

Grzegorz MENTEL
Politechnika Rzeszowska
Urszula MENTEL
Zespół Szkół Technicznych w Rzeszowie

METODA WARIANCJI-KOWARIANCJI W WYZNACZANIU *VALUE AT RISK* NA PRZYKŁADZIE GIEŁDY PAPIERÓW WARTOŚCIOWYCH W WARSZAWIE

W publikacji przedstawiono metodologię *Value at Risk*, ograniczając się do metody wariancji-kowariancji. Zbadano skuteczność tejże metody na przykładzie Giełdy Papierów Wartościowych w Warszawie. Skuteczność omawianej metody sprawdzono poprzez tzw. testowanie wsteczne, czyli analizę prognoz wygasłych. Tym samym wyznaczono liczbę przekroczeń poza granicę wartości zagrożonej. Przeprowadzono również badanie zależności pomiędzy *VaR* a korelacją elementów składowych portfela inwestycyjnego.

1. Wprowadzenie

Ryzyko jest obecne we wszystkich dziedzinach działalności człowieka, w sytuacjach gdy ludzie nie są w stanie kontrolować albo dokładnie przewidzieć przyszłości. Jest ono obecne w działalności gospodarczej, zwłaszcza na rynkach instrumentów finansowych, które ze względu na swoją specyfikę są źródłem niepewności¹. Jednostki działające na rynku muszą się zawsze liczyć z ryzykiem. Nie omija ono także inwestorów lokujących swój kapitał w walory tychże podmiotów. Powoduje to coraz większe zainteresowanie ryzykiem oraz metodami jego zarządzania.

Zasadnicze znaczenie odgrywa tutaj model *Value at Risk* (*VaR* lub „wartość narażona na ryzyko”). Budzi on stałe dążenie wśród naukowców i analityków do

¹ Niepewność – długookresowy stan towarzyszący funkcjonowaniu podmiotów gospodarczych na rynku, wynikający z ograniczonej przewidywalności i wieloznaczności zachowań podmiotów gospodarczych oraz zawodności procesów realnych i informacyjnych. W krótszych okresach niepewność przyjmuje postać ryzyka, będącego dynamicznym zjawiskiem o charakterze mierzalnym, w daleko wyższym stopniu przewidywalnym i poznawalnym, z czym wiąże się proces zarządzania ryzykiem w przedsiębiorstwie i polityka ryzyka w przedsiębiorstwie. Niepewność oraz ryzyko są istotnymi elementami towarzyszącymi procesowi inwestowania.

podjmowania działań umożliwiających lepsze jego poznanie i poszerzanie wiedzy z nim związanej. Metoda ta wynaleziona została przez ekonomistów pracujących dla firmy JP Morgan w latach dziewięćdziesiątych. Może być stosowana w odniesieniu do wszystkich produktów finansowych, co jest jej największą zaletą. Jeżeli chodzi o kursy akcji, metodologia ta wykorzystuje analizę statystyczną zmienności kursów w przeszłości do oszacowania poziomu ryzyka, na jaki wystawiona jest pozycja lub portfel.

Podstawowym tematem niniejszego artykułu jest więc wartość narażona na ryzyko, a dokładniej metoda wariancji-kowariancji (*variance covariance approach*) jako przykład jej wyznaczania w odniesieniu do rodzimego rynku papierów wartościowych. Wyjaśnione zostanie pojęcie *VaR* oraz istota wspomnianej wcześniej metody. Ostatecznie pokazane będzie jej wykorzystanie w przypadku portfela akcji notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie oraz zostanie przedstawiona ocena jej zastosowania.

2. Czym jest *Value at Risk*?

W celu dalszego rozważania problemu wartości narażonej na ryzyko należy wprowadzić pojęcie *Value at Risk*. *VaR* jest statystyczną miarą ryzyka, która szacuje maksymalną stratę na portfelu, jaka może wystąpić przy założonym z góry poziomie ufności. Zawsze określa prawdopodobieństwo, zgodnie z którym straty będą mniejsze od założonej kwoty. Wyznacza kwotę, jaka może być utracona w ściśle określonym czasie [1]. Ocenia ryzyko przy użyciu modeli statystycznych i symulacyjnych (symulacja historyczna lub Monte Carlo) przeznaczonych do ustalania zmienności (*volatility*) aktywów. Im bardziej zmienne są aktywa, tym większe staje się ryzyko poniesienia straty, w niektórych przypadkach nawet bankructwa. *Value at Risk* pozwala na pomiar tychże potencjalnych strat i, co najważniejsze, przedstawienie ich w postaci liczbowej. Wskazuje także prawdopodobieństwo poniesienia wyższych strat oraz okres, podczas którego mogą one wystąpić [2]. Oznacza to, że inwestorzy cierpią na straty większe od wyliczonej wartości *VaR* tylko z małym, określonym prawdopodobieństwem [3]. Tak więc dzięki swojemu obszernemu zastosowaniu *VaR* staje się syntetyczną miarą ryzyka wykorzystywaną przez większość instytucji finansowych.

Najogólniej mówiąc, *VaR* można zdefiniować następująco: *VaR* jest to taka strata wartości rynkowej instrumentu (portfela lub instytucji), że prawdopodobieństwo osiągnięcia jej lub przekroczenia w zadanym przedziale czasowym jest równe zadanemu poziomowi tolerancji (jest ono najczęściej bliskie zeru) [5].

Wartość ryzykowaną można wyliczać w odniesieniu do różnych okresów przetrzymania, zarówno krótkich (np. jeden dzień), jak i dłuższych (np. dziesięć dni). W przypadku analiz giełdowych stosuje się przeważnie okres jednego dnia lub tygodnia, co wynika przede wszystkim z charakteru tychże danych oraz specyfiki ich notowań. Większych wartości tej wielkości należy się spodziewać dla

dłuższych okresów przetrzymania, co można zrozumieć intuicyjnie, gdyż wiadomo, że należy oczekiwać większej straty na portfelu w ciągu tygodnia niż w ciągu jednego dnia.

Poza okresem przetrzymania istotne znaczenie przy wyznaczaniu *VaR* ma poziom ufności. Jest on miarą prawdopodobieństwa ewentualnej straty, jaką można ponieść w wyniku inwestycji w portfel o określonym horyzoncie czasowym. W praktyce są stosowane głównie dwie jego wartości. Poziom ufności 95% wykorzystuje w swoich obliczeniach grupa JP Morgan *Risk Metrics*TM, podczas gdy Mobil Oil w swoich rocznych sprawozdaniach używa poziomu 97% [3].

Przyjmując na przykład 95% poziom ufności, należy się spodziewać, że przez około 5% poniesie się większą stratę niż ta, która wynikałaby z wartości określonej przez *Value at Risk*. Poziomy ufności będą prawdziwe jednak dopiero wtedy, gdy *VaR* będzie się odnosić do rzeczywistej straty na portfelu w ciągu wielu dni. Prawdopodobna jest sytuacja, w której przez kilka dni z rzędu wystąpi rzeczywista strata na portfelu przewyższająca wartość *VaR* [2].

Wartość narażona na ryzyko jest metodą mierzącą straty spowodowane „normalnymi” ruchami rynku [3], co zapewnia prawidłową estymację statystyczną najbardziej prawdopodobnej straty tylko przy takich warunkach. Rzeczywistość przedstawia jednak inną sytuację. Zdarzają się bowiem przypadki, gdy ma się do czynienia z wahaniami większymi niż wynikałoby to z oczekiwanego zachowania rynku. Stanowi to o pewnym mankamencie tej metody, co jednak będzie omówione szczegółowo w końcowej części tego artykułu.

3. Metoda wariancji-kowariancji

Metoda wariancji-kowariancji (*variance covariance approach*) opiera się na użyciu „opublikowanych” informacji dotyczących zmienności i korelacji, a następnie zbudowaniu macierzy wag. Przy obliczaniu wartości ryzykowanej tą metodą przyjmuje się założenie, że procentowe zmiany cen instrumentów finansowych mają w przybliżeniu rozkład normalny. Wysokość dochodów z aktywów nie zawsze można opisać za pomocą rozkładu normalnego, co może mieć negatywny wpływ na jakość wyników. Pomimo to podejście *Risk Metrics* jest łatwe do zrozumienia i używane przez wielu menedżerów zarządzających ryzykiem. Zamiast decydować się na najnowocześniejszy, skomplikowany system, sensowniej jest wybrać model, który jest zrozumiały i łatwy do wdrożenia, a jego zastosowanie często prowadzi do istotnej redukcji ryzyka operacyjnego.

Metoda wariancji-kowariancji opiera się w głównej mierze na macierzach i modelu wariancji aktywów stworzonym przez JP Morgan. Sposób ten uwzględnia korzyści wynikające z dywersyfikacji i w rezultacie wskaźnik *VaR* jest niższy. Mimo że podejście to ma wiele mankamentów, daje całkiem precyzyjne wyniki, szczególnie w przypadku instrumentów nieopcyjnych, co w po-

dejmowanym w artykule przypadku analizy portfela akcji jest wyjątkowo istotne.

Rozpatrując VaR z punktu widzenia tej metody, należy zauważyć, że wartość narażona na ryzyko portfela mierzy jego zmienność. Gdy wylicza się VaR dla portfela, chce się połączyć rozkłady zmian cen każdego składnika w jeden rozkład zmiany wartości portfela. W związku z tym wartość ryzykowaną można wyznaczać jako zmienność portfela pomnożoną przez jego bieżącą wartość rynkową:

$$VaR = V \cdot P \cdot k,$$

gdzie: V – zmienność,

P – wartość portfela,

k – mnożnik wyrażający przyjęty poziom ufności².

Z kolei zmienność portfela wyznacza się w praktyce przy użyciu następującej formuły macierzowej:

$$V = \sqrt{W'VCVW},$$

gdzie: W – macierz wag³,

V – macierz zmienności⁴,

C – macierz korelacji⁵,

W' – transponowana macierz wag.

4. Analiza skuteczności prognoz generowanych za pomocą metody wariancji-kowariancji

Istotny problem przy wykorzystaniu jakichkolwiek metod stanowi jakość, a w szczególności trafność generowanych przez nie prognoz. Od tego bowiem zależy dokładność oszacowania wartości narażonej na ryzyko, a tym samym właściwe wyliczenie ponoszonego ryzyka [4]. Jest to o tyle ważne, że potencjalne straty, jakie może ponieść inwestor na tak płynnym rynku, jakim jest giełda papierów wartościowych, mogą być znaczne i to w wyjątkowo krótkim hory-

² W przypadku obliczeń dokonywanych w niniejszym artykule mnożnik wyrażający przyjęty poziom ufności wynosi 1,644854. Odchylenie standardowe pomnożone przez k oznacza zmienność przy 95% poziomie ufności.

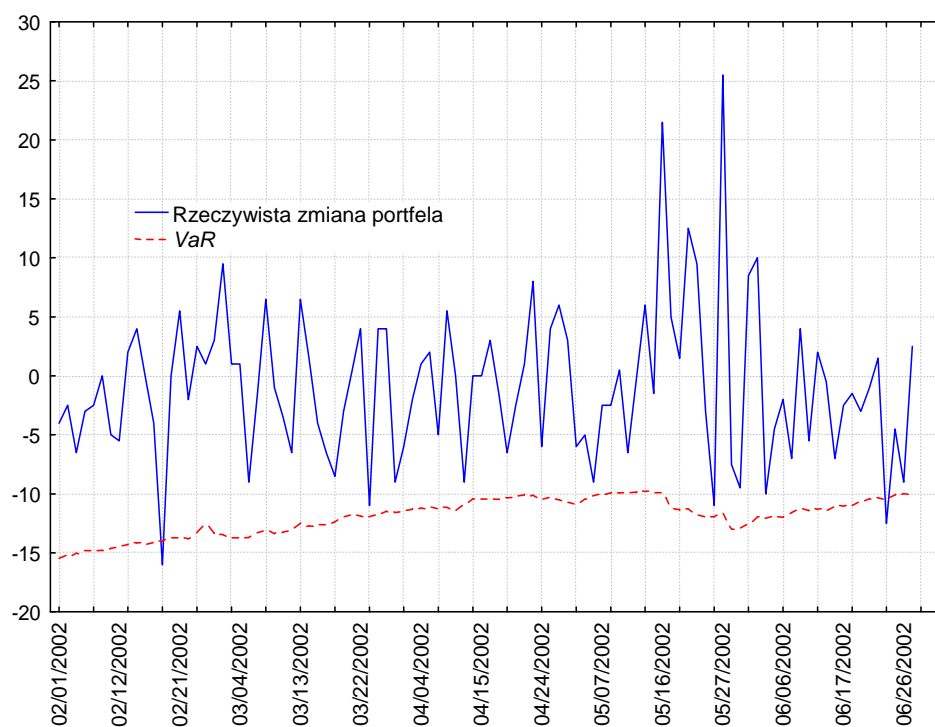
³ Macierz wag W składa się z jednego wiersza, a liczba kolumn jest uzależniona od liczby aktywów w portfelu.

⁴ Przy budowaniu macierzy zmienności V wartości odchylenia standardowego umieszcza się wzdłuż przekątnej, a we wszystkich innych miejscach zera.

⁵ Przy budowaniu macierzy korelacji C jedynki umieszcza się wzdłuż przekątnej, a współczynniki korelacji w pozostałych komórkach.

zoncie czasowym. Chodzi głównie o to, aby przedstawić inwestorom taką metodę, przy zastosowaniu której otrzymają oni jak najmniejsze różnice pomiędzy wyznaczonym *VaR* a rzeczywistym „zachowaniem się” instrumentów finansowych.

Przyjęta w artykule metodologia oceny trafności generowanych prognoz przy wykorzystaniu metody wariancji-kowariancji polega na tzw. „testowaniu wstecznym” (*backtesting*), czyli badaniu skuteczności metody na podstawie jej wyników uzyskanych dla obserwacji historycznych [4]. Szereg czasowy, na bazie którego wyznaczono przewidywane wartości *VaR* dla portfela akcji⁶, dotyczył notowań tegoż portfela w okresie od lutego do czerwca 2002 r.



Rys. 1. Porównanie wartości narażonej na ryzyko z rzeczywistymi stratami portfela

Źródło: opracowanie własne przy użyciu pakietu *STATISTICA 7.1*.

⁶ Portfel, o którym mowa w artykule, a na bazie którego dokonano estymacji i weryfikacji wartości narażonej na ryzyko, składa się z dziesięciu akcji firmy farmaceutycznej *PGF* oraz dziesięciu akcji spółki telekomunikacyjnej *TP S.A.* Obydwie spółki na dzień dzisiejszy wchodzi w skład indeksu WIG20.

Na podstawie tych notowań w podanym okresie wyznaczono prognozy wsteczne⁷ (na znane obserwacje historyczne) z zastosowaniem metody wariancji-kowariancji. Aby dokonać oceny wartości ryzykowanej, jaka została wyestymowana omawianą metodą, należy sprawdzić, jaki procent rzeczywistych wartości kursu portfela przekracza wartość wyznaczonego *VaR*. To bowiem decyduje o trafności generowanych prognoz.

Na rysunku 1. można zauważyć, że w przeciągu pięciu miesięcy tylko dwa razy wartość portfela przekroczyła graniczną linię wyznaczoną przez wartość *VaR*. Tak więc można wysnuć wniosek, że metoda ta generuje niezłe prognozy, skoro wartość rzeczywistych spadków jego kursu nie przekracza 5%. W związku z tym mieści się w przyjętym 95% poziomie ufności, co jest zadowalające z punktu widzenia inwestora.

W początkowym okresie, jak łatwo zauważyć, oszacowana wartość narażona na ryzyko odbiega znacznie od rzeczywistych strat, jakie ponosił portfel w ciągu kolejnych notowań. Przyczyn takich poziomów *VaR* należy upatrywać głównie w wysokich wartościach odchyłeń stóp zwrotu⁸ elementów składowych portfela.

5. Korelacja i dywersyfikacja a wartość narażona na ryzyko

Istotną cechą wskaźnika *VaR* jest to, że zachęca inwestorów do dokonywania dywersyfikacji, a przez to do ograniczenia zmienności portfela. Dywersyfikacja (*diversification*) oferuje bowiem możliwość ograniczenia ryzyka.

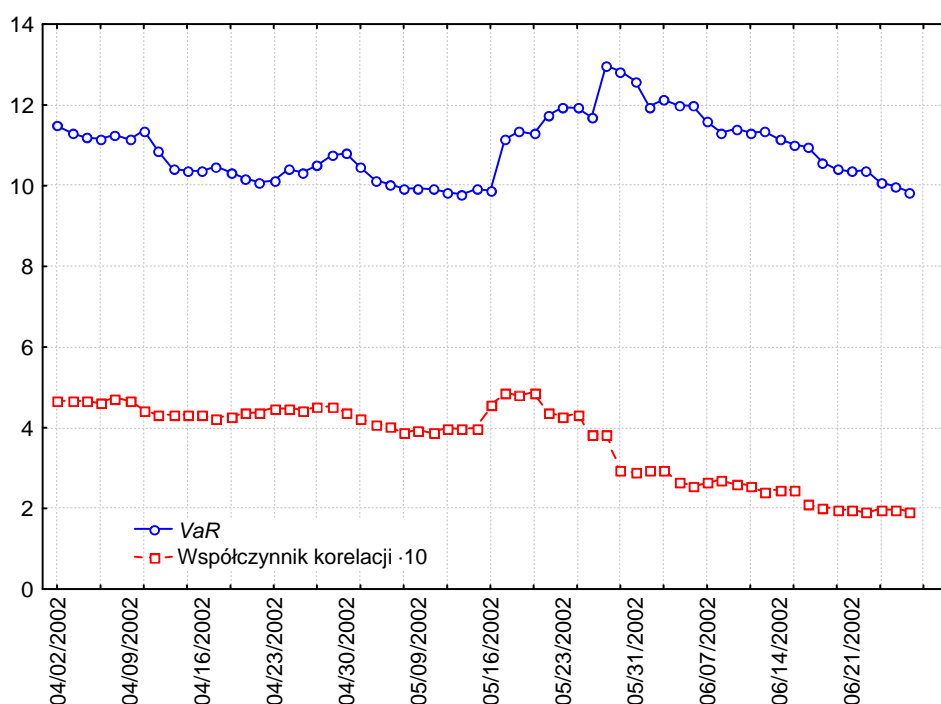
Jeżeli korelacja (*correlation*) pomiędzy dwoma walorami jest niska, istnieje sposobność do dywersyfikacji i system zarządzania ryzykiem powinien móc to wykorzystać. Współczynnik korelacji może przyjąć wartości od 1 do -1. Jeżeli korelacja wynosi 1, to nie ma możliwości dywersyfikacji. Jeżeli zaś korelacja przyjmuje wartość -1, istnieją bardzo dobre warunki do dywersyfikacji [2]. Podobnie jest w przypadku, kiedy korelacja jest równa 0 – również występują korzyści z dywersyfikacji, ale nie tak silne jak wówczas, gdy korelacja jest równa -1.

Korelacja ma ścisłe powiązanie z wartością narażoną na ryzyko. Widoczne jest to w zmianach *VaR* wywołanych zmianami korelacji pomiędzy rozpatrywanymi elementami składowymi portfela (rys. 2.). Im współczynnik korelacji po-

⁷ W celu właściwego oszacowania wartości *VaR* metodą wariancji-kowariancji wyznaczono wcześniej wartości odchyłeń standardowych stóp zwrotu, współczynników korelacji elementów składowych portfela, tj. akcji *PGF* oraz *TP S.A.* na podstawie stu poprzednich obserwacji historycznych, tak więc w rzeczywistości poddano analizie okres od października 2001 r. do lipca 2002 r.

⁸ Stopy zwrotu dla badanych spółek obliczono na podstawie tradycyjnej formuły, pomijając oczywiście wypłatą w tym okresie dywidendę.

między dwoma walorami jest bliższy 1, tym większa jest wartość *VaR*. Natomiast gdy wartość korelacji spada do 0 lub bliższa jest -1 , wówczas wartość ryzykowana przyjmuje mniejsze wartości. Jest to ściśle związane z tym, że w przypadku korelacji bliskiej jedności elementy portfela zachowują się tak samo, dając jednocześnie możliwość olbrzymich zysków (w przypadku gdy kursy obydwu rosną), bądź znacznych strat (gdy notowania spadają). Gdy korelacja jest bliska zeru bądź przyjmuje wartości ujemne, nie zachodzi taki przypadek, gdyż walory zachowują się niezależnie. Notowania jednego nie mają większego wpływu na notowania drugiego, a co za tym idzie, możliwa jest dywersyfikacja zmierzająca do obniżenia ryzyka inwestycji. Daje się to zauważyć choćby na analizowanym przykładzie, szczególnie w okresie od kwietnia do czerwca 2002 r.⁹



Rys. 2. Zależność pomiędzy korelacją a *VaR*

Źródło: opracowanie własne przy użyciu pakietu *STATISTICA 7.1*.

Widoczna jest wzajemna relacja pomiędzy korelacją a oszacowanym *VaR*. Wiadomo, że wzrostom (spadkom) jednej wielkości nie towarzyszy taki sam wzrost (spadek) drugiej wielkości, ale kierunki zmian są takie same, co potwier-

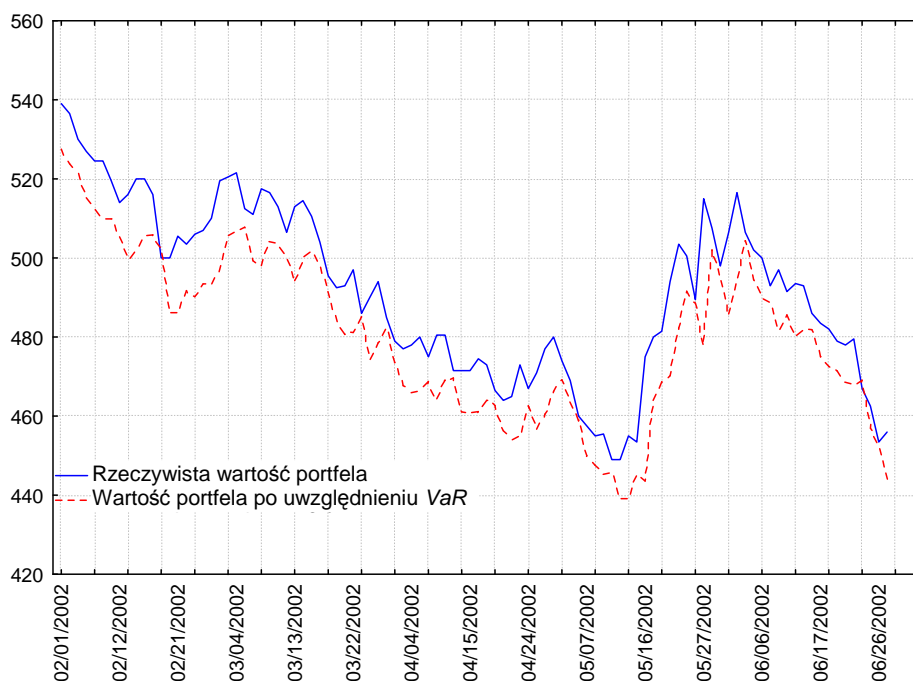
⁹ W celu uzyskania przejrzystości rysunku pomnożono wartość współczynnika korelacji pomiędzy *PGF* a *TP S.A.* przez dziesięć.

dza sformułowany wcześniej wniosek o wzajemnym powiązaniu wartości ryzykowanej z korelacją elementów portfela.

6. Ocena *variance covariance approach*

Dokonując oceny metody wariancji-kowariancji, należy zauważyć, że opiera się ona, jak już wcześniej wspomniano, na użyciu informacji dotyczących zmienności i korelacji, a następnie na zbudowaniu macierzy wag. Należy prawdopodobnie do najbardziej popularnych metod, gdyż jest łatwa do wykonania. Dlatego też istotne jest sprawdzenie jakości generowanych przez nią prognoz wartości narażonej na ryzyko (rys. 3.). Należy tego dokonać choćby w celu przekonania się, czy ta prosta metoda daje równie dobre wyniki co metody symulacyjne (Monte Carlo, historyczna) bądź analityczne. Po co bowiem korzystać

z zaawansowanych instrumentów, nie zawsze zrozumiałych dla potencjalnego inwestora, jeśli można zastosować w miarę proste rozwiązanie.



Rys. 3. Rzeczywista wartość portfela a jego wartość po uwzględnieniu VaR

Źródło: opracowanie własne przy użyciu pakietu STATISTICA 7.1.

Biorąc pod uwagę przeprowadzane analizy, można stwierdzić, że w przypadku stosowania metody wariancji-kowariancji jedyną trudnością dla inwestora

jest zbudowanie macierzy wag, a następnie uzyskanie danych dotyczących zmienności i korelacji. Nie powinno to sprawiać większych problemów, gdyż dane publikowane i uaktualniane są chociażby w Internecie. Przemawiać to może za przychylną oceną tej metody, zwłaszcza gdy weźmie się dodatkowo pod uwagę to, że oszacowana nią wartość ryzykowana dla przykładowego portfela jest zadowalająca.

Jednak poza pozytywnymi stronami metody są również i jej negatywy. Należy do nich m.in. fakt, że opiera się na założeniu, że relacje pomiędzy aktywami (tzn. współczynniki korelacji) są stałe. Założenie to może się okazać błędne, szczególnie w przypadku krachu na giełdzie. Za defekt można też uznać fakt (podobnie jak w przypadku innych metod), że efektywnie mierzy ona ryzyko rynkowe tylko wtedy, gdy rynek zachowuje się normalnie. Oznacza to, że jest miernikiem codziennego, zwyczajnego ryzyka portfela przy danym poziomie ufności. Podobnie jak pozostałe metody nie radzi sobie dostatecznie z częstymi ekstremalnymi ruchami cen, obserwowanymi na rynkach finansowych. Jako usprawiedliwienie warto stwierdzić, że *VaR* nie jest panaceum na wszystko.

Literatura

- [1] Best P., *Wartość narażona na ryzyko*, Dom Wydawniczy ABC, Kraków 2000.
- [2] Butler C., *Tajniki Value at Risk*, Wydawn. LIBER, Warszawa 2001.
- [3] Linmeier J., Pearson N.D., *An introduction to Value at Risk*, University of Illinois, 1996.
- [4] Pisula T., Pisula J., *Możliwości efektywnego przewidywania ryzyka zmian kursów akcji spółek notowanych na GPW*, „Rynek Terminowy”, nr 3, 2002.
- [5] Tarczyński W., *Zarządzanie ryzykiem*, PWE, Warszawa 2001.

VARIANCE-COVARIANCE APPROACH CALCULATE *VaR* BY THE WARSAW STOCH EXCHANGE

Summary

In the paper the *Value at Risk* method was presented focusing especially on the variance-covariance approach. The efficiency of this method exemplified by the Warsaw Stock Exchange was discussed. The method was investigated with the application of so-called back testing, that is an analysis of forecast. At the same time the number of exceed limits beyond the boundary was determined. The correlation research between *VaR* and the components of the investment portfolio was carried out.

Wpłynęło do Oficyny Wydawniczej w styczniu 2008 r.