time, energy consumption, producibility.

The SC technology offers especially time and cost savings. The fastener installation is performed by pressing it by manual or fully automatic systems. The fastener pressing process can be performed for galvanized or for paint coated elements, without damaging the coating. Even for sheet thickness 0.5 mm it is possible to press the fastener. It determines opportunities of structure weight reduction. The process time for manual hand tools is 2-3 s, and for automated assembly systems is about 4-6 s.

Many factors should be taken into account when the joining technology is selected. One of them is the external forces (loads) resistance of the sheet structure. For the mass production the joining system should be able to automate. For each case of the fastener structure the pressing method is relatively simple [7]. There are two basic methods of anchoring the fasteners:

- inserting in the hole and blocking it by fastener deformation (fig. 8.),
- sheet material deformation (figs. 9. and 10.).

The fastener mounting consists in the sheet material flow (caused by high pressure load), which results in an element blockage. In the most cases the hole for the fastener must be previously performed. However, they are same kind of the blind rivet nut which firstly punched a hole and then they are blocked. There are three groups of the threaded fasteners: with the internal thread inside the through hole (figs. 8. and 9.), with the internal thread inside the blind hole (fig. 10.), and with the external thread (fig. 11.). In two last fastener cases the pressing process is the same in practice. Part of the fasteners is pressed to make a flat surface on the both side of the sheet material (fig. 12.).

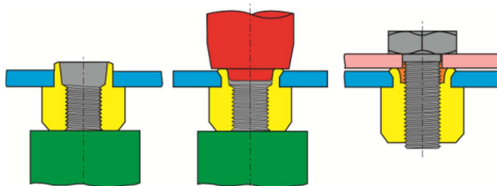


Fig. 8. The connector obtaining by plastic deformation of the blind rivet nut

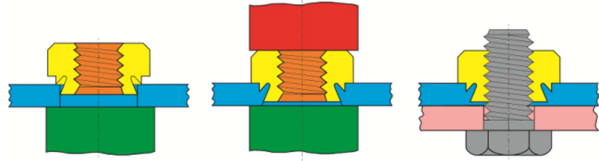


Fig. 9. The joint formation involving the sheet material plastic deformation

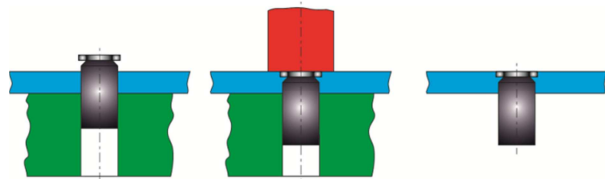


Fig. 10. The idea of the fastening a thread fastener in a blind hole

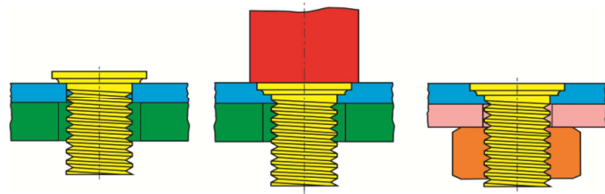


Fig. 11. The bolt form fastener mounting

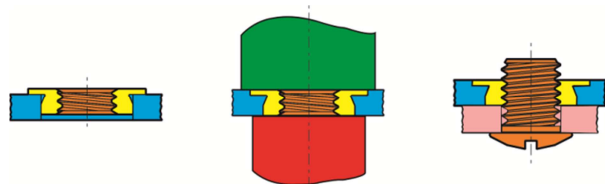


Fig. 12. Fasteners pressed to make a flat surface on the both side of the sheet material

The fastener mounting process can be performed by using manual hand tools (fig. 13a) or by using automated assembly stand with the press, the loader (fastener separator) and with the industrial robot (fig. 13b). The blind rivet nut position, in the automated assembly stands, is depended on the fastener loading system and depended on the die and the punch system (fig. 14.). The fastener loading systems are:

- rotary loader for inserting the fastener in the lower punch socket (fig. 14a),
- loader inserting fastener directly into the punch head from the punch side (fig. 14b).

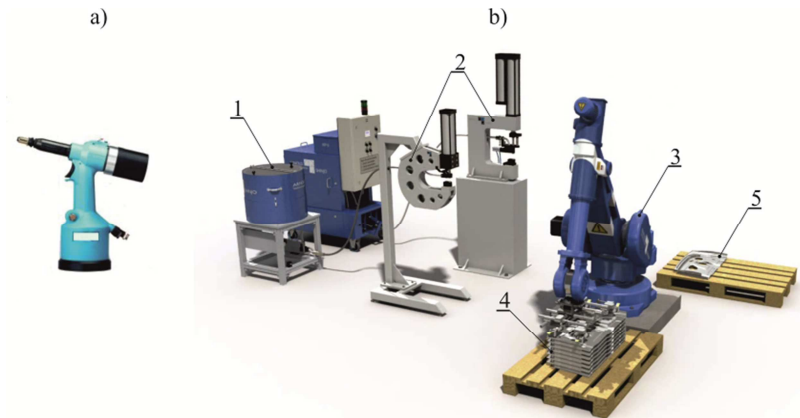


Fig. 13. The joining systems: a) manual, b) fastener automated assembly stand; 1 – the fastener separator, 2 – the press with the C-frame, 3 – the industrial robot, 4 – the sheet material part for joining, 5 – the part with the pressed fastener

Depending on the main groove shape (fig. 5.) the flat punch or the die with appropriate ridge shape (fig. 15.) can be used as a lower tool. The sheet material flow intensity and the fastener blocking method depend on the groove and ridge shape combination. Its proper matching is related to the sheet material and to the axial load force. The additional notched grooves block the fastener relative rotation (fig. 3.). For other fasteners, such as bolts, this differentiation is obtained by the size and the shape of the groove next to the head and by special notched grooves (fig. 16.).

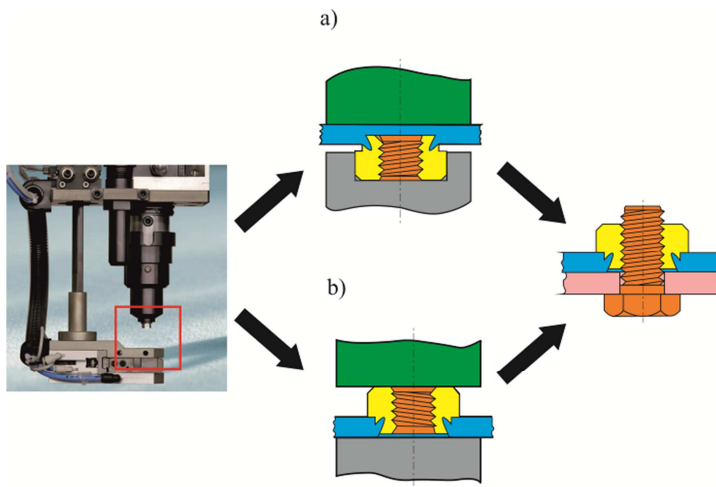


Fig. 14. The nut feed variants and the tools shape: a, b – explanation in text

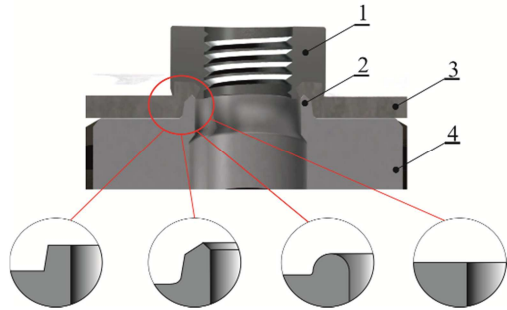


Fig. 15. The lower tools surface variants; 1 – the pressed nut, 2 – the ridge on the lower tool, 3 – the sheet material, 4 – the lower tool

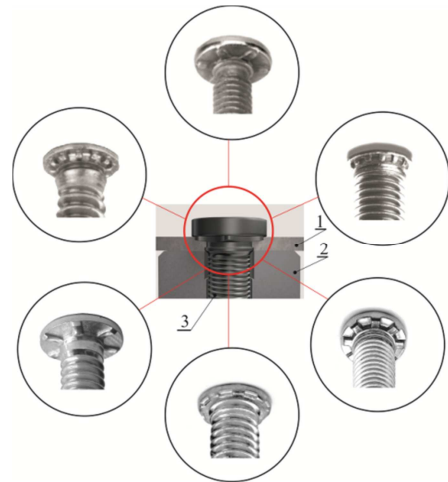


Fig. 16. The bolt head variations; 1 – the sheet material, 2 – the die, 3 – the bolt

4. The applications examples

The use of the SC technology includes the sheet metal structure industry, such as: automobile, electronics and aircraft industry. The pressed fasteners in the thin-walled structures allow for easy assembly by using the screw joint function. The blind rivet nuts are used in the desktop frames (fig. 17a). They can also be used in more responsible elements, for example the *Kerb Konus* company blind rivet nut in the car body structure (fig. 17b). Not only nuts but also special bolts are pressed in the sheet material parts (fig. 16.). Similar applications are related to part assembling (fig. 18.). In the case of the special bolts or pins, to block their rotation, on the head lower surface they have specially radial arranged grooves. In the thin-walled structures parts assembling the rectangular nuts are also used (fig. 19.).

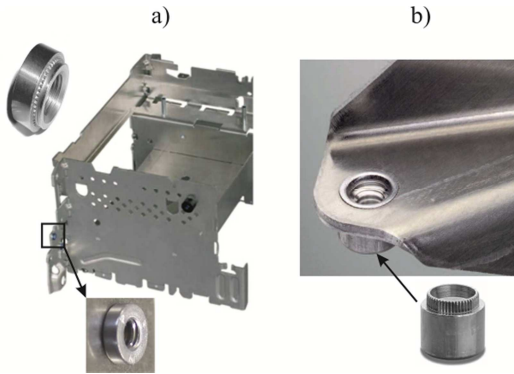


Fig. 17. The examples of the blind rivet nuts used in the sheet metal constructions: a, b – explanation in text

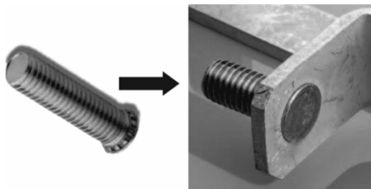


Fig. 18. The application example of the *Kerb Konus* company bolts



Fig. 19. The rectangular nut pressed in the vehicle window lifting element

Depending on the fastener design (fig. 5. and 6.) and pressing process a required torque moment resistance is obtained. It is important to block properly fastener rotation during the tightening up a screw or a bolt. Hence, the fastener structures with cylindrical surface and with additional notched grooves (fig. 20a) or with a shape other than round (fig. 20b) can be distinguished. The fastener can be blocked in both sides of its flanges (fig. 20.) or on the flat surface side (fig. 21.) [8]. This first solution allows to join axial loading in two directions, while the second solution only in one direction. In the case of high sensitivity to the material pressure (potential material failure) the blind rivet nut with the cut cylindrical flange can be used (fig. 22.). This reduces the upsetting forces, but the axial load pressures are greater (the smaller surface contact). Solutions of this type are often used in the case of the plastics joining.

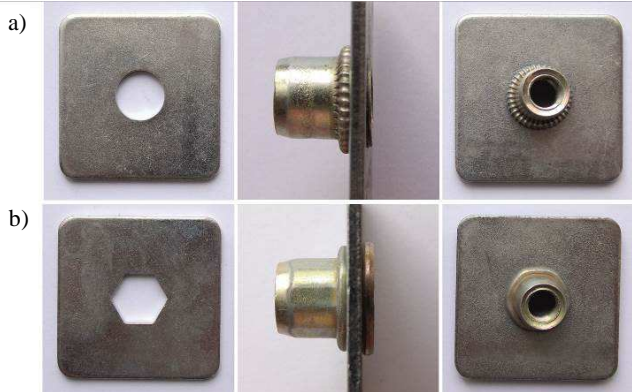


Fig. 20. The *Böllhoff* company joints for the round hole (a) and for the hexagonal hole (b)

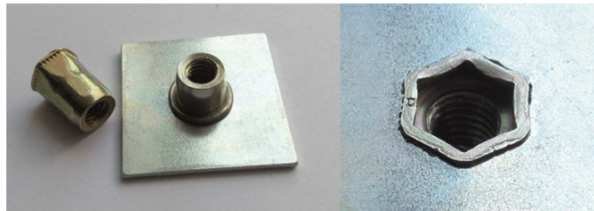


Fig. 21. Blind rivet nut with unilateral upset in the hexagonal hole

The pressed blind rivet nut can be used with providing the tools support and the both-sided tool access to the joint. Some fasteners solutions ensure possibilities of pressing them in the elements with one-side tool access (fig. 23.). For ensuring a good sealing in the joint an additional sealing element should be placed (fig. 23b). It is very common situation during the automotive body panels assembling. A number of closed profiles do not allow to use the blind rivet nuts.



Fig. 22. Blind rivet nut with cut cylindrical flange

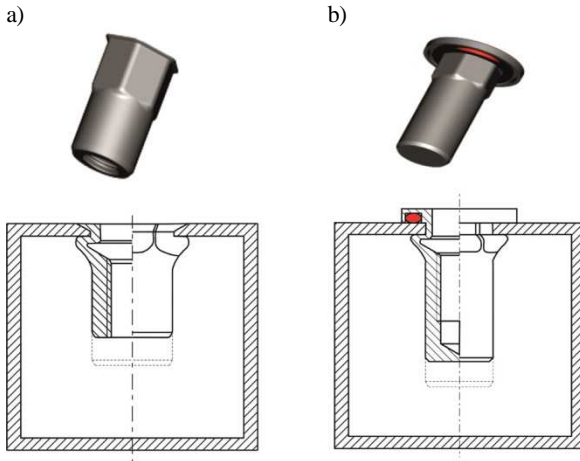


Fig. 23. The example of the threaded sleeves using in the closed profile: a) simple solution, b) solution with the sealing element

5. Conclusions

In this paper an overview of the fastener pressing technology in the thin-walled structures was presented. Additional fasteners allow sheet metal product easier assembling. The pressed elements are selected according to the joints functions. The manufacturers, especially in the automotive industry increase the use of this joining technology. In the case of the need to maintain a flat surface after the fastener pressing, a special structure development provides these possibilities. The tools and the pressed fastener passer head are not complicated and they are similar to the rivet passer head. To ensure the tightness, the pressed elements have additional sealing rings, or to increase the torque moment resistance an adhesive is inputted. A large number of fasteners offered by many companies provide greater opportunities of the thin-walled sheet metal structures assembling.

References

- [1] Bałon P., Świątoniowski A.: Porównanie procesu łączenia podczas formowania oraz zgrzewania dla elementów struktury samochodu. *Mechanik*, 5-6 (2014), 364-375.
- [2] Bałon P., Świątoniowski A.: Stamping automotive parts with clinch nut process, *AIP Conference Proceedings*, 1567 (2013), 971-974.
- [3] Mucha J., O znaczeniu połączeń konstrukcyjnych słów kilka. *Stal Metale Nowe Technol.*, 9-10 (2011), 100-101.
- [4] Kompleksowe osadzanie elementów złącznych. Artykuł reklamowy firmy Tox Pressotechnik, *Stal Metale Nowe Technol.*, 5-6 (2013), 139.

- [5] Mucha J.: Nowoczesne rozwiązanie konstrukcji podkładki blokującej firmy Böllhoff – RIPP LOCK. *Stal Metale Nowe Technol.*, 9-10 (2011), 125.
- [6] Bober M.: Dobór łączników do montażu stalowych blach profilowych. *Nowoczesne Hale*, 1 (2012), 67-69.
- [7] Elementy złączne do cienkich detali kształtowanych. Materiał reklamowy firmy Kerb Konus Vertriebs-GMBH, www.4metal.pl (dostęp: 04.04.2008 r.).
- [8] Materiały reklamowe firmy Wilhelm Böllhoff GmbH & Co. KG, www.boellhoff.com (dostęp: 30.07.2014 r.).

TECHNOLOGIA WTŁACZANIA ELEMENTÓW ZŁĄCZNYCH W CIENKOŚCIENNYCH KONSTRUKCJACH

Streszczenie

Obecnie w przemyśle cienkościennych konstrukcji trwa dynamiczny rozwój technologii montażu związanych z zapewnieniem konkurencyjności procesów wytwarzania. Montaż, w którym wykorzystuje się połączenia konstrukcyjne, jest często ostatnim etapem budowy jego struktury, formy i jakości użytkowej. Cienkościennie fragmenty większej konstrukcji mają często do spełnienia różne zadania. Niekiedy wykonanie całościowe konstrukcji wymaga zastosowania połączeń nie tylko nierozłącznych, ale i rozłącznych. Połączenia rozłączne pozwalają na łatwiejsze pozycjonowanie względne łączonych elementów, ale i ich demontaż podczas napraw czy serwisowania. W pracy przedstawiono znaczenie rozwiązań elementów złącznych przeznaczonych do osadzania w cienkościennych konstrukcjach podczas montażu. Zaprezentowano typowe konstrukcje elementów złącznych oraz wybrane rozwiązania specjalne. Scharakteryzowano podstawowe rozwiązania nitonakrętek oraz technologie ich montażu.

Słowa kluczowe: elementy złączne, osadzanie nitonakrętek, łączenie blach, cienkościennie konstrukcje

DOI: 10.7862/rm.2014.60

Otrzymano/received: 15.09.2014 r.

Zaakceptowano/accepted: 20.11.2014 r.

Józef RAK¹
Zbigniew GNUTEK²

NUMERYCZNA ANALIZA PRZECIEKÓW OSIOWYCH W BEZOLEJOWEJ SPRĘŻARCE SPIRALNEJ W STANIE NIEUSTALONYM

W pracy zaprezentowano wyniki rozważań na temat przecieków osiowych oraz ich wpływu na przebieg procesu sprężania w bezolejowej maszynie spiralnej. Za pomocą metody objętości skończonej zaproponowano dwuwymiarowy model zjawisk ciepłno-przepływowych, uwzględniający warunki brzegowe w zmiennych polach prędkości, ciśnień i temperatur w komorach. Przedstawiono założenia obliczeń, wyniki, a także wnioski na temat wpływu przecieków na parametry termodynamiczne maszyny.

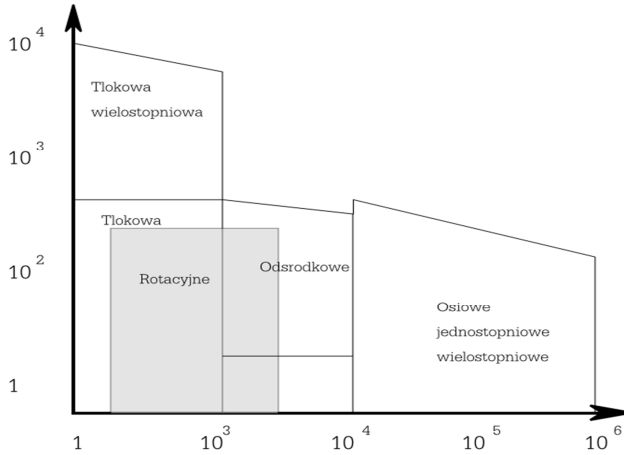
Słowa kluczowe: przecieki, sprężarka spiralna, modelowanie, maszyny rotacyjne

1. Wprowadzenie

Sprężarki spiralne to gazowe, rotacyjne maszyny energetyczne, o obrotowym ruchu organu roboczego [1]. Koncepcja maszyny spiralnej powstała w 1905 r. za sprawą francuskiego inżyniera Leona Creux. Jednak ze względu na brak odpowiednich technik i maszyn wytwórczych pierwsze komercyjne konstrukcje pojawiły się na rynku dopiero w latach 70. ubiegłego wieku [2]. Maszyny tego typu są projektowane jako urządzenia o małej i średniej wydajności oraz małym i średnim stopniu sprężania. Ich umiejscowienie pośród innych konstrukcji pokazano na rys. 1. Sprawia to, że świetnie nadają się do zastosowania w układach chłodniczych, klimatyzacyjnych (także w klimatyzatorach samochodowych), jak również w obiegach pomp ciepła. Dodatkowo, nowym polem zastosowań jest wykorzystywanie maszyn spiralnych jako rozprężarek w układach ORC [3, 4]. Zasada działania sprężarki spiralnej (rys. 2.) polega na współpracy dwóch łopatek w kształcie spirali. Jedna z łopatek porusza się ruchem mimośrodowym, druga natomiast pozostaje nieruchoma. W ten sposób oba elementy łączą się ze sobą w punktach styku, zależnych od kąta obrotu wału.

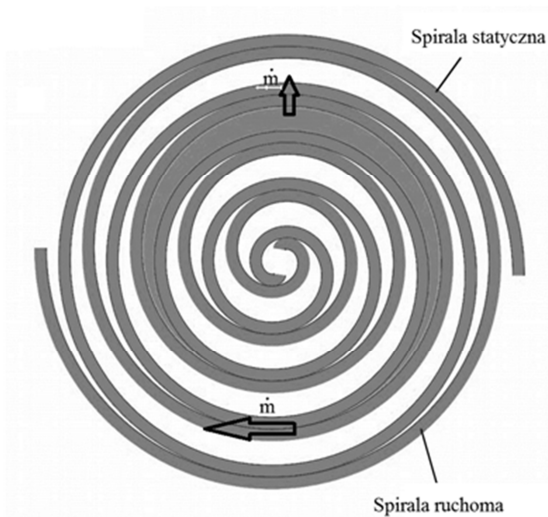
¹ Autor do korespondencji/corresponding author: Józef Rak, Politechnika Wroclawska, Plac Grunwaldzki 9, 50-370 Wrocław, tel.: (71) 3203091, e-mail: jozef.rak@pwr.edu.pl

² Zbigniew Gnutek, Politechnika Wroclawska, e-mail: zbigniew.gnutek@pwr.edu.pl



Rys. 1. Parametry osiągane przez maszyny rotacyjne

Fig. 1. Rotary machines parameters



Rys. 2. Zasada działania sprężarki spiralnej oraz kierunek przecieków

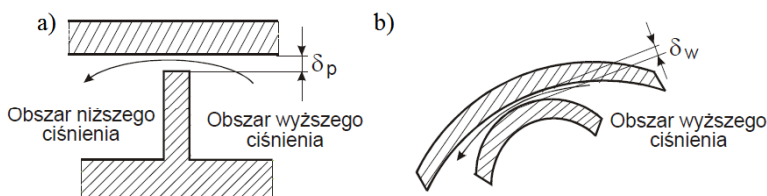
Fig. 2. Principle of operation of scroll compressor and the leakage direction

Pomiędzy punktami wspólnymi tworzą się komory robocze, które w miarę trwania procesu zmniejszają swoją objętość i są przesuwane w kierunku części centralnej, gdzie znajduje się wylot. Komory robocze są oddzielone od siebie przez materiał łopatek, jednak nie są one zaizolowane idealnie. Ze względu na to, że jednocześnie jest uformowanych wiele komór o różnym stopniu zaawansowania procesu sprężania, czynnik roboczy jest tracony przez szczeliny od

komór o wyższym ciśnieniu do sąsiadujących komór o niższym ciśnieniu. Rozróżnia się dwa rodzaje nieszczelności:

- a) przeciek promieniowy – występujący pomiędzy podstawami płyt spiral a ich czołami (rys. 3a),
- b) przeciek osiowy – występujący dzięki występowaniu szczelin w punktach wspólnych (rys. 3b).

Celem przeprowadzonych obliczeń jest odpowiedź na pytanie, jaka jest natura przepływu przez szczelinę odpowiedzialną za przeciek wzdłużny.



Rys. 3. Schemat występowania przecieków: a) przeciek promieniowy, b) przeciek osiowy

Fig. 3. Scheme of leakage occurrence: a) radial leakage, b) axial leakage

2. Przecieki osiowe

Strumień przepływu przez szczelinę zależy od pola przekroju nieszczelności, różnicy ciśnień pomiędzy komorami i współczynnika przepływu (równanie (1)). W literaturze przyjęło się stosować równania jak dla przepływu izentropowego (równanie (2)) [5, 6]:

$$\dot{m} = \psi A_s f(p_2, p_1) \quad (1)$$

$$\dot{m} = \psi A_s \sqrt{2 p_1 \rho_1} \sqrt{\frac{k}{k-1} \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k+1}{2}} \right]} \quad (2)$$

gdzie: m – strumień masy, ψ – współczynnik przepływu, k – wykładnik adiabaty, p_1 – ciśnienie wyższe, p_2 – ciśnienie niższe, ρ – gęstość.

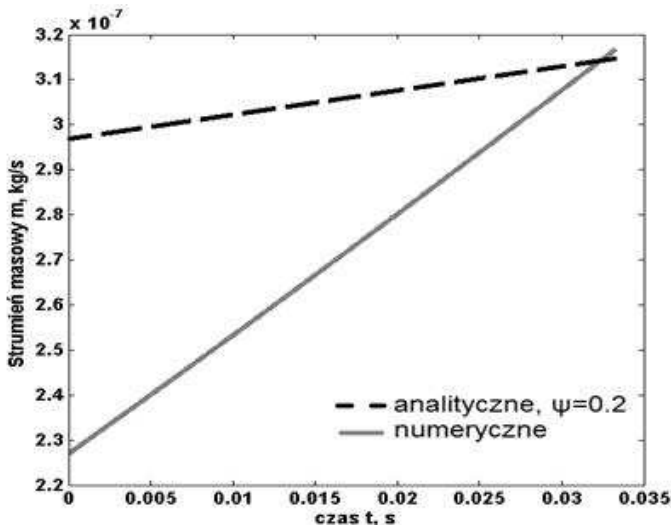
Symulację przeprowadzono z zastosowaniem dwuwymiarowej, stacjonarnej siatki numerycznej, złożonej z 144 255 elementów heksagonalnych. Geometria opiera się na kształcie rzeczywistej sprężarki. Obliczenia wykonano za pomocą metody objętości skończonych w pakiecie ANSYS CFX [7]. Założenia oraz warunki brzegowe zestawiono w tab. 1. W obliczeniach przyjęto, że sprężarka

jest bezolejowa, w związku z czym przepływ jest jednofazowy. Ze względu na bardzo niewielką szerokość kanału (rzędu mikrometrów) założono, że nawet przy dużych prędkościach liczba Reynoldsa nie przekroczy progu przepływu turbulentnego. Symulowany był stan nieustalony, w którym ciśnienie na wlocie rośnie liniowo w funkcji czasu, natomiast ciśnienie na wylocie pozostaje stałe. Wnikanie ciepła do ścian łopatek nie zostało uwzględnione, gdyż założono, że ze względu na szybkość procesu zjawisko to będzie miało drugorzędne znaczenie. Prędkość czynnika na ściankach to 0 m/s. Procedurę obliczeń zaplanowano w taki sposób, aby początkowo uzyskać wynik obliczeń w stanie ustalonym, dla ciśnienia $p_1 = 1,1p_2$. Kryterium osiągnięcia stanu ustalonego było wyrównanie się wielkości strumieni masy na wlocie i wylocie z domeny. Wynik stanowił warunek początkowy do drugiej fazy obliczeń, przy zmiennym ciśnieniu wlotowym.

Tabela 1. Założenia i warunki brzegowe symulacji

Table 1. Assumptions and boundary conditions

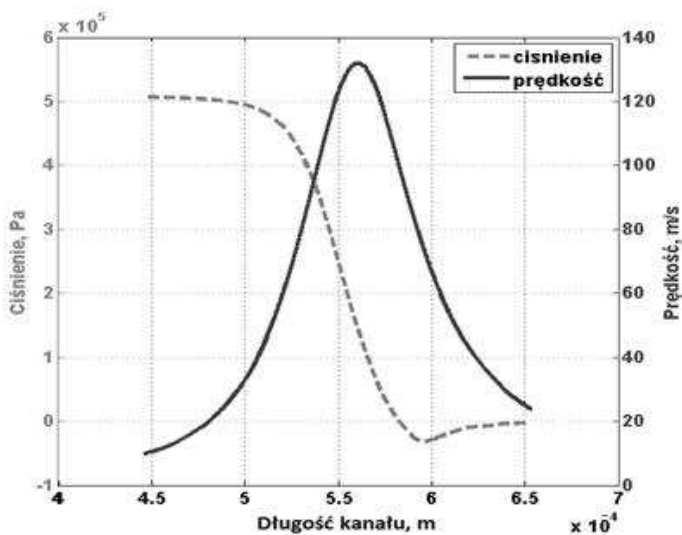
Czynnik	powietrze (gaz doskonały)
Olej	brak
Szerokość szczeliny	20 μm
Rodzaj przepływu	laminarny
Ciśnienie p_2	101300 hPa
Ciśnienie p_1	od $1,1p_2$ do $1,5p_2$
Ściany	adiabatyczne



Rys. 4. Rozkład prędkości i ciśnienia przy $p_1 = 1,5p_2$

Fig. 4. Velocity and pressure distribution for $p_1 = 1,5p_2$

Wynikiem symulacji są pola ciśnień, prędkości i temperatury, a także strumień masy czynnika przepływającego przez szczelinę. Na rysunku 4. przedstawiono rozkład ciśnienia i prędkości na końcu symulacji. Maksymalna liczba Macha w tym przypadku była równa 0,36. Jest to zatem przepływ podkrytyczny. Maksymalna prędkość rosła proporcjonalnie do wzrostu różnicy ciśnień. Drugą obliczoną wielkością jest zmiana strumienia masy przepływającego przez nieuszczelnienie. Na rysunku 5. pokazano, że natężenie przepływu rośnie liniowo z czasem, czyli także z ciśnieniem. Wynik uzyskany metodą numeryczną porównano z rozwiązaniem równania (2).



Rys. 5. Strumień masowy czynnika przepływającego przez nieuszczelnienie

Fig. 5. Mass flow of the medium flowing through leakage

3. Wnioski

Dokonano modelowania numerycznego procesu przepływu przez szczelinę osiową sprężarki spiralnej. Wykazało ono liniową zależność strumienia masy od różnicy ciśnień pomiędzy komorami roboczymi, co jest zgodne z rozwiązaniem analitycznym na zadanym przedziale. Oba modele dają wyniki o zbliżonych wartościach, jednak z różnymi gradientami. Wykonana symulacja numeryczna pomaga zrozumieć zjawiska przecieków osiowych, będzie również wykorzystana do budowy dokładnych modeli całej maszyny spiralnej. Zjawisko to musi być uwzględnione w rozważaniach na temat parametrów działania sprężarki.

Podziękowania

Obliczenia wykonano przy użyciu zasobów udostępnionych przez Wrocławskie Centrum Sieciowo-Superkomputerowe (<http://wcss.pl>), grant obliczeniowy nr 278.

Literatura

- [1] Gnutek Z.: Łopatkowe maszyny rotacyjne. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1997.
- [2] Elson J.P., Kaemmer N., Wang S., Perevozchikov M.: Scroll Technology: An overview of past, present and future developments. Int. Compressor Engineering Conf., Purdue 2008.
- [3] Quoilin S., Lemort V., Lebrun J.: Experimental study and modeling of an Organic Rankine Cycle using scroll expander. Appl. Energy, 87 (2012), 1260-1268.
- [4] Mathias J., Johnston J., Cao J., Priedeman D., Christensen R.: Experimental testing of gerotor and scroll expanders used in, and energetic modeling of, an organic rankine cycle. J. Energy Resour. Technol., 131 (2009), 012201 (9 pages).
- [5] Kang D.J., Kim J. W., Sohn C.B.: Effects of leakage flow model on the thermodynamic performance of a scroll compressor. Int. Compressor Engineering Conf., Purdue 2002.
- [6] Pietrowicz S.: Modelowanie procesów termodynamicznych w maszynie spiralnej. Praca doktorska, Politechnika Wrocławska, Wrocław 2003.
- [7] ANSYS Academic Research, Release 14.5, Help System, ANSYS Inc.

TRANSIENT NUMERICAL ANALYSIS OF THE AXIAL LEAKAGE IN AN OIL-FREE SCROLL COMPRESSOR

Summary

In the paper the results of consideration of an axial leakage phenomena and its influence on the compression process in an oil-free scroll compressor were presented. With the use of a finite volume method a two-dimensional heat-flow phenomena model was proposed. It takes into account the boundary conditions in transient velocity, pressure and temperature in the chambers. Computational assumptions, results and conclusions about leakage influence on thermodynamical parameters of machine were presented.

Keywords: CFD, leakage, scroll compressor, modeling, rotary machines

DOI: 10.7862/rm.2014.61

Otrzymano/received: 20.07.2014 r.

Zaakceptowano/accepted: 22.11.2014 r.

Gennadij SHUSHKEVICH¹
Svetlana SHUSHKEVICH²

THE PENETRATION OF THE SOUND FIELD OF THE SPHERICAL RADIATOR THROUGH THE PLANE ELASTIC LAYER

In this paper the results of exact solution of the axisymmetric problem of the penetration of the sound field through the plane elastic layer are presented. The spherical radiator is located in a thin unclosed spherical shell as the source of the acoustic field. Using appropriate theorems, the solution of the boundary conditions problem is reduced to solve dual functions in Legendre's polynomials, which are converted to the infinite system of linear algebraic equations of the second kind with a completely continuous operator. The influence of some parameters of the problem on the value of the coefficient of shielding sound field is investigated.

Keywords: elastic plate, sound field, spherical radiator

1. Introduction

The research of the distribution of the sound waves in elastic environment has a great importance in medical diagnostics, in the underwater acoustics and in the seismology, etc. [1-3]. Sandler and Maev [4] considered the problem of calculating the propagation of acoustic waves within an ideal isotropic multilayer plate structure. Exploring this problem by examining the ray paths of the multiple reflections within the plate structure, it is possible to show that upon careful consideration many of these paths will travel equivalent distances in time and space becoming coincident. The solution of a problem of dispersion of a spherical sound wave on a multilayered uniform firm plate can be consolidated to system of the algebraic equations [5]. Results of research of distribution of sound waves in poorly connected acoustic layers with rigid borders are presented by Gortinskaja and Popov [6]. For the solution of the Helmholtz equation with Neumann's boundary conditions the method of coordination of asymptotic decomposition of solutions of regional problems is used.

¹ Autor do korespondencji/corresponding author: Gennadij Shushkevich, Yanka Kupala State University of Grodno, 22 Ozheshko St., 230023 Grodno, Belarus, e-mail: g_shu@tut.by

² Svetlana Shushkevich, Yanka Kupala State University of Grodno, e-mail: spusha@list.ru

Yan and Zhao [7] considered the inverse problem of the scattering of a plane acoustic wave by a multilayered scatterer. The inverse scattering problem is analysed as the problem of determining the shape of a multilayered scatterer by measurements of the far field patterns of acoustic or electromagnetic scattered waves. Transfer matrix technique is used by Vashishth and Gupta [8] to study the layered materials. The effects of frequency, porosity, angle of incidence, layer thickness and number of layers on the energy ratios and surface impedance are studied for different configurations of the layered materials. In recent study Kiselyova and Shushkevich [9] considered the solution of a problem on penetration of a sound field through of system permeable planes. As a source of a field the spherical radiator located in a thin not closed spherical cover is considered. The layers of the plate are made up of ideal acoustic materials (linear, homogeneous, isotropic, non dispersive) with known material parameters, and the plates are assumed to be bonded such that the interfaces follow the perfectly bonded boundary conditions [10, 11].

The aim of the paper is construct the exact solution of the axisymmetric problem of the penetration of the sound field through the flat elastic layer. The influence of some parameters of the problem for the value of the coefficient of shielding sound field is investigated.

2. Problem formulation

Let all the space R^3 be splitted by planes $S_0(z = h_1)$ and $S_1(z = h_1 + h_2)$ on the fields $D_0(z < h_1)$, $D_2(h_1 < z < h_1 + h_2)$, $D_1(z > h_1 + h_2)$ (fig. 1.). The area D_0 has thin unclosed spherical shell Γ_1 perfectly, located on the sphere Γ of the radius a with the center at the point O . We denoted $D_0^{(0)}(0 \leq r < a)$ the area of space bounded by the sphere Γ and $D_0 = D_0^{(0)} \cup \Gamma \cup D_0^{(1)}$. The distance between points O and O_1 is equal h_1 , h_2 is the distance between planes S_0 and S_1 .

The point radiator of the sound waves oscillating with angular frequency ω is located at the point O . Areas $D_j, j = 0,1$, filled with a material in which shear waves do not propagate A density of the medium and a speed of sound in the area D_j are denoted by $\tilde{\rho}_j, c_j$, respectively. The area D_2 is a plane elastic layer. The elastic layer oscillates under the influence of the sound field. Its deformation is determined by the displacement vector \bar{u} that satisfies the Lamé equation [2, 3]:

$$\tilde{\mu} \Delta \bar{u} + (\tilde{\lambda} + \tilde{\mu}) \text{grad div } \bar{u} + \omega^2 \tilde{\rho} \bar{u} = 0 \quad (1)$$

where $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ is the Laplace operator, $\tilde{\lambda}, \tilde{\mu}$ are Lamé coefficients, $\tilde{\rho}$ is density of the medium.

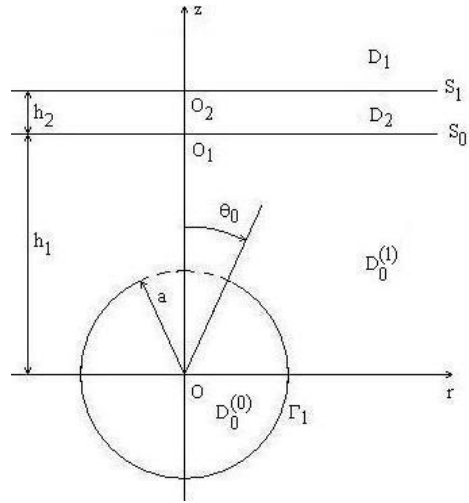


Fig. 1. Geometry of the problem

To solve this problem we connected spherical coordinates $\{r, \theta, \varphi\}$ and cylindrical coordinates $\{\rho, \varphi, z\}$ with the point O. The spherical shell Γ_1 and the plane $S_j, j = 0, 1$ are described as follows:

$$\Gamma_1 = \{r = a, \theta_0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq \varphi \leq 2\pi\} \tag{2}$$

$$S_0 = \{z = h_1, 0 \leq \rho \leq \infty, 0 \leq \varphi \leq 2\pi\} \tag{3}$$

$$S_1 = \{z = h_1 + h_2, 0 \leq \rho \leq \infty, 0 \leq \varphi \leq 2\pi\} \tag{4}$$

Let p_c be the pressure of the sound field of the primary point radiator, $p_0^{(0)}$ be the secondary sound pressure field in the area $D_0^{(0)}$, $p_0 = p_0^{(1)} + p_0^{(2)}$ be the secondary sound pressure field in the area $D_0^{(1)}$ and p_1 be the secondary sound pressure field in the area D_1 . The actual displacement and the sound pressure are calculated by the formulas $\vec{U} = \text{Re}(\vec{u} e^{-i\omega t})$ and $P_j = \text{Re}(p_j e^{-i\omega t})$. P_j is imaginary unit. The pressures of secondary sound field $p_0^{(j)} (j = 0, 1, 2)$ and p_1 satisfies the Helmholtz equation [2, 3]:

$$\Delta p_0^{(j)} + k_0^2 p_0^{(j)} = 0 \quad \text{in } D_0, \quad \Delta p_1 + k_1^2 p_1 = 0 \quad \text{in } D_1 \quad (5)$$

where: $k_0 = \omega / c_0$, $k_1 = \omega / c_1$ are wave numbers.

The displacement vector is determined by the formula [2]:

$$\vec{u} = \text{grad } \psi + \text{rot} \left(-\frac{\partial \Phi}{\partial \rho} \vec{e}_\varphi \right) \quad (6)$$

The equation (6) is satisfied in the case of propagation of small disturbances in an elastic body for steady-state motion of the particles of the body. Functions ψ and Φ satisfy the Helmholtz equation and are defined as:

$$\left. \begin{aligned} \Delta \psi + k_l^2 \psi = 0, \quad k_l = \omega / c_l, \quad c_l = \sqrt{(\tilde{\lambda} + 2\tilde{\mu}) / \tilde{\rho}} \\ \Delta \Phi + k_t^2 \Phi = 0, \quad k_t = \omega / c_t, \quad c_t = \sqrt{\tilde{\mu} / \tilde{\rho}} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

where: \tilde{n}_l , c_l are velocity of longitudinal and transverse elastic waves respectively.

In cylindrical coordinate system components of the displacement vector are associated with the functions ψ and Φ by relations:

$$u_\rho = \frac{\partial \psi}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \rho \partial z}, \quad u_z = \frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + k_t^2 \Phi \quad (8)$$

The solution of the diffraction problem is reduced to find the displacement vector $\vec{u}(u_\rho, u_z, 0)$, the pressures of the sound field $p_0^{(j)}$ ($j = 0, 1, 2$) p_1 which satisfy the boundary condition on the surface of the spherical shell (acoustically hard shell):

$$\frac{\partial}{\partial r} (p_c + p_0^{(0)}) \Big|_{\Gamma_1} = 0 \quad (9)$$

boundary conditions of the interaction of the sound field with an elastic layer on a plane S_j :

$$u_z \Big|_{S_j} = \omega^{-2} \tilde{\rho}_j^{-1} \frac{\partial p_j}{\partial z} \Big|_{S_j}, \quad \frac{\partial u_\rho}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial \rho} \Big|_{S_j} = 0 \quad (10)$$

$$(2\tilde{\mu} + \tilde{\lambda}) \frac{\partial u_z}{\partial z} + \tilde{\lambda} \left(\frac{u_\rho}{\rho} + \frac{\partial u_\rho}{\partial \rho} \right) \Big|_{S_j} = -p_j \Big|_{S_j} \tag{11}$$

The condition at infinity [2, 3, 12] can be written as:

$$\lim_{M \rightarrow \infty} r \left(\frac{\partial p_j(M)}{\partial r} - ik_j p_j(M) \right) = 0, \quad j = 0, 1 \tag{12}$$

where M is an arbitrary point at the space.

Condition at continuity of pressure on the open part of the spherical shell Γ/Γ_1 is given by:

$$(p_c + p_0^{(0)}) \Big|_{\Gamma \setminus \Gamma_1} = (p_0^{(1)} + p_0^{(2)}) \Big|_{\Gamma \setminus \Gamma_1} \tag{13}$$

and the normal derivative on the surface of the sphere Γ is:

$$\frac{\partial}{\partial r} (p_c + p_0^{(0)}) \Big|_{\Gamma} = \frac{\partial}{\partial r} (p_0^{(1)} + p_0^{(2)}) \Big|_{\Gamma} \tag{14}$$

The initial pressure of the sound field can be represented in the form [12]:

$$p_c(r, \theta) = P \exp(ik_0 r) / r = P \sum_{n=0}^{\infty} f_n h_n^{(1)}(k_0 r) P_n(\cos \theta), \quad f_n = ik_0 \delta_{0n} \tag{15}$$

where $h_n^{(1)}(x)$ are spherical Hankel functions, $P_n(\cos \theta)$ is Legendre polynomials [13], δ_{0n} is Kronecker delta and P is constant.

The pressure of the scattered sound field is represented as a superposition of basic solutions of the Helmholtz equation in spherical and cylindrical coordinates [14], taking into account the condition at infinity (12) we have:

$$p_0^{(0)}(r, \theta) = P \sum_{n=0}^{\infty} c_n j_n(k_0 r) P_n(\cos \theta) \quad \text{in } D_0^{(0)} \tag{16}$$

$$\left. \begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x_n - f_n}{\frac{d}{d\xi_0} j_n(\xi_0)} P_n(\cos \theta) &= 0, \quad 0 \leq \theta < \theta_0 \\ \sum_{n=0}^{\infty} x_n \frac{d}{d\xi_0} h_n^{(1)}(\xi_0) P_n(\cos \theta) &= - \sum_{n=0}^{\infty} T_n \frac{d}{d\xi_0} j_n(\xi_0) P_n(\cos \theta), \quad \theta_0 < \theta \leq \pi \end{aligned} \right\} \tag{17}$$

$$p_1(\rho, z) = P \int_0^\infty d(\lambda) J_0(\lambda \rho) e^{-v_1(z-h_1-h_2)} \lambda d\lambda \quad \text{in } D_1 \tag{18}$$

$$\psi(\rho, z) = P \int_0^\infty \left(a(\lambda) e^{-v_\ell(z-h_1)} + b(\lambda) e^{v_\ell(z-h_1-h_2)} \right) J_0(\lambda \rho) \lambda d\lambda \tag{19}$$

$$\Phi(\rho, z) = P \int_0^\infty \left(\tilde{a}(\lambda) e^{-v_\ell(z-h_1)} + \tilde{b}(\lambda) e^{v_\ell(z-h_1-h_2)} \right) J_0(\lambda \rho) \lambda d\lambda \tag{20}$$

where $j_n(x)$ are spherical Bessel functions of the first kind, $J_0(x)$ are Bessel functions of the first kind, $v_j = \sqrt{\lambda^2 - k_j^2}$, $-\pi/2 \leq \arg v_j < \pi/2$, $j = 0, 1$; $v_\ell = \sqrt{\lambda^2 - k_\ell^2}$, $-\pi/2 \leq \arg v_\ell < \pi/2$, $v_t = \sqrt{\lambda^2 - k_t^2}$, $-\pi/2 \leq \arg v_t < \pi/2$.

Unknown coefficients c_n, x_n and functions $a(\lambda), b(\lambda), \tilde{a}(\lambda), \tilde{b}(\lambda), y(\lambda), d(\lambda)$ must be determined from boundary conditions.

3. Boundary conditions

The boundary conditions are defined by eqs. (1), (9) and (11). The function $p_0^{(2)}(\rho, z)$ through spherical wave functions, using the formula connecting cylindrical and spherical wave functions is:

$$\left. \begin{aligned} J_0(\lambda \rho) e^{vz} &= \sum_{n=0}^\infty (-i)^n (2n+1) P_n\left(\frac{iv}{k}\right) j_n(kr) P_n(\cos \theta) \\ v &= \sqrt{\lambda^2 - k^2}, \quad -\pi/2 \leq \arg v < \pi/2 \end{aligned} \right\} \tag{21}$$

then

$$\left. \begin{aligned} p_0^{(2)}(r, \theta) &= P \sum_{n=0}^\infty T_n j_n(k_0 r) P_n(\cos \theta) \\ T_n &= (-i)^n (2n+1) \int_0^\infty y(\lambda) P_n\left(\frac{iv_0}{k_0}\right) e^{-v_0 h} \lambda d\lambda \end{aligned} \right\} \tag{22}$$

According to eqs. (12)-(14) and eq. (17), the boundary condition (11) taking into account the condition of orthogonality of Legendre polynomials on the interval $[0; \pi]$ will become:

$$\left. \begin{aligned} f_n \frac{d}{d\xi_0} h_n^{(1)}(\xi_0) + c_n \frac{d}{d\xi_0} j_n(\xi_0) = x_n \frac{d}{d\xi_0} h_n^{(1)}(\xi_0) + T_n \frac{d}{d\xi_0} j_n(\xi_0) \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

$$\xi_0 = k_0 a, \quad n = 0, 1, \dots$$

Let's specify the boundary condition (9) on the surface of a spherical shell and the condition of continuity (13). Let's exclude factors c_n in the resulting equations, using the eq. (23). Then dual equations in Legendre's polynomials take the form:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x_n - f_n}{\frac{d}{d\xi_0} j_n(\xi_0)} P_n(\cos \theta) = 0, \quad 0 \leq \theta < \theta_0 \\ \sum_{n=0}^{\infty} x_n \frac{d}{d\xi_0} h_n^{(1)}(\xi_0) P_n(\cos \theta) = - \sum_{n=0}^{\infty} T_n \frac{d}{d\xi_0} j_n(\xi_0) P_n(\cos \theta), \quad \theta_0 < \theta \leq \pi \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

Let a new coefficient be:

$$x_n = X_n \frac{d}{d\xi_0} j_n(\xi_0) + f_n, \quad n = 0, 1, \dots \quad (25)$$

and a small parameter be:

$$g_n = 1 + \frac{4i\xi_0^3}{2n+1} \frac{d}{d\xi_0} j_n(\xi_0) \frac{d}{d\xi_0} h_n^{(1)}(\xi_0) \quad (26)$$

Then we will make replacement $\theta = \pi - \tilde{\theta}$, $\theta_0 = \pi - \tilde{\theta}_0$, $\tilde{X}_n = (-1)^n X_n$ for the transformation of dual eqs. (19). As a result, dual eqs. (24) take the form:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1)(1-g_n) \tilde{X}_n P_n(\cos \tilde{\theta}) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (2n+1) (\tilde{f}_n + \tilde{T}_n) P_n(\cos \tilde{\theta}), \quad 0 \leq \tilde{\theta} < \tilde{\theta}_0 \\ \sum_{n=0}^{\infty} \tilde{X}_n P_n(\cos \tilde{\theta}) = 0, \quad \tilde{\theta}_0 < \tilde{\theta} \leq \pi \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

where

$$\tilde{T}_n = 4i\xi_0^3 T_n \frac{d}{d\xi_0} j_n(\xi_0) / (2n+1), \quad \tilde{f}_n = 4i\xi_0^3 f_n \frac{d}{d\xi_0} h_n^{(1)}(\xi_0) / (2n+1) \quad (28)$$

Dual eqs. (25) are converted to an infinite system of linear algebraic equations of the second kind with the completely continuous operator using the integral representation for the Legendre polynomials [15, 16]:

$$\tilde{X}_n - \sum_{k=0}^{\infty} g_k R_{nk} \tilde{X}_k = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k (\tilde{T}_k + \tilde{f}_k) R_{nk}, \quad n = 0, 1, \dots \tag{29}$$

where

$$R_{nk} = \frac{1}{\pi} \left[\frac{\sin(n-k)(\pi - \theta_0)}{n-k} - \frac{\sin(n+k+1)(\pi - \theta_0)}{n+k+1} \right] \Bigg|_{n=k} = \pi - \theta_0 \tag{30}$$

To satisfy boundary conditions (11), the function $p_0^{(1)}(r, \theta)$ through cylindrical wave functions takes the form:

$$\left. \begin{aligned} h_n^{(1)}(kr) P_n(\cos \theta) &= \int_0^{\infty} \frac{i^{-n-1}}{kv} P_n\left(\frac{iv}{k}\right) J_0(\lambda \rho) e^{-vz} \lambda d\lambda \\ v &= \sqrt{\lambda^2 - k^2}, \quad -\pi/2 \leq \arg v < \pi/2, \quad z > 0 \end{aligned} \right\} \tag{31}$$

then

$$p_0^{(1)}(\rho, z) = P \int_0^{\infty} Z(\lambda) J_0(\lambda \rho) e^{-v_0 z} \lambda d\lambda, \quad Z(\lambda) = \frac{1}{k_0 v_0} \sum_{n=0}^{\infty} i^{-n-1} P_n\left(\frac{iv_0}{k_0}\right) x_n \tag{32}$$

Taking into account the eqs. (17)-(20) and (32) and boundary conditions (11), the linear algebraic equation takes the form:

$$M(\lambda) \cdot V(\lambda) = F(\lambda) \cdot Z(\lambda) \tag{33}$$

where

$$M(\lambda) = \begin{pmatrix} m_{11}(\lambda) & m_{12}(\lambda) & m_{13}(\lambda) & m_{14}(\lambda) & 1 & 0 \\ m_{21}(\lambda) & m_{22}(\lambda) & m_{23}(\lambda) & m_{24}(\lambda) & 0 & 0 \\ m_{31}(\lambda) & m_{32}(\lambda) & m_{33}(\lambda) & m_{34}(\lambda) & m_{35}(\lambda) & 0 \\ m_{41}(\lambda) & m_{42}(\lambda) & m_{43}(\lambda) & m_{44}(\lambda) & 0 & 1 \\ m_{51}(\lambda) & m_{52}(\lambda) & m_{53}(\lambda) & m_{54}(\lambda) & 0 & 0 \\ m_{61}(\lambda) & m_{62}(\lambda) & m_{63}(\lambda) & m_{64}(\lambda) & 0 & m_{66}(\lambda) \end{pmatrix},$$

$$V(\lambda) = \begin{pmatrix} a(\lambda) \\ b(\lambda) \\ \tilde{a}(\lambda) \\ \tilde{b}(\lambda) \\ y(\lambda) \\ d(\lambda) \end{pmatrix}, \quad F(\lambda) = \begin{pmatrix} f_1(\lambda) \\ 0 \\ f_3(\lambda) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{34}$$

$$\left. \begin{aligned} m_{11}(\lambda) &= (2\tilde{\mu} + \tilde{\lambda})v_\ell^2 - \tilde{\lambda}\lambda^2, & m_{12}(\lambda) &= \left[(2\tilde{\mu} + \tilde{\lambda})v_\ell^2 - \tilde{\lambda}\lambda^2 \right] e^{-v_\ell h_2} \\ m_{13}(\lambda) &= (2\tilde{\mu} + \tilde{\lambda})(-v_t^3 - v_t k_t^2) + \tilde{\lambda}\lambda^2 v_t \\ m_{14}(\lambda) &= \left[(2\tilde{\mu} + \tilde{\lambda})(v_t^3 + v_t k_t^2) - \tilde{\lambda}\lambda^2 v_t \right] e^{-v_t h_2} \\ m_{21}(\lambda) &= -2v_\ell, & m_{22}(\lambda) &= 2v_\ell e^{-v_\ell h_2} \\ m_{23}(\lambda) &= 2v_t^2 + k_t^2, & m_{24}(\lambda) &= \left[2v_t^2 + k_t^2 \right] e^{-v_t h_2} \\ m_{31}(\lambda) &= -v_\ell, & m_{32}(\lambda) &= v_\ell e^{-v_\ell h_2}, & m_{33}(\lambda) &= v_t^2 + k_t^2 \\ m_{34}(\lambda) &= \left[v_t^2 + k_t^2 \right] e^{-v_t h_2}, & m_{35}(\lambda) &= -\omega^{-2} \tilde{\rho}_0^{-1} v_0 \\ m_{41}(\lambda) &= \left[(2\tilde{\mu} + \tilde{\lambda})v_\ell^2 - \tilde{\lambda}\lambda^2 \right] e^{-v_\ell h_2}, & m_{42}(\lambda) &= (2\tilde{\mu} + \tilde{\lambda})v_\ell^2 - \tilde{\lambda}\lambda^2 \\ m_{43}(\lambda) &= \left[(2\tilde{\mu} + \tilde{\lambda})(-v_t^3 - v_t k_t^2) + \tilde{\lambda}\lambda^2 v_t \right] e^{-v_t h_2} \\ m_{44}(\lambda) &= (2\tilde{\mu} + \tilde{\lambda})(v_t^3 + v_t k_t^2) - \tilde{\lambda}\lambda^2 v_t \\ m_{51}(\lambda) &= -2v_\ell e^{-v_\ell h_2}, & m_{52}(\lambda) &= 2v_\ell \\ m_{53}(\lambda) &= \left[2v_t^2 + k_t^2 \right] e^{-v_t h_2}, & m_{54}(\lambda) &= 2v_t^2 + k_t^2 \\ m_{61}(\lambda) &= -v_\ell e^{-v_\ell h_2}, & m_{62}(\lambda) &= v_\ell \\ m_{63}(\lambda) &= \left[v_t^2 + k_t^2 \right] e^{-v_t h_2}, & m_{64}(\lambda) &= v_t^2 + k_t^2 \\ m_{66}(\lambda) &= \omega^{-2} \tilde{\rho}_1^{-1} v_1, & f_1(\lambda) &= -e^{-v_0 h_1}, & f_3(\lambda) &= -\omega^{-2} \tilde{\rho}_1^{-1} v_1 e^{-v_0 h_1} \end{aligned} \right\} \tag{35}$$

Solving the system (36), we find the function:

$$y(\lambda) = |M_5(\lambda)| Z(\lambda) / |M(\lambda)| \tag{36}$$

where $|M(\lambda)|$ is the determinant of the matrix $M(\lambda)$, $|M_5(\lambda)|$ is the determinant of the matrix $M_5(\lambda)$, $M_5(\lambda)$ is the matrix $M(\lambda)$ in which the fifth column is replaced by the vector $F(\lambda)$.

Relation between coefficients \tilde{T}_k and \tilde{X}_p based on the eqs. (22), (25), (28), (32) and (36) take:

$$\tilde{T}_k = \sum_{p=0}^{\infty} S_{pk} \tilde{X}_p + \tilde{f}_k, \quad k = 0, 1, 2 \dots \tag{37}$$

where

$$S_{pk} = 4\xi_0^3 (-1)^k i^{k+p} \frac{d}{d\xi_0} j_p(\xi_0) \frac{d}{d\xi_0} j_k(\xi_0) \int_0^\infty \frac{|M_5(\lambda)|}{k_0 v_0 |M(\lambda)|} \times \\ \times P_p\left(\frac{iv_0}{k_0}\right) P_k\left(\frac{iv_0}{k_0}\right) e^{-v_0 h_1} \lambda d\lambda \tag{38}$$

$$\tilde{f}_k = 4\xi_0^3 i (-i)^{k+1} \frac{d}{d\xi_0} j_k(\xi_0) \int_0^\infty \frac{|M_5(\lambda)|}{v_0 |M(\lambda)|} P_k\left(\frac{iv_0}{k_0}\right) e^{-v_0 h_1} \lambda d\lambda \tag{39}$$

After excluding coefficients \tilde{T}_k from the right-hand side of the eq. (29) with the help of eq. (37), then we have:

$$\tilde{X}_n - \sum_{k=0}^\infty (g_k R_{nk} - \alpha_{nk}) \tilde{X}_k = \sum_{k=0}^\infty \left(\tilde{f}_k + (-1)^k \tilde{f}_k \right) R_{nk}, \quad n=0, 1, 2, \dots \tag{40}$$

$$\alpha_{nk} = \sum_{p=0}^\infty (-1)^p R_{np} S_{kp} \tag{41}$$

Let's find connection between the function $d(\lambda)$, entering into representation of pressure $p_1(\rho, z)$ in area D_1 , and coefficients \tilde{X}_n – solutions of system (40). From eq. (33) it follows that:

$$d(\lambda) = |M_6(\lambda)| Z(\lambda) / |M(\lambda)| \tag{42}$$

where $|M_6(\lambda)|$ is the determinant of the matrix $M_6(\lambda)$, $M_6(\lambda)$ is the matrix $M(\lambda)$, in which the sixth column is replaced by the vector $F(\lambda)$.

According to eqs. (25) and (32), we have:

$$d(\lambda) = \frac{|M_6(\lambda)|}{|M(\lambda)| k_0 v_0} \sum_{p=0}^\infty i^{-p-1} P_p\left(\frac{iv_0}{k_0}\right) \left((-1)^p \tilde{X}_p \frac{d}{d\xi_0} j_p(\xi_0) + f_p \right) \tag{43}$$

The coefficient of screening of the sound field in area D_1 is calculated based on the following formula:

$$K(\rho, z) = |p_1(\rho, z)| / |p_c|, \quad z > h_1 + h_2 \tag{44}$$

4. Computational experiment

Using computer algebra system MathCAD [17, 18], calculations of the coefficient of screening of the sound field were carried out in area D_1 for some parameters of the problem. Spherical functions were calculated by means of built-in functions. Derivatives of spherical functions were calculated by means of the formula [13]:

$$\frac{d}{dx} f_n(x) = n f_n(x) / x - f_{n+1}(x), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (45)$$

Values of $v_j = \sqrt{\lambda^2 - k_j^2}$, $j=0, 1$, $v_\ell = \sqrt{\lambda^2 - k_\ell^2}$, $v_t = \sqrt{\lambda^2 - k_t^2}$ were calculated according to the formulae:

$$v_\tau = \begin{cases} \sqrt{\lambda^2 - k_\tau^2}, & \lambda \geq k_\tau \\ -i\sqrt{k_\tau^2 - \lambda}, & 0 \leq \lambda < k_\tau \end{cases} \quad (46)$$

The infinite system (36) was solved by the method of truncation [17]. Computational experiment showed that the truncation order for the considered parameters of a task can be eq. (25). It provides the decision of eq. (36) with an accuracy 10^{-4} . Lamé coefficients are associated with the Young's modulus E and Poisson's ratio by the relation:

$$\tilde{\lambda} = \nu E / ((1 + \nu)(1 - 2\nu)), \quad \tilde{\mu} = E / (2 + 2\nu) \quad (47)$$

Computational experiment showed that the truncation order of the eq. (42) can be eq. (17) for the considered parameters of the problem. This provides the ultimate solution of the eq. (42) with accuracy and the condition number that will not exceed 35. Figure 2. shows plots of shielding coefficient $K(0, z)$ of the sound field $z > h_1 + h_2$, for some values of the angle θ_0 . The area D_0 is filled by the air ($\rho_0 = 1.29 \text{ kg/m}^3$, $c_0 = 343 \text{ m/s}$). The area D_1 is filled by the water ($\tilde{\rho}_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$, $c_1 = 1500 \text{ m/s}$). The area D_1 is filled by the rubber ($\tilde{\rho} = 910 \text{ kg/m}^3$, $E = 7.9 \text{ MPa}$, $\nu = 0.46$). The remain parameters are equal: $h_1 = 4 \text{ m}$; $h_2 = 0.02 \text{ m}$; $a = 0.2 \text{ m}$, $f = 50 \text{ Hz}$; $\omega = 2\pi f$.

Figure 3. shows plots of shielding coefficient $K(0, z)$ of the sound field, $z > h_1 + h_2$, for some values of the frequency of the sound field. The area D_0 is filled by the air ($\rho_0 = 1.29 \text{ kg/m}^3$, $c_0 = 343 \text{ m/s}$). The area D_1 is filled by the nitrogen ($\rho_1 = 830 \text{ kg/m}^3$, $c_1 = 962 \text{ m/s}$). The area D_1 is filled by the aluminum ($\rho = 2600 \text{ kg/m}^3$, $E = 65 \text{ GPa}$, $\nu = 0.32$). Remain parameters are equal: $h_1 = 4 \text{ m}$; $h_2 = 0.02 \text{ m}$; $a = 0.3 \text{ m}$, $\theta_0 = \pi/2$.

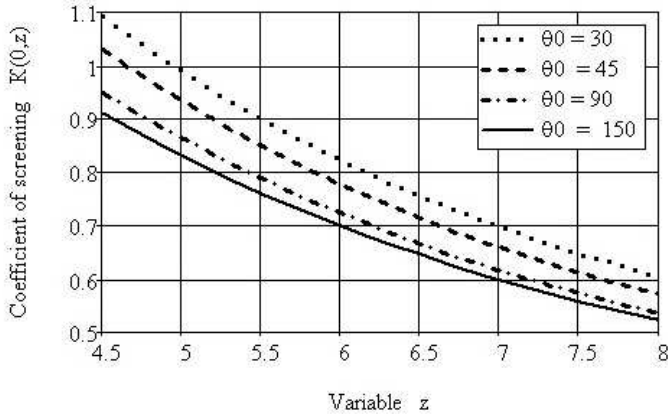


Fig. 2. Value of shielding coefficient $K(0, z)$ of the sound field for some values of the angle θ_0

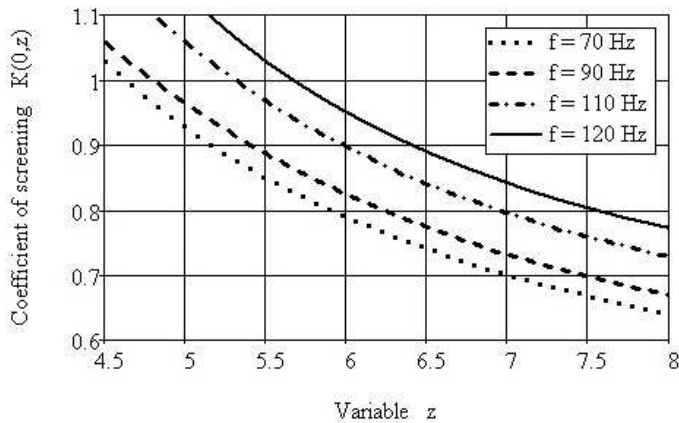


Fig. 3. Value of shielding coefficient $K(0, z)$ of the sound field for some values of the frequency f of the sound field

5. Conclusions

The solution of the problem of the penetration of the sound field through a flat elastic layer is reduced to solve dual equations in Legendre's polynomials using the addition theorem for cylindrical and spherical wave functions. The developed methodology and software can be of practical use in the manufacture of sound screens. Following tasks were carried out:

1. Dual equations are converted to the infinite system of linear algebraic equations of the second kind with the completely continuous operator.

2. The spherical radiator is considered as the source of the sound field located within the thin open spherical shell.
3. The influence of geometrical parameters of the problem, the density of the environments, Young's modulus, Poisson's ratio and the speed of sound on the value of the shielding coefficient of the sound field were computed.

Acknowledgement

The research leading to these results has received funding from the People Programme (Marie Curie International Research Staff Exchange) of the European Union's Seventh Framework Programme FP7/2007-2013/under REA grant agreement No. PIRSES-GA-2013-610547.

References

- [1] Raichel D.R.: The science and applications of acoustics. Springer Science+Business Media, New York 2006.
- [2] Nowacki W.: Teoria sprężystości. PWN, Warszawa 1970.
- [3] Grinchenko V.T., Vovk I.V., Matsipura V.T.: Fundamentals of acoustics. Naukova dumka, Kiev 2007.
- [4] Sadler J., Maev R. G.: A ray technique to calculate reflected and transmitted waves in layered media. *Ultrasonics*, 48 (2008), 687-696.
- [5] Piquette J.C.: Interactions of a spherical wave a bilaminar plate composed of homogeneous and isotropic solid layers. *J. Acoustical Soc. America*, 84 (1988), 1526-1535.
- [6] Gortinskaja L.V., Popov I.U.: Wave scattering in layers with hard edges, connected through the small holes. *Acoustic J.*, 53 (2007), 485-489.
- [7] Yan G., Zhao H.: The far field operator for a multilayered scatterer, *J. Comp. Math. Appl.*, 43 (2002), 631-639.
- [8] Vashishth A.K., Gupta V.: Ultrasonic wave's interaction at fluid-porous piezoelectric layered interface. *J. Ultrasonics*, 53 (2013), 479-494.
- [9] Kiselyova N.N., Shushkevich G.C.: Computer simulation of acoustic fields in the problem shielding by the system permeable planes. [In:] *Systems in teaching and research, Collegium Mazovia, Siedlce 2003*, 160-169.
- [10] Cheeke J.D.N.: Fundamentals and applications of ultrasonic waves reflection and transmission of ultrasonic waves at interfaces. CRC Press, New York 2002, 115-141.
- [11] Maev R.G.: Acoustic microscopy: fundamentals and applications. Wiley-VCH, Weinheim 2008.
- [12] Ivanov E.A.: Diffraction of electromagnetic waves on two bodies. Springfield, Washington 1970.
- [13] Handbook of Mathematical Functions: with Formulas, Graphs and Mathematical Tables, eds. M. Abramowitz, I.A. Stegun, Dover, New York 1972.
- [14] Erofeenko V.T.: An addition theorems. Nauka and Technika, Minsk 1989.
- [15] Shushkevich G.Ch., Kiselyova N.N.: Penetration of a sound field through a multilayered spherical shell. *Informatika*, 3 (2013), 47-57.

- [16] Achenbach J.: Wave propagation in elastic solids, North-Holland Publishing, Amsterdam–New York 1973.
- [17] Shushkevich G.Ch., Shushkevich S.V.: Computer technology in mathematics. The system Mathcad 14: in 2 parts, Grevsova, Minsk 2012.
- [18] Fausett L.V.: Numerical Methods Using MathCAD. Prentice Hall, New York 2002.

PRZENIKANIE POLA AKUSTYCZNEGO PROMIENNIKA KULISTEGO PRZEZ PŁASKĄ WARSTWĘ SPRĘŻYSTĄ

S t r e s z c z e n i e

W artykule przedstawiono wyniki dokładnych obliczeń osiowosymetrycznego problemu przenikania pola akustycznego przez płaską warstwę sprężystą. Kulisty promiennik jest umieszczony w cienkiej otwartej powłoce, będącej źródłem pola akustycznego. Wykorzystując odpowiednie twierdzenia, rozwiązanie problemu warunków brzegowych ograniczono do rozwiązania podwójnych funkcji w wielomianach Legendre'a, które są transponowane do skończonych liniowych równań algebraicznych drugiego rzędu z całkowicie ciągłym operatorem. Badano wpływ niektórych parametrów problemu na wartość współczynnika ekranowania pola akustycznego.

Słowa kluczowe: warstwa sprężysta, pole akustyczne, promiennik kulisty

DOI: 10.7862/rm.2014.62

Otrzymano/received: 20.07.2014 r.

Zaakceptowano/accepted: 22.11.2014 r.

Marcin SZUSTER¹

ROZMYTE STEROWANIE BEHAWIORALNE MOBILNYM ROBOTEM KOŁOWYM W NIEZNANYM ŚRODOWISKU

W artykule zaprezentowano hierarchiczny układ sterowania ruchem mobilnego robota kołowego w nieznanym środowisku ze statycznymi przeszkodami. Układ sterowania składa się z generatora trajektorii realizującego sterowanie behawioralne z zastosowaniem układów z logiką rozmytą oraz neuronowego algorytmu sterowania ruchem nadążnym, w którym zastosowano algorytm aproksymacyjnego programowania dynamicznego. W warstwie planowania trajektorii ruchu zrealizowano sterowanie behawioralne typu „podążaj do celu” oraz „omijaj przeszkody”. W prezentowanym hierarchicznym układzie sterowania sygnały sterowania warstwy planowania trajektorii są generowane przez dwa układy z logiką rozmytą, w których zastosowano model Takagi-Sugeno. W warstwie realizacji ruchu zastosowano algorytm aproksymacyjnego programowania dynamicznego w konfiguracji dualnego heurystycznego programowania dynamicznego, zbudowany z dwóch struktur: aktora i krytyka. Struktury aktora i krytyka zostały zrealizowane z zastosowaniem sztucznych sieci neuronowych. Poprawność zaproponowanych rozwiązań zweryfikowano numerycznie, stosując emulator mobilnego robota kołowego oraz laboratoryjnego toru pomiarowego, zrealizowane w środowisku obliczeniowym Matlab/Simulink.

Słowa kluczowe: aproksymacyjne programowanie dynamiczne, generator trajektorii, sieci neuronowe, sterowanie nadążne, układy z logiką rozmytą

1. Wprowadzenie

Ciągły rozwój przemysłu, poprawa efektywności oraz możliwości sterowania układów wykonawczych robotów, dostępność coraz bardziej złożonych układów sensorycznych, wzrost mocy obliczeniowej mikroprocesorów czy pojemności magazynów energii umożliwiają budowę bardziej zaawansowanych mobilnych robotów kołowych (MRK). Jednocześnie możliwe staje się zastosowanie MRK w zadaniach do tej pory niedostępnych dla tego typu konstrukcji, a znaczny wzrost zainteresowania środowisk naukowych oraz biznesowych potwierdza istotność zagadnień związanych z tematyką projektowania i sterowania

¹ Autor do korespondencji/corresponding author: Marcin Szuster, Politechnika Rzeszowska, al. Powstańców Warszawy 12, 35-959 Rzeszów, tel.: (17) 8651854, e-mail: mszuster@prz.edu.pl

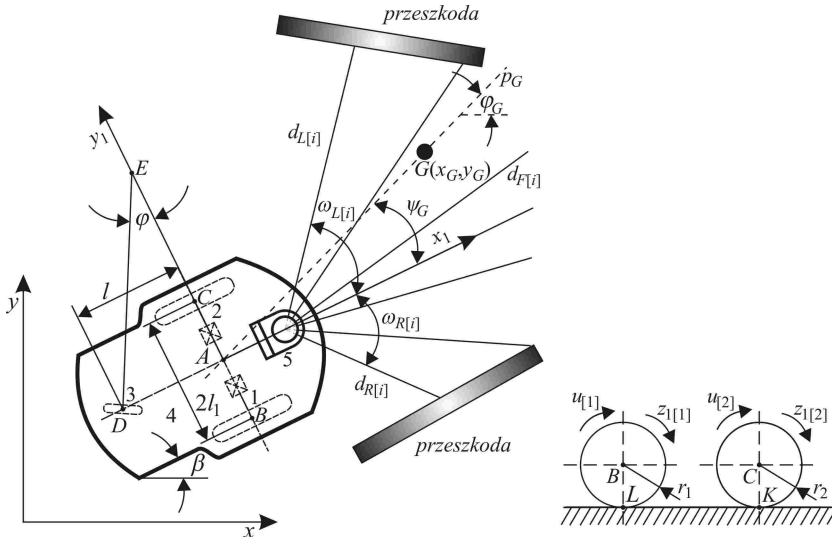
MRK. Autonomiczne MRK mogą być stosowane w wielu zadaniach, takich jak transport, eksploracja nieznanego środowiska, patrolowanie granic czy magazynów. Realizacja tego typu zadań wymaga rozwiązania wielu problemów, z których jednymi z najbardziej istotnych są: generowanie trajektorii ruchu MRK w czasie rzeczywistym na podstawie sygnałów z układu sensorycznego robota, umożliwiające orientację w środowisku ruchu oraz jednoczesna realizacja trajektorii ruchu.

W literaturze można znaleźć wiele metod generowania trajektorii ruchu MRK [1-9], wśród których występuje podział na metody globalne i lokalne. W metodach globalnych proces planowania trajektorii ruchu odbywa się na podstawie znajomości mapy otoczenia robota. W metodach lokalnych przyjęto założenie, że MRK porusza się w nieznanym środowisku, o którym ograniczonej informacji dostarcza układ sensoryczny robota. Przykładem metody lokalnej generowania trajektorii ruchu MRK jest sterowanie behawioralne [3, 5, 6], inspirowane zachowaniami obserwowanymi w świecie zwierząt. Pojęcie to obejmuje grupę metod sterowania umożliwiających realizację elementarnych zachowań, takich jak: „podażaj do celu” (ang. *Goal Seeking* – GS) czy „omijaj przeszkody” (ang. *Obstacle Avoiding* – OA). W algorytmach planowania trajektorii i realizacji ruchu MRK chętnie są stosowane nowoczesne metody sztucznej inteligencji (ang. *Artificial Intelligence* – AI), takie jak układy z logiką rozmytą (ULR) [5, 6], sztuczne sieci neuronowe (SN) [3] czy algorytmy aproksymacyjnego programowania dynamicznego (APD) [10], których idea opiera się na programowaniu dynamicznym Bellmana, a implementacja stała się możliwa przez zastosowanie SN.

W artykule zaprezentowano hierarchiczny układ sterowania ruchem MRK, umożliwiający planowanie trajektorii ruchu w zadaniach typu GS i OA oraz jej jednoczesną realizację. Przedstawione wyniki badań naukowych stanowią kontynuację wcześniejszych prac autora, dotyczących generowania trajektorii ruchu [10,11], czy sterowania ruchem MRK z zastosowaniem metod AI [12,13]. Artykuł składa się z następujących części: po krótkim wprowadzeniu, w części 2. przedstawiono obiekt sterowania. Część 3. zawiera opis hierarchicznego układu sterowania, a część 4. – szczegółowe omówienie warstwy planowania trajektorii ruchu. Warstwy realizacji ruchu przedstawiono w części 5. artykułu. Wyniki przeprowadzonych testów numerycznych procesu generowania i realizacji trajektorii ruchu MRK zamieszczono w części 6. Część 7. podsumowuje artykuł.

2. Mobilny robot kołowy

Obiektem sterowania jest MRK, schematycznie pokazany na rys. 1. w nieznanym otoczeniu. Sterowany obiekt porusza się przez zastosowanie niezależnego napędu kół 1 i 2, koło 3 jest swobodnym kołem podpierającym, 4 to rama, 5 – skaner laserowy przestrzeni, będący częścią układu sensorycznego robota, który umożliwia detekcję przeszkód. Założono ruch MRK w płaszczyźnie xy .



Rys. 1. Schemat mobilnego robota kołowego w nieznanym środowisku

Fig. 1. Scheme of the wheeled mobile robot in the unknown environment

Oznaczenia występujące na rys. 1. są następujące: $u_{[1]}$, $u_{[2]}$ – sygnały sterowania ruchem nadeżnym MRK, $z_{1[1]}$, $z_{1[2]}$ – dyskretne kąty obrotu kół napędowych MRK, r_1 , r_2 – promienie kół napędowych, l , l_1 – wymiary wynikające z geometrii ramy, β – kąt obrotu ramy, $A(x_A, y_A)$ – punkt leżący na przecięciu osi kół napędowych i osi ramy MRK, $G(x_G, y_G)$ – cel ruchu MRK o współrzędnych x_G i y_G , p_G – prosta przechodząca przez punkty A i G , ψ_G – kąt zawarty między osią ramy MRK a prostą p_G , ϕ_G – kąt zawarty między osią x a prostą p_G , $d_{L[i]}$, $d_{F[i]}$, $d_{R[i]}$ – pomiary odległości do przeszkód realizowane przez układ sensoryczny MRK, przyporządkowane odpowiednio do grupy pomiarów po lewej stronie ramy, przed MRK i po prawej stronie ramy, $i = 1, 2, 3$, $\omega_{L[i]}$, $\omega_{F[i]}$, $\omega_{R[i]}$ – kąty zawarte między osią ramy MRK a osiami poszczególnych pomiarów odległości.

Odległość do celu G jest wyznaczana jako długość odcinka $|AG|$. W celu wyznaczenia bezkolizyjnej trajektorii ruchu MRK są obliczane minimalne odległości do przeszkód po lewej stronie ramy MRK, $d_{Lm} = \min(d_{L[1]}, d_{L[2]}, d_{L[3]})$, analogicznie przed MRK (d_{Fm}) oraz po prawej stronie ramy (d_{Rm}). Minimalna odległość do przeszkód wokół robota jest wyznaczana na podstawie minimalnych odległości poszczególnych grup pomiarów: $d_o = \min(d_{Lm}, d_{Fm}, d_{Rm})$.

Dynamiczny model ruchu MRK wyprowadzono, stosując formalizm Maggiego [14, 15]. Otrzymano równanie w formie:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{a}} + \mathbf{C}(\dot{\mathbf{a}})\dot{\mathbf{a}} + \mathbf{F}(\dot{\mathbf{a}}) + \boldsymbol{\tau}_d = \mathbf{u} \quad (1)$$

gdzie: $\dot{\mathbf{a}}$ – wektor prędkości kątowych kół napędowych, $\dot{\mathbf{a}} = [\dot{\alpha}_{[1]}, \dot{\alpha}_{[2]}]$, \mathbf{M} – stała macierz bezwładności, $\mathbf{C}(\dot{\mathbf{a}})\dot{\mathbf{a}}$ – wektor momentów pochodzących od sił odśrodkowych i Coriolisa, $\mathbf{F}(\dot{\mathbf{a}})$ – wektor oporów ruchu, $\boldsymbol{\tau}_d$ – wektor ograniczonych zakłóceń. Ciągły model dynamiki MRK zdyskretyzowano, stosując metodę Eulera, ponieważ w algorytmie sterowania zastosowano dyskretne algorytmy APD. Przyjęto wektor stanu $\mathbf{z}_{\{k\}} = [\mathbf{z}_{1\{k\}}, \mathbf{z}_{2\{k\}}]^T$, gdzie $\mathbf{z}_{2\{k\}}$ odpowiada ciągłemu wektorowi $\dot{\mathbf{a}}$. Otrzymano dyskretny opis dynamiki MRK w postaci:

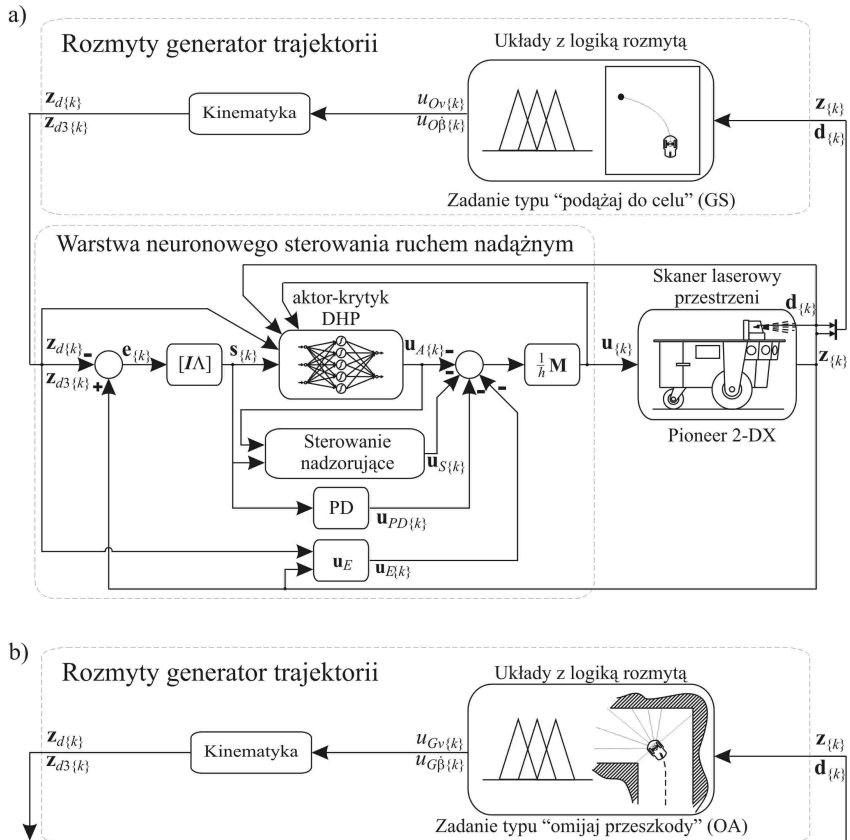
$$\left. \begin{aligned} \mathbf{z}_{1\{k+1\}} &= \mathbf{z}_{1\{k\}} + h\mathbf{z}_{2\{k\}} \\ \mathbf{z}_{2\{k+1\}} &= \mathbf{z}_{2\{k\}} - h\mathbf{M}^{-1} \left[\mathbf{C}(\mathbf{z}_{2\{k\}})\mathbf{z}_{2\{k\}} + \mathbf{F}(\mathbf{z}_{2\{k\}}) + \boldsymbol{\tau}_{d\{k\}} - \mathbf{u}_{\{k\}} \right] \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

gdzie: k – indeks kroków iteracji, h – parametr dyskretyzacji czasu.

W dalszej części artykułu pozostałe zmienne również będą przedstawiane w postaci dyskretnej z indeksem k .

3. Hierarchiczny układ sterowania

Hierarchiczny układ sterowania ruchem MRK składa się z dwóch warstw: warstwy generowania trajektorii ruchu oraz warstwy sterowania ruchem nadążnym. Warstwę nadrzędną hierarchicznego układu sterowania stanowi generator trajektorii, którego zadaniem jest generowanie w czasie ruchu robota zadanej trajektorii ruchu, realizowanej przez niższą warstwę układu sterowania. Algorytm planowania trajektorii ruchu zrealizowano z zastosowaniem dwóch ULR. Zadaniem warstwy realizacji ruchu jest wytworzenie sygnałów sterowania modułami napędowymi robota, zapewniających realizację wygenerowanej trajektorii ruchu. W układzie sterowania nadążnego zastosowano algorytmy APD w konfiguracji dualnego heurystycznego programowania dynamicznego (DHP). Schemat hierarchicznego układu sterowania ruchem MRK, zastosowanego do realizacji zadania typu GS zamieszczono na rys. 2a. Rysunek 2b przedstawia schemat warstwy generowania trajektorii ruchu w zadaniu typu OA. W hierarchicznym układzie sterowania ruchem MRK zastosowano metody AI, takie jak ULR w warstwie generowania trajektorii czy algorytmy APD w konfiguracji DHP, zrealizowane z zastosowaniem SN w warstwie realizacji ruchu. Poszczególne warstwy układu sterowania zostały szczegółowo opisane w dalszej części artykułu.



Rys. 2. a) Schemat hierarchicznego układu sterowania ruchem mobilnego robota kołowego w zadaniu typu „podążaj do celu”, b) schemat warstwy generowania trajektorii ruchu w zadaniu typu „omijaj przeszkodę”

Fig. 2. a) Scheme of the hierarchical control system of the wheeled mobile robot movement in the „goal seeking” task, b) scheme of the layer of the trajectory generating in the „obstacle avoiding” task

4. Rozmyty generator trajektorii

W prezentowanym artykule w warstwie generowania trajektorii ruchu zastosowano koncepcję sterowania behawioralnego. Koncepcja ta opiera się na obserwacji świata zwierząt i naśladowaniu ich prostych zachowań w celu realizacji określonych zadań przez MRK. Idea sterowania behawioralnego obejmuje zachowania elementarne typu GS czy OA, w których zadaniem algorytmu sterowania jest wygenerowanie sygnałów sterowania przeliczanych na podstawie równań kinematyki obiektu sterowania na zadane parametry ruchu. W przypadku MRK w warstwie planowania trajektorii ruchu są wyznaczone wartości dwóch sygnałów sterowania. Pierwszy z nich steruje zadaną prędkością ruchu

MRK (prędkością pkt A ramy, $v_{A\{k\}}$), natomiast drugi steruje zadaną prędkością kątową obrotu ramy. Realizacja zadania typu GS polega na generowaniu sygnałów sterowania warstwy planowania trajektorii ruchu minimalizujących odległość do celu $d_{G\{k\}}$ oraz kąt $\psi_{G\{k\}}$. Znajomość informacji z układu sensorycznego MRK nie jest w tym przypadku istotna. Jeżeli w otoczeniu robota wystąpiłaby przeszkoda, to realizacja zadania typu GS mogłaby doprowadzić do kolizji. W zadaniu typu OA jest generowana bezkolizyjna trajektoria ruchu MRK, przez ruch ramy robota środkiem wolnej przestrzeni, gdzie sygnał sterowania prędkością kątową obrotu ramy robota jest wyznaczany na podstawie minimalnych odległości do przeszkód po prawej i lewej stronie robota, odpowiednio $d_{Lm\{k\}}$ i $d_{Rm\{k\}}$. Wartość sygnału sterowania prędkością ruchu ramy robota zależy od odległości do przeszkód wokół robota $d_{O\{k\}}$. Położenie końcowe ramy MRK w zadaniu typu OA nie jest zdefiniowane, natomiast do prawidłowej realizacji tego zadania konieczne jest pozyskiwanie aktualnej informacji o stanie środowiska z układu sensorycznego robota.

Sterowanie behawioralne typu „podążaj do celu”

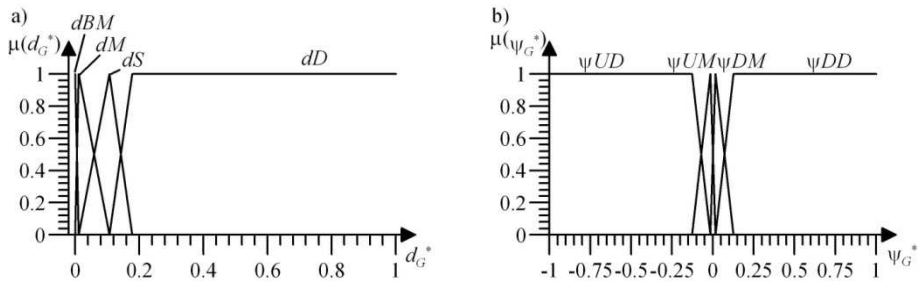
Warstwa generowania trajektorii ruchu w zadaniu typu GS została zrealizowana z zastosowaniem dwóch ULR, w których użyto modelu Takagi-Sugeno, z trójkątnymi bądź trapezowymi funkcjami przynależności do zbiorów rozmytych przesłanek. W konkluzjach zastosowano funkcje przynależności typu singleton. Pierwszy z ULR generuje sygnał sterowania zadaną prędkością pkt A ramy $u_{Gv\{k\}}$ na podstawie odległości $d_{G\{k\}}$. Baza reguł została dobrana w taki sposób, aby generowany sygnał sterowania miał maksymalną wartość, gdy odległość do celu jest duża. Trajektoria ruchu MRK jest wtedy generowana z maksymalną zadaną prędkością v_A^* . Zmniejszanie odległości do celu powoduje nieliniowe zmniejszanie wartości sygnału sterowania $u_{Gv\{k\}}$ do zera, gdy odległość do celu $d_{G\{k\}}$ jest bardzo mała. Drugi ULR generuje sygnał $u_{G\beta\{k\}}$, sterujący zadaną prędkością kątową ramy MRK β . Sygnał ten jest generowany w taki sposób, aby realizacja wyznaczonej trajektorii powodowała minimalizację kąta $\psi_{G\{k\}}$. Przy małej wartości kąta $\psi_{G\{k\}}$ generowana będzie zadana trajektoria ruchu MRK w kierunku celu. Przykładowo, sygnał sterowania $u_{G\beta\{k\}}$ jest generowany na podstawie bazy $m = 4$ reguły typu:

$$R_{G\beta}^m : \text{JEŻELI } \psi_{G\{k\}}^* \text{ JEST } \psi UD \text{ TO } u_{G\beta\{k\}} \text{ JEST } u UD \quad (3)$$

gdzie: $\psi_{G\{k\}}^*$ – znormalizowany kąt zawarty między osią ramy MRK a prostą p_G , ψUD – etykieta lingwistyczna funkcji przynależności do zbioru rozmytego przesłanek, $u UD$ – etykieta lingwistyczna funkcji przynależności konkluzji typu singleton (o wartości $u_{BM} = 0$, $u_M = 0,5$, $u_S = 0,9$, $u_D = 1$ dla pierwszego

ULR oraz $uUD = -1$, $uUM = -0,5$, $uDM = 0,5$, $uDD = 1$ dla drugiego ULR), UD – ujemny duży, UM – ujemny mały, DM – dodatni mały, DD – dodatni duży, BM – bardzo mały, M – mały, S – średni, D – duży.

Funkcje przynależności do zbiorów rozmytych ULR warstwy generowania trajektorii ruchu w zadaniu typu GS przedstawiono na rys. 3., gdzie $d_{G\{k\}}^*$ – znormalizowana odległość do celu G , $\mu(\cdot)$ – stopień spełnienia funkcji przynależności do zbioru rozmytego.



Rys. 3. Funkcje przynależności do zbiorów rozmytych przesłanek pierwszego układu z logiką rozmytą (a), funkcje przynależności do zbiorów rozmytych przesłanek drugiego układu z logiką rozmytą (b)

Fig. 3. Membership functions of premises of the first fuzzy logic system (a), membership functions of premises of the second fuzzy logic system (b)

Sygnaly sterowania warstwy generowania trajektorii ruchu w zadaniu typu GS są przeliczane na wartości zadanych prędkości kątowych kół MRK zgodnie z równaniem kinematyki:

$$\begin{bmatrix} z_{d2[1]\{k\}} \\ z_{d2[2]\{k\}} \end{bmatrix} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} v_A^* & l_1 \dot{\beta}^* \\ v_A^* & -l_1 \dot{\beta}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{Gv\{k\}} \\ u_{G\dot{\beta}\{k\}} \end{bmatrix} \quad (4)$$

gdzie: $r = r_1 = r_2$, $\dot{\beta}^*$ – maksymalna zadana wartość prędkości kątowej obrotu ramy MRK.

Na podstawie wartości zadanych prędkości kątowych obrotu kół 1 i 2 są obliczane kąty obrotu kół oraz przyspieszenia kątowe. Wygenerowana trajektoria jest realizowana przez układ sterowania ruchem nadążnym.

Sterowanie behawioralne typu „omijaj przeszkody”

Warstwa generowania bezkolizyjnej trajektorii ruchu w zadaniu typu OA również została zrealizowana z zastosowaniem dwóch ULR. Pierwszy z nich generuje sygnał sterowania zadaną prędkością pkt A ramy MRK: $u_{Ov\{k\}}$, na podstawie znormalizowanej minimalnej odległości do przeszkód wokół robota

$d_{O\{k\}}^*$, uzyskanej z układu sensorycznego. Baza reguł ULR została dobrana w taki sposób, aby sygnał sterowania miał maksymalną wartość, gdy odległość do przeszkód jest duża, co odpowiada generowaniu trajektorii ruchu z maksymalną zadaną prędkością. W miarę zbliżania się do przeszkody jest generowany sygnał sterowania o coraz mniejszej wartości, co odpowiada generowaniu trajektorii ruchu o mniejszej prędkości. Takie zachowanie umożliwi zrealizowanie manewru ominięcia przeszkody. Drugi ULR generuje sygnał sterowania zadaną prędkością kątową obrotu ramy $u_{O\dot{\beta}\{k}}$ na podstawie błędu:

$$e_{O\{k\}} = d_{R\{k\}}^* - d_{L\{k\}}^* \quad (5)$$

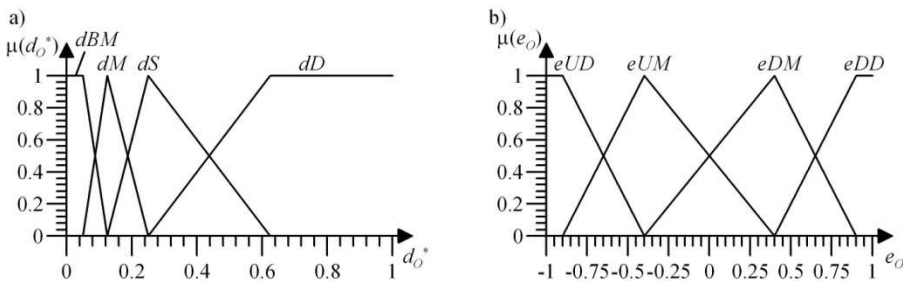
gdzie: $d_{R\{k\}}^*$, $d_{L\{k\}}^*$ – znormalizowane minimalne odległości do przeszkód po prawej i lewej stronie ramy MRK, odpowiednio $d_{Rm\{k\}}$ i $d_{Lm\{k\}}$.

Sygnał sterowania behawioralnego $u_{O\dot{\beta}\{k}}$ jest generowany na podstawie bazy $m = 4$ reguły typu:

$$R_{O\dot{\beta}}^m: \text{JEŻELI } e_{O\{k\}} \text{ JEST } eDM \text{ TO } u_{O\dot{\beta}\{k}} \text{ JEST } uDM \quad (6)$$

gdzie: eDM – etykieta lingwistyczna funkcji przynależności do zbioru rozmytego przesłanek, uDM – etykieta lingwistyczna funkcji przynależności konkluzji typu singleton (o wartości $uBM = 0$, $uM = 0,5$, $uS = 0,9$, $uD = 1$ dla pierwszego ULR oraz $uUD = -1$, $uUM = -0,5$, $uDM = 0,5$, $uDD = 1$ dla drugiego ULR).

Funkcje przynależności do zbiorów rozmytych przesłanek ULR warstwy generowania trajektorii ruchu w zadaniu typu OA przedstawiono na rys. 4. Sy-



Rys. 4. Funkcje przynależności do zbiorów rozmytych przesłanek pierwszego układu z logiką rozmytą (a), funkcje przynależności do zbiorów rozmytych przesłanek drugiego układu z logiką rozmytą (b)

Fig. 4. Membership functions of premises of the first fuzzy logic system (a), membership functions of premises of the second fuzzy logic system (b)

gnały sterowania behawioralnego $u_{Ov\{k\}}$ i $u_{O\beta\{k\}}$ w zadaniu typu OA są przeliczane na wartości zadanych prędkości kątowych kół MRK zgodnie z zależnością (4). Wygenerowana trajektoria ruchu jest realizowana przez warstwę sterowania ruchem nadążnym.

5. Układ sterowania ruchem nadążnym

W warstwie sterowania ruchem nadążnym na podstawie znajomości zadanych ($\mathbf{z}_{d\{k\}}$) i zrealizowanych parametrów ruchu ($\mathbf{z}_{\{k\}}$) wyznacza się błędy nadążania:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{e}_{1\{k\}} &= \mathbf{z}_{1\{k\}} - \mathbf{z}_{d1\{k\}} \\ \mathbf{e}_{2\{k\}} &= \mathbf{z}_{2\{k\}} - \mathbf{z}_{d2\{k\}} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

a na ich podstawie uogólnione błędy nadążania są minimalizowane przez algorytm realizacji ruchu:

$$\mathbf{s}_{\{k\}} = \mathbf{e}_{2\{k\}} + \mathbf{\Lambda} \mathbf{e}_{1\{k\}} \quad (8)$$

gdzie $\mathbf{\Lambda}$ – diagonalna, dodatnio określona, stała macierz projektowa.

W warstwie realizacji ruchu zastosowano algorytm DHP, należący do rodziny algorytmów APD [16-18], nazywanych również algorytmami neuronowego programowania dynamicznego (NPD) lub algorytmami typu aktor-krytyk. Ich geneza wywodzi się z chęci implementacji programowania dynamicznego Bellmana w aplikacjach optymalnego sterowania obiektami dynamicznymi online. Metoda programowania dynamicznego Bellmana umożliwiła wyznaczenie optymalnego prawa sterowania i optymalnej trajektorii stanu obiektu dynamicznego od ostatniego kroku procesu do kroku pierwszego. Odbywa się to przez wybór trajektorii stanu i sterowania o najmniejszej wartości funkcji celu, nazywanej również funkcją wartości, spośród wszystkich fizycznie osiągalnych trajektorii ruchu sterowanego obiektu. Wadą tej metody, oprócz złożoności obliczeniowej, jest konieczność wyznaczania optymalnego prawa sterowania od ostatniego kroku procesu do kroku pierwszego. Wady tej są pozbawione algorytmy APD, w których funkcja wartości jest aproksymowana przez SN krytyka, co umożliwia generowanie suboptymalnego prawa sterowania online przez SN aktora. Rodzina algorytmów APD składa się z sześciu struktur, z których podstawowe to heurystyczne programowanie dynamiczne (HDP), DHP i globalne dualne heurystyczne programowanie dynamiczne (GDHP). W algorytmie HDP aktor generuje suboptymalne prawo sterowania, natomiast krytyk aproksymuje funkcję wartości. W algorytmie DHP funkcja aktora jest taka sama, krytyk aproksymuje pochodną funkcji wartości względem stanu sterowanego obiektu. Algorytm GDHP ma taką samą strukturę jak HDP, jednak metoda adaptacji wag SN

krytyka jest bardziej złożona, gdyż jest połączeniem metod adaptacji wag krytyka algorytmów HDP i DHP. Pozostałe trzy algorytmy to wersje zależne od sterowania (ang. *Action Dependant* – AD) podstawowych algorytmów, w których sygnał sterowania widziany jako wyjście z SN aktora jest jednocześnie wejściem do SN krytyka.

W prezentowanym układzie sterowania zastosowano algorytm typu DHP, gdzie strukturę zarówno aktora, jak i krytyka zrealizowano w formie SN liniowych ze względu na wagi warstwy wyjściowej *Random Vector Functional Link* (RVFL), o sigmoidalnych, bipolarnych funkcjach aktywacji neuronów i stałych, dobieranych w sposób losowy w procesie inicjalizacji sieci wartościach wag warstwy wejściowej. Zastosowano SN o 8 neuronach w warstwie ukrytej każdej z sieci. Dobór liczby neuronów warstwy ukrytej SN zależy od wielu czynników. W pracy heurystycznie dobrano liczbę neuronów na podstawie wcześniejszych badań autora, biorąc pod uwagę rozmiar SN oraz zakładaną jakość sterowania ruchem nadążnym.

Warstwa sterowania ruchem nadążnym składa się z algorytmu APD w konfiguracji DHP, który generuje sygnał sterowania $\mathbf{u}_{A\{k\}}$, regulatora PD generującego sygnał sterowania $\mathbf{u}_{PD\{k\}}$, członu generującego sygnał sterowania nadzorującego $\mathbf{u}_{S\{k\}}$ oraz dodatkowego członu o strukturze wynikającej z dyskretyzacji modelu MRK i sygnale sterowania $\mathbf{u}_{E\{k\}}$. Struktura sygnału sterowania nadzorującego wynika z syntezy algorytmu sterowania nadążnego z zastosowaniem teorii stabilności Lyapunova. Całkowity sygnał sterowania ruchem nadążnym MRK wyrażono wzorem:

$$\mathbf{u}_{\{k\}} = -\frac{1}{h} \mathbf{M} \left[\mathbf{u}_{A\{k\}} + \mathbf{u}_{PD\{k\}} + \mathbf{u}_{S\{k\}} + \mathbf{u}_{E\{k\}} \right] \quad (9)$$

przy czym:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{u}_{PD\{k\}} &= \mathbf{K}_D \mathbf{s}_{\{k\}} \\ \mathbf{u}_{S\{k\}} &= \mathbf{I}_S \mathbf{u}_{S\{k\}}^* \\ \mathbf{u}_{E\{k\}} &= \left[\Lambda \mathbf{e}_{2\{k\}} - \mathbf{z}_{d3\{k\}} \right] h \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

gdzie: \mathbf{K}_D – dodatnio określona, diagonalna macierz współczynników wzmocnień regulatora PD, $\mathbf{u}_{S\{k\}}^*$ – wektor sygnałów sterowania nadzorującego, \mathbf{I}_S – macierz diagonalna o współczynnikach $I_{S[j,j]} = 1$, gdy $|s_{[j]\{k\}}| \geq \rho_{[j]}$ lub $I_{S[j,j]} = 0$ w przeciwnym przypadku, $j = 1, 2$, $\rho_{[j]}$ – stała wartość projektowa.

Algorytm sterowania ruchem nadążnym MRK opisano szczegółowo w pracach [12, 13].

6. Wyniki testów numerycznych

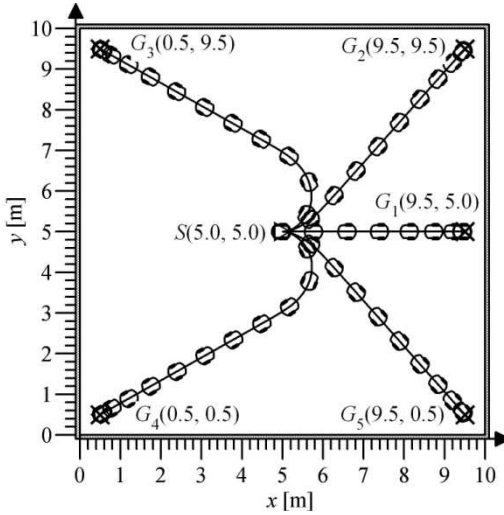
Testy numeryczne hierarchicznego układu sterowania ruchem MRK przeprowadzono w środowisku obliczeniowym Matlab/Simulink. Zaprogramowano model dynamiki MRK, zasymulowano działanie układu sensorycznego robota zrealizowanego z zastosowaniem skanera laserowego przestrzeni oraz zamodelowano laboratoryjne środowisko pomiarowe. Przygotowane autorskie algorytmy symulacji umożliwiły modelowanie ruchu MRK oraz symulację interakcji ze środowiskiem z zastosowaniem modelu układu sensorycznego robota. W ramach testów numerycznych przeprowadzono symulację działania hierarchicznego układu sterowania podczas realizacji zadań typu GS i OA. W celu uproszczenia zapisu zmiennych, w niniejszym rozdziale zrezygnowano z umieszczania indeksu k w oznaczeniach zmiennych. Przebiegi wartości wszystkich zmiennych przedstawiono w ciągłej dziedzinie czasu.

Test numeryczny układu sterowania w zadaniu typu „podążaj do celu”

Testy numeryczne hierarchicznego układu sterowania ruchem MRK w zadaniu typu GS przeprowadzono w symulowanym torze pomiarowym, którego mapę pokazano na rys. 5. Symbolem trójkąta oznaczono położenie początkowe pkt A MRK, $S(5,0; 5,0)$, przy czym orientacja ramy robota była taka, że jej oś symetrii była równoległa do osi x układu współrzędnych, a przód robota skierowany w stronę dodatniej gałęzi osi x . Zadane położenia końcowe przyjęto w punktach $G_1(9,5; 5,0)$, $G_2(9,5; 9,5)$, $G_3(0,5; 9,5)$, $G_4(0,5; 0,5)$, $G_5(9,5; 0,5)$ i oznaczono znakiem X na mapie otoczenia. Tor ruchu pkt A ramy zaznaczono linią ciągłą. Podczas testu numerycznego krok dyskretyzacji czasu $h = 0,01$ s.

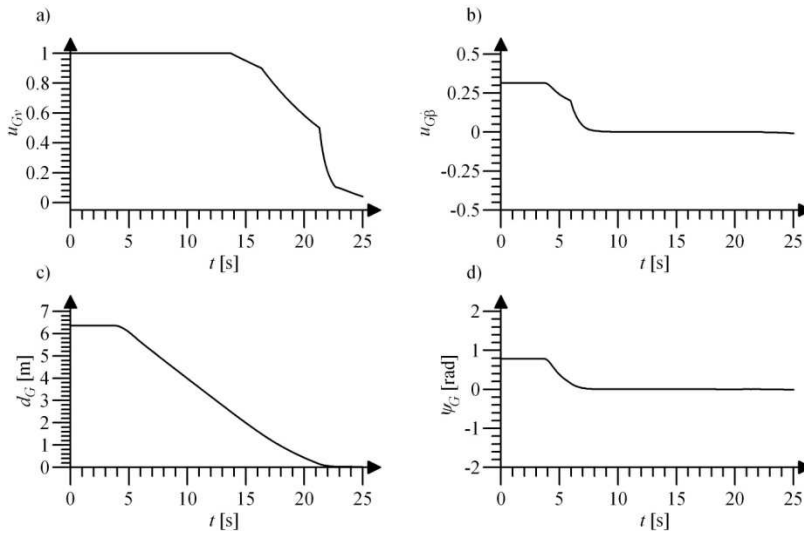
Zadanie uznawano za zrealizowane poprawnie, jeżeli po zakończeniu ruchu MRK odległość do celu $d_G \leq 0,03$ m. Wszystkie przeprowadzone testy numeryczne potwierdziły poprawność procesu generowania trajektorii ruchu do zadnego celu. Dalej przedstawiono szczegółowo przebiegi wartości poszczególnych sygnałów otrzymanych w czasie symulacji ruchu MRK do celu $G_2(9,5; 9,5)$.

Sygnały sterowania warstwy generowania trajektorii ruchu w zadaniu typu GS, odpowiednio u_{Gv} i $u_{G\beta}$, przedstawiono na rys. 6a i b. Na rysunku 6c zobrażowano przebieg wartości odległości do celu d_G , natomiast na rys. 6d – przebieg wartości kąta ψ_G . Sygnał sterowania zadaną prędkością pkt A ramy przyjmuje wartość 1, gdy odległość do celu d_G jest duża. Gdy odległość do celu maleje, zmniejsza się również wartość sygnału sterowania, powodując zatrzymanie MRK w położeniu zapewniającym poprawną realizację zadania. Wartość sygnału sterowania $u_{G\beta}$ zależy od wartości kąta ψ_G . Gdy wartość kąta jest „duża dodatnia”, generowana jest odpowiednia wartość sygnału sterowania. Gdy wartość



Rys. 5. Mapa symulowanego środowiska pomiarowego w zadaniu typu „podążaj do celu”

Fig. 5. Map of the simulated measuring environment in the „goal seeking” task

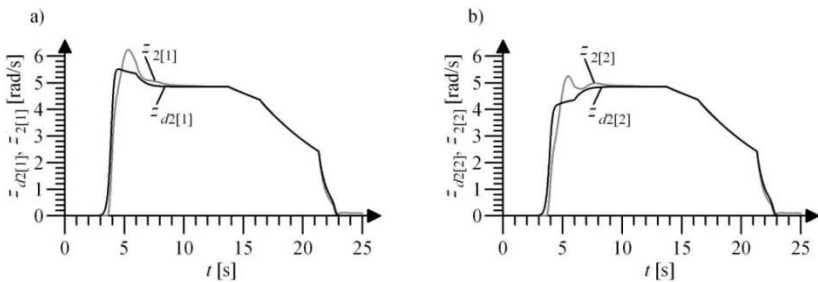


Rys. 6. Sygnał sterowania warstwy generowania trajektorii u_{Gv} (a), sygnał sterowania warstwy generowania trajektorii $u_{G\beta}$ (b), odległość do celu d_G (c), wartość kąta ψ_G (d)

Fig. 6. The control signal u_{Gv} of the trajectory generator layer (a), the control signal $u_{G\beta}$ of the trajectory generator layer (b), distance to the goal d_G (c), value of the ψ_G angle (d)

kąta ψ_G maleje do wartości równej zero, oznacza to, że MRK porusza się w kierunku celu, a oś symetrii ramy robota pokrywa się z prostą p_G .

Na podstawie sygnałów sterowania warstwy planowania trajektorii ruchu u_{Gv} i $u_{G\beta}$ były wyznaczane zadane wartości prędkości kątowych kół 1 i 2: $z_{d2[1]}$ i $z_{d2[2]}$. Jednocześnie trajektoria zadana była przekazywana do warstwy sterowania nadeżnego, która generowała sygnały sterowania powodujące realizację zadanych parametrów ruchu. Przebiegi wartości zadanych i zrealizowanych $z_{d2[1]}$ i $z_{d2[2]}$ prędkości kątowych kół przedstawiono na rys. 7a i b.

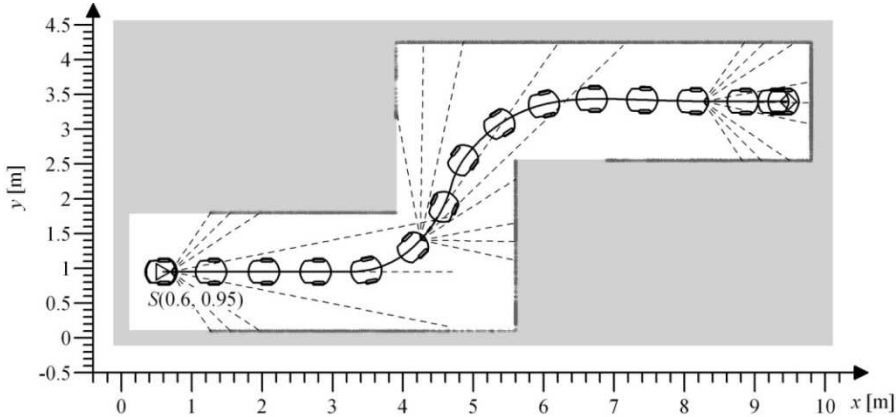


Rys. 7. Wartość zadanej $z_{d2[1]}$ i zrealizowanej $z_{2[1]}$ prędkości kątowej koła 1 (a), wartość zadanej $z_{d2[2]}$ i zrealizowanej $z_{2[2]}$ prędkości kątowej koła 2 (b)

Fig. 7. Value of the required $z_{d2[1]}$ and obtained $z_{2[1]}$ angular velocities of the wheel 1 (a), value of the required $z_{d2[2]}$ and obtained $z_{2[2]}$ angular velocities of the wheel 2 (b)

Test numeryczny układu sterowania w zadaniu typu „omijaj przeszkody”

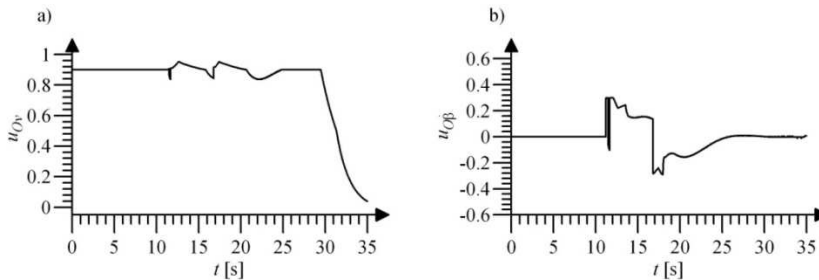
Testy numeryczne hierarchicznego układu sterowania ruchem MRK w zadaniu typu OA przeprowadzono w symulowanym torze pomiarowym, którego mapę przedstawiono na rys. 8. Symbolem trójkąta oznaczono położenie początkowe pkt A MRK, $S(0,6; 0,95)$, przy czym oś symetrii ramy robota była równoległa do osi x układu współrzędnych. Zadane położenia końcowego nie zdefiniowano. Tor ruchu pkt A ramy MRK zaznaczono linią ciągłą, liniami przerywanymi natomiast – osie wybranych pomiarów zrealizowanych przez układ sensoryczny MRK w chwilach $t = 0$ s, $t = 14$ s i $t = 28$ s. Szarymi kropkami zaznaczono położenia przeszkód wykrytych przez układ sensoryczny robota. Podczas testu numerycznego krok dyskretyzacji czasu $h = 0,01$ s.



Rys. 8. Mapa symulowanego środowiska pomiarowego w zadaniu typu „omijaj przeszkodę”

Fig. 8. Map of the simulated measuring environment in the „obstacle avoiding” task

Sygnaly sterowania warstwy generowania bezkolizyjnej trajektorii ruchu w zadaniu typu OA, odpowiednio u_{Ov} i $u_{O\beta}$, przedstawiono na rys. 9a i b. W końcowej fazie ruchu robot znajduje się w pobliżu przeszkód, wartość sygnału sterowania u_{Ov} zmniejsza się w celu umożliwienia realizacji manewru omięcia przeszkody. Wartość sygnału sterowania $u_{O\beta}$ zmienia się w sposób powodujący generowanie trajektorii zapewniającej ruch MRK środkiem wolnej przestrzeni.

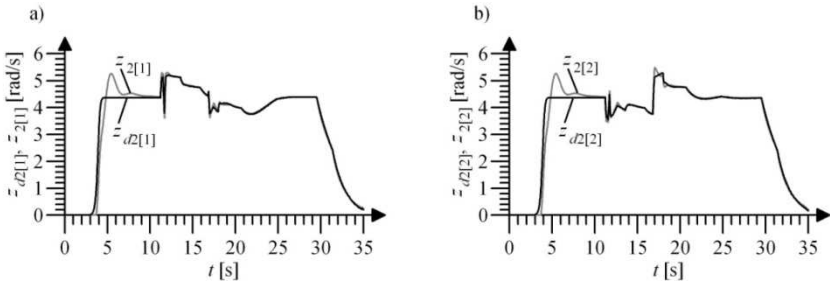


Rys. 9. Sygnał sterowania warstwy generowania trajektorii u_{Ov} (a), sygnał sterowania warstwy generowania trajektorii $u_{O\beta}$ (b)

Fig. 9. The control signal u_{Ov} of the trajectory generator layer (a), the control signal $u_{O\beta}$ of the trajectory generator layer (b)

Sygnaly sterowania warstwy generowania trajektorii ruchu, zgodnie z zależnością (4), są przeliczane na zadane wartości prędkości kątowych kół MRK $z_{d2[1]}$ i $z_{d2[2]}$, i realizowane przez warstwę sterowania ruchem nadążnym. Przebie-

gi zadanych i zrealizowanych prędkości kątowych kół MRK przedstawiono na rys. 10a i b. W początkowym okresie ruchu można zauważyć rozbieżności między zadanymi i zrealizowanymi wartościami prędkości kątowych obrotu kół, co wynika z zastosowanej metody sterowania ruchem nadążnym i przyjęcia zerowych wartości początkowych wag warstwy wyjściowej SN struktury DHP.



Rys. 10. Wartość zadanej $z_{d2[1]}$ i zrealizowanej $z_{2[1]}$ prędkości kątowej koła 1 (a), wartość zadanej $z_{d2[2]}$ i zrealizowanej $z_{2[2]}$ prędkości kątowej koła 2 (b)

Fig. 10. Value of the required $z_{d2[1]}$ and obtained $z_{2[1]}$ angular velocities of the wheel 1 (a), value of the required $z_{d2[2]}$ and obtained $z_{2[2]}$ angular velocities of the wheel 2 (b)

7. Podsumowanie

Zaprezentowano hierarchiczny układ sterowania ruchem MRK, składający się z dwóch warstw. Warstwa nadrzędna generuje trajektorię ruchu MRK w zadaniach typu GS i OA. W warstwie tej zastosowano metody AI w postaci ULR. Generowana trajektoria jest jednocześnie realizowana przez drugą z warstw układu sterowania, którą jest układ sterowania nadążnego. W prezentowanym przykładzie zastosowano neuronowy układ sterowania z algorytmem APD w konfiguracji DHP, w którym struktury aktora i krytyka zrealizowano w postaci SN RVFL. Zastosowano SN liniowe ze względu na wagi warstwy wyjściowej, z wagami warstwy wejściowej stałymi, doborzonymi w sposób losowy w procesie inicjalizacji sieci i z sigmoidalnymi, bipolarnymi funkcjami aktywacji neuronów. Przedstawiony algorytm sterowania poprawnie generuje i realizuje trajektorię ruchu do zdefiniowanego celu w zadaniu typu GS. W zadaniu typu OA układ sterowania na podstawie sygnałów z modelowanego układu sensorycznego MRK, zrealizowanego w postaci skanera laserowego przestrzeni, generuje bezkolizyjną trajektorię ruchu. Zastosowanie ULR w algorytmach sterowania behawioralnego warstwy generowania trajektorii ruchu umożliwia planowanie sposobu generowania trajektorii ruchu na podstawie wiedzy eksperta, popartej obserwacją analogicznych zachowań organizmów żywych. Zastosowa-

nie algorytmów APD w konfiguracji DHP umożliwia uzyskanie wymaganej jakości realizacji ruchu nadążnego.

Literatura

- [1] Arkin R.C.: Behavior-based robotics. MIT Press, Cambridge 1998.
- [2] Borenstein J., Koren Y.: Real-time obstacle avoidance for fast mobile robots. *IEEE Transactions on Systems, Man Cybernetics*, 19 (1989), 1179-1187.
- [3] Burghardt A.: Implementation of Kohonen network in behavioral control of the amigobot wheeled mobile robot. *Mechanics Mech. Engi.*, 12 (2008), 337-347.
- [4] Faihimi F.: Autonomous robots. Modeling, path planning, and control. Springer, New York 2009.
- [5] Hendzel Z.: Fuzzy reactive control of wheeled mobile robot. *J. Theor. Appl. Mech.*, 42 (2004), 503-517.
- [6] Hendzel Z., Burghardt A.: Rozmyte sterowanie odruchowe elementarnymi zachowaniami mobilnego robota. *PAK*, 11 (2004), 23-25.
- [7] Maaref H., Barret C.: Sensor-based navigation of a mobile robot in an indoor environment. *Robotics Autonomous Systems*, 38 (2002), 1-18.
- [8] Millan J.: Reinforcement learning of goal-directed obstacle-avoiding reaction strategies in an autonomous mobile robot. *Robotics and Autonomous Systems*, 15 (1995), 275-299.
- [9] Sarkar S., Shome S.N., Nandy S.: An intelligent algorithm for the path planning of autonomous mobile robot for dynamic environment. *Communications in Computer and Information Science*, 103 (2010), 202-209.
- [10] Hendzel Z., Szuster M.: Neuronowe programowanie dynamiczne w sterowaniu behawioralnym mobilnym robotem kołowym. *Acta Mech. Automat.*, 5 (2011), 28-36.
- [11] Szuster M., Hendzel Z., Burghardt A.: Fuzzy sensor-based navigation with neural tracking control of the wheeled mobile robot. *Lecture Notes in Artificial Intelligence*, 8468 (2014), 302-313.
- [12] Hendzel Z., Szuster M.: Discrete model-based adaptive critic designs in wheeled mobile robot control, *Lecture Notes Artificial Intelligence*, 6114 (2010), 264-271.
- [13] Hendzel Z., Szuster M.: Discrete neural dynamic programming in wheeled mobile robot control. *Communications Nonlinear Sci. Numerical Simul.*, 16 (2011), 2355-2362.
- [14] Giergiel M.J., Hendzel Z., Żylski W.: Modelowanie i sterowanie mobilnych robotów kołowych. PWN, Warszawa 2002.
- [15] Giergiel J., Żylski W.: Description of motion of a mobile robot by Maggie's equations. *J. Theor. Appl. Mech.*, 43 (2005), 511-521.
- [16] Prokhorov D.V., Wunsch D.C.: Adaptive critic designs, *IEEE Transactions on Neural Networks*, 8, 5 (1997), 997-1007.
- [17] Powell W.B.: Approximate dynamic programming: solving the curses of dimensionality. Wiley, New Jersey 2007.
- [18] Si J., Barto A.G., Wunsch D.C.: Handbook of learning and approximate dynamic programming. Wiley, IEEE Press, 2004.

FUZZY BEHAVIOURAL CONTROL OF THE WHEELED MOBILE ROBOT IN THE UNKNOWN ENVIRONMENT

S u m m a r y

In the article the hierarchical control system of the wheeled mobile robot movement in the unknown environment with static obstacles was presented. The control system consists of the trajectory generator that realises the behavioural control using fuzzy logic system, and the neural tracking control system in which approximate dynamic programming algorithm is implemented. In the planning layer of movement trajectory the behavioural control tasks of the „goal-seeking” type and the „obstacle avoiding” type were realised. In the presented hierarchical control system the control signals of the trajectory planning layer were generated using two fuzzy logic systems in which Takagi-Sugeno model was utilized. In the movement control layer the approximate dynamic programming algorithm in the dual heuristic dynamic programming configuration was applied. It consists of two structures: the actor and the critic. Both the actor and the critic structures were realised using artificial neural networks. Performance of the proposed control algorithm was verified numerically using emulator of the wheeled mobile robot and the laboratory measuring track in the Matlab/Simulink computational environment.

Keywords: approximate dynamic programming, trajectory generator, neural networks, tracking control, fuzzy logic systems

DOI: 10.7862/rm.2014.63

Otrzymano/received: 26.06.2014 r.

Zaakceptowano/accepted: 15.11.2014 r.

Krzysztof SZWAJKA¹

ANALYSIS OF THE DELAMINATION IN DRILLING OF PARTICLEBOARD

Particleboard is a wood based composite extensively used in wood working. Drilling is the most commonly used machining process in furniture industries. The surface characteristics and the damage free drilling are significantly influenced by the machining parameters. The thrust force developed during drilling plays a major role in gaining the surface quality and minimizing the delamination tendency. In this study eighteen durability tests of tools for different values of the analyzed cutting parameters were carried out. Based on the obtained results, the effect of cutting parameters of selected signals of axial force and cutting torque was found. Mathematical models using ANOVA, allowing to estimate the value of cutting forces was proposed.

Keywords: drilling, feed force, cutting torque, tool wear, laminated chipboard

1. Introduction

Particleboard is mainly used for furniture, in flooring, and as panels. Particleboard is a result of the need to utilize large quantities of sawdust at sawmills. Particleboard is usually produced from softwoods and used in panel form. Wood particles are bonded using synthetic adhesives and pressed into sheets. Typically, particleboard consists of a lower density core of coarse particles and outer, higher density layers of finer particles. The board performance is greatly influenced by the distribution of density and particle size [1]. Many applications involve bending loads, where a high-density skin and a low-density core are advantageous. The particleboard panel functions as a sandwich structure and the ratio of bending stiffness to weight becomes high. Machining of wood-based materials causes cutting tools to wear out much faster than machining of solid woods. The use of tungsten carbide tool is also limited because of the relatively high rate of wear [2]. The tungsten carbides were liable to wearing during cutting particleboard and fibreboard due to high temperature oxidation and abrasion [3, 4]. The machining of particle boards is known to be very difficult because of

¹ Autor do korespondencji/corresponding author: Krzysztof Szwajka, Rzeszow University of Technology, Faculty of Mechanical Engineering and Aeronautics, 4 Kwiatkowskiego St., 37-450 Stalowa Wola, Poland, tel. (15) 8448912, e-mail: kszwajka@prz.edu.pl

extremely short tool life [5-8]. The influence of content of mineral contamination has been discussed as the major factor involved in the wearing process of cutting edges during the machining of particle boards [5, 6, 9] and high-temperature corrosion (HTC) was pointed out as a second important factor impacting tool wear during cutting of particle boards [10]. The density affects most of the physical and mechanical properties of wood composite panels [11-13]. Panel density has been shown to have a considerable impact on flexural properties of wood-based composites [14].

2. Material and methods

The experiments were performed on pre-laminated particleboard (PB) 8% moisture containing and density of 670 kg/m^3 , with the thickness of 12 mm using Faba HW drills with diameter of 10 mm on Buselatto JET 130 CNC vertical machining centre with a maximum spindle speed of 18 000 rpm. Experimental set up and drills used for the experiments are shown in fig. 1. The properties of tested PB composites are as follow: $R_m = 0.43 \text{ MPa}$, $E = 2.45 \text{ GPa}$. Processing parameters of the tests were: feed – 0.2; 0.25 and 0.3 mm/rev; cutting speed – 125-377 m/min and speed – 4000-12 000 min^{-1} . Tests were performed until the maximum value of indicator of tool wear was found. Durability experiments are consisted of repetitive operations, in which each performed 252 holes. Eighteen tests of the tool life were carried out.

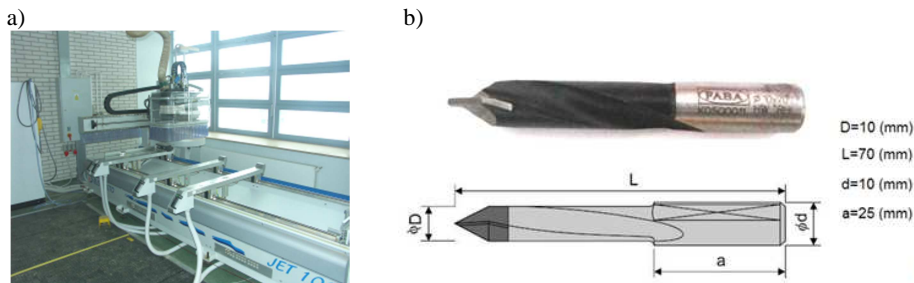


Fig. 1. Experimental setup (a) and drill bits (b) used in the experiments

3. Measurements

The main element of the measurement channel was 9345B2-type piezoelectric sensor with preamplifier charge 5073A211 company KISTLER. For the analysis of test results own computer program (LabView programming language) allows to determine the values of recorded signal strength measurements. The program was based on the automatic determination of measurement of recorded signals at specific periods of time signal. As soon as the signal exceeds the axial force F_z , the threshold is adopted at the level of 150 mV for both signals.

Determination of these measures lasted until the point at which the signal value of the axial force decreased below 150 mV. A simplified diagram of the determination of measurement of signals is shown in fig. 2.

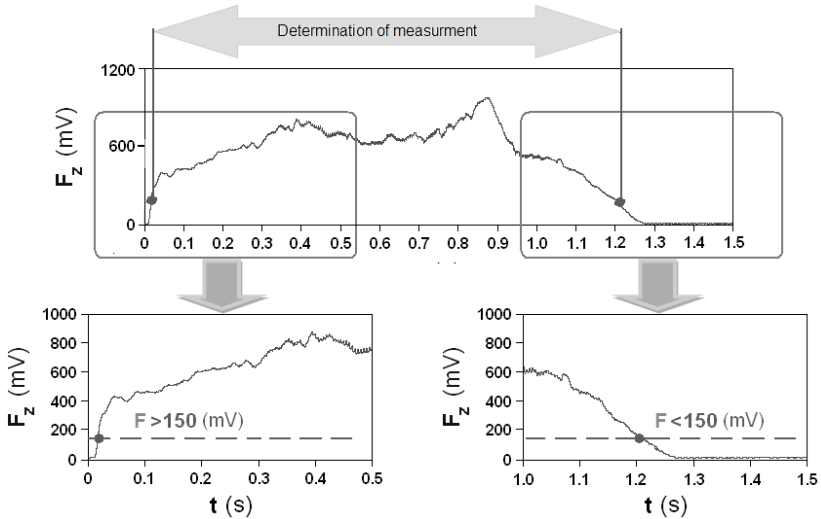


Fig. 2. Method of determining a signal strength measurement F_z

In these studies as a tool wear indicator $VB_{max} = 0.2$ mm was adopted. The measurement of tool wear was made on the Mitutoyo TM microscope with dropped digital camera eyepiece with a resolution of 600 dpi, which allows for image archiving on a personal computer. Tests were carried out till the maximum value of blade wear is accepted. Durability experiments are consisted of repetitive operations, in which each performed 252 holes. After each completed operation, a measurement of tool wear and registration of signal of axial force F_z , as well as cutting torque M_z was carried out.

4. The test results

Figure 3. presents examples of obtained waveforms of axial force and cutting torque for new tools (fig. 3a) and wearing tools (fig. 3b). The results of the study, which analysed the axial force F_z , and cutting moment M_z using three different feed rates f , five speeds v_c and three values of tool wear VB_{max} are presented below. In the analysis, the effect of feed rate, tool wear and cutting speed on the values of the axial force and cutting torque was studied. In order to determine the effect of tool wear on the cutting force and torque ranges of cutting tool wear was adopted as the independent variable F_i . The range of the independent variable (F_i) used in the analysis of results are as follow: $F_1 = 0-0.095$; $F_2 = 0.100-0.150$ and $F_3 = 0.155-0.200$. For the present experi-

ment, ANOVA analysis was performed in STATISTICA program, which allows to evaluate the significance of the impact of three factors on the course of the controlled experiment.

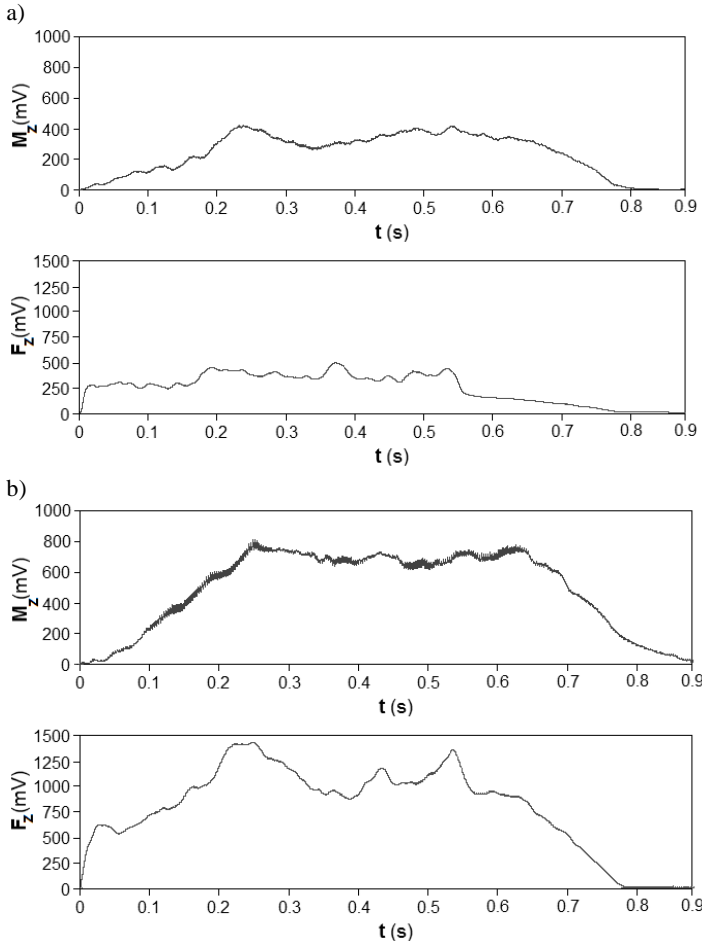


Fig. 3. Exemplary signal waveforms of axial force F_z and cutting moment M_z for new tools (a) and wearing tools (b)

In this work the level of significance was $p = 0.05$. The results of analysis (fig. 4.) rejected hypothesis about the lack of impact of factor and the factor VB_{\max} on the value of the axial force signal F_z . So it can be noted that the value of tool wear and feed significantly affects the value of the signal strength in drilling. At the significance level $p = 0.029$ the effect of cutting speed v_c on the value of the axial force signal F_z was also noticed. An interaction (statistically significant) between the studied factors was found. The results of analysis (fig. 5.) rejected hypothesis about the lack of impact of factors VB_{\max} and v_c (at

significance level $p = 0.020$) on the value of the cutting moment M_z . So it can be noted that the value of tool wear and feed, as well as cutting speed significantly affect the cutting torque during drilling. Furthermore, it is highly significant to consider the interaction of the factors VB_{max} and v_c .

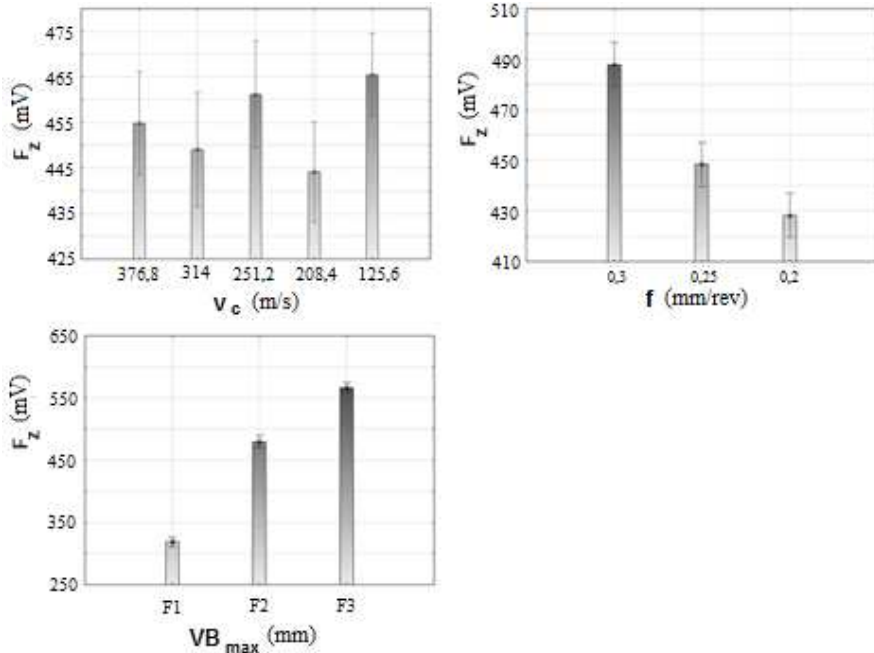


Fig. 4. The influence of cutting parameters on the value of the axial force signal F_z

Design of cutting tools, especially with complex shapes, such as drills, cutters should be preceded by the optimization process. This requirement is often due to optimization of the fact that the two conflicting criteria must be taken into account at the design stage. This is best illustrated by an ordinary drill, where on one side of the flute cross-section should be as large as possible (this facilitates the discharge of a large quantity of chips) on the other hand, the cross section of the core should be large to increase mechanical strength of the drill, and thus allow the use of higher cutting. Both criteria are mutually contradictory, because of the increase in the diameter of the drill bit flute cross-sectional area helps to reduce the cross-sectional area of the core drill, and vice versa. So finding a compromise solution requires optimization action. The optimization procedure is subject to the earlier diagnosis of the state of charge of such a tool. Distribution of both forces and moments values resulting from the process of the chip affects the wear of cutting edges of the tool. Axial force F_z and cutting torque M_z are defined as:

$$F_z = C_F \cdot VB_{\max}^{x_F} \cdot f^{y_F} \cdot v_c^{z_F} \quad (1)$$

$$M_z = C_M \cdot VB_{\max}^{x_M} \cdot f^{y_M} \cdot v_c^{z_M} \quad (2)$$

where: C_F , C_M – constants dependent on the processing conditions determined experimentally, x_F , x_M – exponent characterizing influence of tool wear VB_{\max} , y_F , y_M – exponent characterizing influence of feed f , z_F , z_M – exponent characterizing influence of cutting speed v_c .

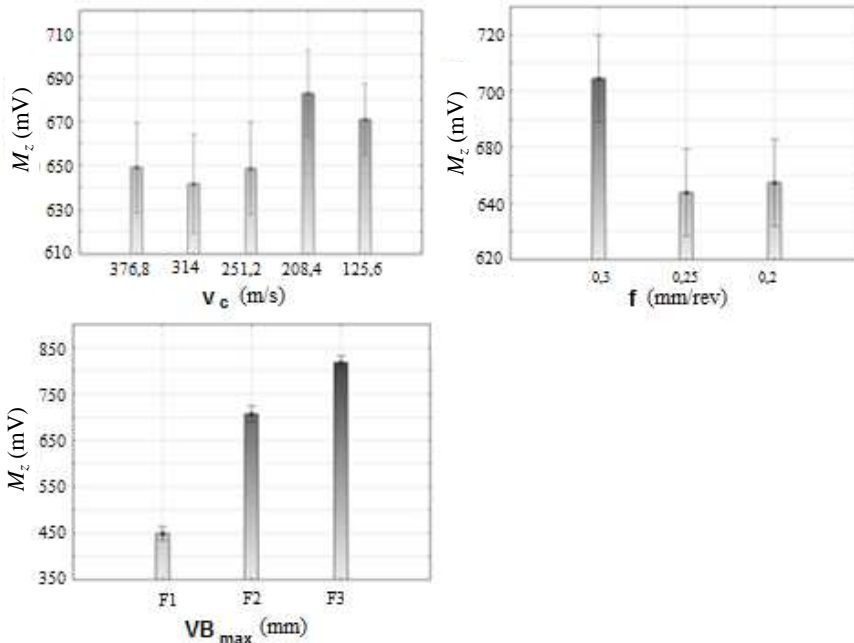


Fig. 5. The influence of cutting parameters on the value of the cutting moment signal (M_z)

Below shows the estimate of the signal value of axial force and torque. This resulted in dependence described by eq. (3) and (4):

$$F_z = 1518VB_{\max}^{0.37} \cdot f^{0.33} \cdot v_c^{0.02} \quad (3)$$

$$M_z = 1400VB_{\max}^{0.47} \cdot f^{0.85} \cdot v_c^{1.19} \quad (4)$$

To verify the derived eqs. (3) and (4) a comparative analysis between the actual values, obtained in the study, and the estimated values were carried out, on the basis of these relationships (fig. 6.).

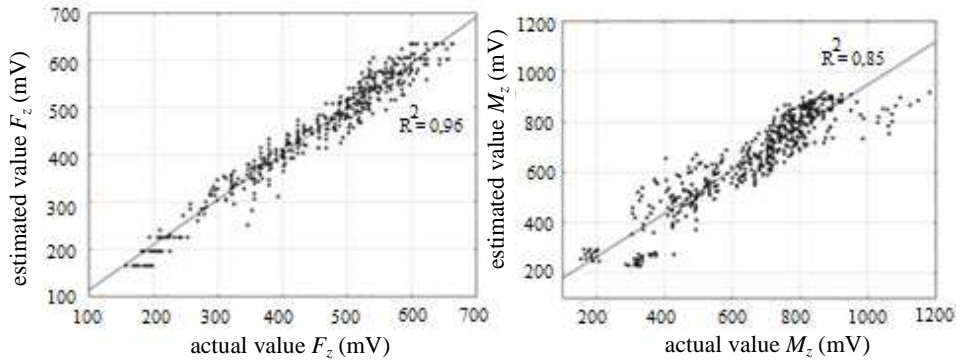


Fig. 6. Actual and estimated values of the axial force F_z and the cutting moment M_z

5. Conclusions

Based on the results of analysis and eqs. (3) and (4) it can be seen that the signal of the axial force F_z strongly depends on both the tool wear and feed rate. The influence of the cutting speed can be omitted here due to the fact that the value of exponent of v_c (eq. (3)) is close to zero. A significant effect of all three independent variables (eq. (4)) on the value of the cutting torque signal M_z can be observed.

References

- [1] Berglund L., Rowell R. M.: Wood composites. [In:] R.M. Rowell (ed.): Handbook of wood chemistry and wood composites, CRC Press, Boca Raton 2005.
- [2] Darmawan W., Usuki H., Quesada J., Marchal R.: Clearance wear and normal force of TiN-coated P30 in cutting hardboards and wood-chip cement boards. Holz Roh Werkst, 66 (2008), 89-97.
- [3] Stewart H.A.: High-temperature halogenation of tungsten carbide cobalt tool material when machining medium density fiberboard. Forest Prod. J., 42 (10) (1992), 27-31.
- [4] Sheikh-Ahmad J.Y., Bailey J.A.: High-temperature wear of cemented tungsten carbide tools while machining particleboard and fiberboard, J. Wood Sci., 45 (6) (1999), 445-455.
- [5] Bridges R.: A quantitative study of some factors affecting the abrasiveness of particle board. Forest Prod. J., 11 (1971), 39-41.
- [6] Porankiewicz B.: Variation in composition of micro-grain cemented carbide and its impact on cutting edge wear during particleboard machining. [In:] Proc. 13th IWMS, Vancouver, Canada, 1997, 791-799.
- [7] Porankiewicz B., Gronlund A.: Tool wear-influencing factors. [In:] Proc. 10th IWMS, UC, Berkeley, USA, 1991, 220-229.
- [8] Porankiewicz B.: A method to evaluate the chemical properties of particleboard to anticipate and minimize cutting tool wear. Wood Sci. Technol., 37 (1) (2003), 47-58.

- [9] Sparks A.J., Taylor V.: Chip board machinability. Part 1: The effect of cut on cutter wear. Furniture Industry Research Association, 928/271/81 (1981).
- [10] Porankiewicz B.: Investigation of chemical wear of cemented carbide cutting edges by processing board materials. Project Report no. MR/USDA-95-219, 1998, 32.
- [11] Maloney T.M.: Modern particleboard and dry-process fiberboard manufacturing. Miller Freeman, San Francisco 1993.
- [12] Suchsland O., Woodson G.E.: Fiberboard manufacturing practices in the United States. Agriculture Handbook, no. 640, United States Department of Agriculture, 1986.
- [13] Kelly M.W.: Critical literature review of relationships between processing parameters and physical properties of particleboard. Gen. Tech. Rep. FPL-10, Forest Products Laboratory, Forest Service, US, Department of Agriculture, USA, 1977, 66.
- [14] Chen S., Liu X., Fang L., Wellwood R.: Digital X-ray analysis of density distribution characteristics of wood-based panels. Wood Sci. Technol., 44 (2010), 85-93.

ANALIZA ROZWARSTWIANIA PŁYTY WIÓROWEJ PODCZAS WIERCENIA

Streszczenie

Płyta wiórowa jest kompozytem, którego podstawowym składnikiem jest drewno. Ma szerokie zastosowanie w przemyśle. Proces wiercenia to najpopularniejszy proces obróbki stosowany w przemyśle meblarskim. Siła osiowa i moment skrawania występujące podczas procesu wiercenia odgrywają ważną rolę w uzyskaniu odpowiedniej jakości powierzchni. W przeprowadzonych badaniach wykonano osiemnaście prób trwałościowych narzędzia dla różnych wartości analizowanych parametrów skrawania. Na podstawie wyników uzyskanych z przeprowadzonych badań określono wpływ wybranych parametrów skrawania oraz zużycia narzędzia na wartość siły osiowej i momentu skrawania. Zaproponowano modele matematyczne, wykorzystując analizę wariancji ANOVA, pozwalające oszacować opory skrawania.

Słowa kluczowe: wiercenie, zużycie narzędzia, jakość powierzchni, płyta wiórowa laminowana

DOI: 10.7862/rm.2014.64

Otrzymano/received: 26.09.2014 r.

Zaakceptowano/accepted: 15.11.2014 r.

Tomasz TRZEPIECIŃSKI¹
Feliks STACHOWICZ²
Sergei BOSIAKOV³
Sergei ROGOSIN⁴

A 3D NUMERICAL MODELING OF HEMISPHERICAL CONTACT AGAINST AN ELASTIC-PLASTIC FLAT SURFACE

This paper presents a method of determining the anisotropic friction model for sheet metal forming processes based on experimental data obtained from the pin-on-disk tribometer test. The frictional investigations presented in this work were conducted for deep drawing quality cold-rolled steel sheet. The anisotropic friction model corresponded to experimental results was implemented into a finite element (FE) model built using the ABAQUS software. In the numerical investigations the hemispherical contact against an elastic-plastic flat was analysed. Both material and friction anisotropy influenced the non-uniformity of the stress distribution around the hemisphere axis, which is clearly visible for higher values of hemispherical solid indentations. It was found that the change of isotropic friction to anisotropic conditions for both material models slightly influences – the value and change of equivalent plastic strain distribution in contact zone.

Keywords: anisotropy, contact modeling, elastic-plastic contact, friction modeling, friction anisotropy

1. Introduction

The frictional behaviour depends on several parameters such as the contact pressure, sliding velocity, tools and sheet surface roughness as well as lubricant conditions. Moreover, frictional resistance depends on physical and chemical factors acting on the contact surface, dynamics of the loads and the temperature [1-3]. The origin of this anisotropy can be attributed to two different sources. The first one is the material itself where the anisotropies of the materials consti-

¹ Autor do korespondencji/corresponding author: Tomasz Trzepieciński, Rzeszow University of Technology, 8 Powstańców Warszawy Avenue, 35-959 Rzeszow, Poland, tel.: (17) 8651714, e-mail: tomtrz@prz.edu.pl

² Feliks Stachowicz, Rzeszow University of Technology, e-mail: stafel@prz.edu.pl

³ Sergei Bosiakov, Belarusian State University, e-mail: bosiakov@bsu.by

⁴ Sergei Rogosin, Belarusian State University, e-mail: Rogosin@bsu.by

tuting the bodies manifest themselves on the contact surface. The second one is technological. The industrial process used to fabricate the bodies can create striations along preferential directions. Currently, there are not so many publications focusing on frictional anisotropy and its implementation in numerical simulations of sheet metal forming processes. Attention should be paid to the work of Hjjaj et.al. [4] where isotropic Coulomb's frictional contact law to anisotropic friction conditions with non-associated sliding rule was generalized. Based on a model of rigid anisotropic asperities, a theoretical investigation on friction limit surfaces and sliding rules has been carried out by Mróz and Stupkiewicz [5]. Effect of strain hardening on the elastic-plastic contact of a deformable sphere against a rigid flat under full stick contact condition is studied by Chatterje and Saho [6]. They have also made a comprehensive review of literature on models of elastic-plastic contact.

Most of friction models are completely defined by the friction conditions which specify a set of admissible contact forces and the sliding rule which stipulates what directions of sliding are allowed [4]. The limit surface is usually assumed to be isotropic predicting a frictional behaviour independent of the sliding direction. For many industrial applications, this assumption seems to be unrealistic and many experimental studies show that the frictional behaviour can change drastically with the sliding direction, requiring an anisotropic model.

This paper presents a method of determining the anisotropic friction model for sheet metal forming processes based on experimental data obtained from the pin-on-disk tribometer test. The anisotropic friction model corresponded to experimental results was implemented into a finite element (FE) model built using the ABAQUS software. In the numerical investigations the hemispherical contact against an elastic-plastic flat was analysed.

2. Experimental procedure

The frictional experiments presented in this work were conducted for deep drawing quality (DDQ) cold-rolled steel sheet with a sheet thickness of 1 mm. The mechanical properties of the sheet metal (tab. 1.) have been determined through uniaxial tensile tests along three directions with respect to the rolling direction. The parameters C and n in Hollomon equation have been fitted on stress-strain curve of the tensile test. The anisotropy of plastic behaviour of sheet metals is characterized by the Lankford's coefficient r [7]. A measured r -value that differs from unity shows that there is a difference between mechanical properties measured in plane and through-thickness, which is usually characterized by the normal plastic anisotropy ratio. The sheet metal exhibits in-plane anisotropy in the yield stress and the r value, while the hardening exponent value is not significantly affected by the sample orientation. The r value in the rolling direction is smaller than measured value in the transverse direction because it is inversely proportional to the thickness strain. The accommodation of strain in

the width of the specimen is easier if the basal planes are more tilted to the width direction of the specimen.

Table 1. Mechanical properties of DDQ steel sheet metal

Orientation	Yield stress R_e [MPa]	Ultimate tensile strength R_m [MPa]	Hardening coefficient C [MPa]	Strain hardening exponent n	Lankford's coefficient r
0°	162	310	554	0.21	1.55
45°	163	322	542	0.20	1.27
90°	168	312	530	0.21	1.67

The friction properties of the deep drawing quality steel sheets used in the experiments were determined by using the pin-on-disc tribometer T01-M (fig. 1.) [8]. The device ensures to carry out investigations in accordance with ASTM G99 and DIN 50324 standards. The values of friction coefficient were determined in dry friction conditions. Prior to each test, the pin and disks were degreased using acetone to remove metal fragments and oil from the surface. The tests were conducted under the following conditions:

- indenter: a ball with the diameter of 5 mm,
- speed of sample rotation ω : 36 rpm,
- tangential velocity: $0.04 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$,
- loading weight: 11.77 N,
- track: circle of radius $R = 10 \text{ mm}$.

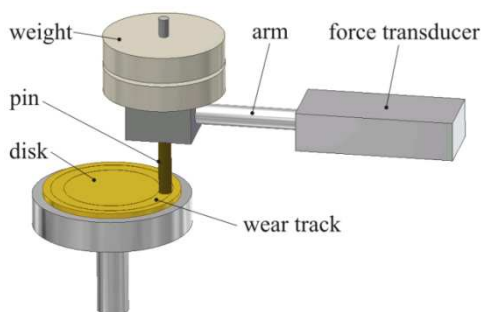


Fig. 1. The general scheme of the measurement

Cyclical nature of the friction contact of pin-on-disc surfaces during tribometer test is the reason for the accumulation of wear products [9] and, consequently, may lead to a seizure of mating surfaces so the friction coefficients were determined for first sample rotation using the formula:

$$\mu = \frac{F_T}{F_N},$$

where F_T – friction force, F_N – pin loading force.

To confirm that steel sheets are characterized by the anisotropy of tribological properties, friction anisotropy on a given surface has to be clearly distinguished from friction anisotropy for different perpendicular orientations between the pin and the surface. As shown in fig. 2., changes of friction coefficient value exhibit two maxima for a rotation through 360° . They correspond to the measurement of friction coefficient value transverse to the rolling direction.

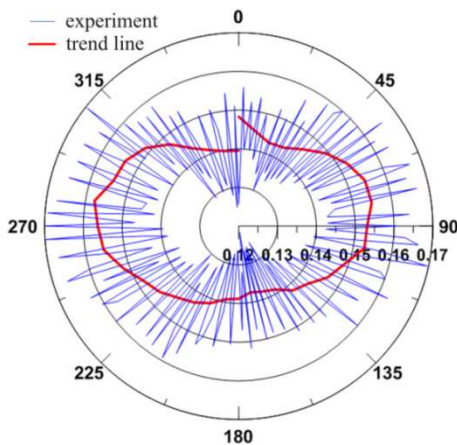


Fig. 2. The variation of friction coefficient value as a function of measurement orientation ($^\circ$) according to the rolling direction of sheet, dry friction conditions

3. Elastic-plastic analytical analysis

It was concluded that relation between mean pressure and penetration depth of tribometer's indenter follows a power law. For a non-linear elastic-plastic material with strain hardening described by the Hollomon's equation $\sigma_p = C \cdot \varepsilon^n$ relation between mean pressure and contact radius equals [10]:

$$p_{av} = \alpha \beta^n C \left(\frac{a}{D} \right)^n,$$

where $\alpha = 2.8$ and $\beta = 0.4$ are the universal material constants with the values proposed by Tabor [11], D is a sphere diameter and a is a contact radius evaluated from the formula:

$$a = \sqrt{hD \frac{5(2-n)}{2(4+n)}}$$

where h is a permanent penetration depth.

It was assumed by Hill et.al. [10] that the indenter is approximated by a paraboloid, and the indentation profile $w(r)$ could be described by the formula:

$$w(r) = h - \frac{r^2}{D},$$

for $r \leq a$.

As stated Kucharski and Mróz [12] for elasto-plastic analysis of the indentation test there are more geometrical parameters available (fig. 3.): depths of penetration h_l and h_p in the loaded state and after unloading, respectively; similarly a_l and a_p denote the contact radii in the loaded and unloaded states.

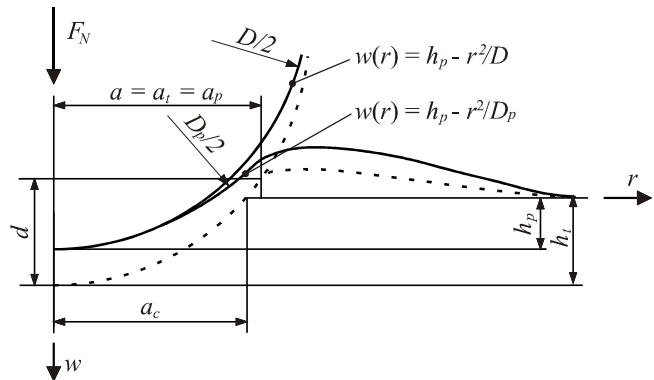


Fig. 3. Loaded and unloaded configuration in the ball indentation

Adler and Dogan [13] provided the variation of the indentation curvature during unloading as:

$$p_{av} = \alpha \beta^n C \left(\frac{a}{D_p} \right)^n,$$

where D_p is equals:

$$D_p = \frac{D \cdot D_e}{D_e - D},$$

and D_e specified Hertz solution [14] for elastic unloading:

$$D_e = \frac{8aE}{3\pi p_{av}(1-\nu^2)}.$$

Field and Swain [15] renounced the measurement of a and introduced the contact radius a_c (fig. 3.) specified at the level of the undeformed surface:

$$a_c = \sqrt{Dh - h^2}.$$

4. Numerical modeling

In the numerical investigations the elastic-plastic hemispherical contact against an elastic-plastic flat was analysed. Symmetry of the process was utilized in order to reduce the computational time. Only one quarter of blank and the ball (fig. 4.) with symmetry boundary conditions were modeled. As shown in fig. 4. only the indentation test was analysed. Neither sheet nor ball rotation was considered. anisotropic friction model corresponded to experimental results was implemented into a finite element (FE) model built using the commercial FE-package ABAQUS. The variation of friction coefficient was not uniform along the friction track (fig. 2.). As it was found in previous investigations [16] the anisotropic elliptic friction model approximates well the experimental variations of friction coefficient value. The minimal and maximal values of friction coefficient in implemented elliptic model were 0.128 and 0.157, respectively. For the isotropic frictional conditions an average value of friction coefficient 0.1425 was used.

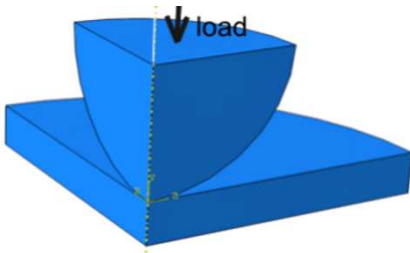


Fig. 4. Numerical model of ball indentation test

The ball was made from bearing steel with hardness considerably larger in comparison with the sheet material. So the material of the ball was assumed as elastic. An elastic-plastic material model of sheet was implemented. The elastic behavior is specified in numerical simulations by the value of Young's modulus, $E = 210000$ MPa, and of Poisson's ratio $\nu = 0.3$. In the numerical model, the anisotropy of the material has been established using Hill (1948) yield criterion [17] which is the most frequently used yield function for steel sheet metals [7].

Furthermore, the isotropic Huber-Mises-Hencky material model is considered. The isotropic hardening behaviour in the FEM model uses the Hollomon power-type law.

For the blank and hemisphere meshing the 3-dimensional 8-node brick elements were used. The hardness of the indenter is considerably higher than the blank hardness so the hemisphere is considered to be elastic, no plastic deformation is assumed in this part during the simulation. The blank model is composed of 22880 of C3D8R type elements. The least length of the element edge was 0.004065 mm.

Calculations were performed using the implicit finite element code where the internal forces were balanced with the external forces through an iterative procedure, which gave the deformed state after a time increment. One of the merits of this method is that the time increment can be relatively large because of conditional stability of the implicit time integrator and static solutions can be obtained by natural characteristics of the method.

The influence of mesh size on the accuracy of numerical results was not considered. It is generally known, that the model with high number of elements gives more accurate results. The mesh density of the model assures to get the results in reasonable time.

5. Results and discussion

The small errors could be attributed to the averaging of the stress data from integration points to boundary nodes and the discretization of the continuous surface. As the pin load increases, the plastic zone continues to grow until the edge of the plastic zone reaches the surface near the edge of the contact radius. The maximum value of equivalent plastic strain is found at the subsurface, some distance below the centre of the contact region (fig. 5.). The anisotropy of both material and friction conditions was influenced on non-uniformity of the stress distribution around the pin axis, which was clearly visible for higher values of ball indentations. As shown in fig. 6. the change of isotropic friction to anisotropic conditions for both material models slightly influenced on the change of equivalent plastic strain distribution. Similar dependence is observed for equivalent plastic strain value measured along the rolling direction and transverse to the rolling direction (fig. 7.). As the load increases, for both material models, the plastic zone continues to grow until the edge of the plastic zone reaches the surface near the edge of the contact radius. Furthermore, the zone of maximum equivalent plastic strain moves radially from the centre towards the surface inside the maximum contact radius which is in agreement with the analytical results of research made by Kral et.al. [18].

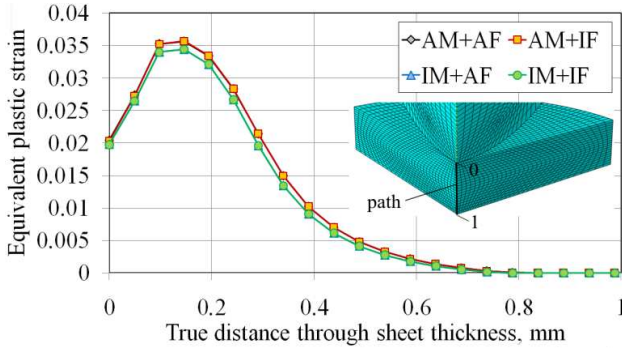


Fig. 5. The distribution of equivalent plastic strain through the sheet thickness

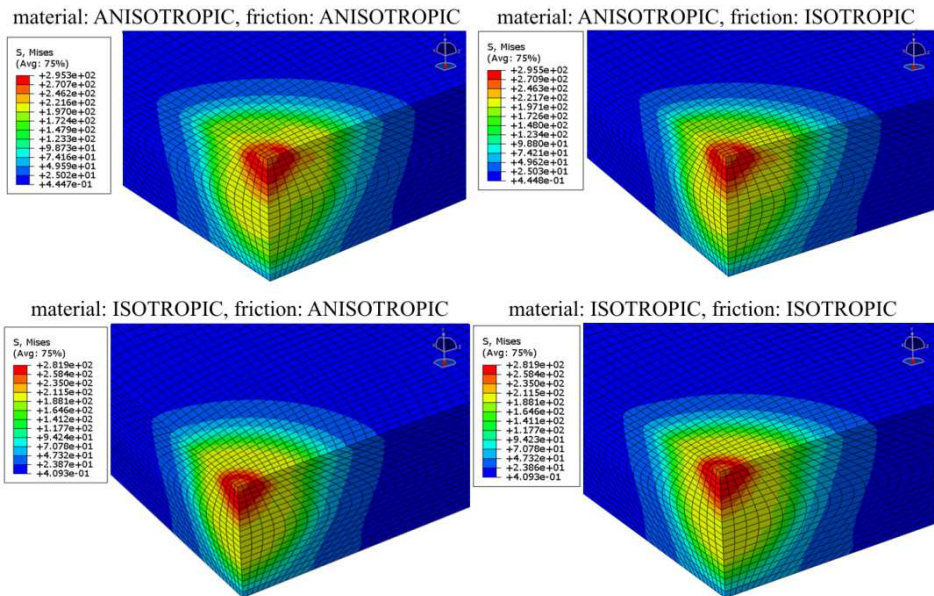


Fig. 6. Distribution of equivalent stress in the sheet for ball indentation 0.018 mm

6. Conclusions

The experimental results of friction tests show that the friction coefficient depends on the measured angle from the rolling direction and corresponds to the surface topography. The anisotropic friction model corresponded to experimental results was implemented into a finite element model. In the numerical model, the anisotropy of the material has been established using Hill [17] yield criterion. Furthermore, the isotropic Huber-Mises-Hencky material model is considered. The simulations of pin indentation show that as the load increases,

the plastic zone continues to grow until the edge of the plastic zone reaches the surface near the edge of the contact radius. Furthermore, as the pin load increases, for both material models, the plastic zone continues to grow until the edge of the plastic zone reaches the surface near the edge of the contact radius. It was found that the change of isotropic friction to anisotropic conditions for both material models slightly influences the change of equivalent plastic strain distribution.

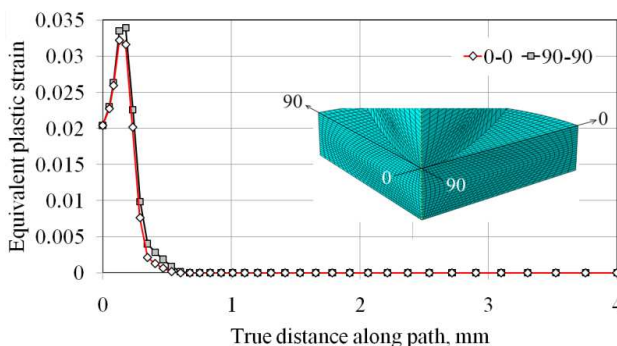


Fig. 7. The distribution of equivalent plastic strain measured along the rolling direction (0-0) and transverse to the rolling direction rolling (90-90)

References

- [1] Trzepieciński T.: Analysis of the friction influence on change of surface topography in strip drawing test. *Tribologia*, 44, 1 (2012), 125-134.
- [2] Gierzyńska M.: *Tarcie, zużycie i smarowanie w przeróbce plastycznej metali*. WNT, Warszawa 1983.
- [3] Hirpa G. Lemu, Trzepieciński T.: Numerical and experimental study of the frictional behaviour in bending under tension test. *Stroj. Vest. – J. Mech. Eng.*, 59, 1 (2013), 41-49.
- [4] Hjjaj M., Feng Z.-Q., de Saxcé G., Mróz Z.: On the modelling of complex anisotropic frictional contact laws, *Int. J. Eng. Sci.*, 42, 10 (2004), 1013-1034.
- [5] Mróz Z., Stupkiewicz S.: An anisotropic friction and wear model. *Int. J. Solids Struct.*, 31, 8 (1994), 1113-1131.
- [6] Chatterje B., Sahoo P.: Effect of strain hardening on elastic-plastic contact of a deformable sphere against a rigid flat under full stick contact condition. *Advances in Tribology*, vol. 2012 (2012), Article ID 472794.
- [7] Banabic D., Bunge H.-J., Pohlandt K., Tekkaya A.E.: *Formability of metallic materials*. Springer-Verlag, Berlin 2000.
- [8] Stachowicz F., Trzepieciński T.: Opory tarcia podczas kształtowania blach karoseyjnych. *Mat. Konf. SAKON, Przecław 2003*, 297-302.
- [9] Godfrey D.: Friction oscillations with a pin-on-disc tribometer. *Tribol. Int.*, 28, 2 (1995), 119-126.
- [10] Hill R., Storakers B., Zdunek A.B.: A theoretical study of the Brinell hardness test. *Proc. R. Soc. Lond.*, 423, 1865 (1989), 301-330.

- [11] Tabor D.: The hardness of metals. Clarendon Press, Oxford 1951.
- [12] Kucharski S., Mróz Z.: Identification of plastic hardening parameters of metals from spherical indentation tests. *Mat. Sci. Eng.*, A318, 1-2 (2001), 65-76.
- [13] Adler T.A., Dogan O.N.: Damage by indentation and single impact of hard particles on a high chromium white cast iron. *Wear*, 203-204 (1997), 257-266.
- [14] Hertz H.R.: On contact between elastic bodies. *Collected Works*, 1, 1882.
- [15] Field J.S., Swain M.V.: Determining the mechanical properties of small volumes of material from submicrometer spherical indentations. *J. Mater. Res.*, 10 (1995), 101-112.
- [16] Trzepieciński T., Gelgele H.L.: Investigation of anisotropy problems in sheet metal forming using finite element method. *Int. J. Mater. Form.*, 4, 4 (2011), 357-369.
- [17] Hill R.: A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals, *Proceedings of the Royal Society of London*, 193 (1948), 281-297.
- [18] Kral E.R., Komvopoulos K., Bogy D.B.: Elastic-plastic finite element analysis of repeated indentation of a half-space by a rigid sphere. *J. Appl. Mech. – Trans. ASME*, 60, 4 (1993), 829-841.

Acknowledgement

This paper is the result of project implementation: „Trans-Atlantic Micromechanics Evolving Research: Materials containing inhomogeneities of diverse physical properties, shapes and orientations” supported by FP7-PEOPLE-2013-IRSES Marie Curie Action „International Research Staff Exchange Scheme”.

ANALIZA NUMERYCZNA 3D KONTAKTU POWIERZCHNI PÓLKULISTEJ Z PŁASZCZYZNĄ SPRĘŻYSTO-PLASTYCZNĄ

Streszczenie

Artykuł prezentuje metodę wyznaczania anizotropowego modelu tarcia dla procesów kształtowania blach na podstawie danych eksperymentalnych otrzymanych w próbie trobostera o skojarzeniu trzpień na tarczy. Badania tarciove przedstawione w pracy wykonano dla zimnowalcowanych blach stalowych głęboko tłocznych. Anizotropowy model tarcia odpowiadający wynikowi eksperymentalnym zaimplementowano do modelu elementów skończonych z wykorzystaniem programu ABAQUS. W badaniach numerycznych analizowano kontakt powierzchni półkulistej ze sprężysto-plastyczną powierzchnią płaską. Anizotropia materiału oraz tarcia wpływa na nierównomierność rozkładu naprężeń dookoła osi półkuli, co jest wyraźnie widoczne dla większych zagłębień bryły półkulistej. Zmiana modelu tarcia z izotropowego na anizotropowy znacząco wpływa na wartość i zmianę rozkładu naprężeń oraz odkształceń zastępczych w strefie kontaktu.

Słowa kluczowe: anizotropia, modelowanie kontaktu, kontakt sprężysto-plastyczny, modelowanie tarcia, anizotropia tarcia

DOI: 10.7862/rm.2014.65

Otrzymano/received: 10.10.2014 r.

Zaakceptowano/accepted: 22.11.2014 r.

Pavel S. VOLEGOV¹
Peter V. TRUSOV²
Dmitry S. GRIBOV³
Alexey I. SHVEYKIN⁴

HARDENING LAWS IN MULTILEVEL CRYSTAL PLASTICITY MODELS AND MACRO EFFECTS OF COMPLEX CYCLIC LOADING

The problem of constructing a physically based hardening laws of mono- and polycrystalline samples in multi-level theories using crystal plasticity is considered, these hardening laws should allow describing the process of the defect structure evolution of the material due to the intensive inelastic deformations. It is also should be applicable to the description of complex and cyclic loading. An approach to the construction of a general and a particular form of hardening law is proposed, which takes into account the interaction of full and split dislocations with each other, forming and destruction of dislocation barriers, annihilation of dislocations during reverse loading and the interaction of intragranular and grain boundary dislocations. Using the obtained hardening law, the known experimental effects of complex and cyclic loading are described.

Keywords: multilevel models, crystal plasticity, hardening, complex loading, cycle loading, damage accumulation.

1. Introduction

Changes in the physical and mechanical properties of the specimen during deformation in complex cyclic path is a consequence of a substantial restructuring of the micro- and mesostructure of the material, mainly – a consequence of a significant evolution of the dislocation (wider – defective) structure of the material [1]. Directly into the structure of crystal plasticity relations description

¹ Autor do korespondencji/corresponding author: Pavel S. Volegov, Perm National Research Polytechnic University, 29 Komsomolsky Avenue, Perm, Russia, tel. (+7 342) 2198562, e-mail: crocinc@mail.ru

² Peter V. Trusov, Perm National Research Polytechnic University, e-mail: tpv@mat-mod.pstu.ac.ru

³ Dmitry S. Gribov, Perm National Research Polytechnic University, e-mail: gribowdmitrii@yandex.ru

⁴ Alexey I. Shveykin, Perm National Research Polytechnic University, e-mail: alexsh59@bk.ru

of the microstructure evolution is introduced through specific relationships that determine the change of the critical shear stress on the slip systems on a set of parameters defined on the basis of physical analysis (shears, temperature, stacking fault energy etc.), which are commonly called hardening law [2-4]. The above explains the considerable attention in crystal plasticity theories, which is paid to the modification of hardening law, in particular – in connection with the new experimental data obtained with the use of high-resolution equipment (in particular – an electron microscope), this is shown in [5].

The aim is to study the effects produced by polycrystalline representative macro volume of material under complex and cyclic loading (and the transition from one to another type of loading) as a consequence of changes occurring at the level of the dislocation structure in the process of loading, and attempt to modify the laws hardening so way that they can physically transparently describe these changes and effects. In particular, the unresolved issue is to justify and describe the known experimental effects, such as the dependence of additional cyclic hardening of the degree of disproportionality of loading, cyclic softening the transition from non-proportional to proportional loading, transverse reinforcement, which manifests itself when, after proportional loading in one direction is followed by proportional loading in the other direction.

2. Two-level constitutive model for inelastic deformations of polycrystals and hardening description

This paper uses a model based on the developed by a team of the Department of mathematical modeling of systems and processes Perm National Research Polytechnic University two-level approach to the consideration of inelastic deformation of polycrystalline metals (see [1]). As a top (macro-) level, we consider representative volume of the material, and the lower level means the level of the individual crystallites. Next, to simplify the upper level (macro-representative) will be called the macro level, and the lower (separate single crystals with ideal crystal lattice) will be called meso level.

The constitutive model of the macro-level is the following set of equations (hereinafter macro-parameters are indicated in capital letters, the similar meso parameters – in lower case):

$$\left. \begin{aligned} \Sigma^R &\equiv \dot{\Sigma} + \Omega^T \cdot \Sigma + \Sigma \cdot \Omega = \Pi : \mathbf{D}^e = \Pi : (\mathbf{D} - \mathbf{D}^{in}) \\ \Omega &= \Omega(\omega_{(i)}, \mathbf{n}_{(i)}, \sigma_{(i)}), i = 1, \dots, N \\ \Pi &= \Pi(\mathbf{n}_{(i)}, \mathbf{o}_{(i)}), i = 1, \dots, N \\ \mathbf{D}^{in} &= \mathbf{D}^{in}(\mathbf{d}_{(i)}^in, \mathbf{n}_{(i)}, \omega_{(i)}), i = 1, \dots, N \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

here: Σ – Cauchy stress tensor, Π – elastic moduli tensor, \mathbf{D} , \mathbf{D}^e , \mathbf{D}^{in} – strain rate tensor, its elastic and inelastic parts, index R means independent of reference system choice derivative [1], Ω – tensor describing the motion of the moving coordinate system with respect to which the strain is determined at the macro-level; $\Pi_{(i)}$, $\sigma_{(i)}$, $\mathbf{d}_{(i)}^{in}$, $\omega_{(i)}$, $\mathbf{o}_{(i)}$ – elastic constant tensor, stress tensor, elastic and inelastic parts of strain rate tensor, spin and the orientation of i -crystallite, N – number of crystallites forming a representative macro-level.

At the meso level (the level of the crystallite) in the two-level model using the following system of relations (crystallite number is omitted):

$$\left. \begin{aligned} \sigma^r &\equiv \dot{\sigma} - \omega \cdot \sigma + \sigma \cdot \omega = \mathbf{n} : \mathbf{d}^e = \mathbf{n} : (\mathbf{d} - \mathbf{d}^{in}) \\ \mathbf{d}^{in} &= \sum_{i=1}^K \dot{\gamma}^{(i)} \mathbf{m}_{(S)}^{(i)} \\ \dot{\gamma}^{(i)} &= \dot{\gamma}_0 \left| \frac{\tau^{(i)}}{\tau_c^{(i)}} \right|^{1/n} H(\tau^{(i)} - \tau_c^{(i)}), \quad i = 1, \dots, K \\ \dot{\tau}_c^{(i)} &= f(\gamma^{(j)}, \dot{\gamma}^{(j)}), \quad i, j = 1, \dots, K \\ &\text{relations for } \omega \\ &\text{for which from the equation } \dot{\mathbf{o}} \cdot \mathbf{o}^T = \omega \\ &\text{the orientation tensor } \mathbf{o} \text{ is defined} \\ \hat{\nabla} \mathbf{v} &= \hat{\nabla} \mathbf{V} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

where σ – Cauchy stress tensor, Π – crystallite elastic moduli tensor, \mathbf{d} , \mathbf{d}^e , \mathbf{d}^{in} – strain rate tensor, its elastic and inelastic parts, $\gamma^{(i)}$, $\tau_c^{(i)}$ – accumulated shear and the critical shear stress on the i -th slip system, $\mathbf{m}_{(S)}^{(i)}$ – symmetric part of the orientation tensor of the i -th slip system, $\mathbf{m}_{(S)}^{(i)} = \frac{1}{2}(\mathbf{b}_{(S)}^{(i)} \mathbf{n}_{(S)}^{(i)} + \mathbf{n}_{(S)}^{(i)} \mathbf{b}_{(S)}^{(i)})$, $\mathbf{b}_{(S)}^{(i)}$, $\mathbf{n}_{(S)}^{(i)}$ – unit vectors in the direction of the Burgers vector and the normal to the slip plane; $\dot{\gamma}_0$, n – material constants: the characteristic shear rate and rate sensitivity of the material, $\tau^{(i)}$ – acting slip system shear stress, $\tau^{(i)} = \mathbf{b}_{(S)}^{(i)} \mathbf{n}_{(S)}^{(i)} : \sigma$, $H(\cdot)$ – Heaviside function, K – the number of slip systems for this type of crystal lattice, \mathbf{o} – tensor of the current orientation of the crystallographic coordinate system to the fixed laboratory system.

As the defining relation (equation of state) at the meso level plays rate form of Hooke's law (2₁), taking into account the geometric nonlinearity: quasi-solid movement on the meso level is associated with the rotation of the lattice (crystal-

lographic coordinate system); in the corotation derivative of the Cauchy stress tensor appears spin tensor, characterizes the crystal lattice rotation rate.

For scale transition we used generalized Voigt hypothesis, according to which the velocity gradient of movement for each crystallite is equal to the macro-velocity gradient $\hat{\nabla} \mathbf{v} = \hat{\nabla} \mathbf{V}$. In [1], the problem of different scale levels defining relations homogenization in the two-level model of inelastic deformation is considered, one of making results is to determine the quasi-solid movement on the macro level $\mathbf{\Omega}$ and the inelastic part of the strain rate tensor at the macro level \mathbf{D}^{in} to ensure homogenization conditions:

$$\mathbf{\Pi} = \langle \mathbf{n} \rangle, \mathbf{\Sigma} = \langle \mathbf{\sigma} \rangle, \mathbf{D} = \langle \mathbf{d} \rangle \quad (3)$$

It is shown that for (3) in conjunction with the systems of eqs. (1) and (2) the spin $\mathbf{\Omega}$ and inelastic strain rate tensor \mathbf{D}^{in} should be determined by the relations:

$$\mathbf{\Omega} = \langle \boldsymbol{\omega} \rangle \quad (4)$$

$$\mathbf{D}^{in} = \langle \mathbf{d}^{in} \rangle + \mathbf{\Pi}^{-1} : \langle \mathbf{n}' : \mathbf{d}^{in'} \rangle - \mathbf{\Pi}^{-1} : (\langle \boldsymbol{\omega}' \cdot \boldsymbol{\sigma}' \rangle - \langle \boldsymbol{\sigma}' \cdot \boldsymbol{\omega}' \rangle) \quad (5)$$

where the prime denotes the deviation of the corresponding values from its average values at representative macto-volume.

In the numerical implementation of the mathematical model (1)-(5) is proposed to use the Adams-Moulton scheme („predictor-corrector”), which can significantly improve the accuracy of the calculations without significantly increasing computing time (estimation in [6]). The correct description of hardening, which is an essential mechanism of the plastic deformation, allows to obtain dependence the numerical experiments which corresponding experiments, on the other hand, in the hardening laws it is inherent the description of the microstructure of the material and the laws of its evolution.

Hardening is divided into „non-oriented” and „oriented”. The first describes the hardening regardless of the direction of deformation (under this definition, processes such as the formation of the intersection of dislocations, plaits, braids, dislocation barriers), and the hardening increases the critical shear stress at once on many slip systems (or even all at once). The second is related to the accumulation of elastic energy to „pursed dislocations” (at different barrier) and this energy may be (fully or partially) released at the change of the direction of deformation. The second type, in general, can be described by the kinematic hardening, or due to simultaneous changes in the critical shear stress on the opposite slip systems.

By using the formalism of constitutive models with internal variables and two-level mathematical model of polycrystals inelastic deformation, based on

the crystal elastoviscoplastic model at meso level, we received both general and particular forms of hardening laws of mono- and polycrystalline, that allow to describe the formation and destruction of dislocation barriers, the annihilation of dislocations (and so describes Bauschinger effect), and additional hardening, resulting from the interaction of intragranular and grain boundary dislocations [1]. As the basic law is considered a power hardening law in type of:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\tau}_{c\ b}^{(k)} &= f^{(k)}(\gamma^{(i)}, \dot{\gamma}^{(i)}) = \psi E \left\{ \sum_{i=1}^{24} a_i^{(k)} \left(\frac{\gamma^{(i)}}{\sum_{j=1}^{24} \gamma^{(j)}} \right)^{\psi-1} \dot{\gamma}^{(i)} \right\}, k = \overline{1, 24}, \psi > 1, \gamma^{(i)} \geq 0 \\ \tau_{c\ b}^{(k)}(0) &= \tau_{c\ b0}^{(k)} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

which takes into account the interaction of forest dislocations and modified to reflect the complexity of the previous loading.

Assuming additivity of the critical shear stress rates on the slip system due to different mechanisms of hardening, the power law (6) is supplemented by terms that take into account the basic mechanisms of obstacles during plastic deformation, left out the first (power) term:

$$\begin{aligned} \dot{\tau}_c^{(k)} &= f^{(k)}(\gamma^{(i)}, \dot{\gamma}^{(i)}) + f_{bar}^{(k)}(\gamma^{(i)}, \dot{\gamma}^{(i)}; \alpha_1^{(i)}, \alpha_2^{(i)}, \dots, \alpha_n^{(i)}) + \\ &+ f_{annih}^{(k)}(\gamma^{(i)}, \dot{\gamma}^{(i)}; \beta_1^{(i)}, \beta_2^{(i)}, \dots, \beta_m^{(i)}), \quad i, k = \overline{1, 24} \end{aligned} \quad (7)$$

where $\alpha_1^{(i)}, \alpha_2^{(i)}, \dots, \alpha_n^{(i)}$; $\beta_1^{(i)}, \beta_2^{(i)}, \dots, \beta_m^{(i)}$ – sets of internal variables describing appropriate mechanisms (in general, they may take different values at each moment of deformation for different slip systems) [7]; here the term describes additional hardening due to reactions to the split dislocations, and $f_{annih}^{(k)}(\gamma^{(i)}, \dot{\gamma}^{(i)}; \beta_1^{(i)}, \beta_2^{(i)}, \dots, \beta_m^{(i)})$ allows to consider a decrease of the critical shear stress for reverse slip through dislocation annihilation.

An additional hardening function $f_{bar}^{(i)}$ is taken in the form of:

$$f_{bar}^{(i)}(\gamma_{SFE}, \dot{\gamma}^{(i)}, \gamma^{(j)}) = \sum_{k=1}^6 \xi_{ik} \tau_c^{(i)} \left(1 - \frac{\gamma_{SFE}}{\gamma_{SFE}^*} \right) H \left(1 - \frac{\gamma_{SFE}}{\gamma_{SFE}^*} \right) \left(\int_0^t f_{bar}^{(i)} d\tau + f_0^{(i)} \right)^{-1} \times$$

$$\times \dot{\gamma}^{(i)} \left(\sum_{j \neq i}^{N^*} \gamma^{(j)} + \gamma_0^b \right) \mathbf{H} \left(\int_0^t f_{bar}^{(i)} d\tau - \tau_{cfr}^{(i)} \right) \quad (8)$$

where γ_{SFE} – stacking fault energy (SFE) of the material, γ_{SFE}^* – critical SFE, beyond which this mechanism relies insignificant for this material, N^* – the number of slip systems, coupled to given, $\tau_c^{(i)}$ – current (full) critical stress, $\tau_{cfr}^{(i)}$ – critical stress for barrier destruction, γ_0^b – small constant, ξ_{ik} – material constants, taking into account the strength of each of the six types of barriers.

The equation (8) explicitly takes into account the differences in the known types of dislocation barriers and different energies of destruction (or bypass) of these barriers (with the optional parameter $\tau_{cfr}^{(i)}$). Oriented hardening, which is realized by „pursed” by obstacles dislocation annihilation, due to the changing the deformation direction is also considered. Details of the physics of the annihilation process and factors affecting the decrease of the critical shear stress on the slip systems as a result of the annihilation of dislocations is considered [7]. To evaluate the released elastic energy in relation to $f_{annih}^{(i)}$ an additional factor that takes into account the complexity of the loading on all of the slip systems (here is an example for the fcc lattice) is introduced:

$$f_{annih}^{(i)} (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m) = -\xi_2 \tau_{annih}^{(i)} \frac{\gamma^{(i)}}{\sum_j \gamma^{(j)}} \dot{\gamma}^{(i)} (\gamma^{(i+12)} + \gamma_0^a), \quad \tau_{annih}^{(i)} \Big|_{t=0} = \tau_{c0}^{(i)} \quad (9)$$

where: γ_0^a – small constant, ξ_2 – material constant.

3. Results and discussion

In figure 1. is shown a diagram of the cyclic uniaxial loading polycrystalline aggregate using modified relations (6)-(9), the physical and mechanical parameters of the model correspond to the technically pure copper. Nonlinear effects associated with the formation and destruction of dislocation barriers do not appear in the smallness of deformations. It is clearly visible on the stationary trajectory of deformation. It should be noted that the hardening law in the form of (6) can only describe the effects of hardening associated with linear (or weakly nonlinear, depending on the ψ value) the interaction of dislocations (in the first time – the interaction of individual dislocations with various point obstacles, as well as the interaction of dislocations each own elastic stress fields). Mathematically it is possible to determine the parameters of the law (6) to obtain

a substantially nonlinear form of the loading curve, but such description cannot be considered physically correct if we try to base model on the physical separation of hardening mechanisms.

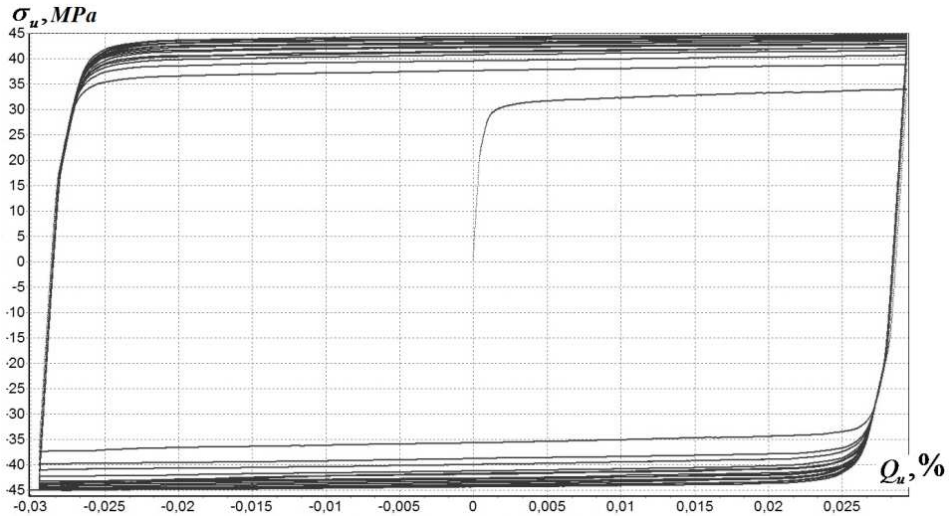


Fig. 1. The stress–strain diagram during cyclic deformation of polycrystalline aggregate; 20 cycles total

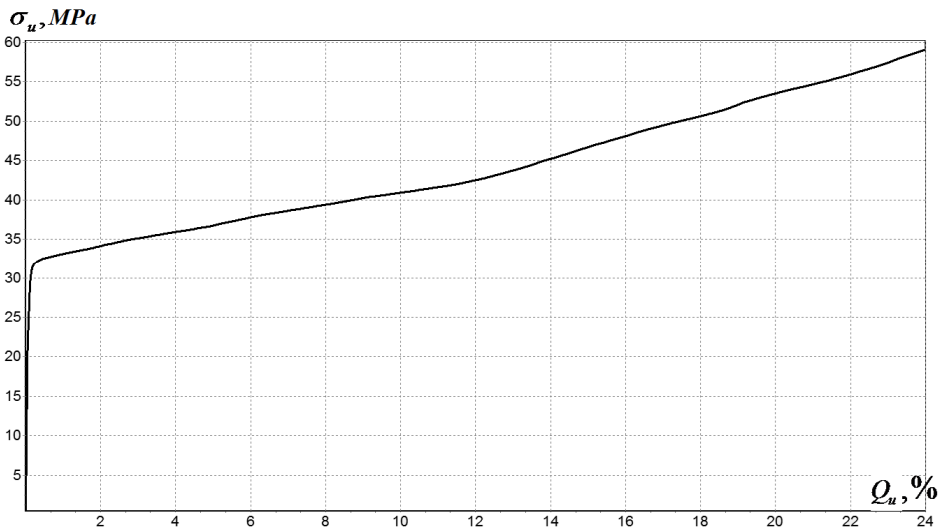


Fig. 2. The stress–strain diagram under uniaxial compression of polycrystalline aggregate; $f_0^{(i)} = 1,05$, $\gamma_0^p = 5 \cdot 10^{-5}$

Figures 2. and 3. show the dependence of various stress-strain diagram for polycrystalline aggregate if using in the hardening law additional term in the form (8), with the values specified in the caption. Clearly visible nonlinearities appearing in the diagram due to the effect of „blocking” slip systems by sessile dislocation when accumulated to a certain critical value, and accordingly releasing these systems from the deformation process. As long as there is a slip system (or set of slip systems), where the dislocation slip activate criteria is fulfilled, the material during plastic deformation will be forced to use a smaller number of slip systems than is necessary in order to fully choose the prescribed deformation. So, in the moments of one system closing and before the activate another systems the share of elastic deformation in full deformation rises sharply, resulting in a steep increase in stress on the diagram, with a further deformation there is gradual diagram alignment by activate new or additional slip systems.

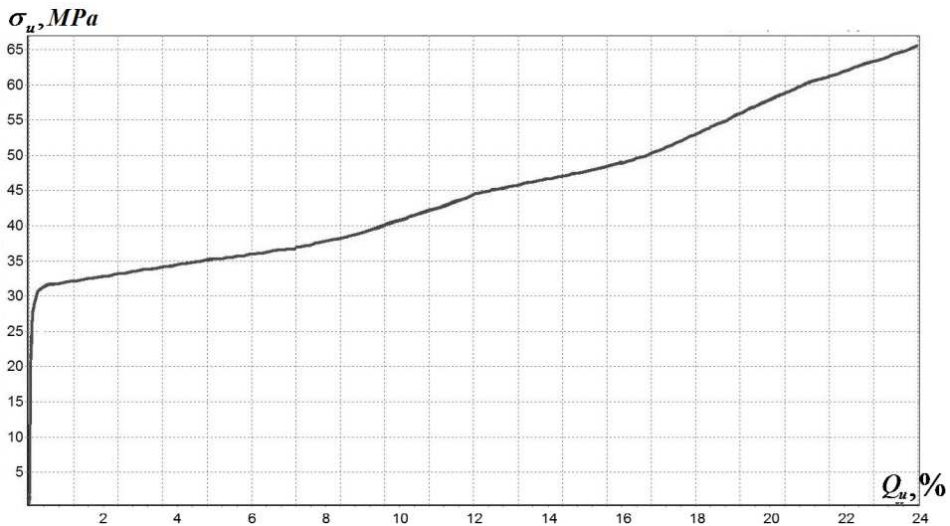


Fig. 3. The stress–strain diagram under uniaxial compression of polycrystalline aggregate, $f_0^{(i)} = 1,02$, $\gamma_0^b = 2,5 \cdot 10^{-5}$

In addition, interesting question is the consideration of the term, which reflects the formation of sessile dislocations, depending on the concrete slip system. Figure 4. shows a typical dependence of the critical additional stress due to (8), at all slip systems randomly selected grain, on the intensity of deformation. It may be noted that very different from other systems rate of accumulation of barriers on two slip systems, which are symmetrically oriented with respect to the loading direction, in addition, a noticeable phenomenon connected deactivate and activate of slip systems process. Sharp bend at the diagram for some systems is due not so much the shear rates in these systems as the accumulation of split dislocations in a pair of conjugated systems with the highest increase of addi-

tional stresses. When activating these systems, even small shear rate on them leads to an abrupt increase in the critical stress due to the large accumulated shift in their conjugate systems. In turn, such a high increase in the critical stress leads to a rapid shutdown of the system from the plastic deformation, and the process repeats.

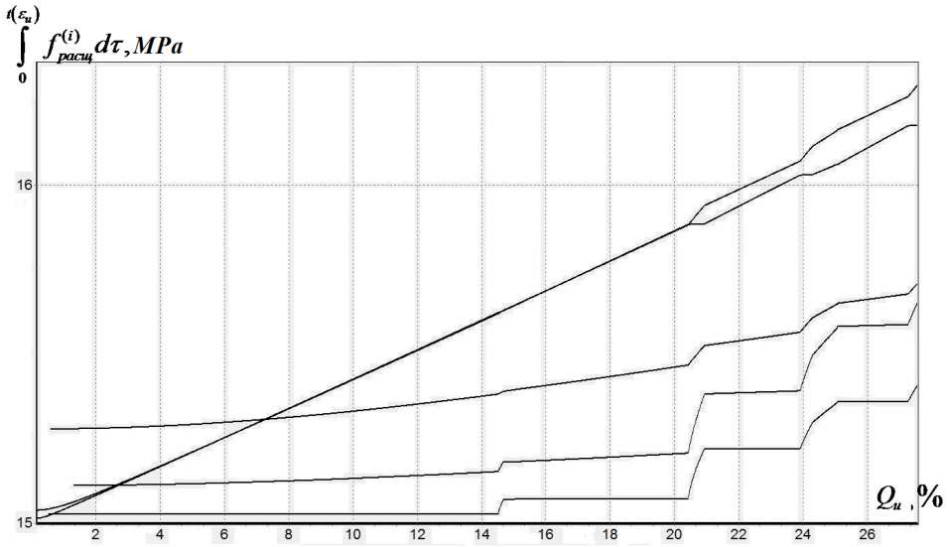


Fig. 4. Typical dependence of the critical additional stress due to (8) for the slip systems of any grain

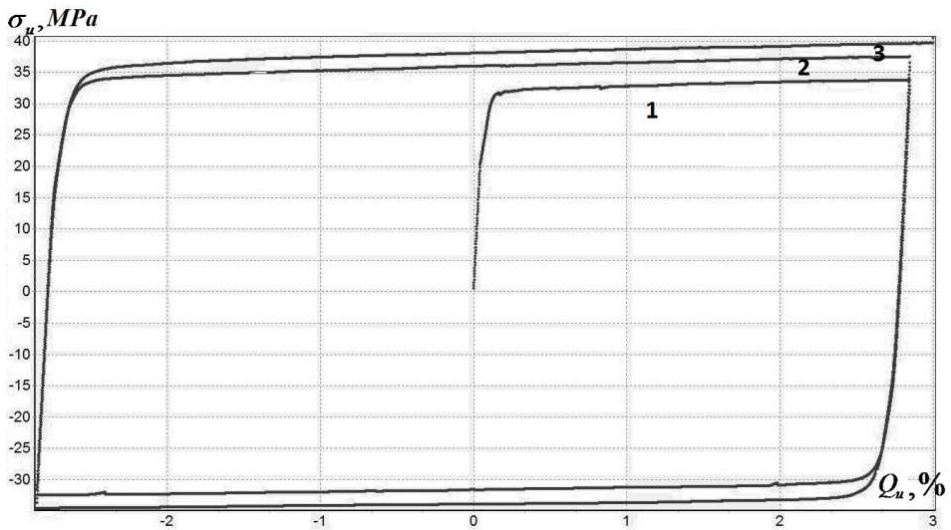


Fig. 5. The stress–strain diagram for cyclic deformation of polycrystalline aggregate with terms (8) and (9): 1-3 – cycle numbers

Figure 5. shows stress–strain diagram for polycrystalline aggregate when considering the term (9), which describes the decrease of the critical stress on the slip system, due to the annihilation of dislocations during pursed reverse loading. The calculations were performed for two cycles in tension-compression. Clearly visible reduction of the yield strength when the sign change of deformation: from 32 MPa initially to 28 MPa after the first change of deformation direction, and from 34 MPa to 30 MPa in the second cycle.

4. Conclusions

We received both general and particular forms of hardening laws of mono- and polycrystalline that allows describing the formation and destruction of dislocation barriers, the annihilation of dislocations as well as additional hardening, resulting from the interaction of intragranular and grain boundary dislocations. The hardening is divided into „non-oriented” and „oriented”. The first type describes the hardening regardless of the direction of deformation (under this definition, processes such as the formation of the intersection of dislocations, plaits, braids, dislocation barriers), and the hardening increases the critical shear stress at once on many slip systems (or even all at once). The second type is related to the accumulation of elastic energy to „pursed dislocations” (at different barrier) and this energy may be (fully or partially) released at the change of the direction of deformation. The analysis of the possible mechanisms of interaction between carriers and the plastic deformation of the crystal lattice defects is executed; hardening laws that discover a good agreement with experimental data are proposed. We also introduce the parameters characterizing the accumulation of damage and formulate fracture criterion using methodology of multilevel modeling.

References

- [1] Trusov P.V., Shveykin A.I., Nechaeva E.S., Volegov P.S.: Multilevel models of inelastic deformation of materials and their application for description of internal structure evolution. *Physical Mesomechanics*, 15 (2012), 155-175.
- [2] Trusov P.V., Volegov P.S.: Crystal plasticity: theory and applications to the description of inelastic deformation of materials. Part 1: Rigid-plastic and elastic-plastic models. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 1 (2011), 5-45 (in Russian).
- [3] Trusov P.V., Volegov P.S.: Crystal plasticity: theory and applications to the description of inelastic deformation of materials. Part 2: Viscoplastic and elastoviscoplastic models. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2 (2011), 101-131 (in Russian).
- [4] Trusov P.V., Volegov P.S.: Crystal plasticity: theory and applications to the description of inelastic deformation of materials. Part 3: Hardening theories, gradient theories. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 3 (2011), 146-197 (in Russian).
- [5] Volegov P.S., Yanz A.Yu.: Asymmetric crystal plasticity theory for FCC polycrystals: peculiarities of numerical implementation of some schemes of loading. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 1 (2011), 121-137 (in Russian).

- [6] Trusov P.V., Volegov P.S.: Physical plasticity theories and its applications to describing polycrystalline hardening. Tambov University Reports Natural and Technical Sciences, 15 (2010), 983-984.
- [7] Trusov P.V., Volegov P.S., Yanz A.Yu.: Description of intragrain and grain-boundary hardening of mono- and polycrystals. Scientific and technical statements of St. Petersburg State Polytechnical University. Physics Mathematics, 98 (2010), 110-119 (in Russian).

Acknowledgement

This work was supported by RFBR (grant No. 14-01-96008-r-Ural-a), the President grants No. MK-4485.2014.1, No. MK-4917.2015.1.

PRAWA UMOCNIEŃ W MODELACH WIELOPOZIOMOWYCH PLASTYCZNOŚCI KRYSZALICZNEJ ORAZ SKUTKI W SKALI MAKRO ZŁOŻONEGO OBCIĄŻENIA CYKLICZNEGO

Streszczenie

W artykule przedstawiono problem budowy fizycznie uzasadnionych praw umocnienia próbek mono- i polikrystalicznych w wielowymiarowych teoriach plastyczności krystalicznej. Rozważane prawa umocnienia powinny pozwalać na opis procesu rozwoju struktury uszkodzenia materiału spowodowanej intensywnymi odkształceniami niesprężystymi. Powinny również umożliwiać na opis złożonych i cyklicznych obciążeń. Zaproponowano podejście do budowy ogólnej i szczegółowej postaci prawa umocnienia, które uwzględni wzajemne oddziaływanie dyslokacji pełnych i wieloczęściowych, kształtowanie i niszczenie barier dyslokacyjnych, anihilację dyslokacji podczas procesu przeciwnego obciążania, oddziaływanie dyslokacji wewnątrzziarnowych oraz występujących na granicach ziarn. Wykorzystując otrzymane prawa umocnienia, określono znane skutki eksperymentalne złożonego i cyklicznego obciążania.

Słowa kluczowe: modele wielopoziomowe, plastyczność krystaliczna, obciążanie złożone, obciążenie cykliczne, akumulacja zniszczenia

DOI: 10.7862/rm.2014.66

Otrzymano/received: 20.07.2014 r.

Zaakceptowano/accepted: 22.11.2014 r.

Waldemar WITKOWSKI¹

CLINCHING JOINT FORMING SPEED IMPACT ON THE JOINTS STRENGTH

This publication presents the impact of the forming speed of clinching joints on the static strength of a joint for DX51D + Z275 sheet material. For the chosen parameters of joined sheet materials (total sheet thickness 2 mm) the geometry of forming tools, such as punch and die diameters (and radial clearance between the tools), the die depth and the parameter X (the minimum thickness of the joint embossment) were selected. The speed of joint formation (punch movement) was 3, 50 and 100 mm·s⁻¹. To reduce the samples deformation during the tensile test the special apparatus was used. The mean values of forming parameters e.g., standard deviation and coefficient of variance of both forming and tearing forces were calculated. According to the ISO 12996-2013 standard the main strength structure parameters of clinching joints were determined.

Keywords: ISO 12996-2013, parameters of the joining technology, clinching

1. Introduction

The clinching joints, formed by using rigid tools with axisymmetric profile, are the group of connections most commonly used in the joining process of thin-walled structures. The main advantage of those tools is their simple geometry [1-3]. An example of clinching joint application in automotive industry was presented in fig. 1. The appropriate selection of tools parameters determines the size of interlock, which influences the strength of a joint. The change of the thickness of metal sheet and its arrangements creates the need to change the tool geometry (especially the punch and die diameter and the die depth) and the formation process parameter (the minimum dimension of the joint embossment – parameter X). The change of these parameters influences not only the strength of a joint but also the process of energy consumption (especially the value of forming force) [4-9]. Other parameters of forming process, such as forming speed, stop time of a punch inside the material after the interlock formation, are chosen according to the directives of device manufacturers.

¹ Autor do korespondencji/corresponding author: Waldemar Witkowski, Rzeszow University of Technology, 8 Powstańców Warszawy Avenue, 35-959 Rzeszow, Poland, tel.: (17) 8651643, e-mail: wwitkowski@prz.edu.pl

There are no experimental studies on the impact of the formation speed of sheet metal joint on the connection strength. Hence, for the DX51D sheet material, an analysis of the impact of punch speed movements, during the interlock formation, on the strength of joints in the tearing test was presented.

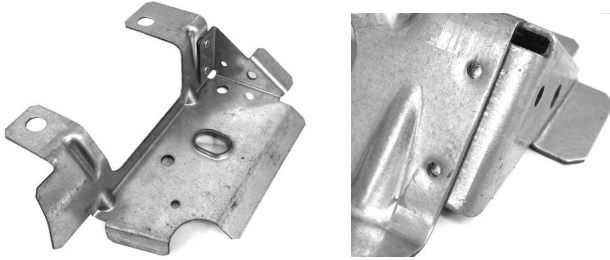


Fig. 1. Clinching joint in car bracket

2. Experimental studies

In the experimental studies the DX51D + Z275 sheets (material no. 1.0226), coated with galvanized zinc $275 \text{ g}\cdot\text{m}^{-2}$ were used. The thickness of joined sheets was $1\pm 0.05 \text{ mm}$. The samples with shape and dimensions presented in fig. 2a were joined by redrawing upper sheet in the lower sheet (clinching). The tools geometry and dimensions and the technological joining parameters were chosen according to the recommendations of the press manufacturer [10]. The punch diameter was 5.6 mm, the die diameter was 8 mm and its depth was 1.85 mm. The parameter X was 0.5 mm (25% of the total thickness of joined sheet), and the radial clearance between the punch and the die was 1.2 mm. The dimensions of the round rigid forming tools were presented in fig. 2b. The punch speed was $3 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$ (recommended by the press manufacturer), $50 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$ and $100 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$. There were five samples prepared for each value of the speed of joint formation.

The clinching joints were formed by using the Tox Pressotechnik Ltd. press in the laboratory of joint formed by pressing in the Department of Mechanical Engineering at the Rzeszow University of Technology. The maximum forming force of the press device was 100 kN and the tools positioning precision was 0.01 mm. The maximum error of the measurement and recording of the forming force in the function of the punch movement during the interlock formation was 0.5% of the forming force. To measure the real value of the parameter X the Mitutoyo digital device, with a measuring range of 20 mm and with the measurement accuracy of 0.01 mm, was used.

The tearing tests of the clinching joints were done on the UTS 100 testing machine in the Research and Development Laboratory for Aerospace Materials at the Rzeszow University of Technology. Due to the dimensions and shapes of the samples a special apparatus, which allows to change the angle of a load

force, was used. The traverse speed of the testing machine during the tearing test was $V = 10 \text{ mm/min}$.

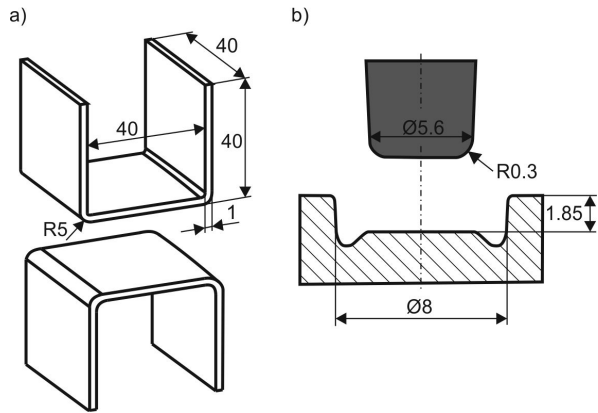


Fig. 2. Samples geometry: a) sheet material dimension, b) forming tools dimensions

3. Results and analysis

The possibility of making changes in technological process parameters in the press software significantly reduces the time of the process of formation. The parameters recommended by the press manufacturers refer to the total group of joined sheet materials. There is a need to select the appropriate geometry of forming tools for each joined sheet material, its thickness and arrangement [6, 10]. Another important issue is the change of the parameters of forming process. The control unit of the press device was working according to the instructions of the process program. The next steps of the process program and the joining parameters are presented in tab. 1. and fig. 3. The forming speed of a joint was 3, 50 and $100 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$. The clinching joint samples and the tearing test were performed for the selected punch speed. The results of the tests and the calculation of the force mean values, standard deviations and coefficients of variance were presented in tab. 2.

The use of the uniform rigid die in the clinching process ensures a relatively large repeatability of forming energy and maximum strength of joints (coefficient of variance $C_v < 3\%$). The increase of the speed of joint formation (from $3 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$ to $100 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$) results in the reduction of forming time and forming force (7%). The force-displacement curves for different values of the speed of joint formation were presented in fig. 4. The use of H-shaped samples in the tearing test limits significantly the deformation of sheet metal. During the tearing test the embossments of the upper sheet were pulled out from the lower sheet without the loss of the material coherency.

Table 1. Parameters of joining process

Preparation movements (1)	The punch movement up to distance of 150 mm from the die bottom	$V_1 = 50 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$
	Stop of the forming tool	$t = 0 \text{ s}$
Forming movements (2)	Forming movements with forming force registration	$X = 0.5 \text{ mm}$ $V = 3 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$ $V = 50 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$ $V = 100 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$
	Stop of the forming tool	$t = 0 \text{ s}$
End process movement (3)	The punch movement up to distance of 50 mm from the die bottom	$V_2 = 10 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$

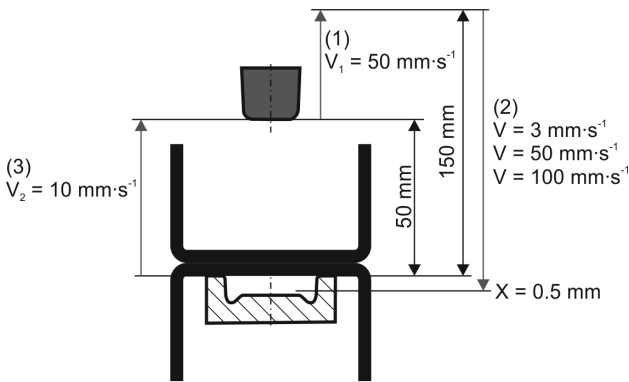


Fig. 3. Stages of joint forming process

Table 2. Joint cycle time, forming force (mean value, standard deviation and coefficient of variance), tearing force (mean value, standard deviation and coefficient of variance)

Parameter, unit	$V = 3 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$	$V = 50 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$	$V = 100 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$
Process time t [s]	58.090	10.920	9.580
Forming force F_f [kN]	73.840	72.814	68.380
Standard deviation s [kN]	0.885	0.529	0.558
Coefficient of variance C_v [%]	1.270	0.770	0.870
Tearing force F [kN]	2.066	2.034	2.024
Standard deviation s [kN]	0.038	0.028	0.030
Coefficient of variance C_v [%]	1.950	1.480	1.580

The strength of clinching joints, for different values of the speed of joint formation, was presented in fig. 5. According to the ISO 12996 standard [11] the main joints strength parameters are:

- dissipated energy up to fracture (work or area under the load curve),
- dissipated energy up to maximum load force (area under the force curve up to the point of maximum tearing load),

- total displacement (maximum increase of the specimen during tearing test),
- displacement at the maximum load force (amount of displacement measured at maximum load force),
- the maximum load force recorded in the test.

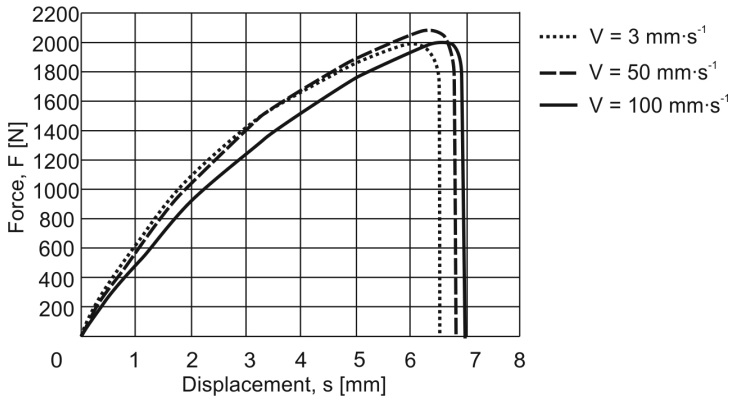


Fig. 4. Force-displacement curves during the tension test

The separation of the joined sheets was caused by exceeding the maximum load force, for which the upper sheet material is pulled out from the bottom sheet. The difference between the maximum displacement and the displacement for the maximum load force was about 8%. The energy destruction for the maximum joint load force was over 90% of the total energy destruction. For the selected values of the speed of joint formation there were no significant changes in the strength of a joint during the tearing test. It may be caused by the proper choice of the tools geometry and the process parameters, where the material volume of the embossment ensures the proper size of the interlock and the strength of a joint.

4. Conclusions

- From the analysis of the results of the experiment it can be concluded that: coefficients of variance ($C_v < 3\%$) of both forming and maximum loading forces correspond to the high repeatability of the strength of round clinching joints in the tearing test,
- the sheet metal separation during the tearing test occurs immediately after exceeding the maximum loading force,
- the change of the speed of joint formation, during the interlock formation with tool geometry chosen according to the directives of device manufacturers, do not affect the strength of a joint in tearing tests,

- the increase in speed of the joint formation reduces the value of forming force and the time of forming process.

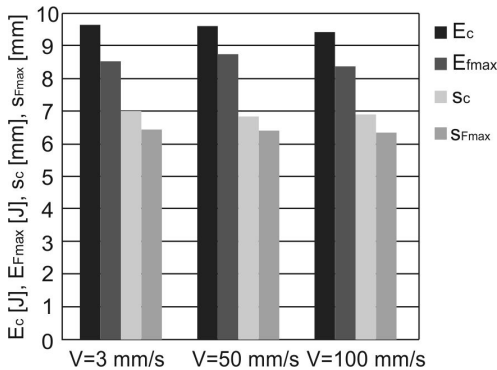


Fig. 5. Strength of clinching joint during the tearing test realized according to ISO 12996 standard

References

- [1] Mucha J.: Współczesne techniki łączenia cienkich blach – zaciskanie przez wytłaczanie (Clinching). *Mechanik*, 80 (2007), 932-939.
- [2] Mucha J., Kaščák L.: Some aspects of the forming of round clinching joints. *Problemy Eksploatacji*, 4 (2010), 29-38.
- [3] Neugebauer R., Voelkner, W., Mauermann, R., Israel, M.: Clinching in steel and railway construction, shipbuilding and commercial vehicles. *J. Prod. Eng.*, 16 (2013), 63-68.
- [4] Coppeters S., Lava P., Baes S., Sol H., VanHoutte P., Debruyne D.: Analytical method to predict the pull-out strength of clinched connections. *Thin-Walled Structures*, 52 (2012), 42-52.
- [5] Varis J.P.: Ensuring the integrity in clinching process. *J. Mat. Proc. Technol.*, 174 (2006), 277-285.
- [6] Mucha J., Kaščák L., Spišák E.: Joining the car-body sheets using clinching process with various thickness and mechanical property arrangements. *Arch. Civil Mech. Eng.*, 11 (2011), 135-148.
- [7] Mucha J., Witkowski W.: Eksperymentalna analiza efektywności rozwiązań wybranych systemów łączenia przez przetłaczanie blach. *Technol. Automatyzaacja Montażu*, 23 (2013), 55-60.
- [8] He X., Zhao L., Yang H., Xing B., Wang Y., Deng Ch., Gu F., Ball A.: Investigations of strength and energy absorption of clinched joints. *Comput. Mat. Sci.* 2014: dx.doi.org/10.1016/j.commatsci.2014.01.056.
- [9] Mucha J., Witkowski W.: The clinching joints strength analysis in the aspects of changes in the forming technology and load conditions. *Thin-Walled Structures*, 82 (2014), 55-66, <http://www.sciencedirect.com>.
- [10] <http://www.tox-pl.com>.
- [11] ISO 12996-2013: Mechanical joining – Destructive testing of joints – Specimen dimensions and test procedure for tensile shear testing of single joints.

WPLYW PRĘDKOŚCI FORMOWANIA ZŁĄCZA TYPU CLINCHING NA WYTRZYMAŁOŚĆ POŁĄCZEŃ

Streszczenie

W publikacji przedstawiono wpływ prędkości formowania złączy przetłoczeniowych typu clinching na wytrzymałość statyczną dla materiału blach DX51D + Z275. Dla ustalonych parametrów łączonych blach (grubość całkowita 2 mm) dobrano geometrię narzędzi formujących: średnice stempla i matrycy (luz promieniowy), głębokość dna w wykroju matrycy, parametr X (minimalna grubość przetłoczenia złącza). Prędkość formowania złącza (ruch roboczy stempla) wynosiła: 3, 50 i 100 mm·s⁻¹. W celu ograniczenia deformowania się pasm blach w testach wytrzymałościowych wykorzystano specjalnie zaprojektowany uchwyt. Wyznaczono wartości średnie sił formowania, sił rozrywających złącze, odchylenia standardowe oraz współczynniki zmienności. Zgodnie z normą ISO 12996-2013 określono główne parametry struktury wytrzymałościowej złączy przetłoczeniowych.

Słowa kluczowe: ISO 12996-2013, parametry technologiczne, clinching

DOI: 10.7862/rm.2014.67

Otrzymano/received: 24.06.2014 r.

Zaakceptowano/accepted: 22.10.2014 r.

Recenzenci współpracujący – 2014 r.

Stanisław ANTAS	Stanisław NOGA
Tadeusz BALAWENDER	Andrzej PACANA
Radosław BIELAWSKI	Paweł PAWLUS
Roman BISHCHAK (Ukraine)	Danuta PROSZAK-MIĄSIK
Sergei BOSIAKOV (Belarus)	Sławomir RABCZAK
Adam BRAŃSKI	Edward REJMAN
Vladimir BRUSOV (Russia)	Tomasz ROGALSKI
Maria BUKOWSKA	Matthias SCHMIDTCHEN
Magdalena DOBRZAŃSKA	(Germany)
Paweł DOBRZAŃSKI	Igor SEVOSTIANOV (USA)
Sławomir GÓRKA	Leszek SKOCZYŁAS
Sebastian GROSICKI	Andrzej SKRZAT
Jan GRUSZECKI	Ján SLOTA (Slovak Republik)
Witold HABRAT	Ivan SMIRNOV (Russia)
Robert JAKUBOWSKI	Robert SMUSZ
Jan JAWORSKI	Emil SPIŠAK (Slovak Republik)
Luboš KAŠČÁK (Slovak Republik)	Piotr STRZELCZYK
Nikita KAZARINOV (Russia)	Mariusz SZEWCZYK
Krzysztof KIEDRZYŃSKI	Władysław SZYMAŃSKI
Jacek KLUSKA	Sławomir ŚWIRAD
Rafał KLUZ	Andrzej TOMCZYK
Grzegorz KOPECKI	Tomasz TRZEPIECIŃSKI
Marek KOWALIK	Nicolae UNGUREANU (Romania)
Volodymyr KUSHCH (Ukraine)	Joanna WILK
Pavlo MARUSCHAK (Ukraine)	Franciszek WOLAŃCZYK
Jaromir MORAVEC (Czech Republik)	Piotr WYGONIK
Jacek MUCHA	Władysław ZIELECKI

Afiliacja recenzentów (poza danymi podanymi w nawiasach): Polska

Lista recenzentów została zamieszczona na stronie internetowej czasopisma *Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej*, nr 290, *Mechanika*, z. 86 (4/2014): <http://oficyna.portal.prz.edu.pl/pl/zeszyty-naukowe/mechanika/>

Informacje dodatkowe

1. Lista recenzentów współpracujących została opublikowana w czwartym numerze *Zeszytów Naukowych Politechniki Rzeszowskiej, Mechanika*, z. 86 (4/2014) oraz zamieszczona na stronie internetowej:
<http://oficyna.portal.prz.edu.pl/pl/zeszyty-naukowe/mechanika/>
2. Zasady recenzowania są udostępnione na stronie internetowej:
<http://oficyna.portal.prz.edu.pl/zasady-recenzowania/>
3. Informacje dla autorów artykułów są udostępnione na stronie internetowej:
<http://oficyna.portal.prz.edu.pl/informacje-dla-autorow/>
4. Formularz recenzji jest udostępniony na stronie internetowej:
<http://oficyna.portal.prz.edu.pl/pl/zeszyty-naukowe/mechanika/>
5. Instrukcja dla autorów omawiająca szczegółowo strukturę artykułu, jego układ, sposób przygotowywania materiału ilustracyjnego i piśmiennictwa jest zamieszczona na stronach internetowych:
<http://oficyna.portal.prz.edu.pl/pl/instrukcja-dla-autorow/>
oraz
<http://oficyna.portal.prz.edu.pl/pl/zeszyty-naukowe/mechanika/>
w zakładce „Instrukcja dla autorów”.
6. Dane kontaktowe do redakcji czasopisma, adresy pocztowe i e-mail do przesłania artykułów oraz dane kontaktowe do wydawcy są podane na stronie internetowej (Komitet Redakcyjny):
<http://oficyna.portal.prz.edu.pl/pl/zeszyty-naukowe/mechanika/>