

Bogdan STANKIEWICZ  
Politechnika Rzeszowska

## ANALIZA ZACHOWANIA SIĘ STALOWEGO SŁUPA WIELOGAŁĘZIOWEGO METODĄ ELEMENTÓW SKOŃCZONYCH

W artykule przedstawiono analizę zachowania się stalowego słupa pod obciążeniem powodującym ściskanie i zginanie jego trzonu. Tradycyjne metody obliczania takich słupów nie dają wystarczająco wiarygodnych rezultatów, dlatego wykonano analizę komputerową z wykorzystaniem metody elementów skończonych. Analizę przeprowadzono w zakresie nieliniowym, uwzględniając zastępczą imperfekcję kształtu trzonu słupa. Model utworzono, wykorzystując program komputerowy ADINA. Najważniejsze wyniki obliczeń przedstawiono na wykresach ukazujących zależności obciążeń i przemieszczeń oraz na wykresach powierzchniowych (mapach) naprężeń.

### 1. Wstęp

Stalowe pojedyncze słupy są obliczane zgodnie z postanowieniami polskiej normy [1], z uwzględnieniem nośności przekrojów i wyboczenia giętnego analizowanego metodą klasyczną, polegającą na określeniu długości wyboczeniowej i redukcyjnego współczynnika wyboczeniowego. Współczynnik ten zależy od kształtu przekroju poprzecznego, smukłości pręta i gatunku stali.

Słupy wielogałęziowe są obliczane zgodnie z ogólnymi, podanymi wcześniej zasadami, z uwzględnieniem podatności powiązania gałęzi. Zgodnie z tą procedurą obliczeniową nie musi się uwzględniać drugorzędowego zginania gałęzi słupa na odcinku pomiędzy przewiązkami. To uproszczenie nie budzi kontrowersji w odniesieniu do ściskanych osiowo słupów wielogałęziowych o gałęziach połączonych przewiązkami. Nośność takich słupów poddanych ściskaniu i zginaniu może w niektórych sytuacjach zależeć od zginania na odcinku pomiędzy przewiązkami. Tak więc w tych warunkach należałoby uwzględniać w obliczeniach również zginanie gałęzi słupa między przewiązkami.

Eurokod 3 [2] zezwala na stosowanie tradycyjnych metod obliczania słupów pojedynczych, jednak w przypadku słupów złożonych zaleca obliczanie sił w pasach i sprawdzanie ich stateczności. Siły w pasach można obliczać w sposób przybliżony, wykorzystując podane formuły na obliczanie zastępczego mo-

mentu bezwładności przekroju elementu złożonego i na sztywność postaciową słupa złożonego.

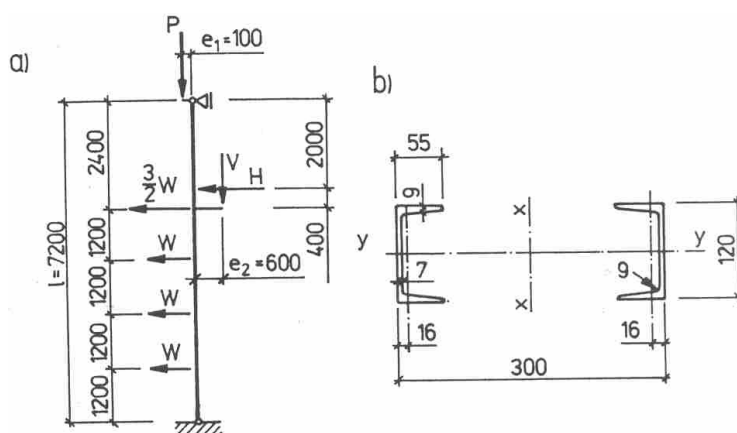
Nowością jest rozpatrywanie imperfekcyjnego modelu słupa ze wstępną zastępczą imperfekcją geometryczną. W przypadku słupa podpartego przegubowo na końcach imperfekcja ma kształt łuku o maksymalnej strzałce wygięcia  $L/500$ , gdzie  $L$  jest długością słupa. Jest to wartość zastępcza, ujmująca imperfekcje geometryczne i strukturalne. Przyjmując taki model teoretyczny, musi się rozwiązać problem ściskania mimośrodowego w ujęciu teorii II rzędu.

Tak więc przyjęcie zaleceń normy [2] i wykorzystanie możliwości modelowania komputerowego, jakie daje metoda elementów skończonych, pozwala na znacznie dokładniejsze obliczenia słupów złożonych niż przy użyciu metod tradycyjnych.

## 2. Model komputerowy

Model komputerowy opracowano, wykorzystując program ADINA (Automatic Dynamic Incremental Nonlinear Analysis, ADINA R & D Inc., USA, [www.adina.com](http://www.adina.com)). Głównym autorem programu jest K.J. Bathe z Massachusetts Institut of Technology [3]. Program ADINA umożliwia uwzględnienie nieliniowości materiałowych i geometrycznych oraz modelowanie stref kontaktowych wraz z wpływem tarcia. Spełnia więc wszystkie wymagania użytkownika, by z jego pomocą modelować i analizować stalowe słupy wielogąłzowe, łącznie ze stopami fundamentowymi.

Aby zaprezentować sposób modelowania komputerowego słupa wielogąłzowego, wzięto pod uwagę słup analizowany w pracy [4], pokazany na rys. 1.



Rys. 1. Schemat statyczny i przekrój analizowanego słupa

Między przykładem z pracy [4] a modelem występują niewielkie różnice, gdyż obciążenia poziome przyłożono w modelu wyłącznie w poziomach przewiązek. Ich przyłożenie pomiędzy przewiązkami spowodowałoby bardzo duże zginania drugorzędne.

Trzon słupa składa się z dwóch ceowników 120 ze stali S235, połączonych przewiązkami o rozstawie osiowym 630 mm (570 mm w przykładzie z pracy [4]). Wysokość skrajnych przewiązek wynosi 250 mm, pośrednich 150 mm, grubość 10 mm. Obciążenia są następujące:  $P = 67,5$  kN,  $V = 44,4$  kN,  $H = 3,74$  kN,  $W = 1,68$  kN. Maksymalny moment zginający na długości pręta wynosi według pracy [4]:  $M_{\max} = 26,487$  kNm.

Model zbudowano, wykorzystując elementy skończone 4-węzłowe typu powłokowego [3]. Słup został podparty w osi tak, by zachować schemat statyczny pokazany na rys. 1. By to było możliwe, końce słupa zamknięto grubymi blachami poprzecznymi.

Słup jest wykonany ze stali S235. Przyjęto model materiału nieliniowy, sprężysto-plastyczny ze wzmocnieniem, o charakterystykach odpowiadających charakterystykom stali S235, zgodnie z normą [2]:

- granica plastyczności:  $f_y = 23,5$  kN/cm<sup>2</sup>,
- wytrzymałość na rozciąganie:  $f_u = 36,0$  kN/cm<sup>2</sup>,
- moduł sprężystości podłużnej:  $E = 21000$  kN/cm<sup>2</sup>,
- wydłużenie przy zniszczeniu:  $\varepsilon = 15\%$ ,
- moduł na odcinku wzmocnienia:  $E_T = 83$  kN/cm<sup>2</sup>.

Obliczenia prowadzono w dwóch etapach:

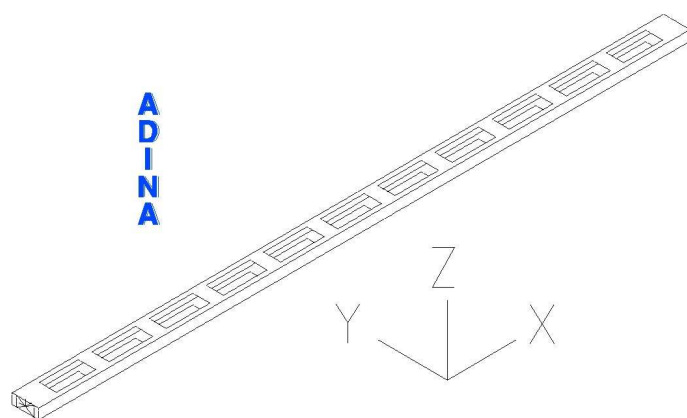
etap I: liniowa analiza wyboczeniowa,

etap II: analiza nieliniowa modelu o zmodyfikowanej geometrii prowadzona w ten sposób, by uzyskać kształt będący wynikiem analizy wyboczeniowej (etap I).

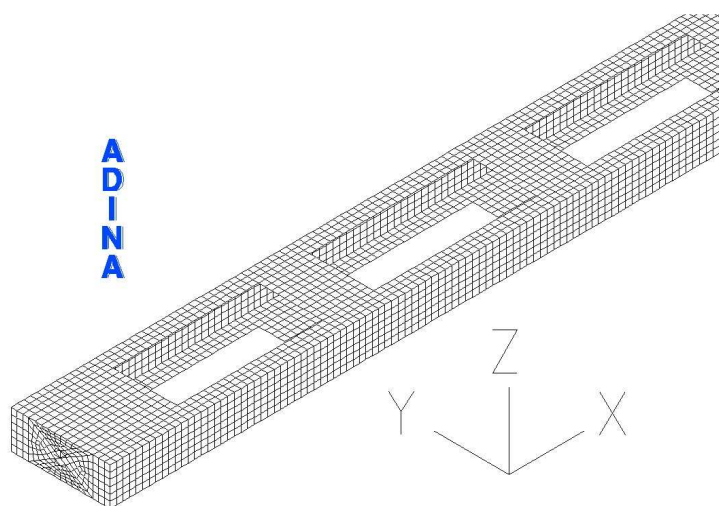
### Charakterystyka modelu

- 11 280 elementów powłokowych 4-węzłowych,
- liczba węzłów 11 968,
- liczba równań 61 400,
- czas trwania obliczeń etapu I (komputer klasy PC, procesor 2.4 GHz, 1.5 GB RAM): od ok. 110 do ok. 140 s,
- czas trwania obliczeń etapu II (komputer jak wcześniej): od ok. 240 do ok. 400 s.

Na rysunku 2. pokazano cały model, na rys. 3. powiększony fragment modelu.



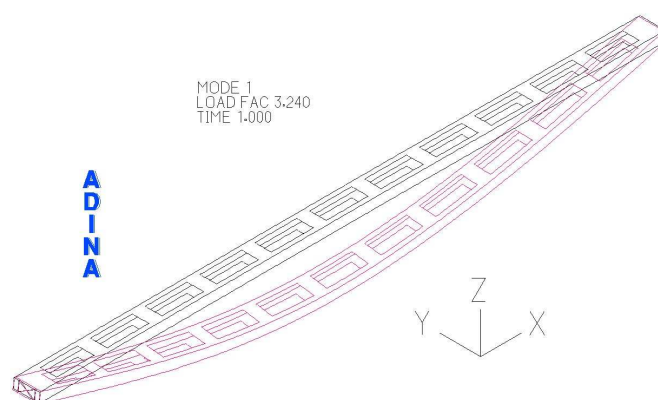
Rys. 2. Widok modelu



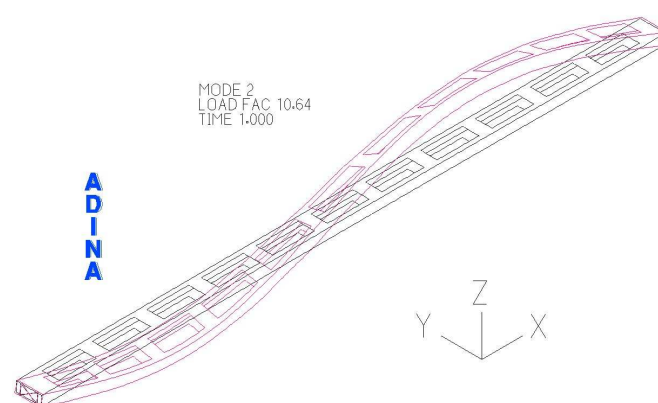
Rys. 3. Powiększony fragment modelu: widoczna siatka elementów skończonych

### 3. Wyniki obliczeń

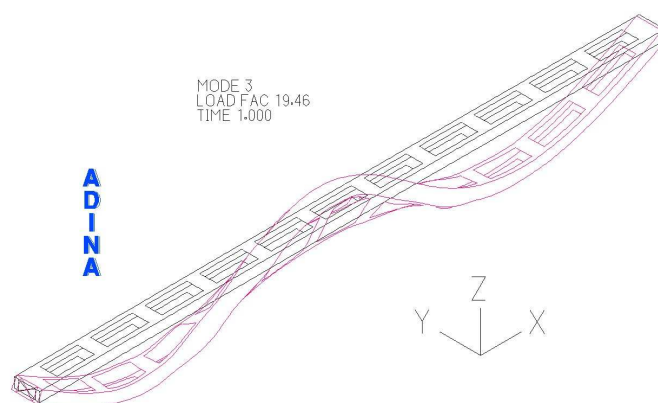
Na rysunkach 4-7 przedstawiono uzyskane w etapie I 4 pierwsze postacie wyboczenia. Sprężyste mnożniki obciążenia zestawiono w tab. 1.



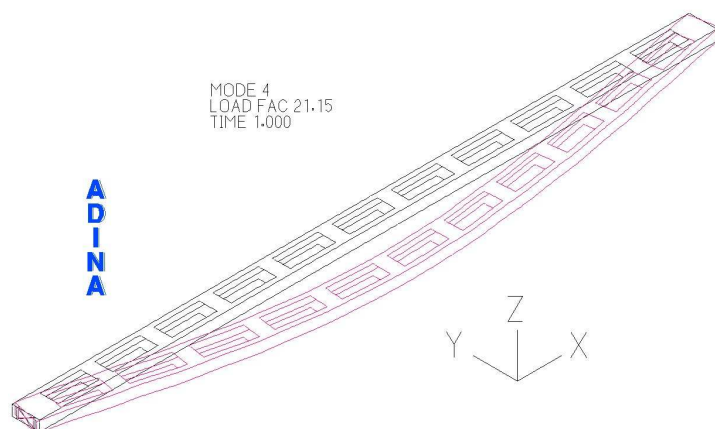
Rys. 4. Pierwsza postać wyboczenia sprężystego



Rys. 5. Druga postać wyboczenia sprężystego



Rys. 6. Trzecia postać wyboczenia sprężystego



Rys. 7. Czwarta postać wyboczenia sprężystego

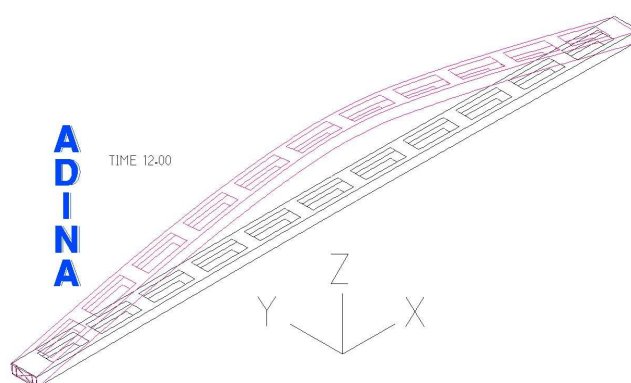
Postać 1. wyboczenia sprężystego (rys. 4.) to wyboczenie w płaszczyźnie  $YZ$ , postaci 2. i 3. (rys. 5. i 6.) to wyboczenie giętno-skrętne, postać 4. (rys. 7.) to wyboczenie w płaszczyźnie  $XY$ .

Tabela 1. Mnożniki obciążeń

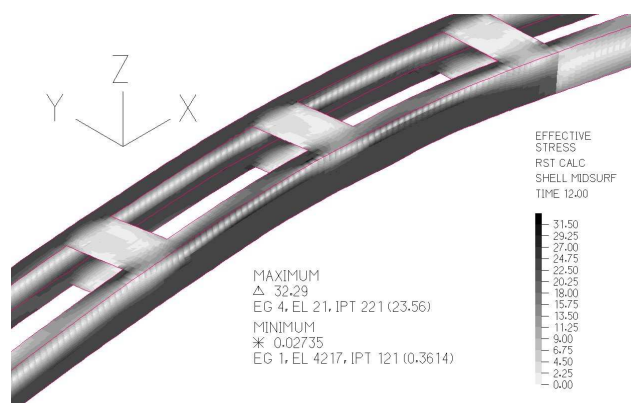
Postać wyboczenia	Mnożnik obciążenia
1	3,24
2	10,6
3	19,4
4	21,1

Jako najniekorzystniejszy kształt do obliczeń w etapie II przyjęto kształt zgodny z pierwszą postacią wyboczenia.

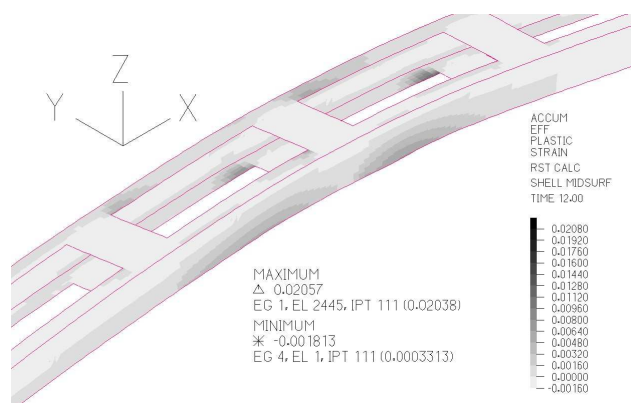
Rysunek 8. pokazuje „zniszczony” słup, rys. 9. – wykres powierzchniowy naprężeń zastępczych w środkowej części słupa, rys. 10. – wykres powierzchniowy odkształceń również w środkowej części słupa.



Rys. 8. Kształt słupa początkowy i w momencie zniszczenia

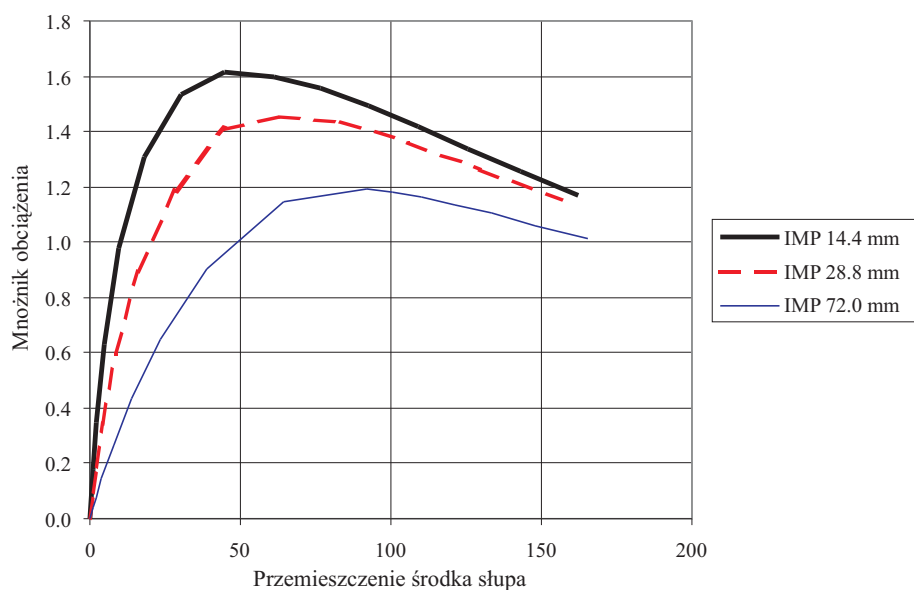


Rys. 9. Wykres powierzchniowy (mapa) naprężeń zastępczych na fragmencie modelu

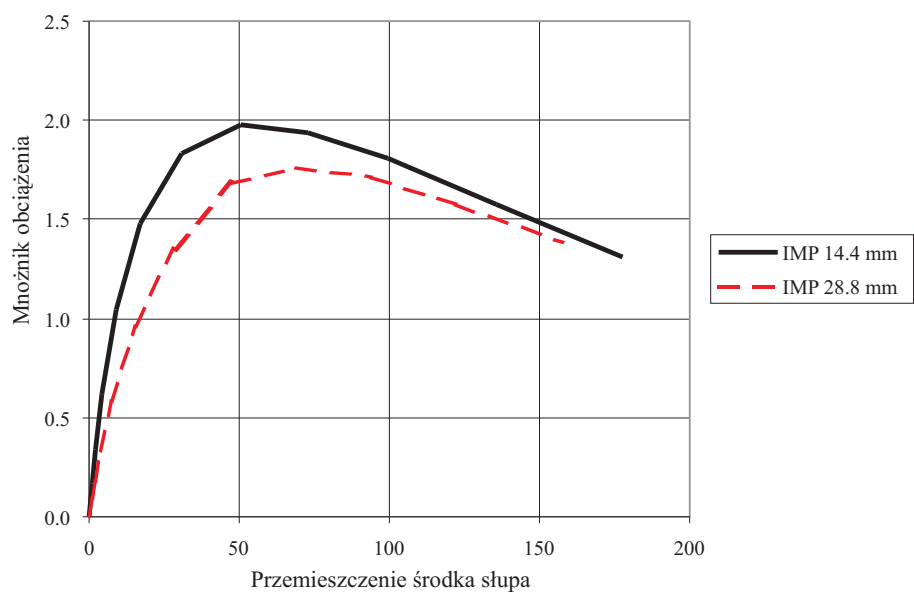


Rys. 10. Wykres powierzchniowy (mapa) odkształceń na fragmencie modelu

Na rysunku 11. przedstawiono wykresy przemieszczenia środka słupa w kierunku osi Z i mnożnika obciążenia, odpowiadających imperfekcjom 14.4 mm ( $L/500$ ), 28.8 mm ( $L/250$ ) i 72.0 mm ( $L/100$ ).



Rys. 11. Wykresy przemieszczeń środka słupa w zależności od przyłożonego obciążenia



Rys. 12. Wykresy przemieszczeń środka słupa w zależności od obciążenia w postaci siły osiowej i stałego momentu zginającego



Dodatkowo wykonano obliczenia nośności rozpatrywanego słupa przy obciążeniu stałą siłą osiową o wartości równej maksymalnej sile osiowej (przykład z pracy [4]):  $P + V = 67,5 \text{ kN} + 44,4 \text{ kN} = 111,9 \text{ kN}$  i stałym momentem o wartości równej momentowi maksymalnemu  $M_{\max} = 26,487 \text{ kNm}$ .

Na rysunku 12. przedstawiono wykresy przemieszczenia środka słupa w kierunku osi  $Z$  i mnożnika obciążenia, odpowiadających imperfekcjom 14,4 mm ( $L/500$ ) i 28,8 mm ( $L/250$ ).

#### 4. Wnioski i podsumowanie

W artykule przedstawiono komputerową analizę nośności stalowego dwugłęziowego słupa z przewiązkami według zaleceń nowej normy projektowania konstrukcji stalowych [2]. Wyniki obliczeń pozwalają na określenie nośności słupa przy różnych granicznych wartościach imperfekcji kształtu, określenie wartości naprężeń i odkształceń, identyfikację obszarów uplastycznionych.

Analiza tego typu powinna być prowadzona w następujących przypadkach:

- przy ocenie nośności elementów o skomplikowanej geometrii i nietypowym obciążeniu, w sytuacji gdy dokładność obliczeń tradycyjnymi metodami budzi wątpliwości,
- gdy istnieje potrzeba uzyskania możliwie dokładnej informacji o nośności pręta wielogłęziowego i jego elementów składowych potrzebnych do oceny dokładności tradycyjnych metod obliczania.

#### Literatura

1. PN-90/B-03200: *Konstrukcje stalowe – Obliczenia statyczne i projektowanie*
2. EN 1993-1-1, Eurokod 3: *Projektowanie konstrukcji stalowych – Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków*, PKN 2006
3. Bathe K.J.: *Finite element procedures*. Englewood Cliffs, Prentice Hall, N.J. 1996
4. Augustyn J., Bródka J., Łaguna J.: *Obliczanie prętów ściskanych i zginanych według PN-90/B-03200*. Inżynieria i Budownictwo, nr 3, 1991

#### ANALYSIS OF STEEL COLUMNS USING FINITE ELEMENT METHOD

##### Summary

Computer analysis of a uniform built-up column with battenings is presented. Due to applied loading the column is in compression and in bending. Traditional methods of calculations of such columns are not reliable, that's why computer nonlinear FEM analysis was carried out, considering the shape of the column with initial imperfections. The computer model of the column was developed using ADINA finite element method computer program. Main results on force-displacement charts and on band plots are presented.

*Złożono w Oficynie Wydawniczej w grudniu 2008 r.*