

Bartosz SAŁACIŃSKI
Vyacheslav PISAREV
Politechnika Rzeszowska

PROGRAM DO OKREŚLANIA CHARAKTERYSTYK CIEPLNYCH CIENKOWARSTWOWYCH KONSTRUKCJI BETONOWYCH

Artykuł zawiera skrócony opis stworzonego przez autorów programu „Akumulator”, służącego do obliczania rozkładu temperatur w betonowych, cienkowarstwowych akumulatorach ciepła, bazującego na metodzie różnic skończonych.

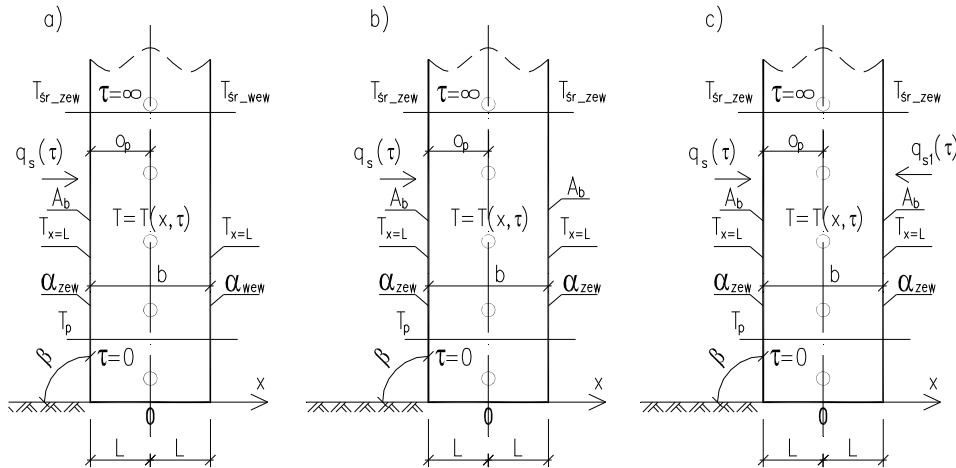
1. Wstęp

Badanie celowości wykorzystania indywidualnych cienkowarstwowych konstrukcji betonowych lub betonowych elementów budowlanych jako akumulatorów ciepła niskotemperaturowego [1-4] współpracujących z pompami ciepła zaowocowało powstaniem programu obliczeniowego o roboczej nazwie „Akumulator”. Aplikację stworzono przede wszystkim z konieczności posiadania prostego, aczkolwiek skutecznego i efektywnego narzędzia kalkulacyjnego, pozwalającego na określanie charakterystyk cieplnych cienkowarstwowych elementów betonowych. W tym zakresie „Akumulator” może być alternatywą dla profesjonalnych, lecz jednocześnie drogich i niekiedy trudno dostępnych programów obliczeniowych, takich jak chociażby „Adina T”, co kwalifikuje go do wykorzystania na poziomie pracowni projektowych (narzędzie wspomagające projektowanie) bądź wyższych uczelni technicznych (narzędzie badawcze).

2. Charakterystyka cienkowarstwowych, betonowych akumulatorów ciepła

Ideą układu wykorzystującego element betonowy jako akumulator naturalnej energii (pochodzącej z promieniowania słonecznego i ciepła zgromadzonego w powietrzu) jest umieszczenie w jego wnętrzu przewodów, przez które przepływa czynnik ochładzający. W obiegu znajduje się również pompa ciepła, dzięki której akumulowana w betonie energia niskotemperaturowa zmienia się na możliwe do wykorzystania ciepło wysokotemperaturowe. Celem prowadzonych przez autorów badań jest opracowanie teoretycznych, technicznych i praktycznych zasad wykorzystania ciepła niskotemperaturowego w technologicz-

nych procesach ogrzewania, przygotowania CWU oraz wentylacji i klimatyzacji drogą udoskonalania instalacji wykorzystujących współpracę betonowych akumulatorów ciepła z pompami ciepła. Teoretyczne rozważania nad możliwościami pozyskiwania energii z rozpatrywanych elementów muszą uwzględniać jak najwięcej możliwych do określenia parametrów, z jakimi można się zetknąć w warunkach rzeczywistych. Z punktu widzenia rozwiązywania zagadnień nieustalonego przewodzenia mają one bowiem kluczowy wpływ na dokładność wykonanych przez autorów obliczeń. Przed ich wyznaczeniem należy zatem sklasyfikować możliwe do wystąpienia modele akumulatorów spotykanych w praktyce. Zostały one przedstawione na rys. 1.



Rys. 1. Modele cienkowarstwowych akumulatorów betonowych przy połączonych warunkach brzegowych II i III rodzaju: a) akumulator o charakterze jednostronnym, b) akumulator o charakterze dwustronnym poddawany oddziaływaniu promieniowania z jednej strony, c) akumulator o charakterze dwustronnym poddawany oddziaływaniu promieniowania z dwóch stron; T_{sr_zew} – średnia temperatura zewnętrzna, T_{sr_wew} – średnia temperatura wewnętrzna, Ab – absorpcyjność, $q_s(\tau)$, $q_{s1}(\tau)$ – strumień ciepła, o_p – odległość przewodów od krawędzi akumulatora, α_{zew} – współczynnik wnikanie ciepła po stronie zewnętrznej, α_{wew} – współczynnik wnikanie ciepła po stronie wewnętrznej, T_p – temperatura początkowa elementu, β – kąt nachylenia płaszczyzny akumulatora względem podłoża, b – szerokość elementu, $T_{x=L}$ – temperatura krawędzi elementu

Pierwszy z przedstawionych przypadków (rys. 1a) to wykorzystywana jako akumulator przegroda budowlana, pełniąca jednocześnie funkcje konstrukcyjne, czyli np. ściana dowolnego obiektu. Przestrzenie po obydwu stronach przegrody (zewnętrzna i wewnętrzna) mogą się charakteryzować podczas cyklu pracy układu indywidualnymi parametrami temperaturowymi (T_{sr_zew} , T_{sr_wew}) i współczynnikami wnikanie ciepła (α_{zew} , α_{wew}). Uwzględniając w obliczeniach element tego typu, należy brać pod uwagę, że w praktyce będzie on poddawany oddziaływaniu promieniowania słonecznego tylko z jednej strony – zewnętrznej, dlate-

go akumulatory tego typu będą dalej określane mianem jednostronnych. Do grupy tej zaliczyć można również tarasy, podjazdy garażowe itp.

Drugim z możliwych przypadków jest wykorzystywanie jako akumulatora wolno stojącego elementu betonowego, którym może być np. mur, dekoracyjna konstrukcja betonowa itp. Charakterystyczne dla tego typu elementów jest, że parametry temperaturowe i współczynniki wnikania ciepła po obydwu stronach przegrody mają te same wartości. Z tego względu będą one określane mianem dwustronnych. Z racji swojego charakteru mogą być poddawane oddziaływaniu promieniowania słonecznego tylko z jednej (rys. 1b) bądź jednocześnie z dwóch stron (rys. 1c), przy czym w drugim z przypadków wartości strumienia ciepła $q_s(\tau)$ i $q_{s1}(\tau)$ (rys. 1c) nie są sobie równe. Omawiana sytuacja zależy od pory roku i jest konsekwencją ruchu obrotowego Ziemi wokół Słońca.

Parametrami branyymi pod uwagę podczas symulacji procesu pracy akumulatora w programie są, w zależności od jego charakteru (oznaczenia na rys. 1.): współrzędne geograficzne elementu, kąty odchylenia płaszczyzn od poziomu (β) i kierunku południowego, zmienne w czasie natężenie promieniowania słonecznego $q_s(\tau)$ i $q_{s1}(\tau)$, współczynnik wnikania ciepła ze środowiska zewnętrznego do akumulatora α_{zew} , współczynnik wnikania ciepła ze środowiska wewnętrznego do akumulatora α_{wew} , współczynnik absorpcyjności promieniowania słonecznego przez akumulator A_b (stały w czasie) lub $A_b(\tau)$ (zmienny w czasie), grubość b , gęstość ρ , ciepło właściwe c_p , współczynnik przewodzenia ciepła λ , odległość umieszczonych wewnątrz elementu przewodów od krawędzi akumulatora o_p . Złożoność zagadnienia wyznaczania ilości energii możliwej do pozyskania z omawianych elementów wynika również z konieczności uwzględnienia w prowadzonych obliczeniach, że rozkład temperatur w ich wnętrzu będzie opisany równaniem przewodzenia ciepła Fouriera, przy połączonych warunkach brzegowych II i III rodzaju. Sytuacja taka będzie miała miejsce zarówno podczas ochładzania, jak i ładowania (zatrzymania obiegu chłodzącego) akumulatora. Zastosowane w programie metody obliczeniowe uwzględniają wszystkie wymienione dotychczas aspekty.

3. Rozwiązywanie jednowymiarowego równania przewodnictwa ciepła przy oddzielnie założonych warunkach brzegowych II i III rodzaju oraz połączonych warunkach brzegowych II i III rodzaju

Chcąc określić wewnętrzny rozkład temperatur cienkowarstwowego, betonowego akumulatora ciepła na drodze teoretycznej, co jest niezbędne do oszacowania rzędu wielkości energii, która się w nim znalazła, należy poszukiwać rozwiązania równania różniczkowego Fouriera. Jego jednowymiarowa postać wraz z warunkami brzegowymi dla przedstawionych na rys. 1. modeli wygląda następująco:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = d_{CM} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad \text{dla } \tau \geq 0, \quad L \geq x \geq 0 \quad (1)$$

gdzie: d_{CM} – dyfuzyjność cieplna materiału [m^2/s], T – temperatura [$^{\circ}\text{C}$], τ – czas [s], x – odległość [m], L – połowa szerokości elementu [m].

Warunki brzegowe:

a) akumulator o charakterze jednostronnym (rys. 1a):

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha_{zew} (T_{sr_zew} - T_{x=L}) + \dot{q}_s(\tau) \quad \text{dla } \tau \geq 0 \quad (2)$$

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = -\alpha_{wew} (T_{sr_wew} - T_{x=L}) \quad \text{dla } \tau \geq 0 \quad (3)$$

b) akumulator o charakterze dwustronnym poddawany oddziaływaniu promieniowania z jednej strony (rys. 1b):

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha_{zew} (T_{sr_zew} - T_{x=L}) + \dot{q}_s(\tau) \quad \text{dla } \tau \geq 0 \quad (4)$$

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = -\alpha_{zew} (T_{sr_zew} - T_{x=L}) \quad \text{dla } \tau \geq 0 \quad (5)$$

c) akumulator o charakterze dwustronnym poddawany oddziaływaniu promieniowania z dwóch stron (rys. 2c):

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha_{zew} (T_{sr_zew} - T_{x=L}) + \dot{q}_s(\tau) \quad \text{dla } \tau \geq 0 \quad (6)$$

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = -\alpha_{zew} (T_{sr_zew} - T_{x=L}) + q_{s1}(\tau) \quad \text{dla } \tau \geq 0 \quad (7)$$

gdzie: λ – współczynnik przewodzenia ciepła materiału [$\text{W}/\text{m}\cdot\text{K}$], α_{zew} , α_{wew} – współczynniki wnikania ciepła z otoczenia do materiału [$\text{W}/\text{m}^2\cdot\text{K}$], $T_{x=L}$ – temperatura na krawędzi elementu [$^{\circ}\text{C}$], $\dot{q}_s(\tau)$, $q_{s1}(\tau)$ – zmienne w czasie natężenie promieniowania słonecznego [W/m^2]. Minusy przed współczynnikami wnikania ciepła w równaniach (3), (5), (7) oznaczają, że przepływ ciepła następuje w kierunku przeciwnym do osi x (rys. 1.).

Warunek brzegowy wspólny dla wszystkich przypadków:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad \text{dla } x = 0, \quad \tau \geq 0 \quad (8)$$

Warunek początkowy wspólny dla wszystkich przypadków:

$$T(x, \tau) = T_p \text{ dla } \tau = 0, \quad L \geq x \geq 0 \quad (9)$$

gdzie T_p – temperatura początkowa elementu [$^{\circ}\text{C}$].

Z uwagi na złożoność matematyczną rozwiązania równania Fouriera przy połączonych warunkach II i III rodzaju do określenia rozkładu temperatur w omawianym elemencie można wykorzystać metody numeryczne: Metodę Elementów Skończonych (MES) lub Metodę Różnic Skończonych (MRS), co jest często stosowane w praktyce [5-7]. Zaletą wymienionych metod jest głównie możliwość otrzymania rozwiązania interesującego nas problemu natury inżynierskiej bez wdawania się w skomplikowane działania analizy matematycznej. Dodatkowo metody numeryczne pozwalają przy odpowiednio dobranych parametrach i założeniach uzyskiwać wyniki nieodbiegające od wartości uzyskanych na drodze analitycznej. Do rozwiązania równania (1) i towarzyszących mu warunków brzegowych w programie „Akumulator” wykorzystano Metodę Różnic Skończonych, której główne założenia opisane są w fachowej literaturze [6, 7].

4. Metoda wyznaczania wartości chwilowego całkowitego natężenia promieniowania słonecznego

Z uwagi na fakt, że energia oddziałująca na akumulator powierzchniowy pochodzi z ciepła zawartego w powietrzu (wnikanie na drodze konwekcji) oraz promieniowania słonecznego (absorpcja), w program wprowadzony został algorytm pozwalający określać natężenie całkowitego (bezpośredniego, rozproszonego i odbitego) promieniowania słonecznego $q_s(\tau)$ (i $q_{s1}(\tau)$) oddziałującego na akumulator (w zależności od jego charakteru i wybranego wariantu z jednej lub dwóch stron) w każdej chwili rozważanego przedziału czasowego pracy układu. Wielkość nasłonecznienia jest obliczana na podstawie położenia geograficznego elementu (szerokość ϕ , długość L), kątów odchylenia danej płaszczyzny od podłoża i kierunku południowego (β i γ) oraz zakładanej wartości promieniowania trafiającego na powierzchnię Ziemi na danym terenie I_Z . Metodę udało się opracować m.in. dzięki zsumowaniu propozycji zawartych w fachowej literaturze [8-12].

5. Elementy programu „Akumulator”

Aplikacja posiada wygląd i funkcje standardowego pliku MS Excel. Istotą wykorzystania tego środowiska w programie była łatwość konstruowania dla uwzględnianych w obliczeniach elementów tzw. siatki punktów dyskretnych. Zabieg ten stanowi jeden z fundamentów Metody Różnic Skończonych [6, 7].

Integralnymi elementami programu napisanymi w języku Visual Basic są tzw. makra. Zawierają one odpowiednie kody, umożliwiające m.in. zautomatyzowanie i przyspieszenie poszczególnych kroków obliczeniowych. „Akumulator” zawiera makra wspomagające np.: wybór współrzędnych geograficznych miejsca funkcjonowania akumulatora, rozdzielanie wartości całkowitego promieniowania słonecznego oddziałującego na akumulator na poszczególne miesiące i godziny, określenie współczynnika absorpcyjności promieniowania elementu, zapisywanie otrzymanych wyników, określenie właściwości fizycznych czynnika ochładzającego, określenie współczynnika wnikania ciepła do czynnika ochładzającego, wyznaczenie ilości przewodów w akumulatorze, określenie okresu ochładzania elementu, porównywanie wyników obliczeń otrzymanych na drodze numerycznej z analogicznymi odpowiednikami uzyskanymi metodą analityczną. Dzięki wprowadzeniu do programu wzorów opisujących rozwiązanie równania Fouriera przy założonych warunkach brzegowych II oraz III rodzaju metodą analizy matematycznej [6], ostatnia z wymienionych funkcji pozwala na weryfikację poprawności algorytmów obliczeniowych aplikacji wykorzystujących MRS.

6. Sprawdzenie poprawności działania programu

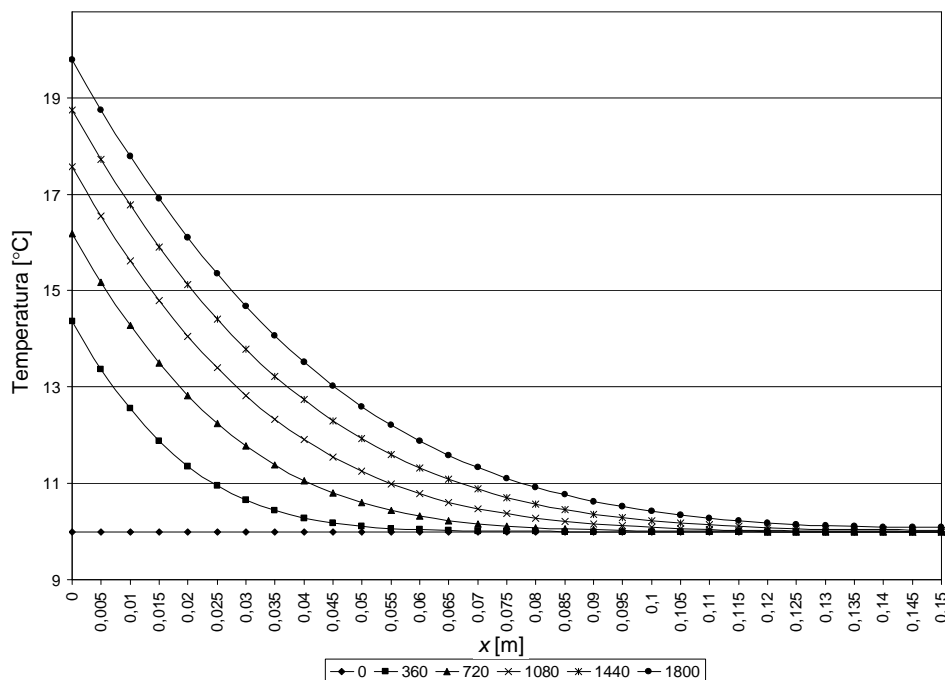
W celu zweryfikowania poprawności działania programu posłużono się nim do rozwiązywania zadań z dziedziny nieustalonego przewodnictwa ciepła. Zostały one zaczerpnięte zarówno z fachowej literatury [6], jak i określone przez autorów. Treść zadań została dobrana tak, aby możliwe było porównanie wartości otrzymanych na drodze obliczeń numerycznych i analitycznych. W przypadku akumulatorów o charakterze dwustronnym równania analityczne umożliwiają bowiem określanie rozkładu temperatur jedynie dla przypadków, w których po obydwu stronach elementu panują takie same warunki temperaturowe bądź na ciało oddziałują równe co do wartości źródła ciepła q . Dalej przedstawiono treść jednego z zadań wraz z rozwiązaniami otrzymanymi w programie.

Przednia płaszczyzna muru betonowego o grubości $b = 0,15$ m została poddana działaniu promieniowania słonecznego o natężeniu całkowitym $q_s = 500$ W/m². Należało obliczyć temperaturę brzegów, środka oraz średnią temperaturę akumulatora po czasie $\tau = 1800$ s. Określono również ilość energii, którą pobrał akumulator w czasie τ . Początkowa temperatura muru $T_p = 10^\circ\text{C}$. Do obliczeń przyjęte zostały następujące właściwości fizyczne betonu: $\rho = 2300$ kg/m³, $\lambda = 2,1$ W/m·K, $c_p = 1$ kJ/kg·K, współczynnik absorpcji promieniowania $Ab = 0,9$.

Obliczenia numeryczne wykonywane były przy założeniu, że odstęp punktów dyskretnych siatki $\Delta x = 0,005$ m, a krok czasowy pomiaru $\Delta \tau = 1$ s. Przypadek dotyczy warunków brzegowych II rodzaju, akumulator ma charakter dwustronny, lecz jest poddawany działaniu promieniowania tylko na jednej płaszczyźnie. W programie otrzymano następujące wyniki:

- numeryczne: $T(L, \tau) = 19,78^\circ\text{C}$ – temperatura czołowej powierzchni płyty, $T(0, \tau) = 10,08^\circ\text{C}$ – temperatura powierzchni tylnej, $T_{sr}(\tau) = 12,44^\circ\text{C}$ – średnia temperatura akumulatora po 1800 s,
- analityczne: $T(L, \tau) = 19,80^\circ\text{C}$, $T(0, \tau) = 10,07^\circ\text{C}$, $T_{sr}(\tau) = 12,43^\circ\text{C}$.

Na rysunku 2. i 3. przedstawiono graficzną interpretację otrzymanych w programie wyników.

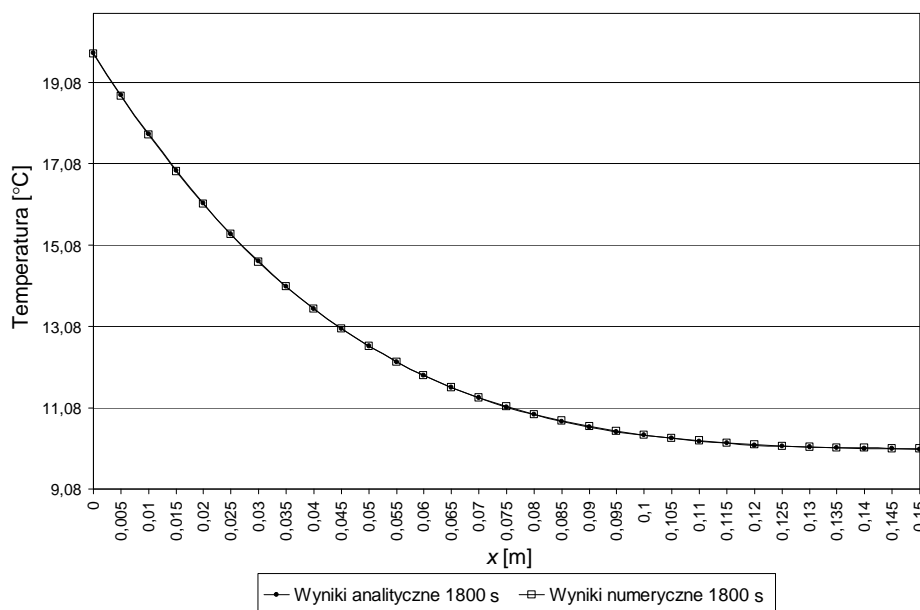


Rys. 2. Graficzny rozkład temperatur w elemencie z zadania, przeprowadzony co 360 s

Ilość energii pobranej przez akumulator można wyznaczyć z następującego wzoru:

$$q = \frac{\rho \cdot c_p \cdot (T_{sr}(\tau) - T_p)}{\tau} = \frac{2300 \cdot 1 \cdot (12,44 - 10)}{1800} = 3,12 \text{ kW/m}^3 \quad (10)$$

Jak widać na rys. 3. krzywe reprezentujące wyniki numeryczne pokrywają się z krzywymi charakteryzującymi wartości uzyskane na drodze analitycznej, co świadczy o poprawności algorytmów obliczeniowych wykorzystywanych w programie.



Rys. 3. Porównanie wyników obliczeń zadania metodą numeryczną i analityczną dla $\tau = 1800$ s

Biorąc pod uwagę zestawienie wyników obliczeń stanowiących rozwiązanie przedstawionego zadania oraz zadań pozostałych (nieuwzględnionych w niniejszym materiale), można stwierdzić, że dokładność kalkulacji wykonywanych programem „Akumulator” jest bardzo wysoka. Należy pamiętać, że zależy ona od kluczowych dla wykorzystywanej Metody Różnic Skończonych parametrów kroku czasowego $\Delta\tau$ oraz odstepu między tzw. punktami dyskretnymi (węzłami) Δx , wprowadzanymi każdorazowo przez użytkownika. Opierając się na uzyskanych wynikach, można założyć, że skoro metodyka rozwiązania równania Fouriera na drodze numerycznej okazała się być poprawna dla warunków II i III rodzaju, to może ona również służyć do prawidłowego wyznaczenia jednowymiarowego rozkładu temperatur przy połączonych warunkach brzegowych II i III rodzaju, co rozszerza możliwości programu „Akumulator” i tym samym pozwala na rozwiązywanie kluczowych, z punktu widzenia zainteresowań autorów, aspektów poruszanej problematyki pozyskiwania energii niskotemperaturowej z betonowych akumulatorów ciepła.

7. Podsumowanie

Program „Akumulator” jest wielofunkcyjnym narzędziem obliczeniowym, pozwalającym użytkownikowi m.in. na:

- określanie wartości całkowitego promieniowania słonecznego oddziałującego na płaszczyzny usytuowane pod różnymi kątami (kolektory

- słoneczne, powierzchniowe akumulatory ciepła niskotemperaturowego) w poszczególnych godzinach kolejnych dób roku,
- weryfikację poprawności uzyskanych wartości nasłonecznienia z wartościami normatywnymi,
 - uwzględnienie stałej lub zmiennej w czasie absorpcyjności promieniowania przez rozpatrywany odbiornik,
 - określanie jednowymiarowego rozkładu temperatur w różnego rodzaju elementach (np. przegrodach budowlanych) poprzez rozwiązywanie równania przewodnictwa ciepła Fouriera metodą różnic skończonych, przy założonych warunkach brzegowych II i III rodzaju bądź połączonych warunkach II i III rodzaju, przy jednoczesnej możliwości określenia liczby stron, na które oddziałuje stały lub zmienny w czasie strumień ciepła q ,
 - porównanie wartości uzyskanych na drodze numerycznej z ich odpowiednikami obliczonymi analitycznie,
 - graficzną interpretację i zapis otrzymanych wyników,
 - kontynuowanie przerwanych obliczeń od nieustalonego stanu temperaturowego.

Autorzy dołożyli wszelkich starań, aby maksymalnie uprościć korzystanie z aplikacji, jak również uniemożliwić użytkownikowi pomyłkę przy wprowadzaniu rozmaitych danych.

Jak wspomniano na początku, program powstał docelowo do określania ilości energii niskotemperaturowej możliwej do pozyskania z betonowych akumulatorów powierzchniowych poprzez ich wewnętrzne ochładzanie przy jedno- lub obustronnych połączonych warunkach brzegowych II i III rodzaju. W niniejszym referacie nie poruszono szczegółowo tematyki związanej z tym procesem. Stanowi on niejako wprowadzający materiał wyjściowy dla pozostałych ujętych w programie zagadnień z rozpatrywanej dziedziny. Szczegółowy opis elementów ich dotyczących stał się przedmiotem odrębnego referatu, w którym poruszana jest już tylko wspomniana tematyka.

Literatura

1. Sałaciński B., Pisarev V.: *Analiza usytuowania betonowych akumulatorów powierzchniowych z uwzględnieniem natężenia promieniowania słonecznego*. Mat. konf. XIX Ogólnopolskiej Konferencji Inżynierii Chemicznej i Procesowej, t. II: „Środowisko, energia, biosystemy, bezpieczeństwo, materiały”, Rzeszów 2007
2. Sałaciński B., Pisarev V.: *Metoda wyznaczania rozkładu promieniowania słonecznego oddziaływującego na betonowe akumulatory ciepła*. Mat. konf. XIX Ogólnopolskiej Konferencji Inżynierii Chemicznej i Procesowej, t. II: „Środowisko, energia, biosystemy, bezpieczeństwo, materiały”, Rzeszów 2007
3. Sałaciński B., Pisarev V.: *Betonowe akumulatory energii niskotemperaturowej w systemach zaopatrzenia w ciepłą wodę użytkową*. Zeszyty Naukowe Politechniki

- Rzeszowskiej, nr 241, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 2007
4. Sałaciński B., Pisarev V.: *Ocena możliwości wykorzystania betonowych akumulatorów energii niskotemperaturowej w układach z pompami ciepła*. Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej, nr 241, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 2007
 5. Nagórski Z.: *Modelowanie przewodzenia ciepła za pomocą arkusza kalkulacyjnego*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2001
 6. Taler J., Duda P.: *Rozwiązywanie prostych i odwrotnych zagadnień przewodzenia ciepła*. WNT, Warszawa 2003
 7. Nieszporek T., Piotrowski A.: *Języki programowania DELPHI – t. 1*. Wydawn. Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa 2004
 8. <http://solardat.uoregon.edu/SolarRadiationBasics.html>
 9. http://www.ely.pg.gda.pl/~zkusto/Energia_odnawialna/Wyklady/
 10. Szymański W.: *Energia słoneczna*. Wykłady niepublikowane, Politechnika Rzeszowska
 11. Pluta Z.: *Podstawy teoretyczne fototermicznej konwersji energii słonecznej*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2000
 12. <http://www.me.umn.edu/courses/me4131/LabManual/AppDSolarRadiation.pdf>

CALCULATION PROGRAM FOR DETERMINATION OF TEMPERATURE CHARACTERISTICS IN THIN CONCRETE CONSTRUCTIONS

S u m m a r y

The paper contains a short description of the program “Accumulator” which is authors own creation. It can be used to determine one dimensional temperature field in objects such as thin, concrete accumulators of low temperature energy. Calculation modules of the program used to solve Fourier’s heat conduction equation are based on finite differences method (FDM).

Złożono w Oficynie Wydawniczej w maju 2008 r.